Lineer Cebir Dönem Ödevi(Ödevler 14. haftanın ders saatinde teslim edilecektir. Determinantlardan 10 diğerlerinden 10 soru olmak üzere toplam 20 soru çözülecektir)

1)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = 0$$

olduğunu gösteriniz.

2)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1+k & 2+k & 3+k \\ 1+2k & 2+2k & 3+2k \end{vmatrix} = 0$$

olduğunu gösteriniz

3)

$$\begin{bmatrix} -1 & 6 & 3 \\ 2 & 0 & 9 \\ 4 & 8 & 7 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{7} & -\frac{1}{14} & \frac{3}{14} \\ \frac{11}{126} & -\frac{19}{252} & \frac{5}{84} \\ \frac{4}{63} & \frac{8}{63} & -\frac{1}{21} \end{bmatrix}$$

olduğunu gösteriniz.

4)

$$\begin{vmatrix} x & a & b \\ a & x & b \\ b & b & x \end{vmatrix} = 0$$

oloduğunu gösteriniz.

5) $x+y+z=0$ ise

$$\begin{vmatrix} xa & yb & zc \\ yc & za & xb \\ zb & xc & ya \end{vmatrix} = xyz \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$$

olduğunu gösteriniz.

6)

$$\begin{vmatrix} 1 & k & k^2 & k^3 \\ k & 1 & k & k^2 \\ k^2 & k & 1 & k \\ k^3 & k^2 & k & 1 \end{vmatrix} = -k^6 + 3k^4 - 3k^2 + 1$$

olduğunu gösteriniz.

7)

$$\begin{vmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{vmatrix} = a^4 - 6a^2b^2 + 8ab^3 - 3b^4$$

olduğunu gösteriniz

8)

$$\begin{bmatrix} \cos a & \sin a & 0 \\ -\sin a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos a & -\sin a & 0 \\ \sin a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olduğunu gösteriniz.

9)

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 4 \end{aligned}$$

denklem sisteminin genel çözümünü bulunuz.

10) Kramer kuralı ile

$$\begin{aligned} -x_1 + 3x_2 + x_3 &= 7 \\ x_1 - x_2 - x_3 &= -2 \\ -x_1 + 6x_2 + 2x_3 &= 3 \end{aligned}$$

denklem sistemini çözünüz.

11)

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 1 \\ x + 2y + z &= 8 \\ 3x - y - z &= -2 \end{aligned}$$

denklem sistemini Kramer yöntemiyle çözünüz($x = 3, y = 2, z = 3$).

12)
$$\begin{vmatrix} a & ba & ab+ac \\ 1 & ca & bc+ba \\ 1 & ab & ac+cb \end{vmatrix} = 0$$
olduğunu gösteriniz.
13)
$$\begin{vmatrix} 1+a & 2+3a & 3+4a \\ 1+a & 3+2a & 4+3a \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$$
olduğuna göre $a$ nın alabileceği değerleri bulunuz($a = 0$ veya $a = 1$ olabilir).
14)
$$\begin{vmatrix} bc & b+c & 1 \\ ca & c+a & 1 \\ ab & a+b & 1 \end{vmatrix} = (c-b)\,(a-c)\,(a-b)$$
olduğunu gösteriniz.
15)
$$\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & b^2+bc & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$
olduğunu gösteriniz
16)
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & k \\ 1 & 2 & 2 & k^2 \\ 1 & 3 & 2 & k^3 \end{vmatrix} = k^3 - k^2 - k + 1 = (k-1)^2(k+1)$$
olduğıunu gösteriniz.
17)
$$\begin{vmatrix} a-2 & 2a-3 & 3a-4 \\ a-4 & 2a-9 & 3a-16 \\ a-8 & 3a-27 & 3a-64 \end{vmatrix} = 6a^2 - 4a - 4$$
8 olduğunu gösteriniz.

18)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{4}{7} & \frac{6}{7} & -\frac{13}{14} & -\frac{5}{14} \\ -\frac{3}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{4}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{4}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{1}{14} & -\frac{5}{14} \\ -\frac{3}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{1}{14} & \frac{9}{14} \end{bmatrix}$$

olduğunu göstererek

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 &= -1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 0 \end{aligned}$$

denklem sisteminin çözümünü bulunuz.($x_1 = 25/14, x_2 = -5/7, x_3 = -3/14, x_4 = -3/14$).

19)

$A =$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

olacak biçimdeki $x_1, x_2, x_3$ değerlerini bulunuz($x_1, x_2, x_3$ ler parametreye bağlı olacak)

20)

$$\begin{vmatrix} -x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix} = x^4 + 2x^2 - 3$$

olduğunu gösteriniz.

21)

$$\begin{aligned} x - 3y + z &= 8 \\ 2x - 5y - 3z &= 2 \\ x + 4y + z &= 2 \end{aligned}$$

denklem sisteminin çözümünün $x = 16k, y = 6k, z = k$, $k$ reel veya kompleks sayı, biçiminde olduğunu gösteriniz.

22)

$$\begin{aligned} x+2y-3z+w &= -2 \\ 3x-y-2z-4w &= 1 \\ 2x+3y-5z+w &= -3 \end{aligned}$$

denklem sistemini çözünüz($x=s+t, y=s-t-1, z=s, w=t$).

23)

$$\begin{aligned} x+y-z &= 2 \\ x-2y+z &= 3 \\ x+y+(a^2-5)z &= a \end{aligned}$$

denklem sisteminin çözümünü $a$ nın durumuna göre inceleyiniz($a=-2$ çözüm yok. $a=2$ ise sonsuz çözüm var. $a^2-4\neq 0$ ise tek çözüm var).

24)

$$\begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -a & ac-b \\ 0 & 1 & -c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olduğunu elementer satır işlemlerini uygulayarak gösteriniz.

25)

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

matrisinin rankını bulunuz.