

Olasılık ve İstatistik 1. Ödevi

1. Soru

Sensör düğüm ortamdan algıladığı verileri merkezi bir düğüme kablosuz ortam üzerinden göndermektedir. Sensör düğüm 10 saniyelik periyotlar ile 1 paket göndermektedir. Her bir gönderilen paketin haberleşme sırasında bozulma olasılığı yüzde birdir (% 1). Eğer 1. periyotta bir paket bozulursa bu bozulan paketi sensör düğüm 2. periyotta göndereceği pakete ek olarak göndermeye çalışmaktadır yani 2. Periyotta 2 paket göndermektedir.

a) 2. periyotta bozulma olma ihtimalini hesaplayınız.

1. periyotta bozulma olma ihtimaline P diyelim.

$P = 0.01$ olur. (%1)

Eğer bu gerçekleşmezse 2. periyot normal bir şekilde yine 0.01 olasılıkla bozulma ihtimali oluşturur. Buna T diyelim. $T=0.01$

Fakat eğer 1. periyotta bozulma gerçekleşirse 2. periyotta iki paket gönderileceğinden periyotta bozulma olasılığı iki katına çıkıp 0.02 olacaktır. Buna K diyelim. $K=0.02$

$$S = (1-P)*T + P*K = (1-0.01) * 0.01 + 0.01*0.02 = 0.0101 = \mathbf{\%1.01}$$

b) 2. Periyotta bozulma olduğu bilindiğinde 1. Periyotta da bozulma olma olasılığını bulunuz.

2. Periyotta bozulma olasılığı S olarak bulundu.

S gerçekleştiğine göre P'nin gerçekleşme olasılığını bulalım.

Baye's eşitliği kullanacağız.

2. Periyotta bozulma olasılıkları T ve K olduğundan bunları birlikte ele alalım.

$T=0.01$, $K=0.02$ olup, tüm olasılıklar ele alınırsa: $P*K + (1-P)*T$ olur.

K, 1. Periyotta bozulma olduğu zamanki olasılık olduğundan bizden istenilen bu olup buna bağlı olasılığı bulacağız(F).

$$F = P*K / (P*K + (1-P)*T) = 0.01*0.02 / (0.01*0.02 + 0.99*0.01) = 0.019 = \mathbf{\%1.19}$$

2. Soru

Bir veri kaynağı 4 bittten oluşan karakterler üretiyor. X, karakterlerin tamsayı değer karşılığı olan rastgele değişkendir. (örneğin 1010 için $X=10$). Karakterlerin her bitinin birbirlerinden bağımsız olduğu kabul edilmektedir ve eşit olasılıkla 0 veya 1 değerini almaktadır. Ancak en yüksek bit olan 4. bitin (en soldaki bit) 1 olma ihtimali 0 olma ihtimalinin 3 katı ise X rastgele değişkenine ait

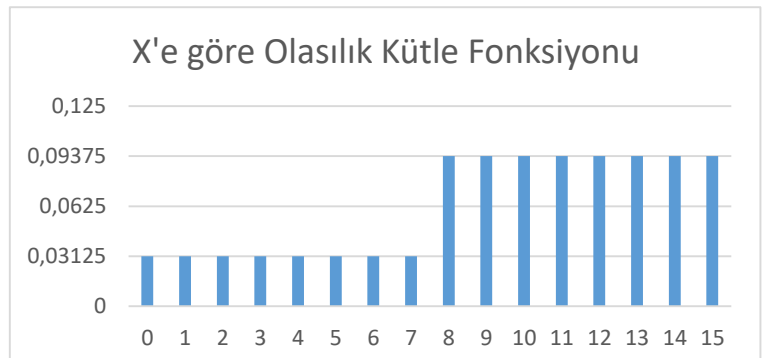
a) Olasılık kitle fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Örnek Olasılıklar:

$$10 = 1010 = 0.75*0.5*0.5*0.5 = 0.09375$$

$$14 = 1110 = 0.75*0.5*0.5*0.5 = 0.09375$$

$$2 = 0010 = 0.25*0.5*0.5*0.5 = 0.03125$$



b) Birikimli dağılım fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



c) Beklentisini bulunuz.

$$E(X) = \sum_i x_i p(x_i)$$

$$E(X) = 0 * 0,03125 + 1 * 0,03125 + 2 * 0,03125 + \dots + 7 * 0,03125 + 8 * 0,09375 + \dots + 15 * 0,09375 = \mathbf{9,5}$$

d) Varyansını bulunuz.

$$V_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2$$

$$\bar{X} = \frac{0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15}{16} = \frac{120}{16} = 7.5$$

$$V_x = \frac{1}{16} * (0 - 7.5)^2 + (1 - 7.5)^2 + \dots + (15 - 7.5)^2 = \mathbf{21.25}$$