Practica 2:
Variables aleatòries i simulació

Marc Fumado
Adrià Valdueza
Martí Pirla

1) Resolució dels problemes 1 i 8 de la Pràctica 3.

Problema 1: La variable aleatòria X té les probabilitats següents:

Valors Xi	2	3	6	7	8	10
Probabilitats P[X = xi]	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2	0,2

a) Representeu la funció de massa de probabilitat i la corresponent funció de distrubució de probabilitat.
b) Calculeu l'esperança, la variància i la desviació típica de X.

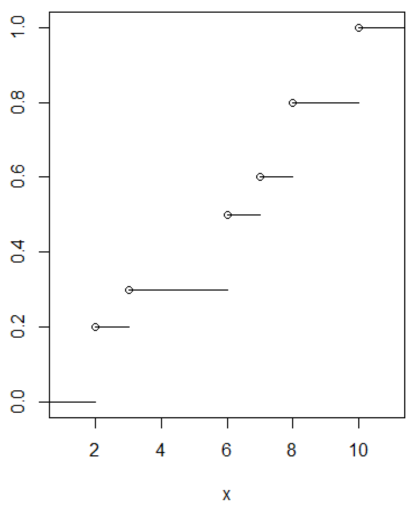
```
prob1P3<-function(){
  val <- c(2, 3, 6, 7, 8, 10)
  prob <-c(0.2, 0.1, 0.2, 0.1, 0.2, 0.2)

  plot(val, prob, type="h", xlim=c(0, 10), ylim=c(0, 1))

  acum <- cumsum(prob)
  s<- stepfun(val, c(0, acum))
  plot(s, verticals = FALSE)

  esp <- sum(val*prob)
  var <- sum(val**2*prob)-(esp)**2
  des <- sqrt(var)

  print(esp)
  print(var)
  print(des)
}
```



Resultats:

Esperança: 6.2
Variancia: 8.16
Desviació Típica: 2.85

Problema 8: El nombre mitjà d'automòbils que arriben a una estació de subministrament de gasolina és de 210 per hora. Si aquesta estació pot atendre a un màxim de 10 automòbils per minut, determineu la probabilitat que en un minut donat arribin a l'estació més automòbils dels que es poden atendre. Suposeu que el nombre d'automòbils que arriben a l'estació durant 1 minut segueix una distribució de Poisson.

```
prob8P3 <- function(){
  par <- 210/60
  prob <- 1-ppois(10, par)
  return(prob)
}
```

Resultats:

La probabilitat de que en un minut arribin més automòbils dels que pot atendre és 0,00101

2) Resolució dels problemes 5 i 6 de la Pràctica 4.

Problema 5: Els coeficients d'intel·ligència d'un grup d'adults entre 20 i 34 anys tenen una distribució aproximadament normal de mitjana $\mu = 110$ i desviació típica $\sigma = 25$.

a) Quin percentatge de persones entre 20 i 34 anys té coeficient més gran que 100?
b) Quin percentatge de persones entre 20 i 34 anys té coeficient més petit que 150?
c) Quin coeficient mínim tenen els adults entre 20 i 34 anys situats en el 25% que han obtingut millors resultats?

```
prob5P4 <- function(){
  a <- 1 - pnorm(100, 110, 25)
  b <- pnorm(150, 110, 25)
  c <- qnorm(0.25, 110, 25)

  print(a)
  print(b)
  print(c)
}
```

Resultats:

a) Percentatge de persones entre 20 i 34 anys té coeficient més gran que 100: 0,6554
b) Percentatge de persones entre 20 i 34 anys té coeficient més petit que 150: 0.9452
c) Coeficient mínim tenen els adults entre 20 i 34 anys situats en el 25% que han obtingut millors resultats: 93.13776

Problema 6: El temps de funcionament d'una bombeta segueix una distribució exponencial de mitjana 2000 hores. Quina probabilitat hi ha que després de 3000 hores segueixi funcionant? Quina és la probabilitat que s'espatlli abans de 2000 hores?

```
prob6P4 <- function(){
  x <- seq( 0, 4000, by = 0.5)
  y <- dexp(x, 1/2000)
  plot(x, y, type = "l")

  a = 1 - pexp(3000, 1/2000)
  b = pexp(2000, 1/2000)

  print(a)
  print(b)
}
```

Resultats:

probabilitat hi ha que despres de 3000 hores segueixi funcionant: 0.223
probabilitat que s'espatlli abans de 2000 hores: 0.63

3) Resolució del problema 2 de la Pràctica 5

Problema 2: Simuleu B = 50 valors d'una variable aleatòria X, absolutament contínua, amb funció de densitat de probabilitat:

$$f(x) = 5/32*x^4, 0 < x < 2.$$

Dibuixeu l'histograma. Superposeu-hi el dibuix de la funció de densitat de probabilitat. Calculeu (teòricament) l'esperança i la variància de X. Després, calculeu la mitjana i variància empíriques de la llista de nombres aleatoris.

Repetiu la simulació amb B = 1000.

```
prob2P5<-function(n){
```

```
  x<-runif(n)
  x1<-(x<=0.1)
  x2<-(x>0.1&x<=0.1+0.3)
  x3<-(x>0.4&x<=0.6)
  x4<-(x>0.6&x<=1)
  y<-3*x1+5*x2+7*x3+9*x4
  print(var(y))
  table<-table(y)/length(y)
  print(table)
  return(y)
}
```

Resultats:

B = 50
P(X = 3) Teòrica: 0.1 Calculada: 0.14
P(X = 5) Teòrica: 0.3 Calculada: 0.26
P(X = 7) Teòrica: 0.2 Calculada: 0.18
P(X = 9) Teòrica: 0.4 Calculada: 0.42
Var(X) = 4.34

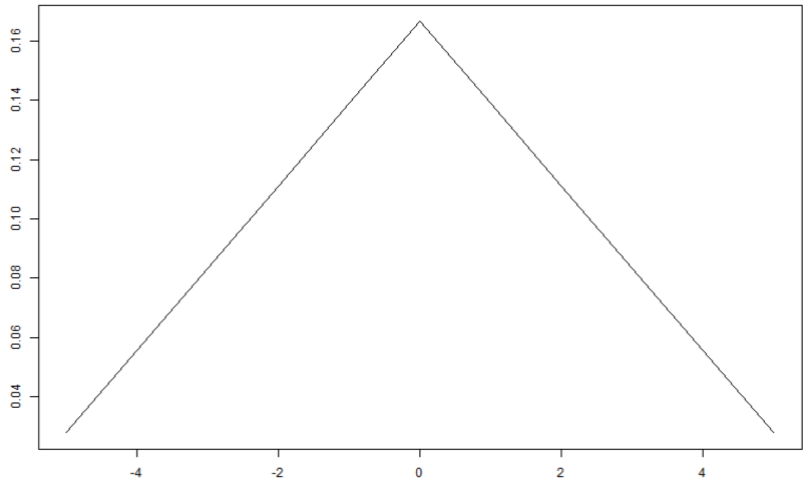
E(X) = 6.8

B = 1000
P(X = 3) Teòrica: 0.1 Calculada: 0.091
P(X = 5) Teòrica: 0.3 Calculada: 0.327
P(X = 7) Teòrica: 0.2 Calculada: 0.197
P(X = 9) Teòrica: 0.4 Calculada: 0.385
Var(X) = 4.24

4) Estudi i simulació d’una variable discreta

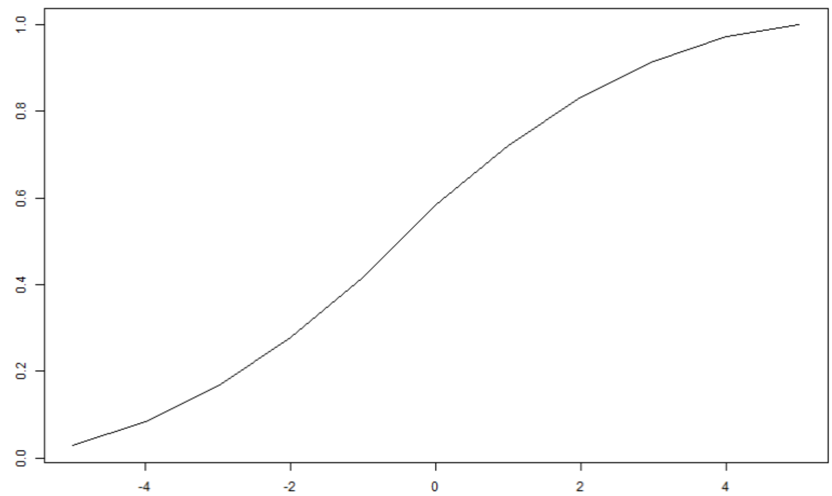
Funció de massa de probabilitat

Y	***-5***	***-4***	***-3***	***-2***	***-1***	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***
P(Y = y)	***1/36***	***1/18***	***1/12***	***1/9***	***5/36***	***1/6***	***5/36***	***1/9***	***1/12***	***1/18***	***1/36***



Funció de distribució

Y	*-5*	*-4*	*-3*	*-2*	*-1*	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
P(Y <= y)	*1/36*	*1/12*	*1/6*	*5/18*	*5/12*	*7/12*	*13/18*	*5/6*	*11/12*	*35/36*	*1*



Variància:5,8333
Esperança: 0

Simulació daus amb Y

```
simulaciodausY <- function(n){
  val <- c(-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5)
  prob <- c(1/36, 1/18, 1/12, 1/9, 5/36, 1/6, 5/36, 1/9, 1/12, 1/18, 1/36)
  Y <- sample(val, n, replace = TRUE, prob)
  prob <-table(Y)/length(Y)
  print(prob)
}
```

n = 50

Y	***-5***	***-4***	***-3***	***-2***	***-1***	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***
P(Y = y)	***0.04***	***0.02***	***0.06***	***0.14***	***0.12***	***0.12***	***0.18***	***0.10***	***0.12***	***0.06***	***0.04***

n = 100

Y	***-5***	***-4***	***-3***	***-2***	***-1***	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***
P(Y = y)	***0.02***	***0.04***	***0.07***	***0.12***	***0.19***	***0.18***	***0.06***	***0.12***	***0.11***	***0.05***	***0.04***

n = 1000

Y	***-5***	***-4***	***-3***	***-2***	***-1***	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***
P(Y = y)	***0.035***	***0.057***	***0.074***	***0.107***	***0.132***	***0.176***	***0.135***	***0.117***	***0.077***	***0.056***	***0.034***

Simulació daus amb T i V

```
simulaciodausZ <- function(n){
  tirades1 <- sample(c(1, 2, 3, 4, 5, 6), n, replace = TRUE)
  tirades2 <- sample(c(1, 2, 3, 4, 5, 6), n, replace = TRUE)
  resta <- tirades1 - tirades2
  print(resta)
  prob <-table(resta)/length(resta)
  print(prob)
}
```

n = 50

Z	***-5***	***-4***	***-3***	***-2***	***-1***	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***
P(Z = z)	***0.02***	***0.02***	***0.14***	***0.14***	***0.1***	***0.14***	***0.1***	***0.12***	***0.12***	***0.06***	***0.04***

n = 100

Z	***-5***	***-4***	***-3***	***-2***	***-1***	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***
P(Z = z)	***0.02***	***0.04***	***0.09***	***0.12***	***0.15***	***0.23***	***0.12***	***0.13***	***0.06***	***0.02***	***0.02***

n = 1000

Z	***-5***	***-4***	***-3***	***-2***	***-1***	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***
P(Z = z)	***0.029***	***0.051***	***0.108***	***0.129***	***0.126***	***0.162***	***0.141***	***0.106***	***0.074***	***0.041***	***0.033***