

Цель работы

Рассмотреть построение математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска на примере задачи преследования браконьеров береговой охраной.

План работы

- Постановка задачи
 - Построение траектории движения и поиск точки пересечения
-

Задание

Вариант 46

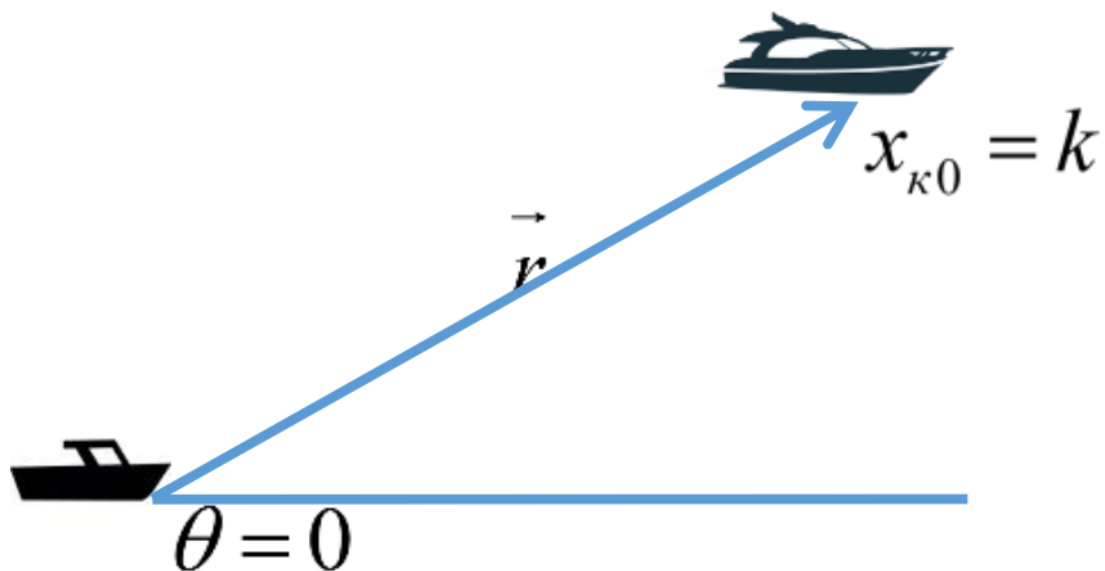
На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,3 раза больше скорости браконьерской лодки:

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

1. Постановка задачи

1. Принимаем за $t_0 = 0$, $x_{л0}$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, а за $x_{к0} = 16.5$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{л0}(\theta = x_{л0} = 0)$, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны. (рис. [-@fig:001])



3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки.

Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (или $k + x$ в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k - x/4.3v$ (во втором случае $k + x/4.3v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

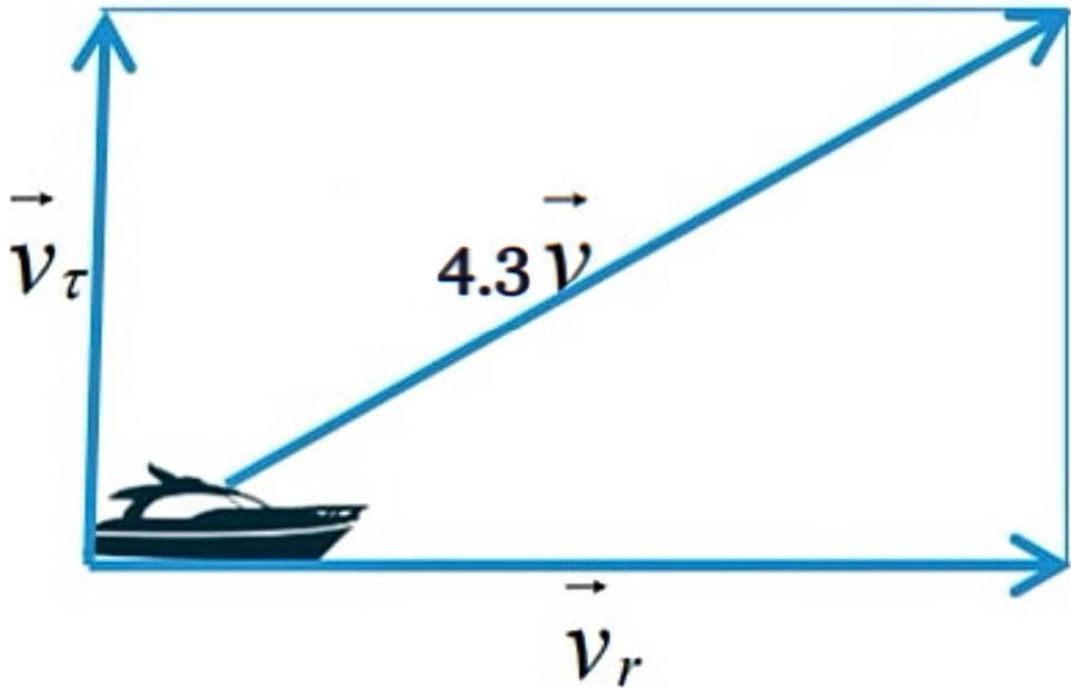
$$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{4.3v} \text{ в первом случае или}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k+x}{4.3v} \text{ во втором.}$$

Отсюда мы найдем два значения $x_1 = \frac{k}{5.3} = \frac{16.5}{5.3}$ и $x_2 = \frac{k}{3.3} = \frac{16.5}{3.3}$, задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v .

Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенциальная скорость. (рис. [-@fig:002])



- Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$;
- Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $v_\tau = r \frac{d\theta}{dt}$;

Из рисунка видно (рис. [-@fig:002]): $v_\tau = \sqrt{18.49v^2 - v^2} = \sqrt{17.49}v$

Замечание: учитывая, что радиальная скорость равна v .

Тогда получаем: $r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{17.49}v$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{17.49}v \end{cases} \text{ с начальными условиями } \begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{16.5}{5.3} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{16.5}{3.3} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{17.49}}$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

2. Построение траектории движения и поиск точки пересечения

1. Первый случай:

- Расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса):

$$x_1 = \frac{k}{5.3} = \frac{16.5}{5.3}$$

- Код программы:

```
s=16.5; //начальное расстояние от лодки до катера
fi=3*pi/4; //направление движения лодки в полярных координатах

//функция, описывающая движение катера береговой охраны
```

```

function dr=f(tetha,r)
    dr=r/sqrt(17.49);
endfunction;

//начальное условие в случае 1
r0=s/5.3;
tetha0=0;

//тета изменяется от 0 до 2пи с шагом 0.01, описывая полный круг
tetha=0:0.01:2*pi;

//решение диф. ур. в случае 1
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);

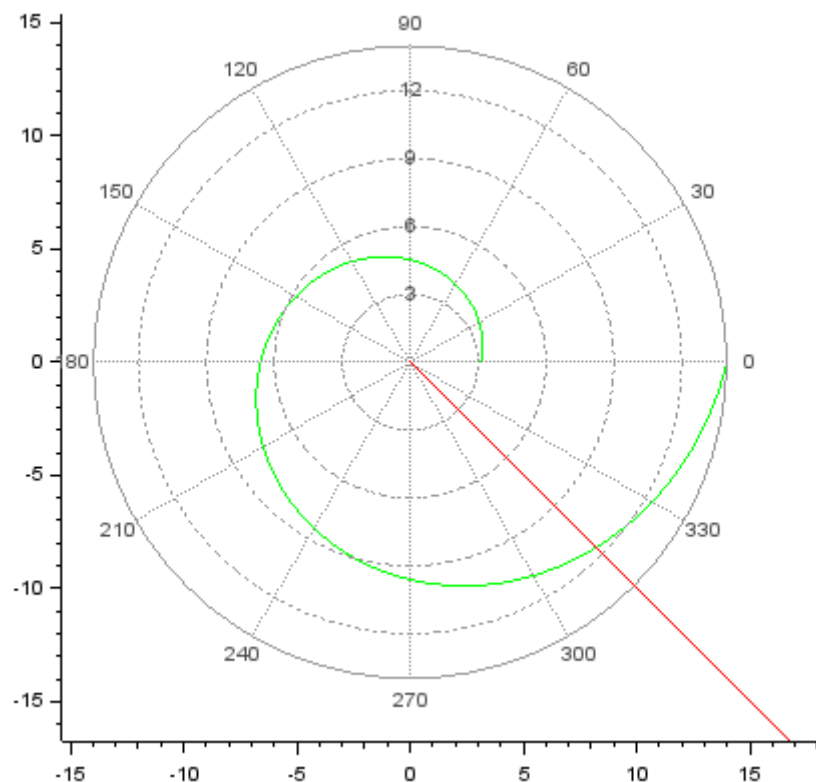
//функция, описывающая движение лодки браконьеров
function xt=f2(t)
    xt=tan(fi)*t;
endfunction;

//время изменяется от 0 до 800 с шагом 1
t=0:1:800;

//траектория движения катера в полярных координатах в случае 1
polarplot(tetha,r,style=color('green'));
//траектория движения лодки браконьеров
plot2d(t,f2(t),style=color('red'));

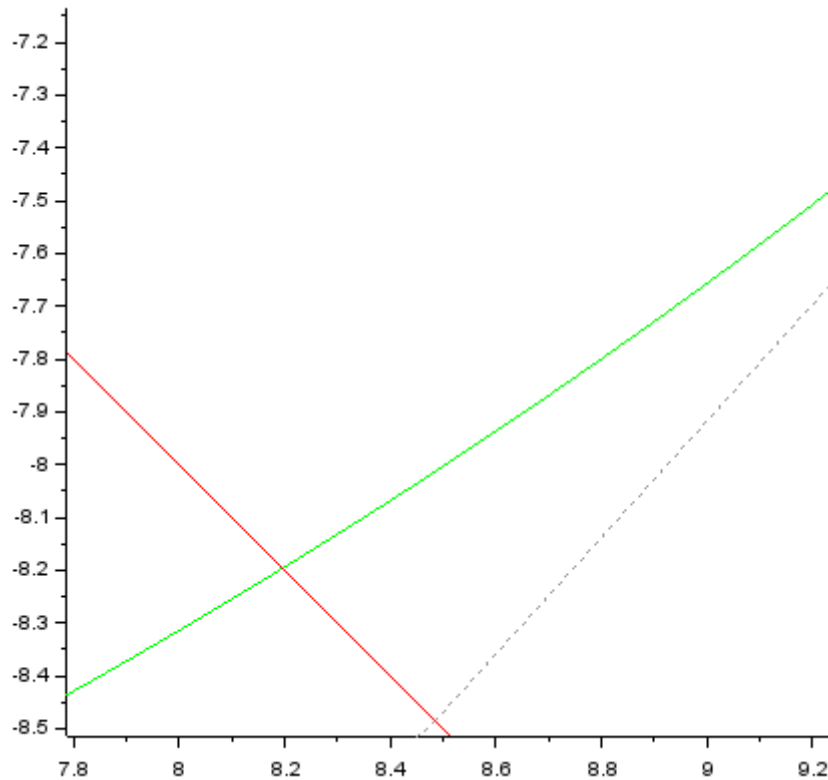
```

- График траектории движения катера и лодки (рис. [-@fig:003]):



Пояснение:

- **зеленый** - катер береговой охраны;
- **красный** - лодка браконьеров;
- Точка пересечения траектории катера и лодки (рис. [-@fig:004]):



Пояснение: точка пересечения - $(8.2; -8.2)$. В данном случае браконьеры преодолели расстояние на лодке в 11.59 км .

2. Второй случай:

- Расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса):

$$x_2 = \frac{k}{3.3} = \frac{16.5}{3.3}$$

- Код программы:

```
s=16.5; //начальное расстояние от лодки до катера
fi=3*pi/4; //направление движения лодки в полярных координатах

//функция, описывающая движение катера береговой охраны
function dr=f(tetha,r)
    dr=r/sqrt(17.49);
endfunction;

//начальное условие в случае 2
r0=s/3.3
tetha0=-pi;

//тета изменяется от 0 до 2пи с шагом 0.01, описывая полный круг
tetha=0:0.01:2*pi;

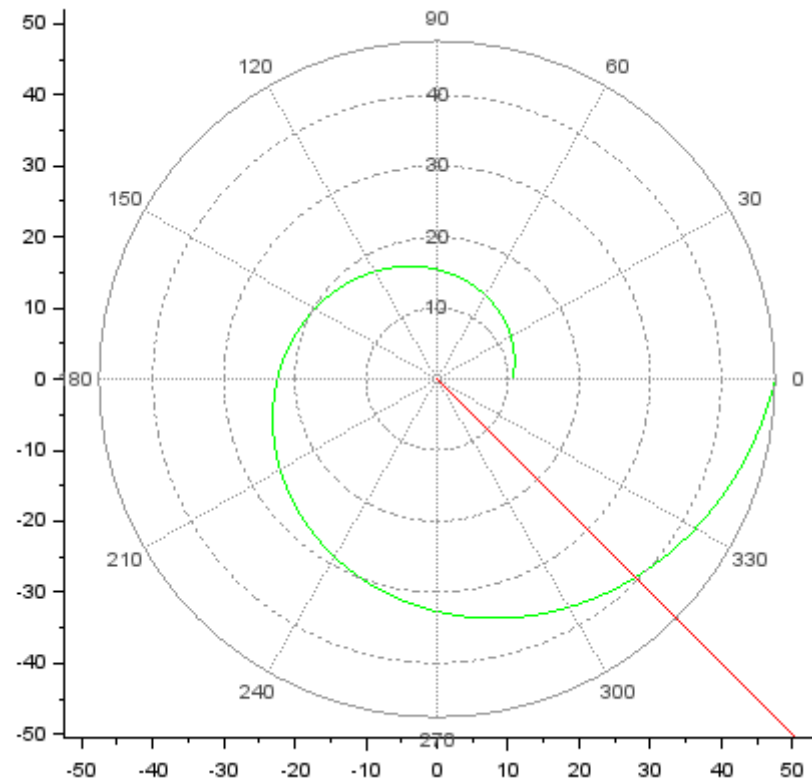
//решение диф. ур. в случае 2
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);

//функция, описывающая движение лодки браконьеров
function xt=f2(t)
    xt=tan(fi)*t;
endfunction;

//время изменяется от 0 до 800 с шагом 1
t=0:1:800;
```

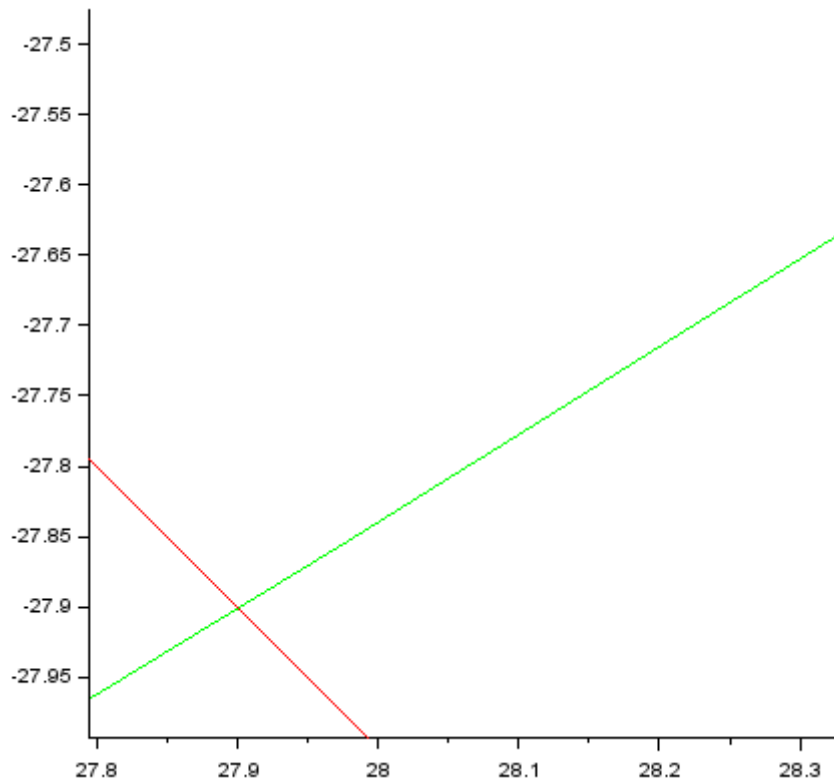
```
//траектория движения катера в полярных координатах в случае 2
polarplot(tetha,r,style=color('green'));
//траектория движения лодки браконьеров
plot2d(t,f2(t),style=color('red'));
```

- График траектории движения катера и лодки (рис. [-@fig:005]):



Пояснение:

- **зеленый** - катер береговой охраны;
- **красный** - лодка браконьеров;
- Точка пересечения траектории катера и лодки (рис. [-@fig:006]):



Пояснение: точка пересечения - $(27.9; -27.9)$. В данном случае браконьеры преодолели расстояние на лодке в 39.45 км.

Выводы

Благодаря данной лабораторной работе познакомился с «задачей о погоне» и научился решать её, выполняя следующие шаги:

- записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени);
- построить траекторию движения и катера и лодки для случаев;
- найти точку пересечения траектории катера и лодки;

Список литературы

- [Кулябов Д. С. Лабораторная работа №2](#)
- [Кулябов Д. С. Задания к лабораторной работе №2 \(по вариантам \)](#)