ACM 专题练习-Polya 定理

Problem A. 珍珠项链

问题描述

n 颗红、蓝、绿三种颜色的珍珠串起来形成一个环形项链，（n <100）。如果将沿着中心旋转和沿某过中心的轴翻转得到的形式认为是相同的，那么有多少种不同的项链形式？

因得到的项链形式数可能比较大，这里只需计算并输出该数模 10007 后得到的数据。

输入

输入有多行，每行一个整数 n。最后一行上的-1 表示输入结束。

输出

对应于输入中的数据 n，输出项链有多少种不同的形式。

输入样例

4
5
-1

输出样例

21
39

Problem B. 求循环节

问题描述

设 X={1, 2, 3, …, n}，π 是 X 到 X 的一个一一变换 π：$1\to a_1$，$2\to a_2$，…，$n\to a_n$，那么称 π 是 X 上的一个置换。该置换可记为

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \end{pmatrix}$$

如 π：1→2，2→4，3→5, 4→1, 5→3, 6→6 可写为 $\begin{pmatrix} 123456 \\ 245136 \end{pmatrix}$。

循环 π 是这样一个置换，满足 π：$a_1\to a_2$，$a_2\to a_3$，…，$a_k\to a_1$，但对其余的数保持不变。该循环可以写成（$a_1a_2a_3\cdots a_k$）。

关于置换与循环有如下结论：

每个置换都可以写成若干互不相交的循环的乘积，且表示是唯一的。

例如 $\begin{pmatrix} 123456 \\ 245136 \end{pmatrix}$ 可以写成循环之积(124)(35)(6)；$\begin{pmatrix} 12345678 \\ 31542687 \end{pmatrix}$ 可以写成循环之积(1352)(4)(6)(78)

你的任务是求置换的循环节之积形式。

输入

有多组测试数据。每组 2 行，第一行是置换长度 n（n<=30），第二行是置换的表示。为使置换输入表达方便，将置换 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \end{pmatrix}$ 用($a_1a_2a_3\dots a_n$)表示，但在输入时，更是直接用 a_1 a_2 a_3 … a_n 来表示，两相邻数字之间空一格。如 $\begin{pmatrix} 123456 \\ 245136 \end{pmatrix}$ 在输入时用 2 4 5 1 3 6 表示。

输出

对每个置换，输出对应的循环节表示，每个节用一对小括号括起来。为使表示唯一，约定按数字序数字小的节排前，同一节中相邻两个数字直接空一格，相邻两个节之间无空格。

输入样例

6

2 4 5 1 3 6

8

3 1 5 4 2 6 8 7

输出样例

(1 2 4)(3 5)(6)

(1 3 5 2)(4)(6)(7 8)

Problem C. 项链

问题描述

用 c 种颜色的珍珠串起来形成一个长为 n 的环形项链。如果将沿着项链中心旋转得到的形式认为是相同的，那么有多少种不同的项链形式？由于不同形式的项链数 S 可能很大，这里只输出 S 被正整数 m 除后的余数。

输入

输入有多组测试数据，每组一行。

一行上的每组数据由三个整数 *c*、*n*、*m* *组成，1<=c，n* <=1000。*1<m*<=2000。为便于计算，这里假定输入时有 GCD(n,m)=1。

输出

对应于输入中的每组数据 *c*，*n*，*m*，一行输出不同形式的项链总被 m 除后的余数。

输入样例

5 6 7

8 9 3001

输出样例

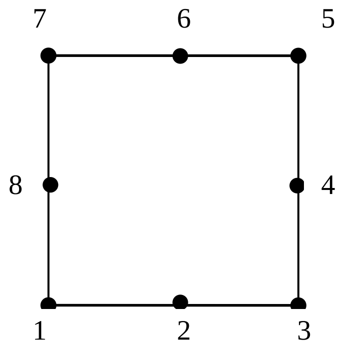
3

1231

Problem D. 正方形环

问题描述

有如下图所示的正方形环，环上共挂 8 个珍珠。每个珍珠可以用 C 种不同颜色来染色，一共可以得到多少种不同的棋盘。如果这样一个环，经过任意旋转、翻转后变成另一个正方形环，那么这两个环就认为是同一种形式。



现在告诉你 C 的数目，请你算算到底有多少种不同的正方形环？

输入

有多组测试数据。每组测试数据由一个正整数 C（$C<31$），表示颜色数。

输出

对于每组测试数据，在一行里输出不同的正方形环数。

输入样例

2

3

输入样例

51

954