

TD 11.

$A \equiv \neg(\neg P) \Leftrightarrow P$   
avec table de vérité:

P	A
0	1
1	1

$\Rightarrow A$  est satisfiable et aussi valide.

$$B \equiv \neg(P \vee Q) \vee \neg Q$$

P	Q	B
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0

B est satisfiable mais non valide.

contre-exemple:  $B [P \leftarrow 1 \text{ et } Q \leftarrow 1]$

$$C \equiv (P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg Q \Rightarrow \neg P)$$

P	Q	C
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

C est valide donc satisfiable.

$$D \equiv PV(P \Rightarrow Q)$$

D est valide donc satisfiable.

P	Q	D
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$e \equiv PV(P \Rightarrow \neg Q)$$

P	Q	e
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

e est satisfiable et tautologie.

$$F \equiv \neg P \vee (\neg(P \Rightarrow Q))$$

P	Q	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

F n'est pas tautologie mais elle est satisfiable.

$$q \equiv 1P \Rightarrow P$$

P	q
0	1
1	1

q est tautologie.

$$h \equiv P \Rightarrow (P \wedge q)$$

P	q	h
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

h n'est pas tautologie  
mais elle est satisfiable.  
contre modèle :

$$h[P \leftarrow 1 \text{ et } q \leftarrow 0]$$

$$I \equiv (P \vee q) \Rightarrow P$$

P	q	I
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

I est valide.

$$\models I$$

$$\gamma \equiv (p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$$

p	q	$\gamma$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$\gamma$  est satisfiable mais  
n'est pas tautologie.

$$\psi \equiv p \wedge (q \Rightarrow p) \Rightarrow p$$

p	q	$\psi$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$\psi$  est une tautologie.

$$\phi \equiv (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q)$$

p	q	$\phi$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$\phi$  n'est pas tautologie  
mais valide.

$$m \equiv P \Rightarrow \neg P$$

P	m
0	1
1	0

m n'est pas une tautologie.  
mais elle est valide.

$$m \equiv P \wedge (Q \vee r) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge (P \wedge r)$$

P	Q	r	m
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

m n'est pas valide  
mais elle est  
satisfiable

Simplifier :

$$S_1 : ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$$

$$AB(C + \bar{C}) + A\bar{B}C$$

$$ABC + A\bar{B}C = AC(\bar{B} + B) \\ = ABC$$



