Лабораторная работа №8

Математическое моделирование

Ильинский Арсений Александрович

Содержание

[Цель работы 1](#_Toc99452505)

[Задание 1](#_Toc99452506)

[Теоретическое введение 3](#_Toc99452507)

[Модель одной фирмы 3](#_Toc99452508)

[Конкуренция двух фирм 5](#_Toc99452509)

[Случай 1 5](#_Toc99452510)

[Нахождение стационарного состояние для случая 1 7](#_Toc99452511)

[Случай 2 8](#_Toc99452512)

[Выполнение лабораторной работы 9](#_Toc99452513)

[1. Моделирование и построение графиков 9](#_Toc99452514)

[1.1. Случай: товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише 9](#_Toc99452515)

[1.2. Случай: использование социально-психологических факторов – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены 12](#_Toc99452516)

[Выводы 14](#_Toc99452517)

[Список литературы 14](#_Toc99452518)

# Цель работы

Рассмотреть простейшую **модель конкуренции двух фирм**. Построить модель и визуализировать и анализировать графики изменения оборотных средств фирмы и фирмы для двух случаев.

# Задание

**Вариант 46**

* *Случай 1*:
* Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом). Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы и фирмы описывается следующей системой уравнений:
* где , , , , .
* Также введена нормировка .
* *Случай 2*:
* Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы и фирмы описывается следующей системой уравнений:

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

**Замечание**: значения , , указаны в тысячах единиц, а значения указаны в млн. единиц.

**Обозначения**:

* — число потребителей производимого продукта.
* — длительность производственного цикла.
* — рыночная цена товара.
* — себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.
* — максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени.
* — безразмерное время.

**Задание**:

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы и фирмы без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для *случая 1*.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы и фирмы без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для *случая 2*.

# Теоретическое введение

## Модель одной фирмы

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы,производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:

* — число потребителей производимого продукта.
* — доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.
* — оборотные средства предприятия.
* — длительность производственного цикла.
* — рыночная цена товара.
* — себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.
* — доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек.
* — постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции.

— функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

где:

* — максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени.

Эта функция падает с ростом цены и при (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина . Параметр — мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса в форме является пороговой (то есть, при ) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде

Уравнение для рыночной цены p представим в виде

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу.

Параметр зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла . При заданном уравнение описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение можно заменить алгебраическим соотношением:

Из следует, что равновесное значение цены p равно:

Уравнение с учетом приобретает вид:

Уравнение имеет два стационарных решения, соответствующих условию :

где

Из следует, что при больших постоянных издержках (в случае ) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменнымии (то есть, ) играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы. При стационарные значения равны:

Первое состояние устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние неустойчиво, так что при оборотные средства падают (), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр всюду входит в сочетании с . Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим: , а параметр будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

## Конкуренция двух фирм

### Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы.

В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом).

Уравнения динамики оборотных средств запишем по аналогии с в виде

где использованы те же обозначения, а индексы и относятся к первой и второй фирме, соответственно. Величины и — числа потребителей, приобретших товар первой и второй фирмы.

Учтем, что товарный баланс устанавливается быстро, то есть, произведенный каждой фирмой товар не накапливается, а реализуется по цене .

Тогда:

где и — себестоимости товаров в первой и второй фирме.

С учетом представим в виде:

Уравнение для цены, по аналогии с ,

Считая, как и выше, что ценовое равновесие устанавливается быстро, получим:

Подставив в имеем:

где

Исследуем систему в случае, когда постоянные издержки (, ) пренебрежимо малы. И введем нормировку .Получим следующую систему:

**Замечание**: необходимо учесть, что значения , , указаны в тысячах единиц (например — означает потенциальных потребителей), а значения указаны в млн. единиц.

При таких условиях получаем следующие динамики изменения объемов продаж (рис. [-@fig:001]):

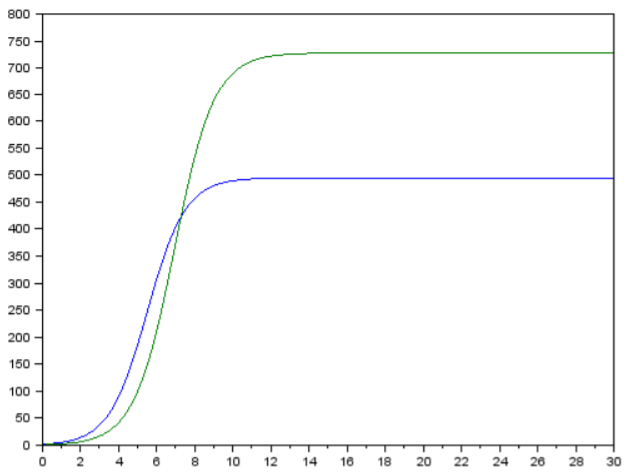


Рис. 1: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2

*Пояснение*: график изменения оборотных средств фирмы (синий) и фирмы (зеленый). По оси ординат значения , по оси абсцисс значения (безразмерное время).

По графику видно, что рост оборотных средств предприятий идет независимо друг от друга. В математической модели этот факт отражается в коэффициенте, стоящим перед членом : в рассматриваемой задаче он одинаковый в обоих уравнениях (). Это было обозначено в условиях задачи. Каждая фирма достигает свое максимальное значение объема продаж и остается на рынке с этим значением, то есть каждая фирма захватывает свою часть рынка потребителей, которая не изменяется.

### Нахождение стационарного состояние для случая 1

Приравниваем первое уравнение из системы к нулю и находим корни:

Отбрасываем , потому что он не может быть стационарным состоянием, и находим вторую точку:

Подставляем значение и получаем:

### Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы — формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед будет отличаться.

Рассмотрим следующую модель:

Начальные условия и известные параметры остаются прежними. В этом случаем получим следующее решение (рис. [-@fig:002]):

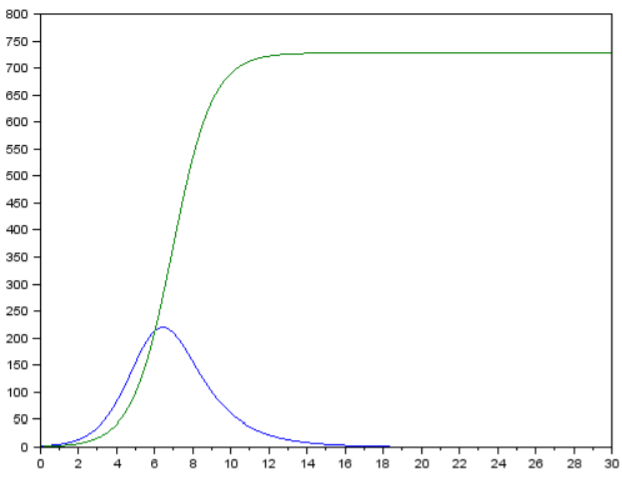


Рис. 2: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2

*Пояснение*: график изменения оборотных средств фирмы (синий) и фирмы (зеленый). По оси ординат значения , по оси абсцисс значения (безразмерное время).

По графику видно, что первая фирма, несмотря на начальный рост, достигнув своего максимального объема продаж, начитает нести убытки и, в итоге, терпит банкротство. Динамика роста объемов оборотных средств второй фирмы остается без изменения: достигнув максимального значения, остается на этом уровне.

**Замечание**: стоит отметить, что рассматривается упрощенная модель, которая дает модельное решение. В реальности факторов, влияющих на динамику изменения оборотных средств предприятий, больше.

# Выполнение лабораторной работы

## 1. Моделирование и построение графиков

### 1.1. Случай: товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише

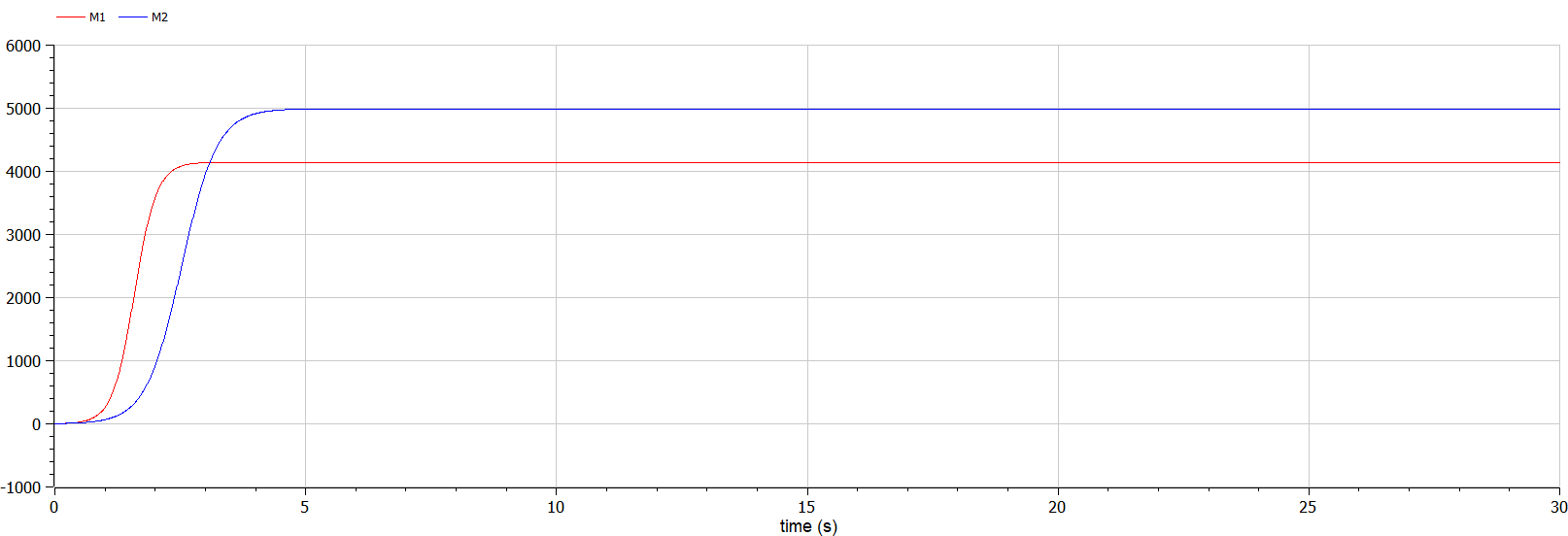
1. Модель:

* где:

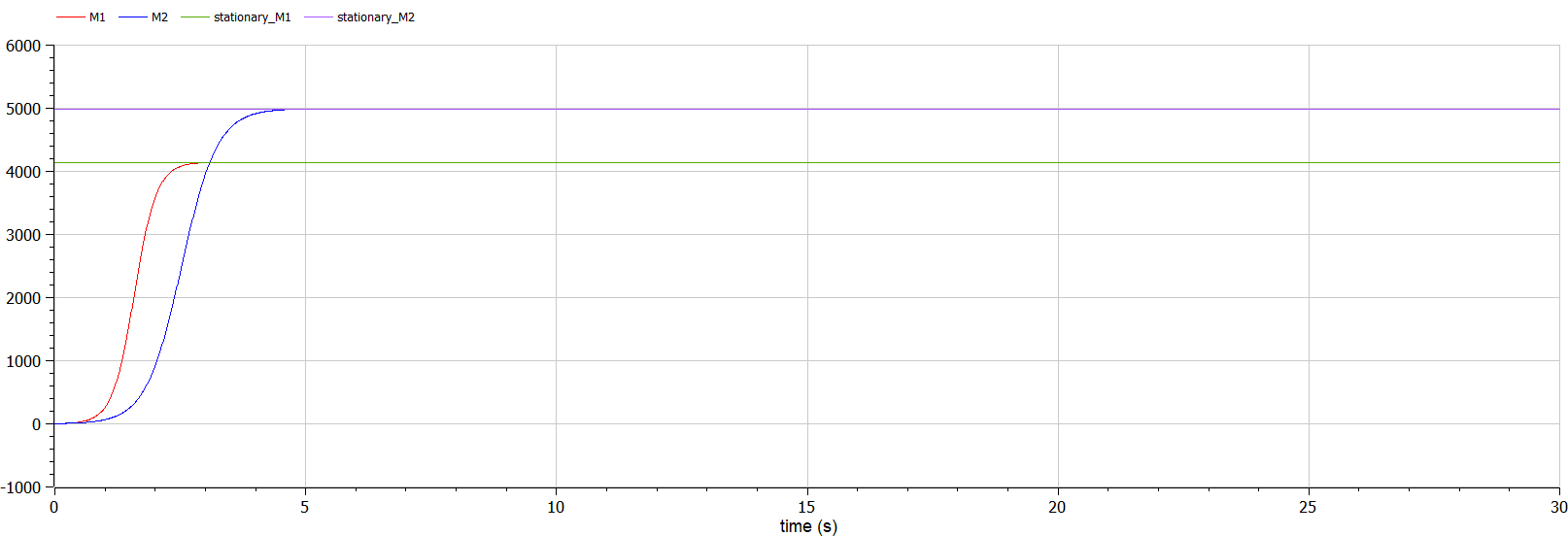
1. Код программы с комментариями:

* // Модель конкуренции двух фирм  
  // случай: две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары  
  // одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише  
    
  model lab8\_1  
   constant Real p\_cr = 45; // критическая стоимость продукта  
   constant Real N = 30; // число потребителей производимого  
   // продукта  
   constant Real q = 1; // максимальная потребность одного   
   // человека в продукте в единицу   
   // времени   
   constant Real tau\_1 = 21; // длительность производственного   
   // цикла фирмы 1  
   constant Real tau\_2 = 18; // длительность производственного   
   // цикла фирмы 2  
   constant Real p\_tilda\_1 = 8; // себестоимость продукта,   
   // то есть переменные   
   // издержки на производство   
   // единицы продукции фирмы 1  
   constant Real p\_tilda\_2 = 13; // себестоимость продукта, то   
   // есть переменные издержки   
   // на производство единицы   
   // продукции фирмы 2  
    
    
   constant Real a1 = p\_cr/((tau\_1^2)\*(p\_tilda\_1^2)\*N\*q);   
   constant Real a2 = p\_cr/((tau\_2^2)\*(p\_tilda\_2^2)\*N\*q);  
   constant Real b = p\_cr/((tau\_1^2)\*(p\_tilda\_1^2)\*(tau\_2^2)\*(p\_tilda\_2^2)\*N\*q);  
   constant Real c1 = (p\_cr-p\_tilda\_1)/(tau\_1\*p\_tilda\_1);  
   constant Real c2 = (p\_cr-p\_tilda\_2)/(tau\_2\*p\_tilda\_2);  
    
   Real M1; // оборотные средства предприятия 1  
   Real M2; // оборотные средства предприятия 2  
    
   Real stationary\_M1; // стационарное состояние фирмы 1  
   Real stationary\_M2; // стационарное состояние фирмы 2  
    
   Real teta; // безразмерное время  
    
  initial equation  
   M1 = 3; // начальное значение M1(0)  
   M2 = 4; // начальное значение M2(0)  
   teta = 0; // начальное значение teta(0)  
    
  equation  
   teta = time/c1; // безразмерное время - нормировка  
    
   stationary\_M1 = (c1\*a2-b\*c2)/(a1\*a2-b^2); // стационарное состояние фирмы 1  
   stationary\_M2 = (a1\*c2-b\*c1)/(a1\*a2-b^2); // стационарное состояние фирмы 2  
    
   der(M1)/der(teta)=M1-(b/c1)\*M1\*M2-(a1/c1)\*M1^2; // динамика изменения   
   // объемов продаж фирмы 1  
   der(M2)/der(teta)=(c2/c1)\*M2-(b/c1)\*M1\*M2-(a2/c1)\*M2^2; // динамика изменения объемов   
   // продаж фирмы 2  
    
  end lab8\_1;

1. График распространения рекламы (рис. [-@fig:003]):

* 
* Рис. 3: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2
* *Пояснение*: график изменения оборотных средств фирмы ( — красный) и фирмы (— синий), где по вертикальной оси значения (оборотные средства предприятия и ) с нормировкой ( (безразмерное время)), по горизонтальной оси значения (времени).
* **Замечание**: таким образом, по графику видно, что каждая фирма достигает свое максимальное значение объема продаж и остается на рынке с этим значением, то есть каждая фирма захватывает свою часть рынка потребителей, которая не изменяется.

1. Стационарное состояние системы для первого случая (рис. [-@fig:004]):

* 
* Рис. 4: Стационарное состояние системы
* *Пояснение*: стационарное состояние системы (т.е. состояние, когда предприятия выйдут на максимум своей мощности), где:
  + зеленый — стационарное состояние фирмы ( — красный).
  + фиолетовый — стационарное состояние фирмы ( — синий).
* **Замечание**: данные состояния я нашел, решив систему уравнений .

### 1.2. Случай: использование социально-психологических факторов – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены

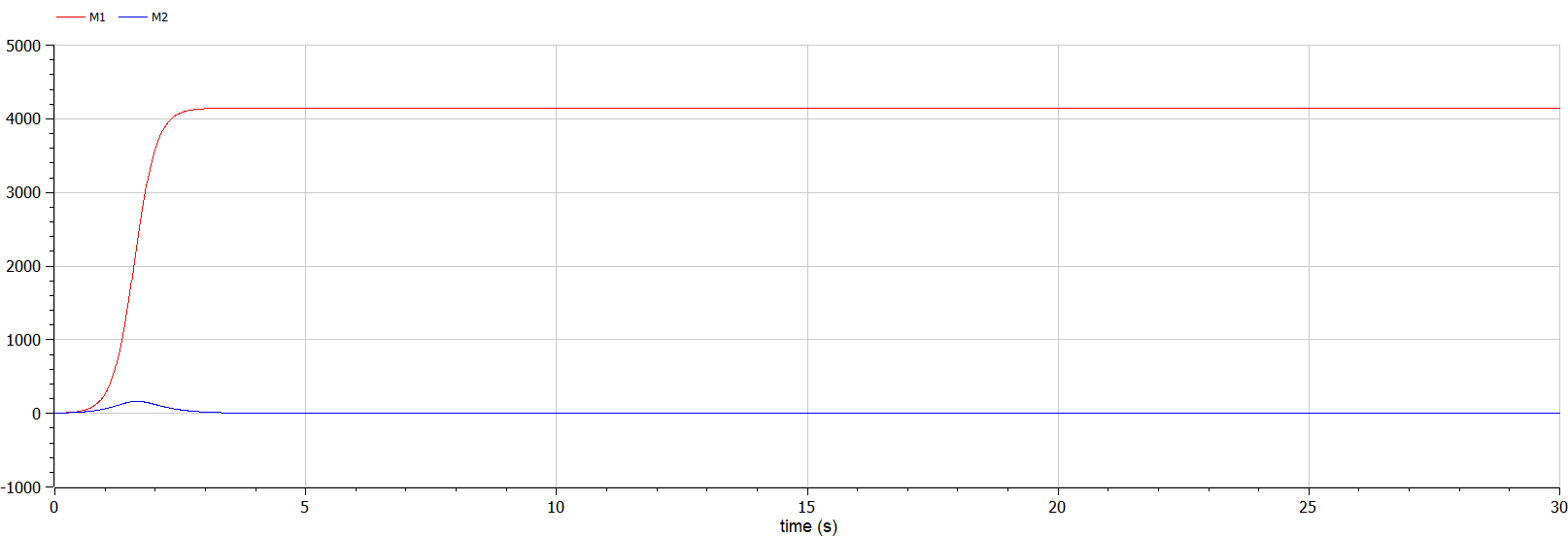
1. Модель:

* где:

1. Код программы с комментариями:

* // Модель конкуренции двух фирм  
  // случай: помимо экономического фактора  
  // влияния (изменение себестоимости, производственного цикла,   
  // использование кредита и т.п.), используются еще и   
  // социально-психологические факторы – формирование общественного   
  // предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены.  
    
  model lab8\_2  
   constant Real p\_cr = 45; // критическая стоимость продукта  
   constant Real N = 30; // число потребителей производимого  
   // продукта  
   constant Real q = 1; // максимальная потребность одного   
   // человека в продукте в единицу   
   // времени   
   constant Real tau\_1 = 21; // длительность производственного   
   // цикла фирмы 1  
   constant Real tau\_2 = 18; // длительность производственного   
   // цикла фирмы 2  
   constant Real p\_tilda\_1 = 8; // себестоимость продукта,   
   // то есть переменные   
   // издержки на производство   
   // единицы продукции фирмы 1  
   constant Real p\_tilda\_2 = 13; // себестоимость продукта, то   
   // есть переменные издержки   
   // на производство единицы   
   // продукции фирмы 2  
    
    
   constant Real a1 = p\_cr/((tau\_1^2)\*(p\_tilda\_1^2)\*N\*q);   
   constant Real a2 = p\_cr/((tau\_2^2)\*(p\_tilda\_2^2)\*N\*q);  
   constant Real b = p\_cr/((tau\_1^2)\*(p\_tilda\_1^2)\*(tau\_2^2)\*(p\_tilda\_2^2)\*N\*q);  
   constant Real c1 = (p\_cr-p\_tilda\_1)/(tau\_1\*p\_tilda\_1);  
   constant Real c2 = (p\_cr-p\_tilda\_2)/(tau\_2\*p\_tilda\_2);  
    
   Real M1; // оборотные средства предприятия 1  
   Real M2; // оборотные средства предприятия 2  
    
   Real teta; // безразмерное время  
    
  initial equation  
   M1 = 3; // начальное значение M1(0)  
   M2 = 4; // начальное значение M2(0)  
   teta = 0; // начальное значение teta(0)  
    
  equation  
   teta = time/c1; // безразмерное время - нормировка  
    
   der(M1)/der(teta)=M1-(b/c1)\*M1\*M2-(a1/c1)\*M1^2; // динамика изменения   
   // объемов продаж фирмы 1  
   der(M2)/der(teta)=(c2/c1)\*M2-(b/c1+0.00026)\*M1\*M2-(a2/c1)\*M2^2; // динамика изменения объемов   
   // продаж фирмы 2  
    
  end lab8\_2;

1. График распространения рекламы (рис. [-@fig:005]):

* 
* Рис. 4: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2
* *Пояснение*: график изменения оборотных средств фирмы ( — красный) и фирмы (— синий), где по вертикальной оси значения (оборотные средства предприятия и ) с нормировкой ( (безразмерное время)), по горизонтальной оси значения (времени).
* **Замечание**: таким образом, по графику видно, что вторая фирма (), несмотря на начальный рост, достигнув своего максимального объема продаж, начитает нести убытки и в итоге стабилизирует ситуацию. Динамика роста объемов оборотных средств первой фирмы () остается без изменения: достигнув максимального значения, остается на этом уровне.

# Выводы

Благодаря данной лабораторной работе познакомился с простейшей **моделью конкуренции двух фирм**, а именно научился:

* строить модель.
* строить график изменения оборотных средств фирмы и фирмы .

# Список литературы

* [Кулябов Д.С. *Лабораторная работа №8*](https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=831057)
* [Кулябов Д.С. *Задания к лабораторной работе №8 ( по вариантам )*](https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=831058)