Przedziały ufności dla wartości oczekiwanej

MODEL I - rozkład normalny $N(\mu, \sigma^2)$, σ znane

$$\left[\bar{X}_n - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X}_n + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right],$$

MODEL II - rozkład normalny $N(\mu, \sigma^2)$, σ nieznane

$$\left[\bar{X}_n - t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X}_n + t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}\right],$$

MODEL III - rozkład dowolny, σ nieznane, $n \geqslant 50$.

$$\left[\bar{X}_n - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X}_n + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}\right],$$

MODEL IV - rozkład Bernoulliego $B(1, p)$, $p \in (0, 1)$, $n \geqslant 50$

$$\left[\hat{p}_n - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_n(1-\hat{p}_n)}{n}}, \hat{p}_n + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_n(1-\hat{p}_n)}{n}}\right],$$

Przedziały ufności dla wariancji

MODEL I - rozkład normalny $N(\mu, \sigma^2)$, μ znane

$$\left[\frac{n\hat{\sigma}_0^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n}}, \frac{n\hat{\sigma}_0^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n}}\right],$$

MODEL II - rozkład normalny $N(\mu, \sigma^2)$, μ nieznane

(a) dla $n \leqslant 40$

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}}\right],$$

(b) dla $n > 40$

$$\left[\frac{2ns^2}{\left(\sqrt{2n-3} + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)^2}, \frac{2ns^2}{\left(\sqrt{2n-3} - u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)^2}\right],$$

MODEL III - rozkład dowolny, μ nieznane, $n \geqslant 100$

$$\left[\frac{s^2}{1 + \sqrt{\frac{2}{n}} \cdot u_{1-\frac{\alpha}{2}}}, \frac{s^2}{1 - \sqrt{\frac{2}{n}} \cdot u_{1-\frac{\alpha}{2}}}\right],$$

$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$, $\quad s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2$, $\quad \hat{p}_n = \bar{X}_n$, gdzie $\bar{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$.

u_α, $t_{\alpha,n}$ oraz $\chi^2_{\alpha,n}$ oznaczają kwantyle rzędu α rozkładów $N(0,1)$, $t[n]$ oraz $\chi^2[n]$ odpowiednio.

Dla $n > 40$ stosujemy następujące przybliżenia:

$$\chi^2_{\alpha,n} \approx \frac{1}{2}\left(\sqrt{2n-1} + u_\alpha\right)^2 \quad \text{oraz} \quad t_{\alpha,n} \approx u_\alpha = t_{\alpha,\infty}.$$

Testy parametryczne dla wartości oczekiwanej $H_0 : \mu = \mu_0$

(a) $H_1 : \mu \neq \mu_0$ (b) $H_1 : \mu > \mu_0$ (c) $H_1 : \mu < \mu_0$.

MODEL I - rozkład normalny $N(\mu, \sigma^2)$, σ znane

Statystyka testowa:

$$U = \sqrt{n}\frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\sigma} \sim_{|H_0} N(0,1).$$

Odrzucamy H_0 ***jeżeli:*** (a) $|U| \geqslant u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ (b) $U \geqslant u_{1-\alpha}$ (c) $U \leqslant u_\alpha$.

MODEL II - rozkład normalny $N(\mu, \sigma^2)$, σ nieznane

Statystyka testowa:

$$t = \sqrt{n}\frac{\bar{X}_n - \mu_0}{s} \sim_{|H_0} t[n-1].$$

Odrzucamy H_0 ***jeżeli:*** (a) $|t| \geqslant t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}$ (b) $t \geqslant t_{1-\alpha,n-1}$ (c) $t \leqslant -t_{1-\alpha,n-1}$.

MODEL III - rozkład dowolny, σ nieznane, $n \geqslant 50$.

Statystyka testowa:

$$Z = \sqrt{n}\frac{\bar{X}_n - \mu_0}{s} \approx_{|H_0} N(0,1).$$

Odrzucamy H_0 ***jeżeli:*** (a) $|Z| \geqslant u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ (b) $Z \geqslant u_{1-\alpha}$ (c) $Z \leqslant u_\alpha$.

Test dla wskaźnika struktury $H_0 : p = p_0$

(a) $H_1 : p \neq p_0$ (b) $H_1 : p > p_0$ (c) $H_1 : p < p_0$.

MODEL IV - rozkład Bernoulli'ego $B(1,p)$, $p \in (0,1)$, $n \geqslant 50$.

Statystyka testowa:

$$Z = \sqrt{n}\frac{\hat{p}_n - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \approx_{|H_0} N(0,1).$$

Odrzucamy H_0 ***jeżeli:*** (a) $|Z| \geqslant u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ (b) $Z \geqslant u_{1-\alpha}$ (c) $Z \leqslant u_\alpha$.

Testy parametryczne dla wariancji $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$

(a) $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ (b) $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$ (c) $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$.

MODEL I - rozkład normalny $N(\mu, \sigma^2)$, μ znane

Statystyka testowa:

$$\chi_0^2 = \frac{n\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \sim_{|H_0} \chi^2[n]$$

Odrzucamy H_0 ***jeżeli:*** (a) $\chi_0^2 \geqslant \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n} \vee \chi_0^2 \leqslant \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n}$ (b) $\chi_0^2 \geqslant \chi^2_{1-\alpha,n}$ (c) $\chi_0^2 \leqslant \chi^2_{\alpha,n}$.

MODEL II - rozkład normalny $N(\mu, \sigma^2)$, μ nieznane

Statystyka testowa:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \sim_{|H_0} \chi^2[n-1]$$

Odrzucamy H_0 ***jeżeli:*** (a) $\chi_0^2 \geqslant \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} \vee \chi_0^2 \leqslant \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ (b) $\chi_0^2 \geqslant \chi^2_{1-\alpha,n-1}$ (c) $\chi_0^2 \leqslant \chi^2_{\alpha,n-1}$.

MODEL III - rozkład dowolny, μ nieznane, $n \geqslant 100$

Statystyka testowa:

$$Z = \frac{s^2 - \sigma_0^2}{\sigma_0^2}\sqrt{\frac{n}{2}} \approx_{|H_0} N(0,1).$$

Odrzucamy H_0 ***jeżeli:*** (a) $|Z| \geqslant u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ (b) $Z \geqslant u_{1-\alpha}$ (c) $Z \leqslant u_\alpha$.