Лабораторная работа №2

Математическое моделирование

Ильинский Арсений Александрович

Содержание

[Цель работы 1](#_Toc96023706)

[План работы 1](#_Toc96023707)

[• Постановка задачи 1](#_Toc96023708)

[• Построение траектории движения и поиск точки пересечения 1](#_Toc96023709)

[Задание 1](#_Toc96023710)

[Выполнение лабораторной работы 2](#_Toc96023711)

[1. Постановка задачи 2](#_Toc96023712)

[2. Построение траектории движения и поиск точки пересечения 4](#_Toc96023713)

[Выводы 8](#_Toc96023714)

[Список литературы 8](#_Toc96023715)

# Цель работы

Рассмотреть построение математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска на примере задачи преследования браконьеров береговой охраной.

# План работы

## Постановка задачи

## Построение траектории движения и поиск точки пересечения

# Задание

**Вариант 46**

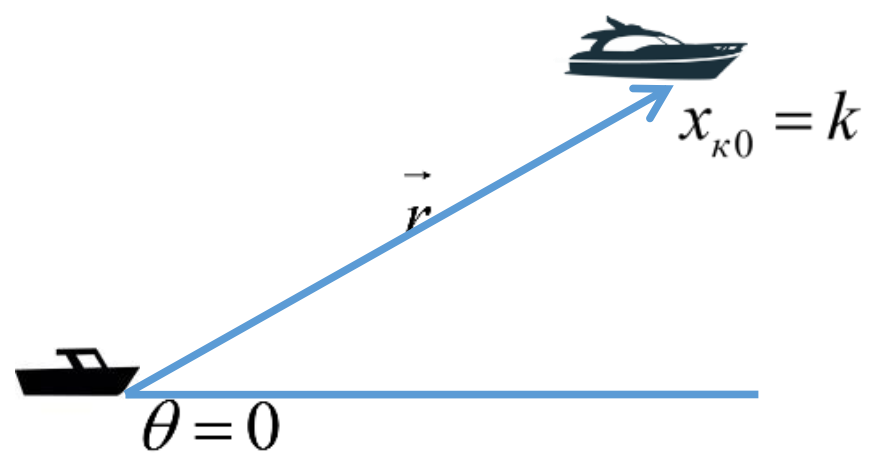
На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,3 раза больше скорости браконьерской лодки:

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

# Выполнение лабораторной работы

## 1. Постановка задачи

1. Принимаем за , - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, а за - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров , а полярная ось проходит через точку нахождения катера береговой охраны. (рис. [-@fig:001])

* 
* Fig 1.1. Положение катера и лодки в начальный момент времени

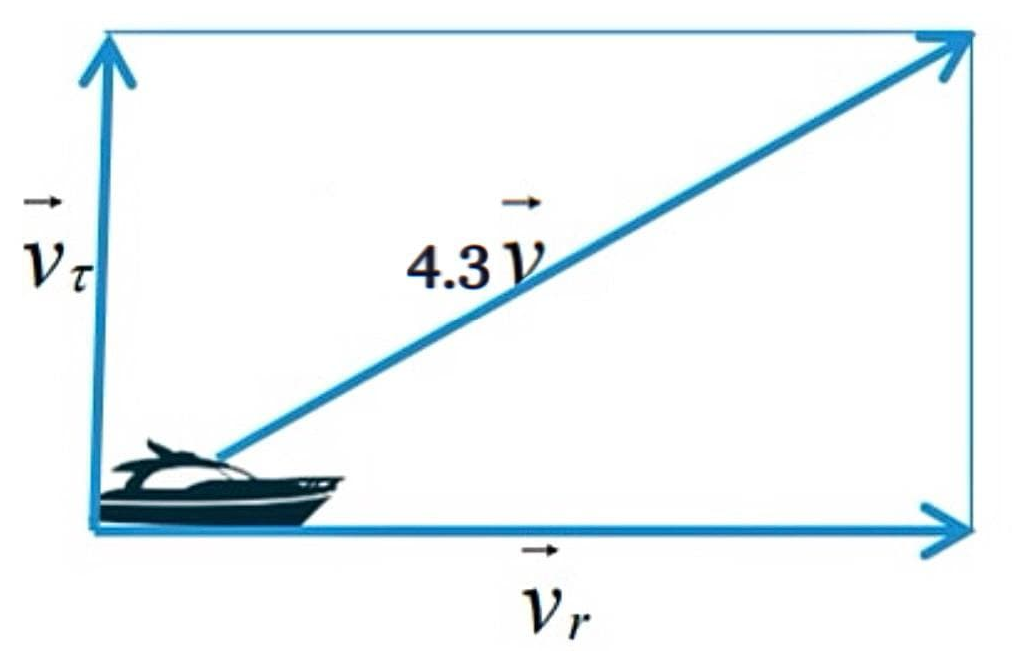
1. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки.

* Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

1. Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянии *x* от полюса. За это время лодка пройдет , а катер (или в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как или (во втором случае ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:

* в первом случае или
* во втором.
* Отсюда мы найдем два значения и , задачу будем решать для двух случаев.

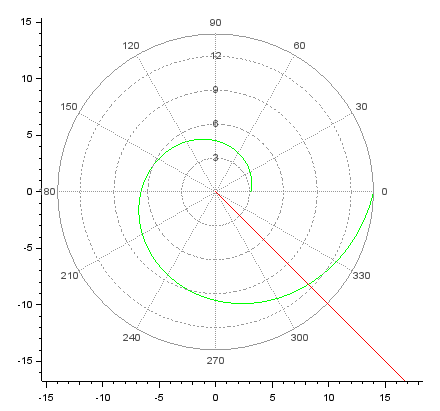
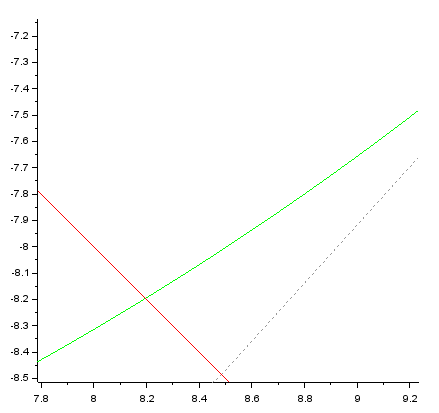
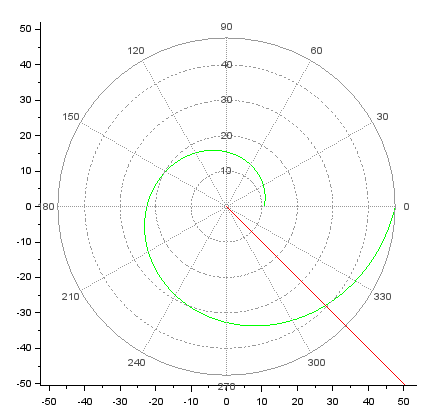
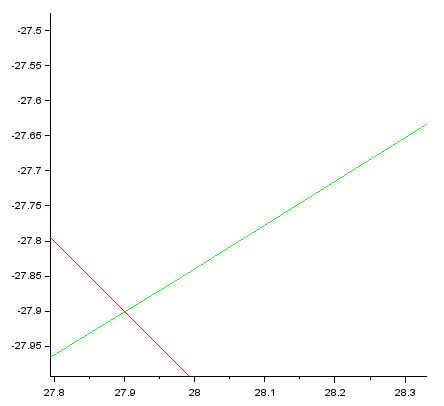
1. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки .

* Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенциальная скорость. (рис. [-@fig:002])
* 
* Fig 1.2. Разложение скорости на две составляющие
  + Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем ;
  + Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус , ;
* Из рисунка видно (рис. [-@fig:002]):
* **Замечание:** учитывая, что радиальная скорость равна .
* Тогда получаем:

1. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

* с начальными условиями или
* Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению:
* Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

## 2. Построение траектории движения и поиск точки пересечения

1. **Первый случай:**
   * Расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса):
   * Код программы:
   * s=16.5; //начальное расстояние от лодки до катера  
     fi=3\*%pi/4; //направление движения лодки в полярных координатах  
       
     //функция, описывающая движение катера береговой охраны  
     function dr=f(tetha,r)  
      dr=r/sqrt(17.49);  
     endfunction;  
       
     //начальное условие в случае 1  
     r0=s/5.3;  
     tetha0=0;  
       
     //тета изменяется от 0 до 2пи с шагом 0.01, описывая полный круг  
     tetha=0:0.01:2\*%pi;  
       
     //решение диф. ур. в случае 1  
     r=ode(r0,tetha0,tetha,f);  
       
     //функция, описывающая движение лодки браконьеров  
     function xt=f2(t)  
      xt=tan(fi)\*t;  
     endfunction;  
       
     //время изменяется от 0 до 800 с шагом 1  
     t=0:1:800;  
       
     //траектория движения катера в полярных координатах в случае 1  
     polarplot(tetha,r,style=color('green'));  
     //тракетория движения лодки браконьеров  
     plot2d(t,f2(t),style=color('red'));
   * График траектории движения катера и лодки (рис. [-@fig:003]):
   * 
   * Fig 2.1. График траектории движения
   * *Пояснение:*
     + зеленый - катер береговой охраны;
     + красный - лодка браконьеров;
   * Точка пересечения траектории катера и лодки (рис. [-@fig:004]):
   * 
   * Fig 2.2. Точка пересечения траекторий движений
   * *Пояснение:* точка пересечения - . В данном случае браконьеры преодолели расстояние на лодке в .
2. **Второй случай:**
   * Расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса):
   * Код программы:
   * s=16.5; //начальное расстояние от лодки до катера  
     fi=3\*%pi/4; //направление движения лодки в полярных координатах  
       
     //функция, описывающая движение катера береговой охраны  
     function dr=f(tetha,r)  
      dr=r/sqrt(17.49);  
     endfunction;  
       
     //начальное условие в случае 2  
     r0=s/3.3  
     tetha0=-%pi;  
       
     //тета изменяется от 0 до 2пи с шагом 0.01, описывая полный круг  
     tetha=0:0.01:2\*%pi;  
       
     //решение диф. ур. в случае 2  
     r=ode(r0,tetha0,tetha,f);  
       
     //функция, описывающая движение лодки браконьеров  
     function xt=f2(t)  
      xt=tan(fi)\*t;  
     endfunction;  
       
     //время изменяется от 0 до 800 с шагом 1  
     t=0:1:800;  
       
     //траектория движения катера в полярных координатах в случае 2  
     polarplot(tetha,r,style=color('green'));  
     //тракетория движения лодки браконьеров  
     plot2d(t,f2(t),style=color('red'));
   * График траектории движения катера и лодки (рис. [-@fig:005]):
   * 
   * Fig 2.3. График траектории движения
   * *Пояснение:*
     + зеленый - катер береговой охраны;
     + красный - лодка браконьеров;
   * Точка пересечения траектории катера и лодки (рис. [-@fig:006]):
   * 
   * Fig 2.4. Точка пересечения траекторий движений
   * *Пояснение:* точка пересечения - . В данном случае браконьеры преодолели расстояние на лодке в .

# Выводы

Благодаря данной лабораторной работе познакомился с «задачей о погоне» и научился решать её, выполняя следующие шаги:

* записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев ( в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени );
* построить траекторию движения и катера и лодки для случаев;
* найти точку пересечения траектории катера и лодки;

# Список литературы

* [Кулябов Д. С. *Лабораторная работа №2*](https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=831032)
* [Кулябов Д. С. *Задания к лабораторной работе №2 ( по вариантам )*](https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=831033)