Analyse : cours :

Suite Réelle :

I) Déf : une suite Réelle est une fonction de $\mathbb{N}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$, définie à partir d'un certain rang $n_0 \in \mathbb{N}$

on prendra soin de distinguer,

* Le terme général, noté U_n
* La suite noté $(U_n)_n$

Exp : $U_n = \frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}^*$

$U_n = \sqrt{n-3}$, $n \geq 3$

Il existe plusieurs façons de définir une suite, on rencontre principalement deux types : → Les suites définies explicitement en fonction de n.

Exp : $U_n = 2n+1$, ...

→ Les suites rencontrées définies par une relation de Reccurence et la donnée d'un ou plusieurs termes initiaux

Exp : $\begin{cases} U_0 = 0, U_1 = 1 \\ U_{n+2} = U_{n+1} + U_n \end{cases}$.

Notation : l'ensemble des suites Réelles est noté $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$

II) Monotonie d'une suite :

Soit $(U_n)_n$ une suite réelle, on dit que

* $(U_n)_n$ est croissante à partir du rang n_0 si, $U_{n+1} \geq U_n$,
$U_{n+1} - U_n \geq 0 \quad \forall n \geq n_0$

* $(U_n)_n$ est strictement croissante à partir du rang n_0 si
$U_{n+1} > U_n, \forall n \geq n_0$

* $(U_n)_n$ est décroissante à partir du rang n_0 si $U_{n+1} \leq U_n, \forall n \geq n_0$

* $(U_n)_n$ est strictement décroissante à partir du rang n_0 si $U_{n+1} < U_n, \forall n \geq n_0$

* $(U_n)_n$ est constante lorsque $U_{n+1} = U_n$ pour tout entier n du domaine de définition de $(U_n)_n$.

* $(U_n)_n$ est stationnaire lorsque $U_{n+1} = U_n \ \forall n \geq n_0$.

Remarque :

Il existe des suites non monotone:

Exp : $U_n = (-1)^n$

2) pour étudier la monotonie d'une suite on procède comme suit

* $U_{n+1} - U_n$ et comparer le résultat à 0.

* $\dfrac{U_{n+1}}{U_n}$ et comparer avec 1.

* $U_n = f(n)$, on étudie la monotonie de f :

$(U_n)_n$ et f ont la même monotonie.

Ex :