



上海科技大学  
ShanghaiTech University

## 硕士学位论文

基于模型预测控制的无人机辅助通信在线控制策略

作者姓名：王逸飞

指导教师：梁旭文 特聘教授

上海科技大学信息科学与技术学院

学位类别：工学硕士

一级学科：信息与通信工程

学校/学院名称：上海科技大学信息科学与技术学院

2023 年 6 月



**Model Predictive Control-based Online UAV-assisted**  
**Communication Control Strategy**

**A thesis submitted to**  
**ShanghaiTech University**  
**in partial fulfillment of the requirement**  
**for the degree of**  
**Master of Science in Engineering**  
**in Computer Science and Technology**

**By**  
**Wang Yifei**  
**Supervisor: Professor Liang Xuwen**

**School of Information Science and Technology**  
**ShanghaiTech University**

**June 2023**



## 上海科技大学

### 研究生学位论文原创性声明

本人郑重声明: 所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知, 除文中已经注明引用的内容外, 本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体, 均已在文中以明确方式标明或致谢。

作者签名:

日 期:

## 上海科技大学

### 学位论文授权使用声明

本人完全了解并同意遵守上海科技大学有关保存和使用学位论文的规定, 即上海科技大学有权保留送交学位论文的副本, 允许该论文被查阅, 可以按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则公布该论文的全部或部分内容, 可以采用影印、缩印或其他复制手段保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名:

导师签名:

日 期:

日 期:



## 摘 要

随着无线通信领域的飞速发展，人们对于无线通信技术的期望不断提高，对通信系统的安全性，可靠性，以及通信服务的实时性与持续性都提出了新的要求，也随之带来了新的挑战。尽管目前仍在广泛部署的第五代移动通信系统能够在大多数场合下满足人们的通信需求，但依然存在着频谱资源严重短缺，网络系统拓扑结构固定，无法为特殊地区和偏远地区进行有效的网络覆盖，基础设置建设成本过高以及面临着严重的信道衰落等诸多缺点问题。考虑到无人机的部署灵活性，低成本，高机动性等优点，通过在无人机上部署基站或移动中继能够自动避开障碍物从而减小阴影效应对信道质量的影响，并且能够根据用户需求自适应调整系统的拓扑结构，提高通信系统的有效覆盖范围，可用于救灾或各种临时活动。因此，无人机辅助通信技术已成为未来无线通信网络重要的发展方向。然而考虑到实际环境中的时变性以及无人机具体的动力学约束，如何高速有效的设计出无人机通信系统的控制策略依旧面临着很多算法上的挑战，导致其至今仍然很难在现实应用中部署。因此，本文考虑多天线无人机作为空中基站在同时同频下为地面多用户提供通信服务，并研究其飞行轨迹，姿态控制和通信资源分配等优化问题。主要研究内容如下：

与目前大多数研究不同，本文首次考虑在四旋翼无人机通信网络中引入多天线技术，提出了三维多用户多输入单输出与无人机姿态角的耦合复杂通信网络模型，建立无人机控制系统中横滚角，俯仰角和偏航角三个角度状态与通信信道之间的耦合关系。同时基于所提出的通信模型，通过对无人机控制系统得整体优化，能够增大干扰用户与无人机天线阵列之间通信链路的有效通信距离，减小对当前用户的干扰，以获得更大系统的自由度且达到提高通信系统频谱效率的目的。

基于上述模型，本文将带约束的反馈控制策略应用于规划无人机抵达给定终点的路径，并且考虑在飞行过程中为地面多用户在同时同频下提供持续可靠的无线通信服务。为了减少无人机系统环境的时变性，存在不可避免的系统干扰，以及无线信道的随机性对无人机控制策略性能的影响，本文基于模型预测控制算法提出了一种无人机姿态控制与资源分配的在线控制策略，通过在无人机

系统的每一个控制时刻来临时在线地求解带约束的非线性规划问题，并且当无人机通信系统中的环境发生变化之后，我们再次调用我们的优化求解器以快速计算新的最优轨迹，一直循环此操作直到抵达目标点，从而近似地得到最优的反馈控制，实现无人机的飞行轨迹优化和通信资源的合理分配，同时保证闭环控制系统的稳定性要求。

**关键词：**无人机通信，轨迹优化，姿态控制，资源分配，四旋翼无人机，无线通信，在线控制策略



## Abstract

With the rapid development of wireless communication, people's expectations for wireless communication technology are constantly increasing. They have put forward new requirements for the security, reliability, real-time and continuity of communication systems, which has brought new challenges. Although the currently widely deployed fifth-generation mobile communication system can meet people's communication needs in most cases, there are still many disadvantages such as severe spectrum resource shortage, fixed network system topology, ineffective network coverage for special and remote areas, high construction cost of infrastructure, and serious channel fading. Considering the deployment flexibility, low cost, and high maneuverability of unmanned aerial vehicles (UAVs), deploying base stations or mobile relays on UAVs can automatically avoid obstacles to reduce the impact of shadow effects on channel quality, and can adaptively adjust the system topology according to user needs, thereby improving the effective coverage range of the communication system. UAV-assisted communication technology has become an important direction for the future wireless communication network. However, due to the time-varying nature of the actual environment and the specific dynamic constraints of UAVs, how to design effective control strategies for UAV communication systems still faces many algorithmic challenges, making it difficult to deploy in practical applications. Therefore, this paper considers the optimization problems of flight trajectory, attitude control, and communication resource allocation for a multi-antenna UAV acting as an aerial base station to provide communication services to multiple ground users simultaneously on the same frequency.

Different from most current research, this paper first introduces multi-antenna technology in the quadrotor UAV communication network and proposes a complex communication network model of 3D multi-user multi-input single-output (3D MU-MISO) coupled with UAV attitude angles, establishing the coupling relationship between the roll angle, pitch angle, yaw angle, and communication channel in the UAV control system. Based on the proposed communication model, by optimizing the overall UAV con-

trol system, the effective communication distance of the communication link between the interfering user and the UAV antenna array can be increased, and the interference to the current user can be reduced, thus obtaining greater system flexibility and achieving the goal of improving the spectral efficiency of the communication system.

Based on the above model, this paper applies feedback control strategy with constraints to plan the path of the UAV to reach the given endpoint and provides continuous and reliable wireless communication services for multiple ground users on the same frequency during flight. In order to reduce the time-varying nature of the UAV system environment, the unavoidable system interference, and the impact of wireless channel randomness on the performance of the UAV control strategy, this paper proposes an online control strategy of UAV attitude control and resource allocation based on model predictive control algorithm. By solving the constrained nonlinear programming problem online at each control moment of the UAV system, and calling our optimization solver again to quickly calculate the new optimal trajectory when the environment of the UAV communication system changes, we can obtain an approximate optimal feedback control to achieve the optimization of UAV flight trajectory and reasonable allocation of communication resources, while ensuring the stability requirements of the closed-loop control system.

**Key Words:** UAV communication, Trajectory optimization, Attitude Control, Resource allocation, Quad-rotor UAV, Wireless communication, Online control strategy

## 目 录

第 1 章 引言 .....	1
1.1 研究背景和意义 .....	1
1.1.1 无人机通信的研究背景和意义 .....	1
1.1.2 无人机通信面临的挑战 .....	3
1.2 国内外研究现状及分析 .....	5
1.2.1 无人机通信系统的研究现状 .....	5
1.2.2 模型预测控制及其在无人机控制中的研究现状 .....	9
1.2.3 非线性规划及其研究现状 .....	12
1.3 主要研究内容及本文结构安排 .....	14
第 2 章 相关理论和工作基础 .....	15
2.1 引言 .....	15
2.2 数值优化 .....	16
2.2.1 一阶最优性条件 .....	16
2.2.2 二阶最优性条件 .....	17
2.2.3 内点法 .....	18
2.3 离散时间最优控制 .....	20
2.3.1 动态规划 (Dynamic Programming, DP) .....	22
2.3.2 线性二次问题 .....	23
2.4 连续时间最优控制 .....	25
2.4.1 哈密顿-雅可比-贝尔曼方程 .....	25
2.4.2 庞德里亚金极值原理 .....	26
2.5 模型预测控制 .....	28
2.5.1 模型预测控制的基本原理 .....	30
2.5.2 模型预测控制的稳定性分析 .....	31
2.6 本章小结 .....	33
第 3 章 基于模型预测控制的无人机在线控制策略 .....	35
3.1 引言 .....	35
3.2 系统模型 .....	36
3.2.1 四旋翼无人机的动力学模型 .....	37
3.2.2 无人机控制系统描述 .....	39
3.2.3 四旋翼无人机能量消耗模型 .....	41

3.2.4 无人机通信信道模型 .....	42
3.2.5 三维预编码矩阵模型 .....	43
3.2.6 3D-MIMO 与四旋翼无人机姿态角耦合通信模型 .....	45
3.3 研究问题描述与在线控制策略 .....	48
3.3.1 基于离散路径的在线控制策略 .....	48
3.3.2 基于 MPC 的在线控制策略 .....	50
3.4 MPC 算法框架的稳定性分析 .....	54
3.5 本章小结 .....	56
<b>第 4 章 实验验证与分析 .....</b>	<b>58</b>
4.1 实验设计 .....	58
4.2 实验结果与分析 .....	60
4.2.1 无人机在线控制策略仿真结果与分析 .....	61
4.2.2 无人机通信系统模型的仿真结果与分析 .....	62
4.3 本章小结 .....	67
<b>第 5 章 总结与展望 .....</b>	<b>68</b>
5.1 全文研究工作总结 .....	68
5.2 未来展望 .....	69
<b>参考文献 .....</b>	<b>71</b>
<b>附录 .....</b>	<b>79</b>

## 图形列表

1.1 MPC 算法的基本框架 .....	12
1.2 常见优化算法的基本框架 .....	13
2.1 MPC 算法的基本工作原理 .....	30
3.1 无人机控制系统整体流程图 .....	36
3.2 无人机通信系统模型 .....	37
3.3 四旋翼无人机的示意图以及其对应的参考系 .....	38
3.4 关于无人机旋转矩阵生成的描述图 .....	46
3.5 无人机姿态调整对信道影响示意图 .....	47
3.6 基于 MPC 的无人机控制系统 .....	51
4.1 仿真实验示意图 .....	58
4.2 控制策略下无人机的飞行轨迹图 .....	61
4.3 不同模型下天线总发射功率与系统频谱效率之间的关系图 .....	63
4.4 不同模型下天线数目与系统频谱效率之间的关系图 .....	64
4.5 不同模型下无人机的飞行轨迹图 .....	65
4.6 不同模型下无人机姿态角状态随着 MPC 迭代次数的变化情况 .....	66
4.7 不同模型下归一化后目标函数值的收敛图 .....	67



## 表格列表

4.1 无人机系统模型参数与仿真实验相关参数.....	59
4.2 使用 MPC 与 non-MPC 算法所得到的通信系统平均总频谱效率.....	62





## 缩写列表

符号	说明
$\mathbb{R}$	全体实数
$\mathbb{R}^n$	$n$ 维实数列向量空间
$\mathbb{R}^{n \times m}$	$n \times m$ 维实数矩阵空间
$\mathbb{C}$	全体复数
$\mathbb{C}^n$	$n$ 维复数列向量空间
$\mathbb{C}^{n \times m}$	$n \times m$ 维复数矩阵空间
$\ \cdot\ $	向量的二范数或矩阵的谱范数
$\nabla f(x)$	函数 $f$ 在点 $x$ 处的梯度
$\nabla^2 f(x)$	函数 $f$ 在点 $x$ 处的海森矩阵
$\frac{\partial f}{\partial x}$	函数 $f$ 在点 $x$ 处的偏导数
$(\cdot)^H$	矩阵的共轭转置
$\mathbb{X}$	系统状态变量空间
$\mathbb{U}$	系统输入变量空间
$I$	相应维度单位矩阵

## 缩写

缩写	全称
5G	The 5th Generation 5G 第五代通信
SAGIN	Space-Air-Ground Integrated Networks 空天地海一体化网络
MPC	Model Predictive Control 模型预测控制
MIMO	Multiple Input Multiple Output 多输入多输出
WPT	Wireless Power Transfer 无线能量传输
BCD	Block Coordinate Descent 块坐标下降

SCA	Successive Convex Approximation 连续凸放缩
LQR	Linear Quadratic Regulator 线性二次调节器
DMPC	Distributed Model Predictive Control 分布式模型预测控制
EMPC	Economic Model Predictive Control 经济模型预测控制
NMPC	Nonlinear Model Predictive Control 非线性模型预测控制
LP	Linear Programming 线性规划
QP	Quadratic Programming 二次规划
ALM	Augmented Lagrangian Method 增广拉格朗日法
ALADIN	Augmented Lagrangian based Alternating Direction Inexact Newton Method 增广拉格朗日交替方向非精确牛顿法
ADMM	Alternating Direction Method of Multipliers 交替方向乘子法
DP	Dynamic Programming 动态规划
OC	Optimal Control Problem 最优控制问题
ODE	Ordinary Derivative Equation 常微分方程
HJB	Hamilton-Jacobi-Bellman Equation 哈密顿-雅可比-贝尔曼方程
RHC	Receding Horizon Control 滚动时域控制
SDMA	Space Division Multiple Access 空分多址接入
UPA	Uniform Planar Array 均匀平面天线阵列
ASE	Average Spectral Efficiency 平均频谱效率
UAV	Unmanned aerial vehicles 无人机
MRT	Maximum Ratio Transmission 最大比传输
ZF	Zero-Forcing 迫零算法
RZF	Regularized Zero-Forcing 正则化迫零算法

## 第 1 章 引言

### 1.1 研究背景和意义

#### 1.1.1 无人机通信的研究背景和意义

近年来,随着移动互联网,物联网,智能终端应用和智能可穿戴电子设备的迅猛发展,多样化的移动多媒体业务需求急剧增长,无线分组数据业务量的按指数递增,移动用户不再满足于普通的语音通信和简单的数据通信,网络接入请求数目也达到了前所未有的规模。依照思科报告所示,到 2023 年,全球人口的 70%以上(相当于 57 亿人)将拥有移动连接,以及全球人口的 66%(相当于 53 亿人口)将是互联网用户,每名用户将拥有 3.6 个联网设备,而每个家庭有将近 10 个连接设备,其中近 47%具备视频功能。为了支撑剧增的移动多媒体业务需求和指数级增长的流量需求,具有大容量,高传输速率能力的第五代移动通信技术(5G, Fifth Generation)孕育而生,与第四代(4G)移动通信系统相比,5G 移动系统不仅传输速率更高,而且在传输中呈现出低时延,超链接,高可靠,低功耗等特点,不仅能使“人与人”之间实现无缝连接,也能进一步加强“人与物”“物与物”之间高速便捷的无缝通信,实现人与万物的智能互联。

国际电信联盟 (ITU) 根据需求将 5G 应用划分为三大场景: 增强型移动宽带 (Enhanced Mobile Broadband, eMBB) 主要面向人与人之间的数据传输, 要求 5G 提供给用户的平均信息传输速率为 100Mbps, 峰值速度可达 10Gbps; 海量机器类通信 (Massive Machine Type Communications, mMTC) 旨在为海量接入, 小数据, 低功耗, 低成本的设备提供有效的连接方式, 满足数据的多样性需求; 超高可靠低时延通信 (Ultra-Reliable and Low-Latency Communications, uRLLC) 对高可靠性和低时延有着严格的需求, 主要面向车联网, 工业控制, 远程医疗等对实时性需求高的行业, 为用户提供毫秒级的端到端时延 (Dogra 等, 2020)。伴随着 5G 商用化的普及, 上述三大场景基本覆盖了新时代的通信需求, 也促进了其他产业与无线通信领域的深度融合。但是, 这一代无线通信网络依然存在着频谱资源严重短缺, 无法为特殊地区和偏远地区进行有效的网络覆盖, 以及基础设置建设成本过高等诸多缺点。因此, 充分利用无人机 (Unmanned aerial vehicles, UAV) 易于

部署、低购置和维护成本、高机动性和悬停能力等各种优势进行辅助通信网络设计，部署可移动的空中通信平台是解决第五代无线通信网络面临问题的有效途径之一 (邹玉龙 等, 2017)。

与此同时，伴随着人工智能技术的逐渐成熟，研究学者们开始设想未来第六代通信技术将实现无线技术从“万物互联”到“万物智联”的演变 (Letaief 等, 2021)，其中包括可持续城市、互联自治系统、脑机接口、数字孪生、和元宇宙、电子健康等。相比于 5G 通信技术，6G 不仅在安全性，可靠性，实时性与持续性都提出了更加严格的要求，而且还要求空天地海一体化网络 (Space-Air-Ground Integrated Networks, SAGIN)，实现不同通信体制之间的无缝连接，其中无人机在网络中承担了多种任务，起到了至关重要的作用。因此，这将对无人机通信理论技术的研究有了更多的需求和要求。

近年来，随着科技的进步和无人机技术的发展，无人机凭借着其空间自由度高、成本低、高移动性、易部署等特点，被广泛应用于军事工业，物流配送、农业植保、电力巡检，减灾应急勘察等方面。通过在无人机上部署基站或移动中继，无人机可以作为移动空中通信平台，能够在高通信质量需求或地面通信网络过载的情况下为地面用户提供稳定的通信服务。与传统单一的地面通信网络相比，无人机的引入能够有效提高通信系统的空间自由度，它能够自动避开障碍物从而减小阴影效应对信道质量的影响，为地面用户提供可靠且有效的视距链路 (Line of Sight, LOS)，并且能够根据用户需求自适应调整系统的拓扑结构，提高通信系统的有效覆盖范围，有效降低网络断开几率以及降低通信系统的整体能耗。目前针对无人机通信系统的研究主要集中在三个方面：无人机辅助的未来无线蜂窝网络以实现覆盖范围和系统容量的提升，无人机辅助中继的信息转发和联接增强以及无人机辅助地面设备信息的收集与传输 (Mozaffari 等, 2019)。其一，无人机可作为空中基站或辅助基站以准静态状态为服务区域提供通信服务，可以有效地完善现有地面通信系统的不足，如为热点区域提供任务卸载，在地面基础通信设备损坏时实现快速应急通信组网和为难以部署地面通信基站的偏远地区提供网络覆盖。其二，无人机可作为移动中继节点为地面用户提供数据转发服务，为用户间提供可靠的无线连接，如设备到设备通信 (Device-to-Device, D2D)，Ad Hoc，车对车通信 (Vehicle-to-Vehicle, V2V)。其三，在物联网场景中，传统的无线传感器网络依赖于静态数据收集节点与 SNs 之间的多跳数据中继，而调度

无人机作为空中移动中继进行传感数据转发，能够有效利用直射链路占主导地位的无人机地面信道，显著提高无线传感器网络的覆盖率和吞吐量，而且通过基于无人机的轨迹调度无线传感器网络传输，可以有效降低无线传感器网络能耗，提高了物联网的服务能力，也减小了碳排放，对绿色通信的发展有着重要的意义 (Al-Fuqaha 等, 2015)。由此可见，无人机辅助中继在移动通信网络的应用已经是 5G 通信系统重要的组成部分之一，同时也是组成未来第六代通信系统的重要组成部分和研究方向。

### 1.1.2 无人机通信面临的挑战

尽管无人机辅助通信有着众多的优势，但是有效地将其应用于现有的网络系统中仍需要解决很多技术挑战。其中，主要包括以下几个方面：

(1) 无人机的路径规划问题现阶段关于无人机辅助通信的研究主要集中在单无人机规划或者多无人机组合规划的研究上。针对单一目标的研究，一些工作考虑在给定起点和终点后，提出通过考虑不同的目标函数后，使用相关优化算法计算出无人机的最优路径，从而使得在飞行路径中尽可能地找到目标函数的最值，比如最大化系统的通信速率 (Zeng 等, 2016)，最小化无人机飞行过程中所消耗的能量 (Zeng 等, 2019)，或者在最短时间内平稳地飞行至终点 (B. Li 等, 2021)，或者考虑多目标优化问题等等 (Tuan 等, 2021)。如何针对系统中每一架设计出为了减小研究问题的复杂度，不少研究人员将无人机固定在特定的飞行高度，对其二维坐标进行研究，但是随着无人机技术的提升，Y. Sun 等 (2019) 通过优化无人机的三维坐标使其在飞行过程中最大限度获取太阳能转化为飞行所需的能耗，从而缓解无人机能源供给短缺问题。在该研究中主要难点集中在如何针对非凸非线性的控制问题设计出合适的优化算法，能够在较短时间内找到最优的飞行路径，并且伴随着系统建模更加实际复杂，如何高效解决维度升高问题也变得十分棘手。对于动态多无人机系统而言，每一架无人机在三维空间中都有独自的飞行轨迹，在多无人机之间不发生碰撞的前提下，如何对多无人机进行组合控制策略设计从而减小彼此的干扰，增大系统收益极具挑战性。

#### (2) 无人机通信信道模型

在无人机通信系统中，由于无人机与地面用户之间存在 LOS 通信链路，考虑存在多径效应，通常选择将信道建模为莱斯信道 (Rice Channel)，随即便为系

统引入了随机性，也困难了控制策略的设计。于此同时，由于无人机的高速移动性所产生的多普勒效应，使得系统的信道环境复杂多变，导致无人机作为基站端难以获取地面用户的准确信道状态信息 (Perfect Channel State Information, Perfect CSI)，特别是在更加精确的无人机通信系统中，因而如何根据不完美的信道状态信息 (Imperfect CSI) 设计出鲁棒的无人机控制策略以及资源分配策略则十分困难。目前，考虑到无人机能够提高通信直射链路的可能性的特性，Wu 等 (2018) 忽视了信道存在小尺度衰落，仅仅考虑了无人机与用户之间的距离因素，而You 等 (2019) 考虑到更加实际的无人机通信场景，将信道的小尺度衰落所带来的随机性考虑进无人机路径规划当中，从而设计出更加鲁棒的飞行方案。同时，目前关于无人机辅助通信网络的研究通常将无人机配备单根天线作为简化模型进行系统性能优化，却忽略了无人机配备多根天线时的资源调度问题。在实际应用中，通过在无人机上应用三维多天线 (3D Multiple Input Multiple Output, 3D MIMO) 技术，能够提高系统频谱效率、减小多用户的共频干扰、提升通信系统吞吐量并降低额外导频序列开销，但是由于多天线无人机与地面用户之间的信道增益不仅与无人机与用户之间的距离有关，而且还受到无人机与用户之间的信号的到达角 (Angles of Arrival, AoA) 和离开角 (Angles of Departure, AoD) 的大小影响，从而导致了无人机状态与用户位置之间的存在复杂的非线性耦合关系，使得现有资源分配和路径规划策略不再适用。

### (3) 无人机控制系统决策方式

目前，围绕无人机辅助通信的研究都是在无人机与用户之间信道信息先验已知的假设条件下进行 (Zeng 等, 2016), (Zeng 等, 2019)，在实际生活中，由于无人机的高速移动所带来的多普勒效应会对整个系统设计带来毁灭性的打击，研究人员开始着眼于在线学习，通过对无人机实时更新系统信息，比如通过微型传感器对无人机控制系统的各个状态变量进行更新，通过传发导频的方式对信道参数的估计值进行更新，以及通过卫星定位系统 (Global Positioning System, GPS) 对用户坐标信息进行更新等等，随之在无人机端通过在线快速的方式得到当前系统的最优控制输出，由此循环至无人机达到最终目标。上述在线学习的方式的效果严重受限于决策器采用算法的实时性，并且考虑到实际生活中存在系统干扰，随机噪声以及系统状态未知等问题，无人机控制系统将更加复杂，如何设计具备实时且鲁棒的控制策略仍需要进行继续研究。



(4) 无人机的续航问题目前, 受到硬件水平限制, 无人机还停留在较为轻量级的水平, 无法支撑长时间的飞行及通信任务, 因此无线设备的续航能力成为制约无人机辅助通信系统与物联网发展与应用的主要瓶颈之一。然而若采用传统有线连接的方式为无线设备进行充电, 将会大幅增加物联网技术应用的复杂度, 也会造成较大的资源开销, 若是弃用这些能量消耗殆尽的设备也会对环境造成无法估量的损害 (张涛 等, 2021)。正因如此, 通常也会将最小化能耗作为目标函数的选择之一, 目前研究学者着眼于研究无线能量传输 (Wireless Power Transfer, WPT) 技术, 不同于以往的能量采集 (Energy Harvesting, EH) 技术, WPT 技术通过无线传播的方式发射射频信号, 设备从射频信号中完成能量的收集, 从而摆脱了恶劣环境和天气的影响。然而, 在此过程中, (Zheng 等, 2021) 如何设计有效且高效的分割协议进行能量收集和信息处理仍面临着多重问题, 有待研究解决。

基于上述分析, 本文考虑到传统无人机通信网络中的质点假设模型与实际无人机控制系统模型之间的矛盾, 现有无人机系统控制策略复杂度过高与实际系统中实时性的要求之间的矛盾, 以及传统通信网络中用户通信服务质量需求增大与蜂窝信道衰减严重之间的矛盾, 提出了基于精确动力学方程的四旋翼无人机通信系统, 并在该系统下给出了无人机姿态角与用户信道耦合的复杂通信网络模型。在此高维复杂系统上, 探索通信与计算资源高效利用的无人机在线控制与资源分配方案, 同时分析无人机的姿态变化对通信系统性能的影响以及该复杂系统所带来的高系统自由度能否为无人机辅助通信带来相应的正收益。

## 1.2 国内外研究现状及分析

### 1.2.1 无人机通信系统的研究现状

基于前文介绍, 针对无人机通信网络中的轨迹设计和资源分配问题, 本小节将介绍关于无人机通信系统的四种主要研究方向:

#### (1) 无人机作为空中基站

使用载荷无人机作为异构 5G 通信系统的补充, 这将有助于克服现有技术面临的一些挑战。部署无人机作为空中基站可为具有有限蜂窝基础设施的地理区域提供无线连接。例如在一些临时活动场所, 部署小型地面基站并不具备高经济效益, 这时可以利用无人机作为临时移动基站进行对地面基站进行补充, 为

热点区域和临时事件 (例如足球比赛或总统就职典礼) 中提供按需连接、高速数据传输和流量卸载 (Bucaille 等, 2013)、(Bor-Yaliniz 等, 2016)、(Lyu 等, 2018)。同时, 部署无人机作为空中基站也可为乡村环境提供更长期的可持续覆盖解决方案, 为没有地面基础设施覆盖的终端设备提供通信服务。如在遭受自然灾害的场合, 地面基础设施瘫痪导致各种终端设备无法进行数据传输, 这时可以利用无人机作为临时空中基站建立完好的通信链路, 为终端设备提供通讯服务 (Merwaday 等, 2015), 不仅有利于受灾群众与外界的信息交互, 也促进了救援工作的顺利开展。

无人机作为空中移动基站的有效轨迹设计, 增加对某个特定区域的通信服务覆盖范围, 持续得为地面用户提供高速, 实时的通信数据。具体而言, Alzenad 等 (2017) 针对单一无人机基站的部署问题在水平和垂直两个维度上进行解耦, 实现在不损失最优性的前提下, 大大减小待优化问题的复杂程度。J. Sun 等 (2018) 基于 K-means 聚类方法提出了一种针对多空中基站的部署方案以最大化覆盖用户数量, 并使用迭代算法以更少的能量消耗实现更高的服务覆盖范围。Khuwaja 等 (2019) 考虑了特定区域内由于多无人机产生的共信道干扰的场景, 验证了通信服务覆盖范围与为了满足信干噪比多无人机之间的部署距离之间的关系, 并提出了相应的部署策略来优化覆盖面积性能并消除相互干扰的影响。(成本) 通信场景下的无人机基站部署问题通常为非凸问题, 目前只能保证在合适初始值的前提下找到一个可以接受的局部最优解, 对于资源调度问题所形成的混合整数规划问题, 目前也不存在一个完美的算法保证该问题的局部收敛, 研究人员则开始尝试应用启发式算法。Al-Turjman 等 (2013) 使用元启发式方法, 例如遗传算法 (Genetic Algorithm, GA) 和模拟退火 (Simulated Annealing, SA) 算法, 寻找部署优化解决方案使覆盖目标区域的成本最小。Thompson 等 (2000) 使用基于 GA 和 SA 的元启发式算法优化拓扑设计网络并比较结果, 并验证了在平均情况下 GA 解决方案的成本低于 SA 解决方案。随着部署问题的复杂化和多样化, 以及深度神经网络的兴起, 广大学者开始尝试基于学习的部署方式。Ding 等 (2021) 研究了一种空地协同通信系统, 其中空中无人机基站的轨迹和地面用户的接入控制被联合优化。基于多智能体深度强化学习提出一种智能协调机制使得其中每个地面用户通过访问合适的无人机基站来最大化自己的吞吐量, 而无人机基站相互合作并设计它们的轨迹, 以最大化定义的公平吞吐量, 以改善总吞吐量并保持



地面用户公平性。Liu 等 (2022) 针对解决海上无人机群移动边缘计算网络中通信和计算延迟最小化问题, 结合深度强化学习理论提出了深度 Q 网络和深度确定性策略梯度算法来优化无人机群的轨迹和虚拟机的配置。

然而, 大多数研究工作主要集中在离线学习, 无法根据环境的改变自适应的进行调整, 因而缺乏实际工程意义; 后续基于强化学习开展的相关工作, 也很大程度上依赖于所得到的相关数据集, 以及训练模型的规模, 在实际工程中难以应用。

## (2) 无人机作为辅助中继

无人机凭借其高移动性, 可动态部署以及能够与用户建立高质量的 LOS 信道等优势, 能够辅助地面网络进行信息传播和提高网络连接性。目前的研究主要将无人机中继技术应用于以下两个方面: 一、无人机作为基站与地面终端之间的中继节点来提高地面网络的通信质量; 二、无人机可以作为中继来辅助 D2D 网络或移动自组织网络在地面设备之间进行信息传播。虽然 D2D 网络可以为卸载蜂窝数据流量、提高网络容量和覆盖率提供有效的解决方案, 但由于设备的短通信距离和潜在的干扰可能会限制其性能。在这种情况下, 无人机可以通过智能地在地面设备之间广播共同的文件来促进快速的信息传播。例如, 无人机辅助的 D2D 网络可以在公共安全情况下快速传播紧急或疏散信息。同样, 无人机可以在车辆网络 (即 V2V 通信) 中发挥关键作用, 通过车辆之间传播安全信息。无人机还可以增强 D2D 和 V2V 通信链路的可靠性和连接性。

Zeng 等 (2016) 研究了通过在移动无人机上安装中继节点来实现通信系统吞吐量最大化的问题, 并共同优化无人机中继的坐标轨迹与其功率分配。通过分析用户终端的功率控制和故障概率问题, H. Li 等 (2020) 提出了一种资源分配方案来最大化 UAV 中继系统的吞吐量。Ji 等 (2019) 采用了可变速中继协议来改善无人机中继系统下的故障概率和可实现速率, 该协议被证明比传统的固定速率中继协议性能更优。Guan 等 (2022) 提出了一种协调小批量行动掩码多智能体深度强化学习的资源分配方案, 用于无人机辅助的双层异构网络中的上行频谱共享, 其采用集中式训练和分布式执行的机制, 说明了所提出的方案在总容量、模型适用性和训练稳定性等方面表现更好。Gao 等 (2022) 通过控制 UAV 的准静态部署来最大化 UAV 群体在未知任务区域的下行无线覆盖, 考虑到无人机群体的延迟敏感性和有限的通信范围, 研究了一种分布式控制策略, 其中群体 UAV 可以通

过仅交换本地信息来解决覆盖问题。

上述工作主要围绕在有无无人机参与构成的异构网络中的资源调度，但是忽视了同时对无人机群体的集中控制策略的设计，在更加实际的工程中，可能会发生安全事故。

### (3) 无人机辅助物联网

无线网络技术正在迅速发展为大规模物联网环境，集成各种异构设备，包括传统智能手机，平板电脑，车辆，传感器，可穿戴设备以及无人机。为实现物联网应用，如智能城市基础设施管理、医疗保健、交通和能源管理 (Dhillon 等, 2017)，需要大量物联网设备之间实现有效的无线连接，并且要求设备以高数据速率或超低延迟的方式传递它们的数据。大规模物联网需要我们彻底重新思考传统无线网络的运作方式，例如，在物联网环境中，低延迟，高能量效率，高可靠性和高速上行通信速率成为主要的挑战，而这些并不属于传统蜂窝网络的研究重点 (Dawy 等, 2016)；并且物联网设备受其电池容量限制，通常无法实现远距离传输，如在无线网络覆盖较差的地区，受电池能量限制，物联网设备可能无法将其数据传输到远处的基站；此外，由于物联网设备的各种应用，它们可能部署在没有陆地无线基础设施的环境中，例如山区和沙漠地区。

You 等 (2019) 针对无人机辅助无线传感网场景下存在角度相关的莱斯随机信道问题，提出一种中断感知的自适应传输策略，通过联合优化无人机的通信任务调度与其 3D 轨迹来最大化所有传感节点的最小数据传输速率，同时保证了通信过程的中断概率。Chen 等 (2021) 考虑无人机辅助物联网场景下的传输速率问题，研究并提出了一种带有 QoS 保证的部署方案，以放置多个无人机覆盖所有地面物联网设备并最大化无人机的平均数据速率。Mozaffari 等 (2017) 使用无人机作为移动数据收集器从地面上的传感器节点收集信息，其中激活的传感器网络是动态变化的，通过利用块坐标下降 (Block Coordinate Descent, BCD) 与连续凸放缩 (Successive Convex Approximation, SCA) 联合优化无人机基站的部署策略，设备接入策略，以及上行功率传输控制策略来最小化传感器网络节点的能耗，同时能够保证无人机数据收集的准确性。

### (4) 无人机辅助三维 MIMO 与毫米波通信

除了上述三类主要研究方向外，结合本文后续内容，再对另一种无人机基站通信系统进行介绍。由于无人机可在空中移动，以及能够按需部署至所需地点的

能力使其可以被视为可用于执行大规模多输入多输出天线阵列 (Massive MIMO)、三维 MIMO 网络和毫米波通信的飞行天线系统。由于无人机搭载的飞行基站的高度较高,地面用户可以在不同的高度和仰角下相互区分,而且由于无人机对地通信中的视距条件,可以在方位角和俯仰角领域中实现有效的波束成形 (Beam-forming)。因此, UAV-BS 是实现 3D MIMO 的关键技术。除此之外,与传统的天线阵列系统相比,基于无人机的天线阵列具有以下优势: 1) 天线元件数量不受空间限制, 2) 通过动态调整阵列元件间距可以提高波束成形增益, 3) 无人机的机动性和灵活性使其可以在任何三维方向上有效地进行机械波束走向控制。此外,使用大量小型无人机形成阵列可以增加特定方向大规模 MIMO 的几率,这种基于无人机的大规模天线阵列可以形成任意形状并有效地进行波束成形。

近年来,通过对地面蜂窝网络的垂直和水平维度上进行研究,人们对使用 3D MIMO, 产生了相当大的兴趣 (Cheng 等, 2014)。与传统的二维 MIMO 相比, 3D MIMO 解决方案可以产生更高的系统总吞吐量,并且可以支持更多的用户。一般来说, 3D MIMO 更适用于用户数量大且他们分散在与其服务基站之间仰角不同的三维坐标系中 (Y. Li 等, 2013)。Ma 等 (2020) 针对无人机 MIMO 信道提出了基于宽带非平稳几何的三维随机模型,该随机模型考虑了无人机与地面用户之间传输链路的直射和非直射分量,分析了由于无人机旋转所导致的时变信道参数,并反映了信道的非平稳性。基于该模型,推导并研究了一些重要的统计特性,包括传递函数、空时频相关函数、多普勒功率谱和准静态区间。Bai 等 (2022) 在上述随机模型的基础上,提出了更加普遍的不规则非平稳三维几何模型,分析了无人机有关参数于该模型之间的非线性关系,同时提出了时空聚类进化算法,推导并研究了随机信道的各种统计特性。Chandhar 等 (2017) 阐述了无人机用于大规模 MIMO 场景下的应用潜力,考虑在无人机端于地面基站端同时部署大规模天线阵列的通讯场景下,建立由于无人机的运动和定向而产生的极化失配的损失模型,推导出相应的遍历容量下界的闭式表达式,以及使遍历容量最大化的最优天线阵列部署策略。

### 1.2.2 模型预测控制及其在无人机控制中的研究现状

模型预测控制 (Model Predictive Control, MPC) 是近几十年来逐渐兴起的一种新型的最优控制算法,随着算法性能的提升和硬件科技水平的进步,该方法

被广泛应用于石油化工, 先进制造业, 交通治理, 自动驾驶, 智能电网等领域当中, 并且针对含有多种复杂约束条件的系统工程问题有着良好的表现。相比于其他的典型控制方法而言 (如 PID 控制, 根轨迹法等), MPC 拥有许多优点: 其一为该算法能够用于各种的控制系统当中, 从复杂难解的高维动态系统到对实时性要求高的系统, 再到不稳定系统等等。其二, MPC 是一种基于反馈的控制算法, 它能够很好的适应系统环境的改变, 从而做出相应的反应, 用于补偿由于系统状态测量存在误差, 系统模型与实际问题不匹配等所引入的系统误差。其三, MPC 是一种基于模型的算法, 它能够于多种不同的优化算法相结合用于解决各式各样的系统需求, 从而带来相应的收益。

在 MPC 的早期阶段, 由于可用的计算资源有限以及使用的复杂优化算法, 计算优化问题的解非常缓慢。因此, MPC 的使用范围仅限于过程控制行业, 在这些行业中, 控制输入之间有数分钟到数小时的较慢系统, 这使得优化求解器在下一个输入之前有足够的时间运行完成。此外, 由于可用计算能力的限制以及需要更快地计算控制输入, 许多领域将带约束的线性二次调节器 (Constrained Linear Quadratic Regulator, LQR) 作为非线性经济 MPC 问题的近似解法。自那时以来。关于减小 MPC 控制策略的计算负担有了巨大的突破。计算能力的增加和更高效的实时优化算法的开发相结合, 导致 MPC 实现了微秒级的采样时间 (Jerez 等, 2014), 并被应用于诸如电力电子/电机 (Karamanakos 等, 2020), (Rodriguez-Bernuz 等, 2021)、柴油发动机 (Huang 等, 2018), (Harder 等, 2017), 四旋翼/多旋翼 (Mueller 等, 2013) 和建筑环境控制 (Drgoňa 等, 2020) 等系统。这种增长引起了在更多地方使用 MPC 的极大兴趣, 未来应用的大部分领域将是资源受限的系统, 例如物联网设备和网络物理系统 (Lucia 等, 2016)。

近几十年来, 学者们针对不同的系统需求, 在原始的模型预测控制模型的基础上, 设计并研究出了其他多个变种, Grüne 等 (2017) 如非线性模型预测控制器 (Nonlinear MPC), 经济模型预测控制 (Economic MPC), 鲁棒模型预测控制 (Robust MPC) 和分布式模型预测控制 (Distributed MPC) 等等。对于 NMPC 而言, 它由彭德利雅金最大值原理与动态规划等最优控制理论发展而来, 同时考虑到实际生活中的控制系统所产生的状态方程通常是非线性的与其对求解的实时性要求, 学者们基于非线性规划中的优化理论, 如梯度下降法, 牛顿法, 序列二次规划法和内点法等等, 设计出了许多高效的求解器如 CasADi (Andersson 等, 2019),



ACADO(Houska 等, 2011) 等等, 在实际工程中有着显著的效果。对于 EMPC 而言, 尽管名字中包含经济, 但是与经济没有直接的关系 (Ellis 等, 2014)。它属于 NMPC 中一类阶段成本不是惩罚与所需参考解之间的差距, 而是不同的最优目标函数如最小化能量消耗, 最大化系统收益等等, 正因为这些目标函数是从经济层面考虑, 也就产生了这类分支。考虑到实际系统中存在噪声, 而原始的 MPC 控制器无法很好的处理噪声和干扰给系统输出造成的影响, 并且会被滚动优化的特性所放大, 最终对系统造成致命的影响。因此学者为了解决该问题而提出两种方案, 一种为在最大化干扰噪声的情况下计算出最优系统输出, 另一种为以概率的形式最大化其收益的期望值, 前者在损失一定最优性的情况下保证了系统的安全性, 后者而是选择了在忽视一定安全性的基础上, 提高了最优性。而对于 DMPC, 是考虑到 MPC 控制器最初只能应用于系统变化较慢且系统状态变量较少的情况下, 严重受限优化器的实时计算能力 (Camponogara 等, 2002)。针对大规模场景, 如街道交通, 信息物理系统或者大型电网等, 通常的 MPC 控制器无法实时的计算出最优输入, 为了解决这个问题, 将最优控制问题通过各种方式解耦成多个相互独立的子问题, 随后并行的计算出各个子问题各自对应的最优解, 最后在中心节点进行汇总工作, 对原始的待优化变量进行更新, 同时需要在整体优化的过程中注意保证各个子问题的独自的约束条件。Mayne 等 (2000) 针对上述所有类型的 MPC 控制器都存在相应的研究保证其最优性, 稳定性和递归可行性 (Recursive feasibility)。

与此同时, 稳定性是控制系统设计和分析的重要问题之一。在 MPC 中, 稳定性分析的目标是确定控制器参数的范围, 使得系统始终保持稳定。早期研究, 学者们验证了当时间窗 (Time Horizon) 长度为无限长时, 闭环控制系统能够达到稳定。然而, 这些分析也仅仅停留在理论的理想情况下, 例如 LQR 的最优系统输入可以通过求解代数黎卡提方程 (Algebraic Riccati equation) 得到, 并且能够保证系统整体的稳定性和最优性, 但是对于一般控制问题, 求解一个带有无限多项的成本函数是不现实的。因此如何合理且有效的设计一个带有有限时间窗的 MPC 控制器则受到了研究学者的广泛关注。针对非线性的 MPC 控制器的设计和稳定性分析, 研究人员提出了许多的数学模型和分析方法, 包括基于 Lyapunov 稳定性理论的 MPC 稳定性分析方法, 增加稳定终端条件等。在 90 年代, 线性矩阵不等式 (Linear Matrix Inequality, LMI) 成为了 MPC 稳定性分析的主要工具。LMI

是一种优化问题，可以通过寻找矩阵变量的值来满足一组矩阵不等式。使用 LMI 方法可以分析不确定性、时滞、不稳定性等问题。在此基础上，研究人员开始探索基于鲁棒性的 MPC 稳定性分析方法。鲁棒性是指系统对于不确定性和扰动的抵抗能力。使用鲁棒性方法可以提高控制器的鲁棒性，增强系统的稳定性和可靠性。

在 MPC 控制框架中，如何快速且准确求解出高度非线性优化问题是控制器设计的重要环节，接下来将对非线性规划理论及其发展现状进行介绍。

### 1.2.3 非线性规划及其研究现状

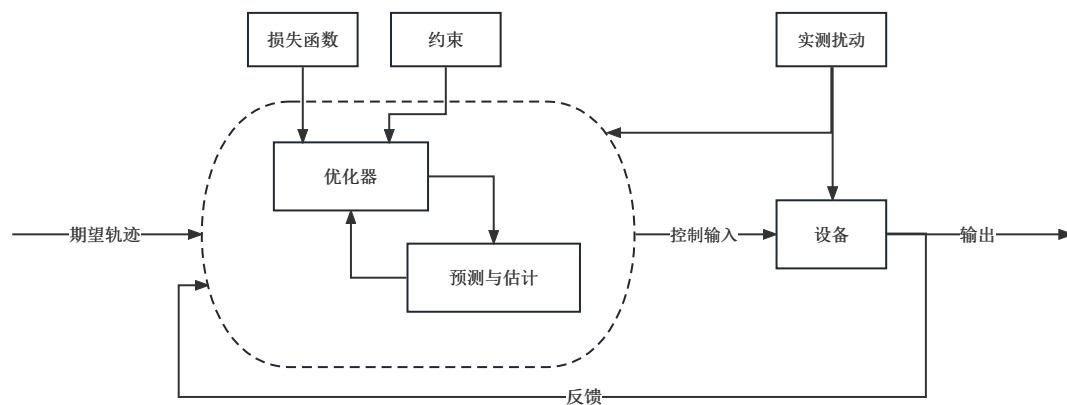


图 1.1 MPC 算法的基本框架

如图1.1所示，我们可以清晰看出优化求解器的设计是 MPC 控制方案的重要组成部分，这正是因为控制器的输出完全是由求解器根据各种合适的优化算法计算出并作为控制信号输入至系统当中。待优化问题的复杂程度受限于控制问题的类型，系统状态空间的维度，以及模型预测控制器中所设置的时间窗的长度，一般来说，线性规划 (Linear Programming, LP) 问题或者不包含复杂不等式约束的二次规划问题 (Quadratic Programming, QP) 相对容易求解，但是考虑更加实际的控制问题时，就需要研究和更加强劲的非线性优化算法 (Dantzig, 2002);(Nocedal 等, 2006)。在数值分析领域中的许多问题都可以归纳为找问题零点的问题 (Root-finding problem)，因此包含了基于梯度的求解方法，基于二阶导数信息的方法 (Newton's method)，内点法 (Interior Point Method) 等等 (Mangasarian, 2004)，(Potra 等, 2000)。常见的优化算法分类如图1.2所示。

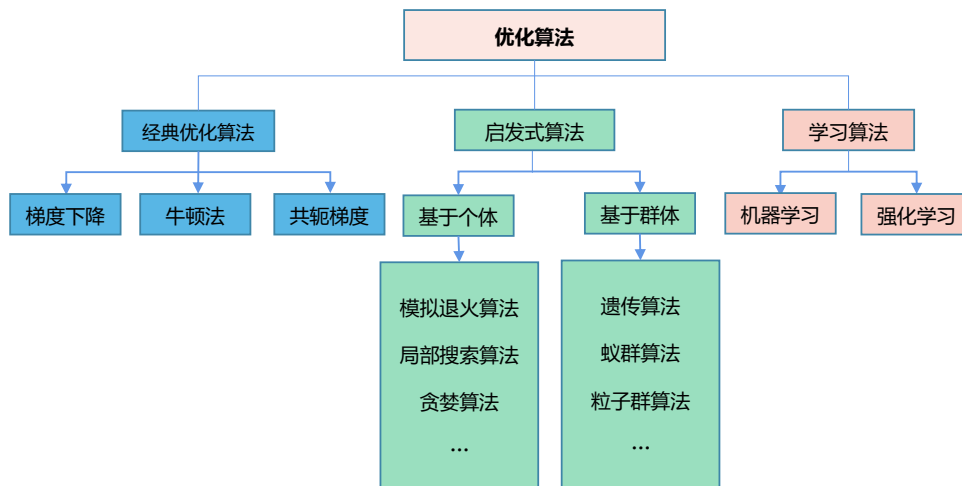


图 1.2 常见优化算法的基本框架

在优化理论及算法中，非线性规划一直是优化领域研究的热点问题，经过几十年的发展至今该领域产生了许许多多的成熟且优秀的算法，随着社会生产方式的改变，为了更好得适应信息科学技术发展，在原始算法基础上获得了更多的改造和创新，如对偶分解 (Dual Decomposition, DD) 结合新的应用场景和新的理论也孕育出了新的算法 (Bertsekas, 1979)，包括增广拉格朗日方法 (Augmented Lagrangian method, ALM)、目前受到广泛应用的分布式算法“交替方向乘子法” (Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)(Boyd 等, 2011)，以及可以扩展到求解非凸问题的分布式优化算法“增广拉格朗日交替方向非精确牛顿法” (Augmented Lagrangian based Alternating Direction Inexact Newton Method, ALADIN)(Houska 等, 2016)。不过随着对于优化问题的深入研究，人们发现问题难易度的关键不在于线性与否 (Luenberger 等, 1984)，相对而言问题的凸或非凸性起了更为决定性作用，考虑到算法的实际意义，通常会采用 BCD 方法对原始非凸问题进行解耦，使得在优化更新时每一步的子问题都是凸问题，或者使用 SCA 的方式通过迭代式找到原始非凸的局部凸下界，并且在迭代的每一步求解对应凸下界的最优解，直至找到原始问题的局部最优解 (Beck 等, 2013);(Razaviyayn, 2014)。

### 1.3 主要研究内容及本文结构安排

针对传统地面通信网络覆盖度有限, 缺乏动态调整网络结构能力且信道衰减严重等问题, 本文着重研究了多天线无人机通信网络资源优化策略设计, 为了更加贴近实际工程模型且尽可能满足控制算法的实时性需求, 分别提出了 3D MIMO 与四旋翼无人机姿态角耦合通信模型和基于模型预测控制框架提出了一种无人机姿态控制和资源分配的在线控制策略, 并验证了该策略能够在满足四旋翼无人机动力学约束的前提下有效提高系统的平均频谱效率, 并且降低功率损耗。本文的结构及章节安排如下:

1. 第一章主要阐述了本文选题背景和研究意义, 分别对无人机通信系统, 模型预测控制理论以及非线性规划算法进行了分类和简单的介绍, 并大致概括了针对上述领域国内外研究现状。

2. 第二章主要介绍了本文中所涉及的相关基础理论知识, 其中包含数值优化相关理论和算法、最优控制理论、以及模型预测控制原理及其稳定性分析, 为本文后续研究做铺垫。

3. 第三章主要介绍了本文所提出的 3D MIMO 与四旋翼无人机姿态角耦合通信模型, 并且在上述模型下基于模型预测控制框架提出了一种无人机姿态控制和资源分配的在线控制策略。其中模型部分首先介绍了四旋翼无人机的动力模型, 姿态模型, 位置模型和对应的能量消耗模型; 其次, 根据现代控制理论建模出无人机动态系统, 并且介绍了所提出的姿态角耦合通信模型; 随后, 依据实际飞行场景提出系统的待优化问题和相应的约束条件, 并且基于 MPC 算法设计出无人机的在线控制决策器, 实现了其在向终点飞行的过程中最大化系统的频谱效率。最后, 验证了基于 MPC 的控制算法在该模型下的稳定性。

4. 第四章实现了所提出的基于 MPC 的无人机自主姿态控制及资源分配的在线控制策略, 通过设计相应的仿真实验对所提模型和算法的效能水平进行了验证, 分析实验结果说明本文所提出的基于 MPC 的在线控制策略能够在有限降低系统收益的情况下实现对离散控制方案的近似, 以适用于更加实际的且多变的通信场景中, 并且所提出的姿态角耦合复杂通信模型在三种常见的波束成型方式下都能带来系统自由度增益, 同时保证控制系统的稳定性。

5. 第五章对本文的主要研究工作进行总结, 并对未来发展方向进行展望。



## 第2章 相关理论和工作基础

### 2.1 引言

对于控制理论而言, 简单来讲就是当我们面对一个控制任务时, 总是希望依照事物发展的规律, 在已有条件的约束下, 达到控制目标。本章描述的最优控制就是研究如何以最小的代价完成这一控制任务的理论。这个代价可能是所需时间、消耗的能量, 也可能是实际与预期的差距等。设想我们要为一辆无人车设计控制方法, 使其沿着一定的路线, 到达目标位置。要完成这个控制任务, 首要的课题就是要了解这辆车当前的“状态”及其关于“控制”的变化规律: 其中, 我们最关心的状态是车辆当前所处的位置和车速; 可以通过控制油门加速, 也可以通过控制刹车减速; 运行速度又会进一步影响接下来一段时间内车辆位置的改变。与此同时, 还需要确保车速不能过快而违反了交通规则; 假如车上的燃油不多了, 则还需要保证整个行程中油耗不大于现有油量的限额。这需要合理地设计控制方法, 随之我们可以描述成一个最优控制问题。为了解决最优控制问题, 学者们提出了各种解决方案, 如针对离散最优控制问题提出了动态规划理论; 而对于更加复杂的连续系统, 哈密顿-雅可比-贝尔曼方程将连续最优控制问题与动态规划理论相结合提出了一种解决方案, 庞得里亚金极值原理则是将连续最优控制问题转化为解决偏微分方程组。但是由于上述理论方法严重受限于系统优化变量的维度, 当维度过高时会造成严重的“维数灾难”和“组合爆炸”问题, 为回避掉上述两个问题学者们提出了强化学习和自适应动态规划。于此同时, 在工业界也提出了模型预测控制, 用来实现在线的控制器输入的更新, 根据场景需求使用相应的优化算法寻求最优或次优的控制律达到工业界的现实需求。本文主要基于模型预测控制算法框架作为无人机姿态控制调整与无人机辅助通信系统的决策控制器, 而模型预测控制器是由最优控制理论结合数值优化算法, 在特定执行框架下发展而来。因此, 本章将介绍本文中所涉及的相关基础理论知识, 其中包含数值优化相关理论和算法、最优控制理论、以及模型预测控制原理及其稳定性分析等。

本章内容安排如下: 2.2 节介绍数值优化相关理论和算法; 2.3 节介绍最优控制理论; 2.4 节介绍模型预测控制及其稳定性分析。

## 2.2 数值优化

针对非线性规划问题都可以抽象归纳为下面的形式：

$$\begin{aligned} & \underset{w \in \mathbb{R}^n}{\text{minimize}} && f(w) \\ & \text{subject to} && g(w) = 0, \\ & && h(w) \leq 0, \end{aligned}$$

其中  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n_g}$ ,  $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n_h}$  假设为二阶连续可微. 函数  $f$  被称为目标函数, 函数  $g$  是有等式约束所组成的向量, 以及  $h$  为不等式约束构成的向量。

### 2.2.1 一阶最优性条件

在连续优化中一个重要的问题是, 一个可行点  $w^* \in \Omega$  是否满足必要的一阶最优条件。如果它不满足这些条件,  $w^*$  就不能是局部最小值。如果它满足这些条件, 那么它就是一个局部最小值的热门候选点。如果问题是凸的, 这些条件甚至足以保证它是全局最优解。因此, 大多数非线性优化算法都在搜索这样的点。一阶条件只能在满足技术上的“约束条件”时得出, 最简单和最吸引人的数值形式如下。

**定义 2.1 (LICQ).** 线性独立约束条件 (LICQ) 在  $w^* \in \Omega$  下成立当且仅当所有向量  $\nabla g_i(w^*)$  在  $i \in \{1, \dots, n_g\}$ , 以及  $\nabla h_i(w^*)$  在  $i \in \mathcal{A}(w^*)$  相互线性独立。为 LICQ 给出更加详细的定义为, 将所有激活的不等式约束与等式约束叠加成一个映射向量  $\tilde{g}$ , 定义如下:

$$\tilde{g}(w) = \begin{bmatrix} g(w) \\ h_i(w) (i \in \mathcal{A}(w^*)) \end{bmatrix}.$$

LICQ 随之等价于雅可比矩阵  $\frac{\partial \tilde{g}}{\partial w}(w^*)$  行满秩。

**定理 2.1 (KKT Conditions).** 卡罗需-库恩-塔克条件 (*Karush-Kuhn-Tucker Conditions, KKT Conditions*), 若  $w^*$  是对应原始非线性规划问题的局部最优解, 并且在该局部最优点满足 LICQ 条件, 随之一定存在拉格朗日乘子向量  $\lambda \in \mathbb{R}^{n_g}$  与  $\mu \in \mathbb{R}^{n_h}$  使得下列式子成立:

$$\nabla f(w^*) + \nabla g(w^*) \lambda^* + \nabla h(w^*) \mu^* = 0 \quad \dots (2.1)$$

$$g(w^*) = 0 \quad \dots (2.2)$$

$$h(w^*) \leq 0 \quad \dots (2.3)$$

$$\mu^* \geq 0 \quad \dots (2.4)$$

$$\mu_i^* h_i(w^*) = 0, \quad i = 1, \dots, n_h. \quad \dots (2.5)$$

**定义 2.2** (拉格朗日函数). 我们定义拉格朗日函数如下:

$$\mathcal{L}(w, \lambda, \mu) = f(w) + \lambda^\top g(w) + \mu^\top h(w).$$

这里我们又再一次使用了拉格朗日乘子和对偶变量分别为  $\lambda \in \mathbb{R}^{n_g}$  和  $\mu \in \mathbb{R}^{n_h}$ 。拉格朗日函数在凸优化问题与普遍的非线性优化问题中起着至关重要的作用，不仅仅是 KKT 条件的缩写版本：使用拉格朗日函数的定义，我们有 (2.1)  $\Leftrightarrow \nabla_w \mathcal{L}(w^*, \lambda^*, \mu^*) = 0$ 。

**定义 2.3** (互补性). KKT 条件中的最后三条 (2.3)-(2.5) 被称作为互补条件。对于每一个下标  $i$  而言，他们在  $(h_i, \mu_i)$  空间内定义了一个 L 形的集合。该集合不是光滑流形，但在原点处具有不可微性，也就是说，如果  $h_i(w^*) = 0$  就可以推出  $\mu_i^* = 0$ 。这种情况被称为弱激活约束，通常我们不希望出现该情况。与此同时，如果一个激活约束条件满足  $\mu_i^* > 0$  则被称为强激活约束。对于一个 KKT 点  $(w^*, \lambda^*, \mu^*)$ 。我们称其拥有强互补性当且仅当在该 KKT 点下的所有激活不等式约束都满足强激活的特性。

严格互补是一个非常好的条件，因为它与二阶条件一起意味着激活集对于小扰动是稳定的。它还使许多定理更容易表述和证明，并且还被用来证明某些数值方法的收敛性。

### 2.2.2 二阶最优性条件

上述是对于带等式和不等式约束的非线性规划问题存在局部最优解的必要条件，但是仅仅只有一阶最优性条件满足无法保证该点为局部最优点，随之我们引入二阶最优性条件 (Second Order Optimality Conditions)

**定义 2.4** (二阶最优性条件). 假设在点  $w^*$  存在  $\lambda^*, \mu^*$  使得 LICQ 条件满足，并且同时满足 KKT 条件所构成的不等式组与严格互补性成立。假定关于  $\frac{\partial \tilde{g}}{\partial w}(w^*) \in$

$\mathbb{R}^{n_p \times n}$  的基矩阵为  $Z \in \mathbb{R}^{n \times (n-n_\epsilon)}$ ，也就是说， $Z$  列满秩且  $\frac{\partial \bar{g}}{\partial w}(w^*) Z = 0$ ，随之我们有：

(a) 若  $w^*$  为局部最优解，则有  $Z^\top \nabla_w^2 \mathcal{L}(w^*, \lambda^*, \mu^*) Z \geq 0$ 。(二阶必要条件, Second Order Necessary Condition)

(b) 若  $Z^\top \nabla_w^2 \mathcal{L}(w^*, \lambda^*, \mu^*) Z > 0$ ，则  $w^*$  为局部最优解。并且为局部唯一的最优解，也就是说，为严格局部最优解，并且对问题数据的小微扰动稳定。(二阶充分条件, Second Order Sufficient Condition)

其中矩阵  $\nabla_w^2 \mathcal{L}(w^*, \lambda^*, \mu^*)$  在优化算法，称为拉格朗日的海森矩阵，而它在雅可比矩阵的零空间上的投影， $Z^\top \nabla_w^2 \mathcal{L}(w^*, \lambda^*, \mu^*) Z$ ，称为简化的海森矩阵。实际工程中，待优化问题可以是非凸且非线性，不存在一个现成的算法能够保证局部最优解的全局收敛性，也就是说，无法根据随机初始点始终找到对应的局部最优解。因此研究人员通常会对原始非凸问题进行连续局部凸放缩，通过迭代求解的方式，找到每一步对应的局部凸上(下)界，最终找到对应原始问题的局部最优解，为了避免陷入局部最优解而导致优化性能较弱，也可以使用线搜索(Line-search)方法或者致信域(Trusted-region)等方法调整每次更新迭代的步长，减小初始值的选取对优化效果的影响。

### 2.2.3 内点法

内点法的基本思想是用一个光滑的近似替换由互补条件导致的非光滑 L 型集合，通常是一个双曲线。因此，引入一个平滑常数  $\tau > 0$ ，并用平滑的方程系统取代 KKT 条件。

$$\begin{aligned} \nabla f(w^*) + \nabla g(w^*) \lambda^* + \nabla h(w^*) \mu^* &= 0 \\ g(w^*) &= 0 \\ \mu_i^* h_i(w^*) + \tau &= 0, \quad i = 1, \dots, n_h. \end{aligned} \quad \dots (2.6)$$

请注意，最后一个方程确保  $-h_i(w^*)$  和  $\mu_i^*$  均为正值，并位于一个双曲线上。对于非常小的  $\tau$ ，L 型集合非常接近于双曲线，但非线性会增加。在内点法中，通常从较大的  $\tau$  值开始，通过牛顿方法解决由此产生的非线性方程系统，然后迭代地减小  $\tau$  值，始终使用先前获得的解作为下一个解的初始化。

解释上述平滑的 KKT 条件的一种方法是使用最后一个条件来消除  $\mu_i^* =$

$-\frac{\tau}{h_i(w^*)}$  并将此表达式插入第一个方程中，并注意到，

$$\nabla_w (\log(-h_i(w))) = \frac{1}{h_i(w)} \nabla h_i(w)$$

。因此，上述平滑形式的 KKT 条件不是别的，正是一个阻碍问题 (Barrier Problem) 的最优性条件。

$$\begin{aligned} \underset{w \in \mathbb{R}^n}{\text{minimize}} \quad & f(w) - \tau \sum_{i=1}^{n_h} \log(-h_i(w)) \\ \text{subject to} \quad & g(w) = 0. \end{aligned} \quad \dots (2.7)$$

请注意，当  $h_i(w) \rightarrow 0$  时，该问题的目标函数趋于无穷大。因此，即使对于非常小的  $\tau > 0$ ，目标函数中的障碍项也会防止不等式被违反。原始障碍法仅使用牛顿型优化方法来解决每个  $\tau$  值的等式约束优化的上述障碍问题。可以观察到，障碍问题和原始对偶问题对于任何给定的  $\tau$  值都会得到相同的解  $w_\tau$ 。还重要的是要知道，内点方法提供的解与原始问题的精确解之间的误差是  $\mathcal{O}(\tau)$  级别的，即内点方法引入的误差随着  $\tau$  的线性减小。

针对凸问题，基于壁函数的自共轭性质存在非常强的复杂度结果，可以给出所需的牛顿迭代总次数的上界，以便获得给定精度的全局解的数值近似。当将内点法应用于可能非凸的一般非线性规划时，我们当然只能期望找到局部解，但可以证明收敛到 KKT 点，并且这些非线性内点法在实践中表现非常好。

大多数内点法求解器使用松弛形式处理放松的互补条件，其中向问题添加一组“人工”变量或松弛变量  $s_i, i \in \{1, \dots, n_h\}$  以重新构造问题。等效系统为：

$$\begin{aligned} \nabla f(w^*) + \nabla g(w^*) \lambda^* + \nabla h(w^*) \mu^* &= 0 \\ g(w^*) &= 0 \\ \mu_i^* s_i^* - \tau &= 0, \quad i = 1, \dots, n_h \\ h_i(w^*) + s_i^* &= 0, \quad i = 1, \dots, n_h \end{aligned} \quad \dots (2.8)$$

替代 (2.6) 被解决。虽然形式 (2.8) 等价于 (2.6) 且提供相同的解，但它比 (2.6) 具有几个优点，尤其是：在系统 (2.8) 上的牛顿迭代可以从一个不可行的初始猜测  $w$  开始，即对于某些  $i$ ，不等式约束  $h_i(w) > 0$ ，只要松弛变量  $s_i$  在迭代过程中被初始化并保持为正值。因此，无需提供可行的初始猜测。在牛顿迭代过程中，通过等式约束将不等式约束变为可行状态。当在系统 (2.6) 上进行牛顿迭代时，必须确保在整个迭代过程中都有  $h(w) < 0$ ，这需要仔细的回溯 (即牛顿迭代步长的

减小), 直到确保  $h(w) < 0$ 。当评估函数  $h(w)$  的代价很高时, 这种回溯可能会耗费时间。相比之下, 当使用形式 (2.8) 时, 确保  $s > 0, \mu > 0$  是微不足道的。然后, 确保  $s$  和  $\mu$  为正提供了一种廉价的上限来使用实际步长。

软件: 非线性内点法的一种广泛应用和成功实现是开源代码 IPOPT(Wächter 等, 2006)。虽然 IPOPT 可应用于凸问题并能给出全局解, 但专门针对不同类别凸优化问题的内点法可以更好地利用问题结构, 更快、更可靠地解决这些问题。许多商业线性规划和二次规划求解包, 如 CPLEX(Bliekl 等, 2014) 或 MOSEK(ApS, 2019), 以及许多开源实现, 如利用稀疏性的 QP 求解器 OOQP(Gertz 等, 2003), 都使用内点法。

### 2.3 离散时间最优控制

鉴于系统模型和限制条件, 一个相当通用的离散时间最优控制问题 (Optimal Control Problem, OCP) 可以表示为以下带约束的非线性规划 (NLP):

$$\min_{x_0, u_0, x_1, \dots, u_{N-1}, x_N} \sum_{k=0}^{N-1} L(x_k, u_k) + E(x_N) \quad \dots (2.9)$$

$$\text{subject to } x_{k+1} - f(x_k, u_k) = 0, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad \dots (2.10)$$

$$h(x_k, u_k) \leq 0, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad \dots (2.11)$$

$$r(x_0, x_N) = 0. \quad \dots (2.12)$$

其中,  $u_k$  是各个时刻的系统控制输入,  $x_k$  是系统状态, 它们的维度分别是  $x_k \in \mathbb{R}^{n_x}$  与  $u_k \in \mathbb{R}^{n_u}$ 。(2.10) 描述了系统的动态方程, 由  $N$  个等式约束构成, (2.11) 为该研究问题中的不等式约束, (2.12) 为系统的起始和终端状态的边界约束。

若我们考虑一个上述 OCP 的简化模型, 其中忽视掉模型中的不等式约束。我们首先将所有变量定义为向量  $w = (x_0, u_0, x_1, u_1, \dots, u_{N-1}, x_N)$  与所有乘子定义为向量  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_N, \lambda_r)$ 。随之有以下 OCP 问题模型:

$$\begin{aligned} & \underset{w}{\text{minimize}} && F(w) \\ & \text{subject to} && G(w) = 0. \end{aligned}$$

其中  $G(w)$  为约束条件所组成的向量:

$$G(w) = \begin{bmatrix} f(x_0, u_0) - x_1 \\ f(x_1, u_1) - x_2 \\ \vdots \\ f(x_{N-1}, u_{N-1}) - x_N \\ r(x_0, x_N) \end{bmatrix}$$

随后我们写出相应的拉格朗日函数:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(w, \lambda) &= F(w) + \lambda^\top G(w) \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} L(x_k, u_k) + E(x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} \lambda_{k+1}^\top (f(x_k, u_k) - x_{k+1}) \\ &\quad + \lambda_r^\top r(x_0, x_N), \end{aligned}$$

以及对应该问题的 KKT 条件:

$$\nabla_w \mathcal{L}(w, \lambda) = 0$$

$$G(w) = 0$$

首先, 我们计算函数  $\mathcal{L}$  关于所有  $x_k$  状态变量的导数, 一个接着一个。这边将考虑  $k=0$  与  $k=N$  作为特殊情况当  $k=0$  时, 我们有:

$$\nabla_{x_0} \mathcal{L}(w, \lambda) = \nabla_{x_0} L(x_0, u_0) + \frac{\partial f}{\partial x_0}(x_0, u_0)^\top \lambda_1 + \frac{\partial r}{\partial x_0}(x_0, x_N)^\top \lambda_r = 0.$$

当  $k=1, \dots, N-1$  时, 有:

$$\nabla_{x_k} \mathcal{L}(w, \lambda) = \nabla_{x_k} L(x_k, u_k) - \lambda_k + \frac{\partial f}{\partial x_k}(x_k, u_k)^\top \lambda_{k+1} = 0.$$

当  $k=N$  时, 有

$$\nabla_{x_N} \mathcal{L}(w, \lambda) = \nabla_{x_N} E(x_N) - \lambda_N + \frac{\partial r}{\partial x_N}(x_0, x_N)^\top \lambda_r = 0.$$

第二步, 计算出拉格朗日函数关于所有系统输入变量  $u_k$ ,  $k=0, \dots, N-1$  的导数有。这边不需要考虑特殊情况, 因此我们有

$$\nabla_{u_k} \mathcal{L}(w, \lambda) = \nabla_{u_k} L(x_k, u_k) + \frac{\partial f}{\partial u_k}(x_k, u_k)^\top \lambda_{k+1} = 0.$$

KKT 条件中的其余部分  $G(w) = 0$  则是：

$$\begin{aligned} f(x_k, u_k) - x_{k+1} &= 0, \quad k = 0, \dots, N-1 \\ r(x_0, x_N) &= 0. \end{aligned}$$

可以很容易地看出，通过正向扫描 (Forward Sweep, FS) 获取所有的  $x_k$  和反向扫描 (Backward Sweep, BS) 获取所有的  $\lambda_k$ ，除了关于控制变量  $u_k$  以外的方程可以轻松地被满足。因此， $x_k$  和  $\lambda_k$  可以成为  $u_0, \dots, u_{N-1}$  的明确函数。其中难以满足的是最后一个方程，即拉格朗日函数关于控制变量  $u_0, \dots, u_{N-1}$  的偏导数。因此，我们可以同时前后向扫描来消除  $x_k$  和  $\lambda_k$ ，并仅使用牛顿类型的方案搜索变量  $u_0, \dots, u_{N-1}$ ，以使这些最后的方程得到满足。

### 2.3.1 动态规划 (Dynamic Programming, DP)

鉴于初始值已固定，控制变量  $\{u_k\}_{k=0}^{N-1}$  是唯一的自由度，而且每个  $u_k \in \mathbb{U}$  都取  $\mathbb{U}$  中的  $n_U$  个元素之一，因此存在恰好  $n_U^N$  条不同的轨迹，每条轨迹都具有特定的目标函数值，其中无限表示不可行的轨迹。假设评估  $f$  和  $L$  需要一个计算单元，并且注意到每个轨迹需要  $N$  个这样的评估，简单枚举的总复杂度为  $O(Nn_U^N)$ 。因此，简单枚举所有可能的轨迹的复杂度随着时间跨度  $N$  呈指数增长。

动态规划仅是枚举所有可能轨迹的更加智能的方法。它始于最优性原理，即每个最优轨迹的子轨迹也是最优轨迹的观察。更具体地，在 DP 中，我们将价值函数或代价函数定义为如果在时间  $k \in \{0, \dots, N\}$  和状态  $\bar{x}_k$  处解决缩短的视野上的最优控制问题时将获得的最优代价：

$$\begin{aligned} J_k(\bar{x}_k) &= \min_{x_k, u_k, \dots, u_{N-1}, x_N} \sum_{i=0}^{N-1} L(x_i, u_i) + E(x_N) \\ \text{subject to} \quad & f(x_i, u_i) - x_{i+1} = 0, \quad k = 0, \dots, N-1, \\ & \bar{x}_k - x_k = 0 \end{aligned}$$

因此，每个函数  $J_k : \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{R}_\infty$  总结了在给定状态下到最终状态的代价函数。当  $k = N$  时，我们便有  $J_N(x) = E(x)$  成立。最优理论阐述了对于任意  $k \in \{0, \dots, N-1\}$  都有下式成立：

$$J_k(\bar{x}_k) = \min_u L(\bar{x}_k, u) + J_{k+1}(f(\bar{x}_k, u)).$$



这使我们立即能够执行递归来计算所有函数  $J_k$ ，从  $k = N - 1$  开始，然后在每个递归步骤中逐渐减小  $k$ ，直到获得  $J_0$ 。这种递归被称为动态规划递归。一旦计算出所有的值函数  $J_k$ ，给定时间  $k$  的状态  $x_k$  的最优反馈控制就由下式给出：

$$u_k^*(x_k) = \arg \min_u L(x_k, u) + J_{k+1}(f(x_k, u))$$

这使我们能够通过一个前向模拟来重构最优轨迹，该模拟从  $x_0 = \bar{x}_0$  开始，然后按以下方式进行：

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k^*(x_k)), \quad k = 0, \dots, N - 1$$

通过这种方式，DP 允许我们解决最优控制问题，直到全局最优性，但其复杂度与简单的枚举不同。为了评估其复杂度，让我们注意到最昂贵的步骤是生成  $N$  个成本函数  $J_k$ 。每个递归需要经过所有的  $n_X$  个状态  $x$ 。对于每个状态，需要通过一次系统  $f(x, u)$  和阶段成本  $L(x, u)$  的评估来测试  $n_U$  个控制  $u$ ，这根据定义成本为一计算单位。因此，总的计算复杂度是  $O(Nn_Xn_U)$ 。与简单枚举相比，简单枚举的复杂度为  $O(Nn_U^N)$ ，即使对于中等规模的时间长度  $N$ ，DP 通常也要好得多。例如，假设有一个最优控制问题，其中  $n_U = 10, n_X = 1000, N = 100$ ，那么简单枚举的成本为  $10^{102}$ ，而 DP 的成本为  $10^6$ 。

动态规划的主要优点之一，同样适用于连续状态空间，是我们不需要对定义问题的函数  $f, L, E$  做出任何假设（如可微性或凸性），仍然能够解决全局最优性问题。另一方面，如果要将其应用于连续状态空间，则必须在计算机上表示函数  $J_k$ ，例如在状态空间中的网格上进行标签。如果连续状态空间  $\mathbb{X}_{\text{cont}}$  是  $n_x$  维度的盒子，并且我们在每个维度上使用具有  $m$  个间隔的矩形网格，则网格点的总数为  $m^{n_x}$ 。如果我们在此网格上执行 DP，则上述复杂度估计仍然有效，但  $n_X = m^{n_x}$ 。因此，当 DP 应用于具有连续状态空间的系统时，它在状态空间的维度上具有指数复杂度；它受到 Bellman 所谓的维度诅咒的影响。存在许多逼近值函数的方法，例如通过神经网络或其他函数表示 (Bertsekas 等, 1995)，但在这些情况下，动态规划的全局最优性保证会丢失。另一方面，存在一种特殊情况，即 DP 可以在连续状态空间中完全执行，我们将在下面介绍这种情况。

### 2.3.2 线性二次问题

现在介绍一个最优控制领域中的经典问题，即线性二次问题，如下所示：

$$\begin{aligned} \min_{x,u} \quad & \sum_{k=0}^{N-1} \begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} Q_k & S_k^\top \\ S_k & R_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix} + x_N^\top P_N x_N \\ \text{subject to} \quad & x_{k+1} - A_k x_k - B_k u_k = 0, \quad k = 0, \dots, N-1, \\ & \bar{x}_0 - x_0 = 0 \end{aligned}$$

我们试用动态规划的思想用于求解上述问题。在迭代过程中的每一步，我们需要去解决由时变阶段代价函数  $L_k(x, u) = \begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} Q_k & S_k^\top \\ S_k & R_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix}$  和动态系统  $f_k(x, u) = A_k x + B_k u$  所构成的函数：

$$J_k(x_k) = \min_u L(x, u) + J_{k+1}(f_k(x, u))$$

其中我们根据 Bellman 的思想从最终态  $J_N(x) = x^\top P_N x$  开始考虑。幸运的是，在这种情况下，每一个  $J_k$  均是二次函数，也就是说，每一步都有  $J_k(x) = x^\top P_k x$  这样的形式。

**定理 2.2** (值函数的二次表现形式). 若  $R + B^\top P B$  为正定，随之在 DP 迭代中的每一步的最小值为如下形式：

$$J_{new}(x) = \min_u \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}^\top \left( \begin{bmatrix} Q & S^\top \\ S & R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix}^\top P \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}$$

并且始终为二次函数，可以写成  $J_{new}(x) = x^\top P_{new} x$ ，其中

$$P_{new} = Q + A^\top P A - (S^\top + A^\top P B)(R + B^\top P B)^{-1}(S + B^\top P A)$$

上述定义允许我们为了求解上述最优控制问题，可以通过首先求解出明确的  $P_k$  矩阵，随后应用前向闭式循环。更加准确来说，就是开始于  $P_N$ ，然后通过后向迭代的方式对  $k = N-1, \dots, 0$  逐一求解：

$$P_k = Q_k + A_k^\top P_{k+1} A_k - (S_k^\top + A_k^\top P_{k+1} B_k)(R_k + B_k^\top P_{k+1} B_k)^{-1}(S_k + B_k^\top P_{k+1} A_k).$$

这被称为是差分黎卡提方程 (Difference Riccati Equation)。随后，我们可以得到最优反馈  $u_k^*(x_k)$  为

$$u_k^*(x_k) = -(R_k + B_k^\top P_{k+1} B_k)^{-1}(S_k + B_k^\top P_{k+1} A_k) x_k,$$

最后，始于  $x_0 = \bar{x}_0$ ，我们使用前向迭代的方式有

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k^*(x_k),$$

即，得到了关于线性二次最优控制问题的完全最优轨迹。

## 2.4 连续时间最优控制

当我们面对的问题所涉及的动态系统生存在连续时间中，其控制输入是一个连续的轮廓，即关于时间的函数存在于一个无限维的函数空间中时，我们谈论的是一个连续时间最优控制问题。我们将遇到与离散时间最优控制问题中相同概念的变化，例如拉格朗日乘数  $\lambda$ 、价值函数  $J$  或者顺序或同时方法之间的差异。

在常微分方程 (Ordinary Derivative Equation, ODE) 的场景下，大部分连续时间最优控制问题可以描述为下式：

$$\begin{aligned} & \underset{x(\cdot), u(\cdot)}{\text{minimize}} \quad \int_0^T L(x(t), u(t)) dt + E(x(T)) \\ & \text{subject to} \quad x(0) - x_0 = 0, \quad (\text{fixed initial value}), \\ & \quad \dot{x}(t) - f(x(t), u(t)) = 0, \quad t \in [0, T], \quad (\text{ODE model}), \\ & \quad h(x(t), u(t)) \leq 0, \quad t \in [0, T], \quad (\text{path constraints}), \\ & \quad r(x(T)) \leq 0, \quad (\text{terminal constraints}). \end{aligned}$$

总体而言，在连续时间最优控制问题中，有三类基本方法，分别是 (a) 状态空间方法，(b) 间接方法和 (c) 直接方法，详见 (Diehl 等, 2011)。我们在这里遵循所提供的概述 (Diehl 等, 2006)。

### 2.4.1 哈密顿-雅可比-贝尔曼方程

状态空间方法使用最优性原理，即每个最优轨迹的子弧必须是最优的。虽然这是离散时间动态规划的基础，但在连续时间情况下，这导致了所谓的哈密顿-雅可比-贝尔曼方程 (Hamilton-Jacobi-Bellman Equation, HJB) 方程的产生，它是状态空间中的偏微分方程 (Partial Derivative Equation, PDE)。存在计算解近似值的数值方法，但该方法严重受到贝尔曼“维数灾难”的限制，仅适用于小状态维度。

为了便于分析与解释,我们不考虑连续 OCP 中的不等式约束。为了说明 HJB 方程,我们首先对上述最优控制问题进行欧拉离散化。由于欧拉离散化阶数较低,在实际数值实践中会引入较大误差而不被常被使用,但却易于分析。我们引入一个时间步长  $h = \frac{T}{N}$ , 然后处理以下离散时间 OCP:

$$\begin{aligned} & \underset{x,u}{\text{minimize}} \quad \sum_{i=0}^{N-1} hL(x_i, u_i) + E(x_N) \\ & \text{subject to} \quad x_0 - \bar{x}_0 = 0, \\ & \quad \quad \quad x_{i+1} = x_i + hf(x_i, u_i), \quad i = 0, \dots, N-1. \end{aligned}$$

将动态规划理论应用于该问题, 则有

$$J_k(x) = \min_u hL(x, u) + J_{k+1}(x + hf(x, u))$$

用时间点  $t_k = kh$  替换掉下标  $k$  并且定义  $J_k(x) = J(x, t_k)$ , 随之有:

$$J_k(x, t_k) = \min_u hL(x, u) + J(x + hf(x, u), t_k + h).$$

假设函数  $J(x, t)$  在点  $(x, t)$  处可微, 它的泰勒展开公式如下:

$$J(x, t) = \min_u hL(x, u) + J(x, t) + h\nabla_x J(x, t)^\top f(x, u) + h\frac{\partial J}{\partial t}(x, t) + O(h^2).$$

最后, 将所有与  $u$  无关的参数移至等式左边, 并且两边同时除以  $h \rightarrow 0$ , 可以得到 HJB 方程如下:

$$-\frac{\partial J}{\partial t}(x, t) = \min_u L(x, u) + \nabla_x J(x, t)^\top f(x, u).$$

这个偏微分方程描述了值函数随时间的变化特性。我们可以通过从终端的约束反向递推式求解  $t \in [0, T]$ :

$$J(x, T) = E(x).$$

在  $t$  时刻关于状态  $x$  的最优反馈控制则由下式所得:

$$u_{\text{feedback}}^*(x, t) = \arg \min_u L(x, u) + \nabla_x J(x, t)^\top f(x, u).$$

#### 2.4.2 庞得里亚金极值原理

间接法利用无穷维问题的最优性必要条件, 推导出一个常微分方程组形式的边界值问题 (Boundary Value Problem, BVP)。这个 BVP 必须进行数值求解, 这

种方法可以描述为“先优化，再离散化”，先写出该问题在连续时间域内的最优性条件，然后再以某种方式进行离散化，以计算数值解。这类间接方法包括著名的变分法和欧拉-拉格朗日微分方程，以及所谓的庞特里亚金最大值原理。

首先定义哈密尔顿函数 (Hamiltonian function) 为  $H(x, \lambda, u) = L(x, u) + \lambda^\top f(x, u)$  随后有 HJB 方程:  $-\frac{\partial J}{\partial t}(x, t) = \min_u H(x, \nabla J(x, t), u)$  以及终端约束  $J(x, T) = E(x)$ 。我们利用之前介绍的知识可以有最优反馈控制为:

$$u_{\text{feedback}}^*(x, t) = \arg \min_u H(x, \nabla_x J(x, t), u)$$

至于  $\nabla_x J(x, t)$  导数有关，而不是  $J$  函数本身。因此，我们引入协同变量  $\lambda$  用于定义这个导数。若状态  $x^*(t)$  和协同变量  $\lambda^*(t)$  已知是最优路径上的一点，我们便能得到最优输入  $u^*(t)$  为  $u^*(t) = u_{\text{exp}}^*(x^*(t), \lambda^*(t))$  其中精确的控制策略则被定义为:

$$u_{\text{exp}}^*(x, \lambda) = \arg \min_u H(x, \lambda, u).$$

计算最优输入的问题便简化为寻找最优状态  $x^*(t)$  和协同状态  $\lambda^*(t)$  的最优轨迹。方法就是去假设最优路径已知，然后沿着最优轨迹对 HJB 方程进行求导。我们定义 HJB 方程组如下:

$$-\frac{\partial J}{\partial t}(x, t) = \min_u H(x, \nabla_x J(x, t), u) = H(x, \nabla_x J(x, t), u_{\text{exp}}^*(x, \nabla_x J(x, t)))$$

然后对等式两边同时对  $x$  进行求导。我们主要到等式右边  $\nabla_x J(x, t)$  和  $u_{\text{exp}}^*$  与变量  $x$  并无直接关系。幸运的是，我们基于最小值理论有  $\frac{\partial H}{\partial u}(x^*, \lambda^*, u^*) = 0$  的关系式。同时，我们由  $\lambda(t) = \nabla_x J(x(t), t)$  可得  $\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \nabla_x^2 J(x(t), t)$ 。随后，我们有:

$$-\frac{\partial^2 J}{\partial x \partial t}(x^*, t) = \frac{\partial H}{\partial x}(x^*, \lambda^*, u^*) + \underbrace{\frac{\partial H}{\partial \lambda}(x^*, \lambda^*, u^*) \nabla_x^2 J(x^*, t)}_{=f(x^*, u^*)^\top}$$

为了方便起见，不考虑  $x^*(t)$  和  $\lambda^*(t)$ ,  $u^*(t)$  与时间之间的关系。利用  $\dot{x}^* = f(x^*, u^*)$  的关系式，并通过调整等式顺序可得:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \nabla_x J(x^*, t) + \nabla_x^2 J(x^*, t) \dot{x}^*}_{=\frac{d}{dt} \nabla_x J(x^*, t)} = \dot{\lambda}^* = -\nabla_x H(x^*, \lambda^*, u^*).$$

上式是关于协同变量  $\lambda^*$  的微分关系式。最后，我们通过对  $J(x, T) = E(x)$  进行微分可得到终端边界条件:

$$\lambda(T) = \nabla E(x(T))$$

因此，我们得出了最优轨迹必须满足的必要条件。我们将它们与最优控制问题的约束结合起来，总结为：

$$x^*(0) = \bar{x}_0, \quad (\text{initial value})$$

$$\dot{x}^*(t) = f(x^*(t), u^*(t)), \quad t \in [0, T], \quad (\text{ODE model})$$

$$\dot{\lambda}^*(t) = -\nabla_x H(x^*(t), \lambda^*(t), u^*(t)), \quad t \in [0, T], \quad (\text{adjoint equations})$$

$$u^*(t) = \arg \min_u H(x^*(t), \lambda^*(t), u), \quad t \in [0, T], \quad (\text{minimum principle})$$

$$\lambda^*(T) = \nabla E(x^*(T)) \quad (\text{adjoint final value})$$

由于边界条件在时间区间的起始和结束处都给出，这些必要的最优性条件形成了一个双点边界值问题 (TPBVP)。这些条件可以用来检查给定的轨迹是否可能是一个解；或者更有趣的是，我们可以数值求解 TPBVP 以获得最优控制问题的候选解。相比于 HJB 方程将最优控制问题转化成 PDE，在庞得里亚金极值原理下转化成 ODE，有助于问题的求解。常微分方程比偏微分方程更容易求解，因为常微分方程只涉及一个自变量，而偏微分方程涉及多个自变量，因此常微分方程的解法更加简单和直接。此外，许多常见的常微分方程都有已知的解析解，这些解析解可以直接使用，而对于大多数偏微分方程而言，只有少数特殊情况存在解析解。

## 2.5 模型预测控制

到目前为止，我们已经考虑了一个单一的最优控制问题，并集中关注如何数值求解这个问题。一旦我们计算出这样的解决方案，我们可以尝试使用获得的控制轨迹来控制相应的实际过程。这种使用预先计算的控制轨迹的方法被称为开环控制。不幸的是，结果很可能会非常令人不满意，因为实际过程通常不会完全与我们用于优化的模型相一致。例如，如果我们想将机器人手臂移动到一个终端点，那么机器人手臂可能会停在与模型预测非常不同的位置。这是由于模型与现实的差异，有时被称为模型-实际不匹配。这种不匹配可能是由于建模误差或外部、未预见的干扰引起的。

在另一方面，我们可能能够观察实际过程在时间发展过程中的情况，并注意到，例如，机器人手臂的移动方式与预测不同。这将使我们能够在线纠正控制输入，以获得更好的性能；这个过程称为反馈控制或闭环控制。反馈允许我们极大

地提高最优控制的实际性能。在其最基本的形式中,我们可以使用即兴实现的反馈,通过基本的控制方案(如比例积分(PI)控制器)对计划状态轨迹偏差进行反应。另一方面,我们可以再次使用最优控制技术,通过使用我们使用动态规划(DP)和HJB方程来进行最优反馈控制来对状态的干扰进行反应。在移动机器人手臂的情况下,这将导致以下行为:如果在运动过程中机器人手臂受到外部干扰的强烈推动,它不会尝试回到计划的轨迹,而是适应新的情况并遵循新的最优轨迹。在DP或HJB的情况下,这是很直接的,因为我们已经预先计算出了所有可能状态的最优反馈控制。但正如前面所说,这些方法严重受限于系统状态的维度,即具有超过3-8个状态的系统会产生维数爆炸的现象。因此,通常我们不能提前预先计算最优反馈控制。

一种可能的解决方法是在过程运行时实时或在线计算最优反馈控制。在机器人手臂的情况下,这意味着在干扰之后,我们将再次调用我们的优化求解器,以便快速计算新的最优轨迹。如果我们可以精确且无限快地解决这个问题,我们将得到与最优反馈控制相同的反馈。在现实中,我们必须使用近似方法:首先,我们可以简化最优控制问题,以允许更快的计算,例如仅预测有限的未来时间;其次,我们可以根据新任务调整我们的算法,即需要再次解决优化问题。基于上述思想,模型预测控制(MPC)横空出世,并于近几十年来发展迅速,被广泛应用于各种行业,如机器人(Faulwasser等, 2016),自动驾驶(Hrovat等, 2012),智能电网(Halvgaard等, 2012),以及金融领域等(Primbs, 2019)。

模型预测控制研究的问题往往假定已经处于“稳定点”附近,若没有发生扰动,只需实施预计的控制计划,状态变量轨迹与预期状态轨迹之差会保持在零附近。模型预测控制则负责排除干扰,保持稳定。模型预测控制在改善最优控制的计算性能、有效利用非线性模型和随机模型、提高控制稳定性,以及处理大规模系统等方面依然面临挑战。

### 2.5.1 模型预测控制的基本原理

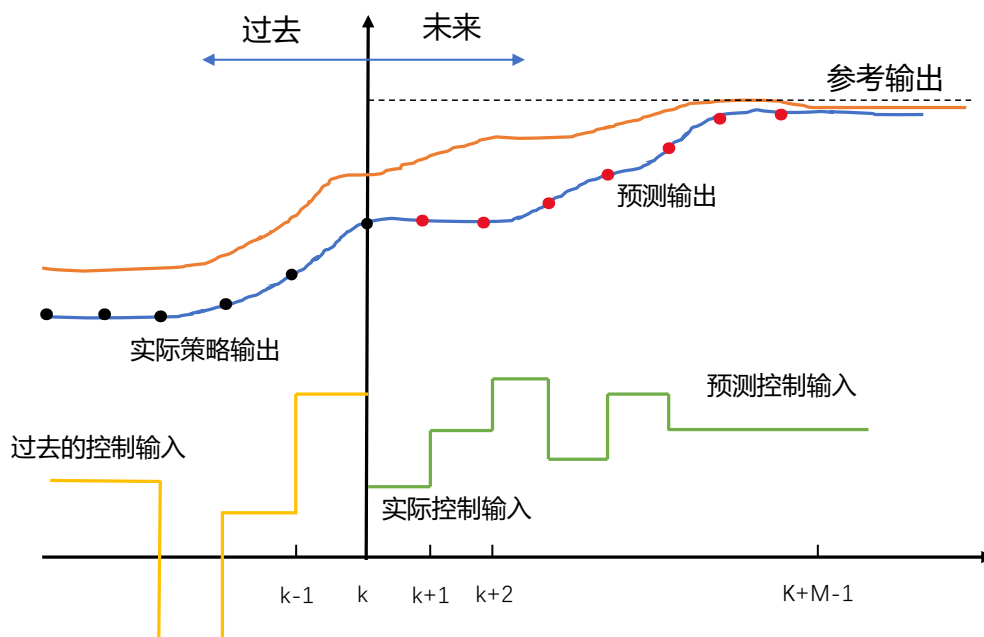


图 2.1 MPC 算法的基本工作原理

MPC 区别于其他经典控制方法的一大特征就是它可以在线地计算出系统的控制信号，其原理如图2.1所示。这类方法都具有如下三个环节：

- (1) 预测模型: 利用预测模型, 刻画被控对象的动态系统。模型可能精确给定, 也可能是对实际系统的近似, 需要实时计算参数。
- (2) 滚动优化: 依据预测模型和当前时刻的系统状态, 控制器会求解从当前时刻起一个时段内的开环最优控制, 优化这一阶段内的控制性能。
- (3) 反馈修正: 仅实施滚动优化中当前时刻的控制变量, 此后从环境获得反馈信息, 修正预测模型, 进入下一轮的滚动优化。

正因为这种滚动的优化特点, MPC 有时也被称作是滚动时域控制 (Receding Horizon Control, RHC)。另一个主要特征是它能够有效并快速地处理一个带约束的控制问题, 每当一个系统的控制采用时刻来临, MPC 控制器都可以优化出一个使得成本函数最优且保证所有控制变量和状态变量都满足约束的系统控制输出。



### 2.5.2 模型预测控制的稳定性分析

对于模型预测控制器而言，系统稳定性分析是最重要也是最棘手的环节。系统到达稳态类似于求解优化的最优解，换句话说，只有当系统达到稳态，才能说明我们的控制器的有效性。而对于非线性系统而言，其通常具有多个稳态，工程上，这类局部稳态都是可以接受的。首先我们需要对系统的“稳定”进行定义，并且给出在李雅普诺夫意义下的稳定。关于均衡点 (Equilibrium Points) 的稳定定义了均衡点附近的解是否能够依旧保持在该点附近，更靠近，或者是更加远离。

**定义 2.5 (稳定).** 如果初始条件接近平衡点并保持在平衡点附近，则平衡点是稳定的。形式上，我们说一个平衡点  $x_e$  是稳定的，如果对于所有的  $\epsilon > 0$ ，都存在一个  $\delta > 0$ ，使得：

$$\|x(0) - x_e\| < \delta \implies \|x(t) - x_e\| < \epsilon \quad \text{for all } t > 0$$

请注意，这个定义并不意味着随着时间的推移， $x(t)$  会越来越接近  $x_e$ ，而只是保持在附近。此外， $\delta$  的值可能取决于  $\epsilon$ ，因此，如果我们希望保持非常靠近平衡点，我们可能需要非常、非常靠近开始 ( $\delta \ll \epsilon$ )。这种稳定性有时被称为“李雅普诺夫意义下的稳定性”。如果一个平衡点稳定且  $x(t) \rightarrow 0$  且  $t \rightarrow \infty$ ，那么它是渐近稳定 (Asymptotically Stable) 的。这意味着所有附近的轨迹在大时间下都会收敛到平衡点。

在控制领域中，确定稳定性的一个强有力工具是使用李雅普诺夫函数。李雅普诺夫函数  $V(x)$  是一种类似于能量的函数，可用于确定系统的稳定性。粗略地说，如果我们找到一个在系统轨迹上始终减少的非负函数，我们可以得出结论，该函数的最小值是一个稳定的平衡点 (在局部范围内)。

为了更正式地定义这个概念，我们做出一些定义。如果存在一个严格递增的标量函数  $\alpha$ ，满足  $\alpha(0) = 0$  和  $V(x) \geq \alpha(|x|)$ ，则我们称函数  $V(x)$  为正定函数。我们经常将其写作“ $V(x) > 0$ ” (即使  $V(0) = 0$ )。同样地，如果  $V(0) = 0$  且  $V(x) \leq -\alpha(|x|)$ ，则函数是负定的。我们称函数  $V(x)$  为正半定函数，如果  $V(x)$  可以在  $x = 0$  以外的点处为零，但在其他情况下  $V(x)$  是严格正的。我们将其写为“ $V(x) \geq 0$ ”，并类比地定义负半定函数。

确保（或强制）稳定性的一种可能显而易见的方法是选用任意长度的视野范围，还可以通过在有限视野范围下，添加一个终端约束，强制在预测范围的末尾的状态为某一特定值。

**定理 2.3** (Maciejowski). 假设预测控制是由如下系统生成：

$$\mathbf{x}(k+1) = f(\mathbf{x}(k), u(k))$$

通过最小化代价函数

$$V(k) = \sum_{i=1}^{N_p} l(\hat{\mathbf{x}}(k+i | k), \hat{u}(k+i-1 | k))$$

其中  $l(\mathbf{x}, u) \geq 0$  和与只有当  $\mathbf{x} = 0$  和  $u = 0$  时  $\ell(\mathbf{x}, u) = 0$ ，以及  $l$  是逐步减小，关于终端约束则有：

$$\hat{\mathbf{x}}(k + N_p | k) = 0$$

最小值是当输入信号为  $\{\hat{u}(k+i | k) : i = 0, 1, \dots, N_u - 1\}$  取得，为了简化，我们  $N_u = N_p$  并且系统状态和输入满足下列约束：

$$\hat{u}(k+i | k) \in U$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k+i | k) \in X$$

其中  $U$  与  $X$  为一些集合。

假设平衡条件由  $\mathbf{x} = 0$  和  $u = 0$  定义。采用滚动时域优化方法，仅使用优化输入序列的第一个元素。如果优化问题在每个步骤中都是可行的并且得到解决，则平衡点是稳定的。

**证明：** 让  $V^o(t)$  是与最优输入信号  $u^o$  相对应的最优值，显然  $V^o(t) \geq 0$ ，并且只有当  $\mathbf{x}(t) = 0$  时， $V^o(t) = 0$ 。这是因为如果  $\mathbf{x}(t) = 0$ ，那么最优策略就是对于每个  $i$  将  $u(t+i) = 0$ 。我们必须表明  $V^o(t+1) \leq V^o(t)$ ，因此  $V^o(t)$  是 Lyapunov 函数。

我们写出：

$$\begin{aligned}
 V^o(t+1) &= \min_u \sum_{i=1}^{N_p} l(\mathbf{x}(t+1+i), u(t+i)) \\
 &= \min_u \left\{ \sum_{i=1}^{N_p} l(\mathbf{x}(t+i), u(t-1+i)) - l(\mathbf{x}(t+1), u(t)) \right. \\
 &\quad \left. + l(\mathbf{x}(t+1+N_p), u(t+N_p)) \right\} \\
 &\leq -l(\mathbf{x}(t+1), u^o(t)) + V^o(t) \\
 &\quad + \min_u \{ l(\mathbf{x}(t+1+N_p), u(t+N_p)) \}
 \end{aligned}$$

因为最优值不差于保持  $t$  时刻的最优解的情况。

但是我们假设约束条件  $\mathbf{x}(t+N_p) = 0$  是被满足, 因此我们可以使得  $u(t+N_p) = 0$  并且保持系统状态仍为  $\mathbf{x} = 0$ 。这说明了：

$$\min_u \{ l(\mathbf{x}(t+1+N_p), u(t+N_p)) \} = 0$$

因为  $l(\mathbf{x}(t), u^o(t)) \geq 0$ , 我们总结可得：

$$V^o(t+1) \leq V^o(t)$$

因此, 我们证明了  $V^o(t)$  是李雅普诺夫函数。并且通过证明李雅普诺夫函数的存在说明了模型预测控制的渐近稳定性。  $\square$

通常来说, 证明模型预测控制器的稳定性并不如上述那么简单, 简单的添加终端约束可能无法适用于实际问题。

## 2.6 本章小结

本章主要介绍了模型预测控制相关的理论, 模型和算法三个部分。其中算法部分考虑到实际带控制问题通常具有非线性或者非凸的性质, 因此围绕着非线性规划相关算法进行介绍, 从优化问题的一阶最优性条件与二阶最优性条件入手, 随后给出了关于优化问题的 KKT 条件, 将寻找最优值的问题转化成为找 KKT 方程组的零点问题, 最后对常见的非线性规划算法, 内点法进行了简单的介绍。第二部分主要围绕在关于连续与离散最优控制问题的相关理论, 从动态规划思想引入, 分别介绍了该思想在连续和离散问题上的不同应用形式, 但是由于

动态规划方法严重受到问题规模的限制,为了避免发生维度爆炸,因此有了彭德利雅金极值定理,将连续最优控制问题转化成为求解常微分方程组问题,随后将优化完的解离散化。第三部分主要围绕模型预测控制,首先介绍了模型预测控制与最优控制之间的联系与不同,随后着重介绍了该方法的原理,以及对该方法的稳定性加以简单的证明。

## 第3章 基于模型预测控制的无人机在线控制策略

### 3.1 引言

四旋翼无人机由于其相较于其它类型的无人机具有垂直起降能力、稳定性高、易于控制、操作灵活性高、载重能力强、价格相对低廉等优势,使得它们更加具备作为空中移动基站为地面用户提供通信服务的潜力。本文主要对四旋翼无人机控制系统展开研究,首次考虑在四旋翼无人机通信网络中引入多天线技术,建立了三维多用户多输入单输出 (3D MU-MISO) 与无人机姿态角的耦合复杂通信网络模型,基于模型预测控制 (MPC) 算法针对该场景提出了一种在线的无人机姿态控制和功率分配策略。本章的主要结构为:首先本文所研究的对无人机控制系统模型进行了描述;然后,根据牛顿第二定律、牛顿-欧拉方程和运动学方程写出关于四旋翼无人机的动力模型,姿态模型,位置模型和对应的能量消耗模型;其次,根据现代控制理论,建模出无人机动态系统,其中无人机控制系统的状态变量不仅包含了无人机的三维坐标,还包含了无人机的姿态角,及其各自的导数,并且介绍了所提出的姿态角耦合通信模型;随后,依据实际飞行场景提出系统的待优化问题和相应的约束条件,并且基于 MPC 算法设计出无人机的在线控制器,实现了其在向终点飞行的过程中最大化系统的频谱效率。最后,本章还验证了基于 MPC 的控制算法在该模型下的稳定性。

大部分工作都依赖于运动学方程来建模无人机的机动性,而忽略了动力学方程 (Zeng 等, 2016), (Liu 等, 2019), (D. Xu 等, 2020)。所得到的优化轨迹与实际驱动无人机而产生的推力之间并没有直接关联。因此,需要设计一个单独的控制器来获取基于优化后的无人机轨迹所需的控制输入,如图3.4上一半所示。而本文研究了基于运动学和动力学方程的无人机通信系统的三维轨迹优化,提出了一个无缝融合轨迹规划和无人机控制的新框架。利用我们提出的设计框架,控制信号可以直接从优化后的轨迹中获得,如图3.4下一半所示。

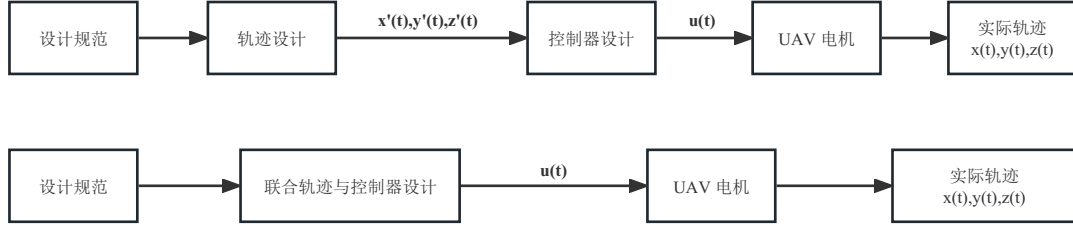


图 3.1 无人机控制系统整体流程图

### 3.2 系统模型

本文所研究的四旋翼无人机作为移动空中基站提供服务的三维多用户-多输入单输出 (3D MU-MISO) 通信网络场景如图3.2所示, 该网络包括一个装备有  $M = M_x \times M_y$  根均匀平面天线阵列 (Uniform Planar Array, UPA) 的四旋翼无人机和一组以  $I = \{1, 2, \dots, I\}$  为索引的单天线可移动用户。所研究的通信场景考虑在同一时频资源下为地面多用户同时提供通信服务, 本文采用并分析了多种不同的空分多址接入 (Space Division Multiple Access, SDMA) 方式, 为每个用户的数据流都分配了一个独立的空间以避免数据流之间的干扰。除了四旋翼无人机的三维坐标外, 同时需要考虑无人机姿态角对通信网络的影响, 并在满足四旋翼无人机的动力学方程的前提下设计相应的控制算法自适应地平衡通信距离和矩形天线阵列的发射功率。不失一般性且为了简化分析, 本文考虑了一个三维直角坐标系统, 且所有的用户均停留在地面上且位置已知。我们将飞行高度引入作为优化变量之一, 通过自适应的调整无人机到地面用户距离以提升信息传输质量, 并且为了保证无人机的飞行安全, 假设无人机以能避开服务区域内全部障碍物的最低高度  $H_0$  飞行。实际对无人机的操控是连续过程, 为了便于分析, 将其以  $T$  为时隙间隔进行离散化的近似处理, 并且假设无人机在每个时隙内均可看作静止状态 (Zhou 等, 2020), (Y. Xu 等, 2021)。

本文考虑一个实际的应用场景, 位于森林, 海上, 或是受灾区域等缺少基站覆盖的通信场景, 无人机作为可移动的空中基站为地面多用户提供通信服务。请注意, 出于研究重点不同的考虑, 本文主要研究装备有 UPA 的四旋翼无人机在 3D MU-MISO 场景下自主在线控制策略的设计问题, 因此本文关注的是单个四旋翼无人机的基本情况且不涉及传统的地面基站。在后续工作中, 我们将扩展本文研究至多个无人机合作, 存在地面基站的复杂异构通信网络场景。

类似于 (B. Li 等, 2021), 本文计划使得无人机作为移动基站能够自主在线得制定出最优的无人机姿态控制和资源分配策略, 要求无人机可以根据用户实时位置信息和信道状态信息的实时变化动态调整无人机控制系统的输入, 以实现其在向终点飞行的过程中为地面多用户提供通讯服务, 在满足四旋翼无人机动力学方程和地面所有用户最低通信需求的基础上, 最大化整个通讯系统的平均频谱效率 (Average Spectral Efficiency, ASE), 同时减小运行过程中无人机的电机能量损耗。后续会分别对四旋翼无人机动力学模型, 四旋翼无人机能量消耗模型, 无人机通信信道模型, 三维预编码矩阵模型, 以及 3D-MIMO 与四旋翼无人机姿态角耦合通信模型进行详细介绍。

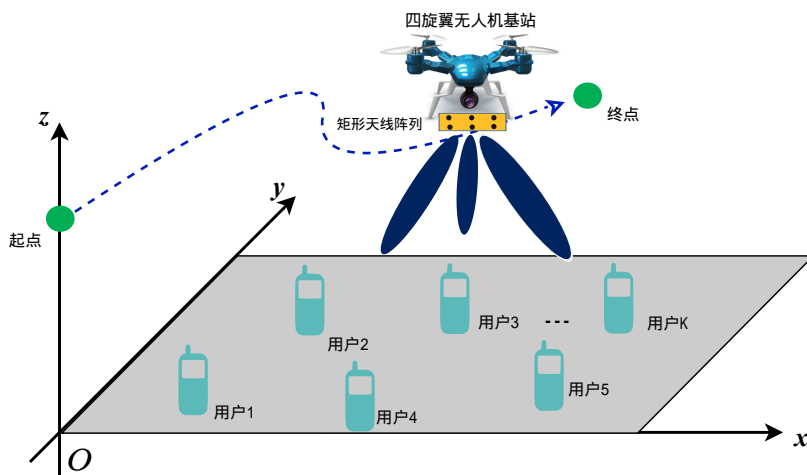


图 3.2 无人机通信系统模型

### 3.2.1 四旋翼无人机的动力学模型

本章节考虑了图3.4所示的四旋翼无人机，其由四个螺旋桨通过刚性十字架相连组成。螺旋桨分为两对 (1,3) 和 (2,4)，相反方向旋转。通过增加或减小总推力，四旋翼系统可以向不同方向旋转和移动。如果四个螺旋桨的速度同时增加或减小，就可以实现垂直运动。通过相反改变两个和四个螺旋桨的速度，可以实现横滚旋转和相应的横向运动。通过相反修改一个和三个螺旋桨的速度，可以实现俯仰旋转和相应的横向运动。偏航旋转是通过每对螺旋桨之间的反扭矩差异实现的 (Bouadi 等, 2007)。在图3.4中，惯性参考系和机体参考系分别用符号 **E** 和 **B** 表示。

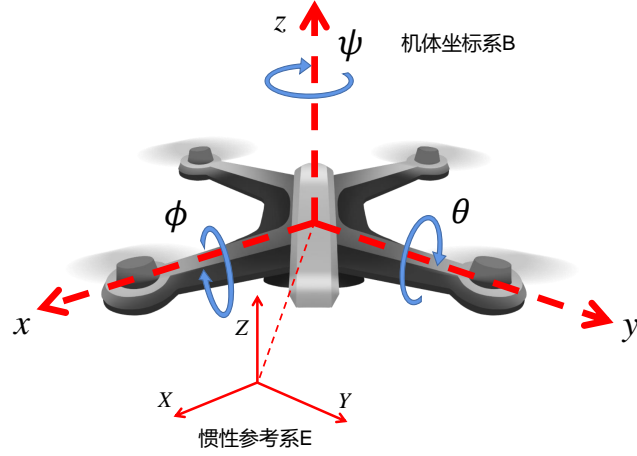


图 3.3 四旋翼无人机的示意图以及其对应的参考系

在本文中，我们做出以下假设 (Bouadi 等, 2011)：

- 四旋翼结构是刚性和对称的。
- 螺旋桨是刚性的。
- 推力和阻力与螺旋桨速度的平方成正比。

根据这些假设，可以描述旋转螺旋桨引起的刚体动力学和空气动力学力的动态方程。利用牛顿-欧拉方程可以将四旋翼的动态方程写成：

$$\begin{cases} m\ddot{\zeta} = F_f + F_d + F_g, \\ J\dot{\Omega} = -\Omega^T J \Omega + \Gamma_f - \Gamma_a - \Gamma_g, \end{cases}$$

定义四旋翼无人机在惯性坐标系下在时刻  $t$  的位置为  $q(t) = [x(t), y(t), z(t)]^T \in \mathbb{R}^3$  和速度为  $\dot{q}(t) = [\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t)]^T \in \mathbb{R}^3$ 。同样地，我们定义在时刻  $t$  机体坐标系下的横滚、俯仰和偏航角分别为  $\Phi(t) = [\phi(t), \theta(t), \psi(t)]^T$ ，对应的角速度为  $\dot{\Phi}(t) = [\dot{\phi}(t), \dot{\theta}(t), \dot{\psi}(t)]^T$ 。其中， $[\cdot]^T$  表示向量或矩阵的转置。

根据假设，可以通过推导刚体动力学和由旋转引起的空气动力学力来得到四旋翼无人机的动力学。根据 (B. Li 等, 2021)，四旋翼无人机在连续时间系统下



的动态方程式可以由上述牛顿-欧拉方程给出：

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{x}(t) = -K_{fdx}\dot{x}(t) + C_t \sum_{n=1}^4 \omega_n^2(t) [\cos \phi(t) \sin \theta(t) \cos \psi(t) + \sin \phi(t) \sin \psi(t)], \\ m\ddot{y}(t) = -K_{fdy}\dot{y}(t) + C_t \sum_{n=1}^4 \omega_n^2(t) [\cos \phi(t) \sin \theta(t) \sin \psi(t) - \sin \phi(t) \cos \psi(t)], \\ m\ddot{z}(t) = -K_{fdz}\dot{z}(t) + C_t \sum_{n=1}^4 \omega_n^2(t) \cos \phi(t) \cos \theta(t) - mg, \\ I_x\ddot{\phi}(t) = (I_y - I_z) \dot{\psi}(t)\dot{\theta}(t) - K_{fax}\dot{\phi}^2(t) - J_r\bar{\Omega}(t)\dot{\theta}(t) + LC_t [\omega_3^2(t) - \omega_1^2(t)], \\ I_y\ddot{\theta}(t) = (I_z - I_x) \dot{\psi}(t)\dot{\phi}(t) - K_{fay}\dot{\theta}^2(t) + J_r\bar{\Omega}(t)\dot{\phi}(t) + LC_t [\omega_4^2(t) - \omega_2^2(t)], \\ I_z\ddot{\psi}(t) = (I_x - I_y) \dot{\phi}(t)\dot{\theta}(t) - K_{faz}\dot{\psi}^2(t) + C_d [\omega_1^2(t) - \omega_2^2(t) + \omega_3^2(t) - \omega_4^2(t)], \end{array} \right. \quad \dots (3.1)$$

其中,  $\omega_n(t)$ ,  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$  表示  $t$  时刻四个电机轴各自旋转的角速度,  $m$  和  $g$  分别表示四旋翼无人机的总质量和重力加速度,  $J_r$  是无人机整体的转动惯量,  $I_x, I_y$  和  $I_z$  表示四旋翼无人机分别对应各坐标轴的转动惯性,  $K_{fdx}, K_{fdy}$  和  $K_{fdz}$  是对应各坐标轴的阻尼转矩系数,  $K_{fax}, K_{fay}$  和  $K_{faz}$  为对应各坐标轴的空气动力学摩擦系数常数,  $C_d$  为转矩系数,  $C_t$  为推力系数,  $L$  描述了四旋翼中心距螺旋桨旋转轴的距离, 并且定义  $\bar{\Omega}(t)$  满足关系式  $\bar{\Omega}(t) = w_1(t) - w_2(t) + w_3(t) - w_4(t)$ 。

### 3.2.2 无人机控制系统描述

根据现代控制理论 (Ogata 等, 2010), 无人机动态系统被建模为一组微分方程, 并可以用状态空间模型的形式表示。状态空间模型由状态变量和控制变量组成, 系统的操作受到状态的控制。状态变量不能直接改变。相反, 它们通常通过相应地操作控制变量来驱动到期望值。根据我们上面考虑的模型式 (3.1), 并且考虑其中变量的实际物理意义, 进一步控制器设计的最终状态向量可以被定义为

$$\mathbf{x}(t) = [x(t), y(t), z(t), \dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t), \phi(t), \theta(t), \psi(t), \dot{\phi}(t), \dot{\theta}(t), \dot{\psi}(t)]^T \quad \dots (3.2)$$

其中控制向量定义为  $\mathbf{u}(t) = [u_1(t), u_2(t), u_3(t), u_4(t)]^T$ 。

考虑到四旋翼无人机的基本操作上可以划分为四种运动模式。在这里, 可以通过控制无人机四个螺旋桨旋转产生的力和力矩制定出四种不同的控制策略, 作为无人机控制系统的输入。其中控制策略  $u_n(t)$ ,  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$  与四个螺旋桨的

角速度之间的关系如下：

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_t & C_t & C_t & C_t \\ -C_t & 0 & C_t & 0 \\ 0 & -C_t & 0 & C_t \\ C_d & -C_d & C_d & -C_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1^2(t) \\ w_2^2(t) \\ w_3^2(t) \\ w_4^2(t) \end{bmatrix} \quad \dots (3.3)$$

其中， $u_1(t)$  代表无人机的总推力， $u_2(t), u_3(t)$  和  $u_4(t)$  分别是绕  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴产生的力矩。

随后，根据 (3.1)，(3.3) 与 (3.2) 无人机非线性系统的状态空间模型可以表示为如下公式：

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_4(t), \dot{x}_2(t) = x_5(t), \dot{x}_3(t) = x_6(t), \\ \dot{x}_4(t) = [-K_{fdx}x_4(t) + u_1(t)(\cos x_7(t) \sin x_8(t) \cos x_9(t) + \sin x_7(t) \sin x_9(t))] / m, \\ \dot{x}_5(t) = [-K_{fdy}x_5(t) + u_1(t)(\sin x_8(t) \sin x_9(t) \cos x_7(t) - \sin x_7(t) \cos x_9(t))] / m, \\ \dot{x}_6(t) = [-K_{fdz}x_6(t) - mg + u_1(t)(\cos x_7(t) \cos x_8(t))] / m, \\ \dot{x}_7(t) = x_{10}(t), \dot{x}_8(t) = x_{11}(t), \dot{x}_9(t) = x_{12}(t), \\ \dot{x}_{10}(t) = [(I_y - I_z) x_{11}(t)x_{12}(t) - K_{fax}x_{10}^2(t) - J_r\bar{\Omega}(t)x_{11}(t) + Lu_2(t)] / I_x, \\ \dot{x}_{11}(t) = [(I_z - I_x) x_{10}(t)x_{12}(t) - K_{fay}x_{11}^2(t) + J_r\bar{\Omega}(t)x_{10}(t) + Lu_3(t)] / I_y, \\ \dot{x}_{12}(t) = [(I_x - I_y) x_{10}(t)x_{11}(t) - K_{faz}x_{12}^2(t) + C_Du_4(t)] / I_z, \end{cases} \quad \dots (3.4)$$

其中  $x_1(t)$  至  $x_{12}(t)$  依次对应了 (3.2) 中所涉及的状态变量。

为了方便表述，我们可以得到常微分方程 (Ordinary Differential Equation, ODE) 模型的紧凑形式，该模型引入了一个时间不变的非线性函数  $f$ ：

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \quad \dots (3.5)$$

其中  $\dot{\mathbf{x}}(t)$  表示  $\mathbf{x}(t)$  相对于  $t$  的导数。

从 MPC 的角度来看，我们使用欧拉方法 (Euler Method) 从上述时间不变非线性函数中构建近似的离散时间动态模型，即

$$\dot{\mathbf{x}}(t) \approx \frac{\mathbf{x}(t+T) - \mathbf{x}(t)}{T}. \quad \dots (3.6)$$

其中  $T$  是一个足够小的正常数。以  $T$  为时间单位的离散动态系统可以表示为

$$\mathbf{x}[t+1] = f(\mathbf{x}[t], \mathbf{u}[t]) \quad \dots (3.7)$$

其中  $\mathbf{x}[t]$  表示在时隙  $t$  时离散化动态模型的状态向量,  $\mathbf{u}[t]$  表示离散时间控制器  $\mathbf{u}$ , 上述变量在一个时隙中被视为常数。本文的后续研究将在离散时间尺度上展开, 且表示为  $[\cdot]$ 。

### 3.2.3 四旋翼无人机能量消耗模型

参考 (Shi 等, 2017) 中所述, 我们考虑无人机装备四个电池供电的无刷马达, 对于每一个电机马达  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  位于时隙  $t$  时的电流  $I_n[t]$  与电压  $U_n[t]$  可以表示为:

$$I_{n,t} = \frac{C_m}{K_T} \omega_{n,t} + I_0, \quad \dots (3.8)$$

$$U_{n,t} = K_E N_{n,t} + I_{n,t} R_0. \quad \dots (3.9)$$

因此, 对于每个电机马达  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  的能量损耗可以描述为:

$$\begin{aligned} P_n^{\text{con}}[t] &= U_n[t] I_n[t] \\ &= c_4 \omega_n[t]^4 + c_3 \omega_n[t]^3 + c_2 \omega_n[t]^2 + c_1 \omega_n[t] + c_0, \end{aligned} \quad \dots (3.10)$$

其中

$$c_0 = I_0^2 R_0, \quad c_1 = 30 K_E I_0 / \pi, \quad c_2 = 2 C_m R_0 I_0 / K_T, \quad \dots (3.11)$$

$$c_3 = 30 C_m K_E / (\pi K_T), \quad c_4 = C_m^2 R_0 / K_T^2. \quad \dots (3.12)$$

其中关于无人机能量消耗所涉及的参数  $K_E \triangleq (U_0 - I_0 R_0 / K_v U_0)$  描述了反电动势常数,  $K_T \triangleq 9.55 K_E$  为转矩常数,  $R_0$  为电机电阻。

因此, 本文考虑的四旋翼无人机在时隙  $t$  的总能量损耗可以表示为:

$$P^{\text{con}}[t] = \sum_{n=1}^4 P_n^{\text{con}}[t] \quad \dots (3.13)$$

值得一提的是, (B. Li 等, 2021) 分析并验证了, 当飞行速度  $V_c$  小于等于某一值时, 无人机损耗功率随着  $V_c$  的增加呈四次方增长。这与 (Zeng 等, 2019) 描述的立方关系不同。这种差异主要是由于本文所考虑的能量损耗模型是直接基于电动机的电流和电压流量推导出来的, 因此它不仅考虑了支持无人机飞行状态所需的功率, 而且还考虑了电动机的能量转换效率。同时, (Zeng 等, 2019) 所提出的能量消耗模型仅适用于通用旋翼式无人机 (Rotary-wing UAV), 而本文的能量消耗模型 (3.10) 是专门针对四旋翼无人机所推导出的。除了上述无人机的动力能量消耗模型, 本文同时考虑了无人机辅助通信时的发射功率损耗。

### 3.2.4 无人机通信信道模型

根据文献可知 (Lin 等, 2018), 当无人机处于在足够高的高度且服务区域边长小于 100 米的空旷环境时, 无人机很可能会与地面用户节点建立视距链路 LOS 信道, 从而减小由于建筑物遮挡所带来的阴影效应 (Shadow Fading), 除此之外, 我们还考虑无人机与用户之间存在丰富散射而经历小尺度衰落。为了同时描述信道存在的大尺度衰落和小尺度衰落, 我们将无人机到地面的信道建模为莱斯衰落模型。因此, 第  $i$  个用户的无人机空-地信道增益在每个离散时隙  $t$  可以建模为:

$$h_i[t] = \sqrt{\beta_i[t]} g_i[t] \quad \dots (3.14)$$

其中  $\beta_i[t]$  表示在  $t$  时刻的大尺度平均信道功率增益, 包括信号衰减和路径损耗和阴影效应, 而  $g_i[t]$  表示在  $t$  时刻小尺度衰落系数, 在每个多径传输路径步骤中可以假定为恒定。具体来说, 假设  $d_i[t]$  表示时隙  $t$  中, 无人机和用户  $i$  之间的距离表示为:

$$d_i[t] = \sqrt{\|q[t] - q_i[t]\|^2 + z[t]^2}. \quad \dots (3.15)$$

其中  $q_i[t]$  表示第  $i$  个用户在  $t$  时刻的位置坐标, 由于行人和无人机之间的速度差异, 在每个 MPC 步骤中可以视为常量。我们假设每时每刻用户的具体位置可以通过 GPS 完美获取。因此, 第  $i$  个用户平均信道功率增益  $\beta_i[t]$  可以建模为:

$$\beta_i[t] = \beta_0 d_i[t]^{-\alpha} \quad \dots (3.16)$$

其中,  $\beta_0$  是在参考距离  $d_0 = 1$  米处的平均信道增益,  $\alpha$  是路径损耗指数, 通常取值在 2 到 6 之间。式 (3.14) 中的  $g_i[t]$  代表小尺度衰落系数, 其遵循 Rician 分布, 具有归一化功率  $E\|g_i[t]\|^2 = 1$ 。

$$g_i[t] = \sqrt{\frac{K_a}{K_a + 1}} \bar{g}_i[t] + \sqrt{\frac{1}{K_a + 1}} \tilde{g}_i[t] \quad \dots (3.17)$$

其中,  $\bar{g}_i[t]$  代表直射路径信道分量。参考天线相关书籍 (Balanis, 2015), 对于具有  $M = M_x \times M_y$  个天线的 UPA, 发射波束向量 (Steering Vector) 可以通过以下方式获得:

$$\begin{aligned} \bar{g}_i[t] = & \frac{1}{\sqrt{M}} [1, \dots, e^{j \frac{2\pi}{w} d((m_x-1) \sin \zeta_i[t] \sin \iota_i[t] + (m_y-1) \sin \iota_i[t] \cos \zeta_i[t])}, \\ & \dots, e^{j \frac{2\pi}{w} d((M_x-1) \sin \zeta_i[t] \sin \iota_i[t] + (M_y-1) \sin \iota_i[t] \cos \zeta_i[t])}]^T, \end{aligned} \quad \dots (3.18)$$

其中  $d$  和  $w$  分别表示天线间距和信号波长, 通常根据实际工程经验, 我们设定天线间隔  $d \approx \frac{w}{2}$ 。  $\zeta_i[t] \in [0, 2\pi]$  表示无人机与用户  $i$  之间在  $t$  时刻的方位角 (无人机与用户之间的方向向量在无人机自身坐标系  $x-y$  面上的投影与无人机自身坐标系下  $y$  轴正半轴之间的夹角),  $\iota_i[t] \in [0, \pi]$  表示无人机与用户  $i$  之间在  $t$  时刻的俯仰角 (无人机与用户之间的方向向量与无人机自身坐标系下  $z$  轴负半轴之间的夹角)。  $1 \leq i_x \leq M_x - 1$  和  $1 \leq i_y \leq M_y - 1$  是  $x-y$  平面上的天线索引。  $\tilde{g}_i[t]$  表示非直射 (NLoS) 信道分量, 其元素是独立同分布 (i.i.d.) 的随机变量, 服从于  $\mathcal{CN}(0, 1)$  分布。

在调度时隙  $t$  中, 无人机向  $I$  个用户同时发送  $K$  个独立信号。具体而言, 第  $i$  个用户的发送信号为  $s_i[t] = w_i[t]x_i[t]^{\text{DL}}$ , 其中  $x_i[t]^{\text{DL}} \in \mathbb{C}$  和  $w_i[t] \in \mathbb{C}^M$  分别表示用户  $i$  的在  $t$  时刻的信息符号和相应的波束赋形向量。不失一般性, 我们假设  $\mathbb{E}\|x_i[t]^{\text{DL}}\|^2 = 1$ 。在时隙  $t$  中, 用户  $i$  收到的下行信号可描述为:

$$Y_i^{\text{DL}} = \sqrt{\eta_i[t]}h_i[t]^H w_i[t]x_i[t]^{\text{DL}} + \sum_{s \in \mathcal{I} \setminus \{i\}} \sqrt{\eta_s[t]}h_s[t]^H w_s[t]x_s[t]^{\text{DL}} + n_i[t] \quad \dots (3.19)$$

其中  $n_i[t] \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_i^2) \in \mathbb{C}$  表示用户  $i$  在时隙  $t$  中的加性复高斯白噪声 (Additive White Gaussian Noise, AWGN)。变量  $\eta_i[t]$  是无人机在第  $t$  个时隙向用户  $i \in \mathcal{I}$  发射的功率。

因此, 在时隙  $t$  内, 无人机基站端和用户  $i$  之间所建立的信道能够获得系统频谱效率可以表示为:

$$R_i[t] = \log_2 \left( 1 + \frac{\eta_i[t]|h_i[t]^H w_i[t]|^2}{\sum_{s \in \mathcal{I} \setminus \{i\}} \eta_s[t]|h_s[t]^H w_s[t]|^2 + \sigma_i^2} \right) \quad \dots (3.20)$$

### 3.2.5 三维预编码矩阵模型

预编码技术是一种利用已知的信道状态信息, 在发送端对发送符号进行信号预处理的技术, 该项技术最初提出是为了克服单用户 MIMO 系统下各个信道之间的相关性。在实际的信道中, 各个天线之间不可避免地会存在相关性; 此时在发射端利用估计到的信道状态信息, 多用户 MIMO 系统采用预编码技术, 对发射信号进行预处理, 使得接收端接收到不受其他用户干扰的信号。本文考虑无人机上装备有 UPA 以实现同时同频服务多个地面用户, 区别于常见的二维波束

成型方式 (2D Beamforming), 由于无人机基站的三维可移动性, 能够通过优化其三维坐标制定出更加灵活的波束成型方式以适用于频繁变化的地面用户拓扑结构, 满足未来无人机通信网络的需求 (Zhu 等, 2019)。

脏纸编码 (Dirty Paper Coding) 是一种比较常见的非线性预编码方法, 在信息发送之前已经了解了信道的基本情况, 经过发射端处理的接收端不存在干扰, 但是这种预编码方式的复杂度较高, 在实际的设计过程中也比较困难, 因此实际通信系统一般采用线性编码。考虑到工程的实用性, 最大比传输 (Maximum Ratio Transmission, MRT) 的概念被引入作为一种次优的线性预编码方案 (Lo, 1999), 用于最大化多用户多输入单输出通信系统中每个接收机的信噪比 (Signal Noise Ratio, SNR)。具体而言, 基于 MRT 算法的波束赋形方向为:

$$w_i[t]^{\text{MRT}} = \frac{h_i[t]}{\|h_i[t]\|}, \forall i \in \mathcal{I}, t. \quad \dots (3.21)$$

预编码向量意味着每个用户的数据信号都以广播的形式从天线阵列中向用户发送, 但是针对不同用户采取不同的振幅和相位对信号进行调制, 以在用户接收端实现有用信号与干扰信号的有效分离。其中 MRT 所设计出的波束赋形向量旨在最大化无人机与目标用户之间信道增益, 而忽略了其他用户对当前用户的干扰问题, 通常在多用户下行链路场景所能够有限提高系统的频谱效率, 但却能够大幅减小波束赋形向量设计的复杂度。

与此同时, 本文考虑了迫零 (Zero-Forcing) 编码, 这种算法通过将预编码矩阵设置为信道矩阵的零空间子集来达到消除其余用户对当前用户的干扰的目的 (Yoo 等, 2006), 如果在发送端收集到的信道状态信息近乎理想时, 迫零预编码方法的性能接近于理论最大系统容量。若考虑系统信道矩阵在时刻  $t$  为  $H[t] \in \mathbb{C}^{M \times I}$ , 采用迫零方法生成预编码矩阵, 使得  $h_i[t]^T w_j[t] = 0, \forall i \neq j, i \in \mathcal{I}$ , 则有:

$$W[t]^{\text{ZF}} = H[t] \left( (H[t])^T H[t] \right)^{-1}, \forall t. \quad \dots (3.22)$$

其中  $W[t] \in \mathbb{C}^{M \times I}$  为系统在  $t$  时刻的预编码矩阵。

通过观察由迫零方法生成的预编码矩阵, 我们不难发现计算过程中包含着矩阵求逆运算, 并且与系统中所服务的用户数量相关, 因此该算法能够有效回避在 MIMO 场景下信道数量增加所带来的复杂度上升的问题, 适用于大规模 MIMO 场景下。但是, 为了提高求逆运算时的计算稳定性 (Nguyen 等, 2019), 我们同时

描述了正则迫零算法 (Regularized Zero-Forcing, RZF) 如下:

$$W[t]^{\text{RZF}} = H[t] \left( (H[t])^T H[t] + \sigma_i^2 P[t]^{-1} \right)^{-1}, \forall t. \quad \dots (3.23)$$

其中  $P[t]$  为系统中提供给用户发射功率  $\eta_i[t]$  所构成的对角矩阵。在我们的场景下, 正则化调整了干扰抑制 (当正则化值较小时) 与最大化有用信号 (当正则化值较大时) 二者之间的权重关系。

至此, 我们已经完成了三维波束赋形向量设计的基本框架, 随后我们将在四旋翼无人机精确动态方程组的基础上, 考虑除无人机三维坐标以外的状态变量对信道直射链路的幅度和相位的影响, 并且根据创新性提出的系统模型设计出在线控制策略, 以实现最大化无人机通信系统频谱效率的目的, 并且可用于后续实验对比和性能验证当中。

### 3.2.6 3D-MIMO 与四旋翼无人机姿态角耦合通信模型

现有的无人机辅助通信场景通常是将无人机假设为质点进行考虑, 其无人机控制系统的待优化状态变量包含了无人机的三维坐标, 以及其各自对应的梯度值, 对应这些场景下的无人机轨迹设计及资源分配等问题主要受到无人机质点与地面用户之间的距离, 方位角和俯仰角等因素的影响 (Y. Sun 等, 2019), (Fu 等, 2022)。上述通信模型仅适用于通用旋翼无人机 (Rotary-Wing UAVs), 无法应用于更加灵活, 更加强大的四旋翼无人机场景中。因此为了获得更大的系统自由度, 与现有研究的无人机辅助通信场景不同, 本文基于上文所描述的四旋翼无人机的精确动态方程创新性得提出适用于四旋翼无人机的三维多用户多输入单输出 (3D MU-MISO) 通信信道模型, 建立无人机控制系统中横滚角 (Roll), 俯仰角 (Pitch) 和偏航角 (Yaw) 三个角度状态与通信信道之间的耦合关系。同时基于所提出的通信模型, 通过对无人机控制系统得整体优化, 在获得更大系统的自由度的同时也提高了系统的整体频谱效率。具体来讲, 通过调整无人机姿态角, 能够增大干扰用户与无人机天线阵列的俯仰角, 从而增大该链路的有效通信距离, 减小对当前用户的干扰, 以达到提高通信系统频谱效率的目的。



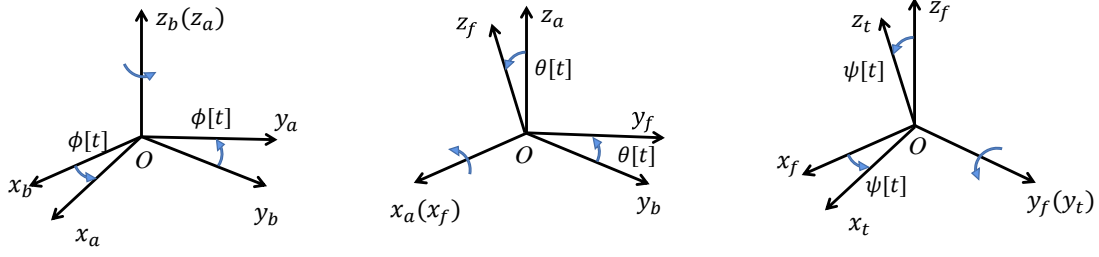


图 3.4 关于无人机旋转矩阵生成的描述图

在介绍通信系统模型之前，首先我们引入无人机的旋转矩阵。如图3.4所示，将无人机自身坐标系定义为 **b-frame**，区别于作为参考的地球坐标系，基于参考坐标系下对无人机的姿态描述需要以下三个角度参数：(1) 横滚角  $(\phi[t] \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}])$ ：绕  $x$  轴旋转的角度；(2) 俯仰角  $(\theta[t] \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}])$ ：绕  $y$  轴旋转的角度；(3) 偏航角  $(\psi[t] \in [0, 2\pi])$ ：绕  $z$  轴旋转的角度。例如，由于绕  $x$  轴旋转引起的转换单位方向向量  $\mathbf{R}_x(\phi[t])$  可以通过以下公式得到

$$\mathbf{R}_x(\phi[t]) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_x & -\sin \alpha_x \\ 0 & \sin \alpha_x & \cos \alpha_x \end{pmatrix} \quad \dots (3.24)$$

同样的，绕  $y$  轴和  $z$  轴旋转引起的转换单位方向向量，同样也可以分别通过以下公式得到：

$$\mathbf{R}_y(\theta[t]) = \begin{pmatrix} \cos \alpha_y & 0 & \sin \alpha_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_y & 0 & \cos \alpha_y \end{pmatrix} \quad \dots (3.25)$$

和

$$\mathbf{R}_z(\psi[t]) = \begin{pmatrix} \cos \alpha_z & -\sin \alpha_z & 0 \\ \sin \alpha_z & \cos \alpha_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \dots (3.26)$$

实际上，无人机的旋转可以围绕任何三个轴之一发生，无论当前旋转状态如何。在这种情况下，旋转矩阵的元素取决于轴旋转的顺序。例如，绕  $z$ ， $y$  和  $x$  轴旋转的旋转矩阵可以通过  $\mathbf{R}(\phi[t], \theta[t], \psi[t]) = \mathbf{R}_x(\phi[t]) \mathbf{R}_y(\theta[t]) \mathbf{R}_z(\psi[t])$  得到。



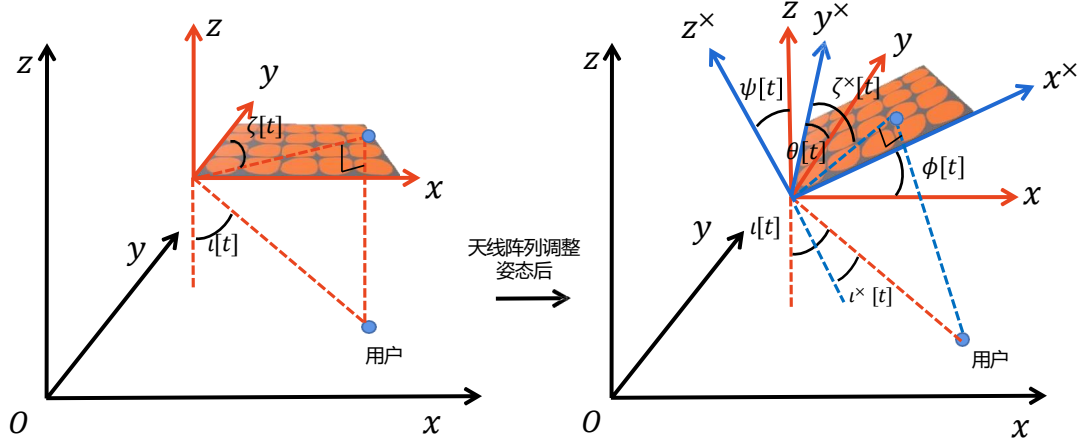


图 3.5 无人机姿态调整对信道影响示意图

如图3.5所示，由于发射天线阵列的任意旋转会改变无人机与地面用户之间直射链路向量的方位角和俯仰角的大小，因此它们必须相对于旋转后的坐标轴进行计算。我们使用上标  $\times$  表示发射天线阵列的旋转坐标系的分量。根据上文推导出的关于无人机姿态角的旋转矩阵，发射天线阵列经过旋转之后的新的坐标系的单位方向向量可表示为：

$$(\hat{x}^\times \ \hat{y}^\times \ \hat{z}^\times) = (\hat{x} \ \hat{y} \ \hat{z}) \mathbf{R}(\phi[t], \theta[t], \psi[t]), \quad \dots (3.27)$$

其中， $\mathbf{R}(\psi[t], \theta[t], \phi[t])$  是  $3 \times 3$  的旋转矩阵， $(\hat{x} \ \hat{y} \ \hat{z})$  为旋转之前坐标系的单位坐标， $(\hat{x}^\times \ \hat{y}^\times \ \hat{z}^\times)$  为旋转之后坐标系的单位坐标。在上述推导出的旋转过后的坐标系下，接收器（即第  $i$  个用户）的位置坐标为：

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_i^\times[t] \\ y_i^\times[t] \\ z_i^\times[t] \end{pmatrix} &= (\mathbf{R}(\psi[t], \theta[t], \phi[t]))^T \begin{pmatrix} x_i[t] \\ y_i[t] \\ z_i[t] \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{11}x_i[t] + \mathbf{R}_{21}y_i[t] + \mathbf{R}_{31}z_i[t] \\ \mathbf{R}_{12}x_i[t] + \mathbf{R}_{22}y_i[t] + \mathbf{R}_{32}z_i[t] \\ \mathbf{R}_{13}x_i[t] + \mathbf{R}_{23}y_i[t] + \mathbf{R}_{33}z_i[t] \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad \dots (3.28)$$

在无人机控制系统中，相对于发射天线阵列旋转后的坐标轴的方位角和俯仰角分别可以计算为

$$\zeta_i^\times[t] = \cos^{-1}(\hat{y}_i^\times[t] \cdot \vec{q}_i[t]) = \cos^{-1}\left(\frac{y_i^\times[t]}{\sqrt{x_i[t]^2 + y_i[t]^2}}\right) \quad \dots (3.29)$$

$$i_i^\times[t] = \cos^{-1}(-\hat{z}_i^\times[t] \cdot \vec{q}\vec{q}_i[t]) = \cos^{-1}\left(-\frac{z_i^\times[t]}{\sqrt{x_i[t]^2 + y_i[t]^2 + z_i[t]^2}}\right) \quad \dots (3.30)$$

其中  $\vec{q}\vec{q}_i[t]$  表示在当前时刻  $t$  无人机与用户  $i$  所连成的向量。

随后将改变之后的方位角和俯仰角带入 (3.18) 当中, 得到无人机经过姿态调整之后的转向矢量矩阵 (Steering Vector) 为:

$$\begin{aligned} \vec{g}_i^\times[t] = & \frac{1}{\sqrt{M}}[1, \dots, e^{j\frac{2\pi}{w}d((m_x-1)\sin\zeta_i^\times[t]\sin r_i^\times[t] + (m_y-1)\sin r_i^\times[t]\cos\zeta_i^\times[t])}, \\ & \dots, e^{j\frac{2\pi}{w}d((M_x-1)\sin\zeta_i^\times[t]\sin r_i^\times[t] + (M_y-1)\sin r_i^\times[t]\cos\zeta_i^\times[t])}]^T, \end{aligned} \quad \dots (3.31)$$

从而得到无人机姿态与通信信道质量之间的耦合关系表达式, 并带入式 (3.20) 中得到在上述模型下的系统频谱效率用于组成后续内容中待控制问题的目标函数。

$$\hat{R}_i^\times[t] = \log_2 \left( 1 + \frac{\eta_i[t]|h_i^\times[t]^H w_i^\times[t]|^2}{\sum_{s \in \mathcal{I} \setminus \{i\}} \eta_s[t]|h_s^\times[t]^H w_s^\times[t]|^2 + \sigma_i^2} \right) \quad \dots (3.32)$$

### 3.3 研究问题描述与在线控制策略

#### 3.3.1 基于离散路径的在线控制策略

无人机轨迹策略设计的传统方法为了实现便利性, 通常采用了离散路径规划方法 (Enright 等, 1992), (Betts, 1998), (Y. Sun 等, 2019), (B. Li 等, 2021), (Zeng 等, 2019)。具体而言, 无人机在运行时间  $T$  期间的轨迹被离散化为  $N_T$  个航路点, 并且时间  $T$  被划分为  $N_T$  个等长的时隙。每个时隙的持续时间为  $\Delta_T$ , 使得  $T = N_T \Delta_T$ 。注意, 当选择足够小的  $\Delta_T$  时, 假设无人机的位置在每个时隙中近似不变。此类传统方法都是基于假设无人机为质点的基础上, 该假设也仅限于单旋翼无人机, 缺乏实际意义; 并且在给定的优化时隙数量的条件下, 无人机的最优控制策略的实际收益通常严重受限于所考虑时隙长度; 然而, 为了获得更优的控制策略, 其代价便是损失掉其控制策略的实时性。因此本文针对上述现存的关于无人机控制策略制定的缺点, 创新性得采取模型预测控制 (MPC) 的控制策略针对四旋翼无人机设计出一种在线的自适应姿态控制方案, 考虑到无人机轨迹设计的实时实现, 我们只预测有限的未来时间内的系统控制输入, 以获得最优反馈控制 (Optimal Feedback Control) 的近似值, 后续也会近似效果进行仿真和说明。在实践中, MPC 求解器的时间尺度可以在毫秒和微秒的范围内, 相对

于信道的相关时间较短。因此，可以合理地假设在每个 MPC 步骤中的各个时隙，信道系数保持恒定，为了方便我们的分析，假设在 MPC 执行的每一步到来时，在无人机处能够通过相应的信道估计算法完美地获得真实信道状态信息 (Perfect Channel State Information, Perfect CSI)。

Y. Sun 等 (2019) 将无人机看作质点后提出一种在线控制策略方案，即采用离散路径规划方法，将整条无人机轨迹离散化为  $N_T$  个航路点，在当前时刻  $t_0$  来临时，构建出从当前时刻  $t_0$  到终点时刻  $N_T$  的无人机轨迹控制优化问题后采用相应的优化算法进行解决。基于 (3.7) 所描述的四旋翼无人机的动力学方程组，(3.32) 所得到的耦合信道模型下的频谱效率，以及 (3.13) 所得到的四旋翼无人机能量消耗模型，在  $\mathcal{H}[t] = \{t_0, t_0+1, \dots, N_T\}$  视野范围内构建出从当前时刻移动至终点在考虑各种约束情况下需要解决的最优姿态控制决策问题 (Optimal Control Problem, OCP)，如下所示：

$$\begin{aligned}
 & \max_{X, U, \eta} \sum_{t=t_0}^{N_T-1} \left[ Q_1 \sum_{i=1}^I R_i^x[t] + Q_2 \|q[t] - q_{\text{des}}\|^2 + Q_3 P^{\text{con}}[t] \right] + Q_4 \|(q[t_0 + N_T] - q_{\text{des}})\|^2 \\
 \text{s.t. } & C_0 : x[t+1] = f(x[t], u[t]), \quad t \in \mathcal{H}, \\
 & C_1 : x[t_0] = x_0, \\
 & C_2 : 0 \leq u_1[t] \leq u_{1\text{max}}, \quad t \in \mathcal{H}, \\
 & C_3 : |u_n[t]| \leq u_{n\text{max}}, \quad n = \{2, 3, 4\}, \quad t \in \mathcal{H}, \\
 & C_4 : h_{\min} \leq z[t] \leq h_{\max}, |\phi[t]| \leq \phi_{\max}, |\theta[t]| \leq \theta_{\max}, \quad t \in \mathcal{H}, \\
 & C_5 : \|(\dot{x}[t+1], \dot{y}[t+1], \dot{z}[t+1]) - (\dot{x}[t], \dot{y}[t], \dot{z}[t])\| \leq \delta a_{\max}, \quad t \in \mathcal{H}, \\
 & C_6 : \|(x[t], y[t])\| \leq V_{h\text{max}}, \|z[t]\| \leq V_{v\text{max}}, \quad t \in \mathcal{H}, \\
 & C_7 : R_i^x[t] \geq Q_{\min}, \quad t \in \mathcal{H}, i \in I \\
 & C_8 : \sum_{i=1}^I \eta_i[t] \leq P_{\max}, \quad t \in \mathcal{H}, \\
 & \dots (3.33)
 \end{aligned}$$

其中，变量  $X = [x[t_0], x[t_0+1], \dots, x[t_0+N]]^T \in \mathbb{R}^{(N+1)n_x}$  和  $U = [u[t_0], u[t_0+1], \dots, u[t_0+N-1]]^T \in \mathbb{R}^{Nn_u}$  表示优化变量，包括在时间  $t_0$  每个 MPC 步骤的状态和控制向量。 $Q_1, Q_2, Q_3$  和  $Q_4$  为目标函数的权衡因子，通过恰当设定这些值以平衡多个目标。第一项最大化在考虑的视野范围  $\mathcal{H}[t]$  之内分别对应的由无人机为用户提供通讯服务的总频谱效率之和。通过控制  $Q_2$ ，第二项使得无人机在

时隙  $t$  位置坐标与目标终点之间的差距最小；第三项则限制了无人机导航中的能量消耗；最后一项使得在 MPC 每次迭代的最后时隙  $q[t_0 + N_T - 1]$  的状态与目标终点的距离最小，通常被称为终端代价 (Terminal Cost)。目标函数中的第一项和第三项是为了使无人机能够以更小的能量消耗提供高质量和更高效的通信服务，而其余两项则从控制的角度考虑，要求无人机更准确，更快速地到达目标位置。

对于约束条件而言， $C_0$  代表四旋翼无人机状态空间模型的离散动态方程 (3.7)，该式为高度非线性等式约束使得上述控制问题的求解变得十分棘手。 $C_1$  给出了状态向量  $x_t$  的新状态估计。 $C_2$  和  $C_3$  用于限制电机旋转的最大角速度。为了安全起见，限制  $C_4$  被强制执行，以限制无人机的飞行高度、翻转角度和俯仰角度，其中  $h_{\min}$  和  $h_{\max}$  是飞行的安全高度， $\phi_{\max}$  和  $\theta_{\max}$  分别是  $\psi_t$  和  $\theta_t$  的最大允许值。 $C_5$  限制无人机在采样时间内的最大加速度，其中  $\delta$  是每个时间  $t$  的持续时间， $a_{\max}$  是最大的加速度限制。 $C_6$  要求无人机在安全水平速度  $V_{h\max}$  和垂直速度  $V_{v\max}$  以下飞行。 $C_7$  保证地面用户的服务质量 (QoS) 通信，其中  $Q_{\min}$  是每个用户的目标速率阈值。 $C_8$  确保无人机在视野范围内的各时隙  $t$  中的传输功率不超过最大值  $P_{\max}$ 。

基于前文所阐述的内容，由于现有的在线学习策略需要在系统的当前时隙内求解出如 (3.33) 类似的高维度非线性优化问题 (Y. Sun 等, 2019)，无法满足实际生活中对在线控制策略的实时性要求，具体来讲，就是问题求解所需要的时间远远大于系统状态改变的时间。并且考虑到实际场景中控制决策器拥有有限的视野范围，无法提前获知未来全部时刻内系统的状态信息，因此缺乏实际工程意义，但是可作为基准对比试验与本文提出的模型预测控制算法框架进行比较，我们将在接下来章节对上述 OCP 基于模型预测控制算法提出新的近似解决方案以满足实际工程需求。

### 3.3.2 基于 MPC 的在线控制策略

基于本文在第二章的模型预测控制理论，本小节将对问题 (3.33) 提出新的在线近似解决方案。

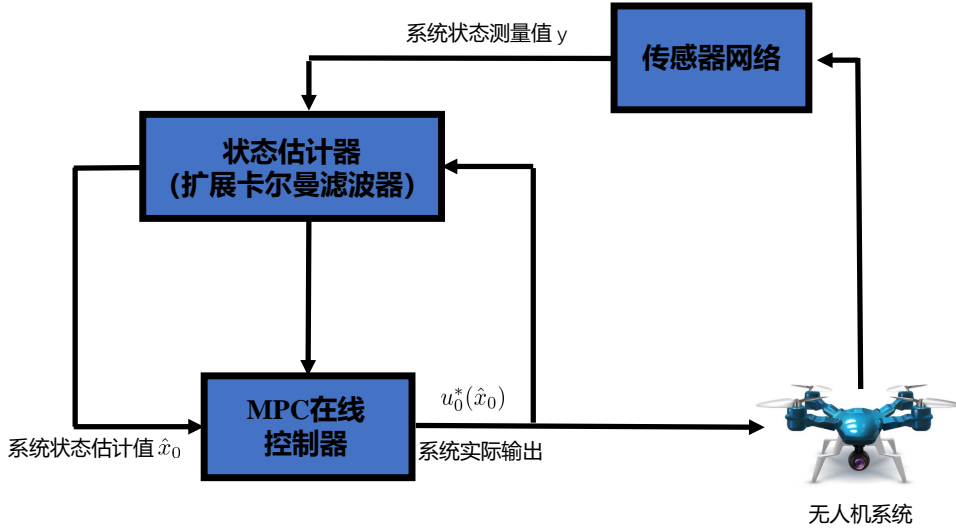


图 3.6 基于 MPC 的无人机控制系统

如图3.6所示为基于 MPC 的无人机控制系统的整体框架。设定  $N_0$  为 MPC 控制器的时间窗长度,  $\hat{H} \triangleq \{t_0, \dots, t_0 + N_0\}$ 。假设在每次迭代开始时, 可以通过安置在系统内的传感器中获取系统的实时数据, 随后使用扩展卡尔曼滤波器 (Extended Kalman Filter, EKF) 得到的当前系统状态的完美估计值  $\hat{x}_0$  (此处不属于本文的主要研究内容, 遂不展开详细说明)。区别于现有的在线控制策略, 基于 MPC 的在线控制策略要求在当前迭代时隙  $t_0$  求解以下开环控制问题:

$$\max_{X, U, \eta} \sum_{t=t_0}^{t_0+N_0-1} l(x[t], u[t], \eta[t]) + E(x[t_0 + N_0]) \quad \dots (3.34a)$$

$$\text{s.t. } \forall t \in \{0, \dots, n-1\}, \quad \dots (3.34b)$$

$$x[t+1] = f(x[t], u[t]), \quad \dots (3.34c)$$

$$g(x[t], u[t]) = 0, \quad \dots (3.34d)$$

$$h(x[t], u[t]) \leq 0, \quad \dots (3.34e)$$

$$(x[t], u[t]) \in \mathbb{X} \times \mathbb{U}. \quad \dots (3.34f)$$

其中目标函数 (3.34a) 中

$$l(x[t], u[t], \eta[t]) = Q_1 \sum_{i=1}^I R_i^x[t] + Q_2 \|q[t] - q_{\text{des}}\|^2 + Q_3 P[t]^{\text{con}} \quad \dots (3.35)$$

表示在时间窗  $[t_0, t_0 + N - 1]$  内的代价函数,

$$E(x[t_0 + N - 1]) = \| (q[t_0 + N - 1] - q_{\text{des}}) \|_{Q_4}^2 \quad \dots (3.36)$$

描述 MPC 中每次迭代的终端代价函数。对于上述非线性规划问题中的约束条件, (3.34c) 描述了无人机控制系统的动态方程组和

$$h(x[t], u[t], \eta[t]) \doteq \begin{bmatrix} Q_{\min} - R_i^x[t] \\ \sum_{i=1}^I \eta_i[t] - P_{\max} \\ \|\Delta(\dot{x}[t], \dot{y}[t], \dot{z}[t])\| - \delta a_{\max} \end{bmatrix} \quad \dots (3.37)$$

描述了问题 (3.33) 所包含的所有不等式约束和 (3.34f) 包含了问题 (3.33) 中系统状态和控制变量的取值范围, 其中  $\mathbb{X} = \{x[t] \in \mathbb{R}^{n_x} | x_{\min} \leq x[t] \leq x_{\max}\}$  和  $\mathbb{U} = \{u[t] \in \mathbb{R}^{n_u} | u_{\min} \leq u[t] \leq u_{\max}\}$ 。

对于问题 (3.34), 写出该问题对应的拉格朗日函数为:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(w, \lambda, \mu) &= F(w) + \lambda^\top G(w) + \mu^\top H(w) \\ &= \sum_{t=t_0}^{t_0+N_0-1} l(x[t], u[t], \eta[t]) + E(x[t_0 + N_0]) + \sum_{k=0}^{N_0-1} \lambda_{k+1}^\top (f(x[t], u[t]) - x[t+1]) \\ &\quad + \lambda_{N_0+1}^\top (x_0 - x[t_0]) + \sum_{i=0}^{n_h-1} \mu_i^\top h_i(x[t], u[t], \eta[t]) \end{aligned} \quad \dots (3.38)$$

其中我们定义优化变量向量  $w = (x[t_0], u[t_0], x[t_0+1], u[t_0+1], \dots, u[t_0+N_0], x[t_0+N_0])$ , 对应等式对偶乘子为  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{N_0+1})$  和不等式对偶乘子为  $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{n_h})$ ,  $n_h$  为不等式约束的个数。

随后, 根据内点法, 引入平滑常数  $\tau > 0$  和松弛变量  $s_j, j = \{1, \dots, n_h\}$  (Slack Variable) 用于改善牛顿法求解时对初值的敏感程度, 写出非线性规划问题的 KKT 条件为:

$$\begin{aligned} \nabla F(w^*) + \nabla G(w^*) \lambda^* + \nabla H(w^*) \mu^* &= 0 \\ G(w^*) &= 0 \\ \mu_j^* s_j^* - \tau &= 0, \quad j \in \{1, \dots, n_h\} \\ h_j(w^*) + s_j^* &= 0, \quad j \in \{1, \dots, n_h\}. \end{aligned} \quad \dots (3.39)$$

对于上述 KKT 条件, 利用牛顿法求解上述方程组的零点, 为了简化描述, 我们定义如下变量为:

$$z := \begin{bmatrix} w \\ \lambda \\ \mu \\ s \end{bmatrix} \text{ 和 } F(z) := \begin{bmatrix} \nabla_w \mathcal{L}(w, \lambda, \mu) \\ G(w) \\ \mu_j s_j - \tau \\ h_j(w) + s_j \end{bmatrix}$$

其中  $z \in \mathbb{R}^{N_0(n_x+n_u+I+1)+n_h+n_h}$ ,  $F: \mathbb{R}^{N_0(n_x+n_u+I+1)+n_h+n_h} \rightarrow \mathbb{R}^{N_0(n_x+n_u+I+1)+n_h+n_h}$ , 随后我们总结上述非线性求零点问题为:

$$F(z) = 0$$

从初始值  $z_0$  开始, 牛顿法通过在线性化当前迭代处的非线性方程, 生成一系列迭代  $\{z_k\}_{k=0}^\infty$ .

$$F(z_k) + \frac{\partial F}{\partial z_k}(z_k)(z - z_k) = 0$$

将本次的最优解作为下一步的初始值, 重复进行迭代直至找到零点。

$$z_{k+1} = z_k - \frac{\partial F}{\partial z_k}(z_k)^{-1} F(z_k).$$

对于 (3.3.2) 带有等式约束的问题, 写出其对应的特定形式为

$$\begin{bmatrix} \nabla_w \mathcal{L}(w_k, \lambda_k, \mu_k) \\ G(w_k) \\ H(w_k) + s_j \\ \mu_j s_j - \tau \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \nabla_w^2 \mathcal{L}(w_k, \lambda_k, \mu_k) & \nabla G(w_k) & \nabla H(w_k) & 0 \\ \nabla G(w_k)^\top & 0 & 0 & 0 \\ \nabla H(w_k)^\top & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{n_h \times n_h} & U \end{bmatrix}}_{\text{KKT-matrix}} \begin{bmatrix} w - w_k \\ \lambda - \lambda_k \\ \mu - \mu_k \\ s - s_k \end{bmatrix} = 0 \quad \dots (3.40)$$

$$\text{其中 } U = \begin{bmatrix} u_1 & & & \\ & u_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & u_{n_h} \end{bmatrix}, \quad z_k \text{ 表示在第 } k \text{ 次迭代时所对应的值。}$$

使用拉格朗日函数的定义

$$\nabla F(w^*) + \nabla G(w^*) \lambda^* + \nabla H(w^*) \mu^* = 0$$



我们可以看到，依赖于旧乘子  $\lambda_k$  和  $\mu_k$  的贡献相互抵消，因此上述系统与之等价。

$$\begin{bmatrix} \nabla F(w_k) \\ G(w_k) \\ H(w_k) + s_j \\ \mu_j - \tau \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \nabla_w^2 \mathcal{L}(w_k, \lambda_k, \mu_k) & \nabla G(w_k) & \nabla H(w_k) & 0 \\ \nabla G(w_k)^\top & 0 & 0 & 0 \\ \nabla H(w_k)^\top & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{n_h \times n_h} & U \end{bmatrix}}_{\dots} \begin{bmatrix} w - w_k \\ \lambda \\ \mu \\ s \end{bmatrix} = 0 \quad \dots (3.41)$$

上述是基于内点法求解 MPC 非线性规划问题的主要推导过程，同时也是为了调整原问题从而使得更加适合于非线性求解器的求解形式。本章将 (3.33) 所对应的控制问题分为两个阶段：其一为最大化通讯服务阶段，即当无人机从起点出发之后且与终点存在一定距离差时，恰当的设定目标函数中各项的权重参数  $(Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)$ ，使无人机能够实现在抵达终点的过程中最大程度地为地面用户提供通讯服务；其二为准确抵达终点阶段，即当无人机即将抵达终点时，调整其在线控制策略，随着控制策略迭代步数的增加，逐步减少 MPC 所考虑的视野范围  $N_T$ ，并且在目标函数中增加关于视野末端抵达终点的约束条件，确保无人机能够准确抵达终点的过程中尽可能地调整其姿态为地面用户提供最大的通讯服务，基于模型预测控制的无人机轨迹优化算法的完整步骤如下述算法所示：

### 3.4 MPC 算法框架的稳定性分析

基于第二章关于模型预测控制算法框架的稳定分析，本小节主要针对问题 (3.33)，采用相同的办法对提出的 MPC 控制算法进行稳定性分析。

**定义 3.1** (正定函数 (Positive-definite Function)). 给定向量  $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^n$  的邻域  $\mathcal{N}$  以及函数  $W: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ，若该函数为正定函数，则需要满足以下两个条件：

1.  $W(\mathbf{0}) = 0$
2.  $W(\mathbf{x}) > 0$  对于  $\mathbf{x} \neq \mathbf{0} \in \mathcal{N}$

观察问题 (3.33) 中的目标函数，其中关于能量损耗部分为负值，通过调整目标函数中各项对应的权重，从而保证待求解问题的代价函数为正定函数，具体设定数值将在数值实验部分说明。假定验证 MPC 框架的收敛性时，目标函数始终



---

**Algorithm 1** 基于模型预测控制的无人机在线控制策略算法
 

---

**初始化:** 首先为系统待优化变量  $X, U, \eta$  赋初值, 同时给定重要参数的值, 如预测时间窗长  $N_0$ , 模型预测控制最大步数  $\text{MPCiter} = 0$ , 当前时钟  $t = 0$ , 无人机初始状态  $x_0$ , 终止阈值  $\epsilon$  和终点坐标  $x_{\text{des}}$ 。

**循环重复:**

1. 使用扩展卡尔曼滤波器获得系统在当前 MPC 迭代时刻  $t_0$  状态变量的估计值, 即  $x[t_0]$ 。**如果** 无人机当前坐标与终点坐标相差较大时, 执行阶段一:

- (a) 在当前时刻  $t_0$ , 生成非线性规划问题 (3.34)。
- (b) 采用内点法, 将原始优化问题转变成为求解问题 (3.41) 的零点问题。
- (c) 采用牛顿法, 若以达到最大迭代步数或者不等式对偶乘子满足  $\mu < \epsilon$ , 终止迭代。
- (d) 将求解在当前时刻的最优系统输入  $u_{t_0}$  输入至实际系统。
- (e) 将上一步求得的在  $t \in \{t_0 + 1, t_0 + 2, \dots, t_0 + N_0\}$  时刻的优化变量解值作为初始值赋值给下一步在  $t \in \{t_0, t_0 + 1, \dots, t_0 + N_0\}$  时刻的系统优化变量。

**否则** 执行阶段二:

- (a) 在当前时刻  $t_0$ , 生成非线性规划问题 (3.34), 并且添加等式约束  $x[t_0 + N_0] = x_{\text{des}}$ 。
- (b) 采用内点法, 将原始优化问题转变成为求解问题 (3.41) 的零点问题。
- (c) 采用牛顿法, 若以达到最大迭代步数或者不等式对偶乘子满足  $\mu < \epsilon$ , 终止迭代。
- (d)  $N_0 = N_0 - 1$ 。
- (e) 将求解在当前时刻的最优系统输入  $u_{t_0}$  输入至实际系统。
- (f) 将上一步求得的在  $t \in \{t_0 + 1, t_0 + 2, \dots, t_0 + N_0\}$  时刻的优化变量解值作为初始值赋值给下一步在  $t \in \{t_0, t_0 + 1, \dots, t_0 + N_0\}$  时刻的系统优化变量。

2. 设置  $\text{MPCiter} = \text{MPCiter} + 1$  和  $t = t + 1$ 。

3. 检查终止条件  $\text{MPCiter} < \text{MAXMPCiter}$  或者  $N_0 > 0$ , 若不满足则返回步骤 1 继续迭代。

---

保持为正定函数。接下来, 使用第二章介绍的稳定性分析框架, 给出本文提出模型预测控制算法的稳定性证明。

在证明算法渐近稳定性之前, 我们首先假设 (3.33) 中的终止代价函数  $E : \mathbb{X}_0 \rightarrow \mathbb{R}_0^+$  对于每个  $x \in \mathbb{X}_0$ , 存在一个可接受的控制值  $u_x \in \mathbb{U}(x)$ , 使得下式成立:

$$E(f(x, u_x)) + l(x, u_x) \leq E(x)$$

该式中终止代价函数构造方法可以使用线性化方法, 还包括了其余多种方式, 具体可以参考 (Grüne 等, 2017), 本文不再多做阐述。

**证明:** 对于每一个  $u_{N-1} \in \mathbb{U}_{\mathbb{X}_0}^{N-1}(x_0)$  控制输出序列  $u_N \in \mathbb{U}_{\mathbb{X}_0}^N(x_0)$ , 根据定义

可得：

$$\begin{aligned}
 J_N(x_0, u_N) &= \sum_{k=0}^{N-1} l(x_{u_N}(k, x_0), u_N(k)) + F(x_{u_N}(N, x_0)) \\
 &= \sum_{k=0}^{N-2} l(x_{u_N}(k, x_0), u_N(k)) + l(x_{u_N}(N-1, x_0), u_N(N-1)) \\
 &\quad + F(x_{u_N}(N, x_0)) \\
 &= \underbrace{\sum_{k=0}^{N-2} l(x_{u_N}(k, x_0), u_N(k))}_{=J_{N-1}(x_0, u_{N-1}) - F(\tilde{x})} + l(\tilde{x}, u_{\tilde{x}}) + F(f(\tilde{x}, u_{\tilde{x}})) \\
 &= J_{N-1}(x_0, u_{N-1}) - \underbrace{F(\tilde{x}) + l(\tilde{x}, u_{\tilde{x}}) + F(f(\tilde{x}, u_{\tilde{x}}))}_{\leq 0} \\
 &\leq J_{N-1}(x_0, u_{N-1})
 \end{aligned}$$

其中我们定义  $\tilde{x} = x_{u_N}(N-1, x_0) \in \mathbb{X}_0$  和  $u_{\tilde{x}} = u_N(N-1)$ 。

其次,选用原目标函数作为李雅普诺夫函数,我们不难得出  $V_N(x_0) \leq V_{N-1}(x_0)$ 。

最后,根据动态规划的基本公式与系统动态方程  $x_0 = f(x, \mu_N(x))$ , 对每个  $x \in \mathbb{X}_N$  可得:

$$V_N(x) \geq l(x, \mu_N(x)) + V_{N-1}(f(x, \mu_N(x))) \geq l(x, \mu_N(x)) + V_N(f(x, \mu_N(x)))$$

至此我们验证了李雅普诺夫函数的存在性, 根据李雅普诺夫函数稳定性理论, 可说明针对该问题基于 MPC 提出的控制策略具有渐近稳定特性。□

### 3.5 本章小结

本章首先介绍了系统的场景模型与所研究的优化问题, 随后着重介绍了基于 MPC 算法的在线控制方案, 最后对该控制策略进行了稳定性分析。具体而言, 前半部分从四旋翼无人机的精确动力学方程引入, 介绍了其对应的能量损耗模型, 并建模出无人机动态系统; 随后, 通过在四旋翼无人机通信网络中引入多天技术, 提出了三维多用户多输入单输出 (3D MU-MISO) 与无人机姿态角的耦合复杂通信网络模型, 并且针对所提出的三维多用户通信场景, 介绍了三种不同的常见波束赋形方式; 最后以介绍本文所研究控制问题及其对应的约束条件结

束无人机系统模型部分。本章后半部分针对待研究的控制问题首先介绍了现有的在线解决方案，但考虑到其难以满足实际工程需求，本文基于 MPC 提出了全新的在线无人机姿态控制和功率分配策略，并且基于内点法对所构成的非线性规划问题进行了求解，最后验证了所提出的在线策略满足李雅普诺夫意义下的稳定。

## 第4章 实验验证与分析

本章实现了所提出的基于模型预测控制的无人机自主姿态控制及资源分配的在线控制策略，并对方法的效能水平进行了实验验证，对实验结果进行了相应分析。本章首先对仿真实验的环境和参数设置进行了介绍；然后验证了上一章针对四旋翼无人机的通信模型的正确性，对比原始不考虑姿态角的通信模型，说明新模型的优越性，能够充分利用四旋翼无人机的灵活性所带来的系统自由度；其次，对比了采用不同波束赋形方案下的系统性能；测试了本文基于模型预测控制提出的在线控制策略和其他方法的性能，对方法的有效性和稳定性进行了验证；另外，对比了模型预测控制算法设定不同参数对算法结果的影响。以上实验结果分别是通信系统平均频谱效率，系统整体目标函数以及实际飞行路径等进行分析和说明。

### 4.1 实验设计

本章实验的硬件实验环境：系统类型为 64 位 Window 10 操作系统，CPU 为 AMD Ryzen 5 PRO 4650G 3.700GHz，内存为 16.0GB，选用 R2020b 版本 Matlab 为主要仿真环境。其中基于 MPC 的在线策略制定算法的实现运用了内点优化求解器 IPOPT(Wächter 等, 2006)。本文使用的求解器都被封装于数值优化求解器 Casadi 中作为子求解器，Casadi 选用版本为 v3.5.5(Andersson 等, 2019)。

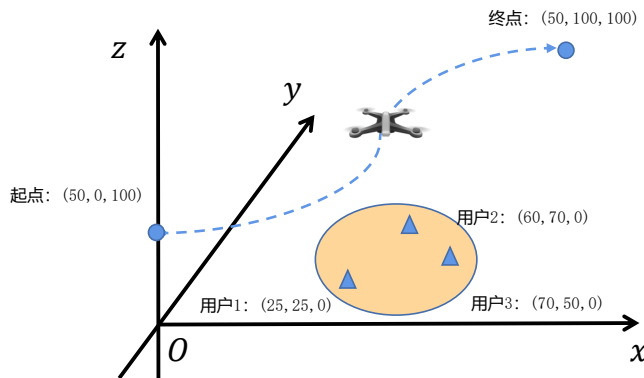


图 4.1 仿真实验示意图

在优化仿真中, 为了方便起见通常将噪声功率归一化为 1, 随之信道强度也需要进行相应的放缩。本章中实验所涉及参数如下表4.1所示, 其中部分数据参考于 (B. Li 等, 2021), (Bouadi 等, 2011) 与 (Mofid 等, 2018)。

参数	数值	参数	数值
质量 $m$	3	电机最大转速 $\omega_{\max}$	640
重力加速度 $g$	9.8	空载电机常数 $K_v$	380
距离 $L$	0.3	质量 $\gamma_0$	60
无负载电流 $I_0$	0.3	无人机最大发射功率 $\eta_{\max}$	100
无负载电压 $U_0$	10	通信功率 $P_{\text{static}}$	5
电机电阻 $R_0$	0.4	X 轴阻力系数 $C_{dx}$	$5.567 \times 10^{-4}$
最低安全飞行高度 $h_{\min}$	60	Y 轴阻力系数 $C_{dy}$	$5.567 \times 10^{-4}$
无人机最大横滚角 $\phi_{\max}$	$\frac{\pi}{2}$	Z 轴阻力系数 $C_{dz}$	$6.354 \times 10^{-4}$
无人机最大俯仰角 $\theta_{\max}$	$\frac{\pi}{2}$	水平最大速度 $V_{vmax}$	10
无人机最大偏航角 $\psi_{\max}$	$2\pi$	垂直最大速度 $V_{hmax}$	10
推力系数 $C_t$	$4.848 \times 10^{-5}$	扭矩系数 $C_m$	$9.4292 \times 10^{-4}$
X 轴阻尼力矩系数 $C_{dmx}$	$5.567 \times 10^{-4}$	X 轴转动惯量 $J_x$	$4.29 \times 10^{-2}$
Y 轴阻尼力矩系数 $C_{dmy}$	$5.567 \times 10^{-4}$	Y 轴转动惯量 $J_y$	$4.29 \times 10^{-2}$
Z 轴阻尼力矩系数 $C_{dmz}$	$6.354 \times 10^{-4}$	Z 轴转动惯量 $J_z$	$7.703 \times 10^{-2}$
电机螺旋桨惯性 $J_m$	$8.02 \times 10^{-4}$	用户通信需求 $Q_{\min}$	0.5
采样间隔时间 $\delta$	0.2	无人机最大加速度 $a_{\max}$	10
平均信道参考增益 $\beta_0$	-34.89	路径损耗指数 $\alpha_0$	2.3
莱斯指数 $K_a$	6	噪声功率 $\sigma^2$	-80

表 4.1 无人机系统模型参数与仿真实验相关参数

如图4.1所示, 本章选取了  $100m \times 100m$  的区域作为仿真场景, 该区域内分布有 3 个固定地面设备和可移动地面设备 (假设用户状态信息和无人机状态信息都可以通过传感器准确获得), 其用户坐标分别是:  $(x_1, y_1) = (25, 25)$ ,  $(x_2, y_2) = (60, 70)$  和  $(x_3, y_3) = (70, 50)$ 。四旋翼无人机上装配有  $M_x \times M_y$  的矩阵天线阵列可同时为多个地面用户提供通信服务, 同时满足用户的最小通信需求和无人机最大功率损耗, 其中无人机从起点  $q_A = (50, 0, 100)$  飞至终点  $q_B = (50, 100, 100)$ , 通信信道假设服从第三章所描述的莱斯信道, MPC 每次迭代所涉及的视野范围  $N_T = 25$ , 其余四旋翼无人机控制系统的参数如表4.1所示, 本章所阐述的结果都是对莱斯

信道的小尺度衰落做多次实现求其平均值。

为了实现无人机从起点飞至终点，同时平衡该过程中能量损耗和所提供的系统通信效率，根据上一章节所描述的在线控制算法1，我们设定从阶段一转变到阶段二的条件为  $\|(x_B, y_B) - (x[t], y[t])\| \geq \frac{2}{5} \|(x_B, y_B) - (x_A, y_A)\|$ ，即当无人机(在地面  $x-y$  轴上投影)的位置相比于起点  $(x_A, y_A)$  与终点  $(x_B, y_B)$  的距离更近。目标函数各项对应的加权因子分别设定为： $(Q_1, Q_2, Q_3, Q_4) = (-3000, 2, 10, 50)$ ，以确保(3.33)目标函数中的四项在同一数量级上，方便优化器的求解。

首先在章节 4.2.1，我们通过仿真实验评估了基于 MPC 的在线控制策略的性能，将其与两种基准控制方案相比较，即基准方案一：采用固定轨迹方案，四旋翼无人机沿起点到终点的直线飞行且在飞行过程中优化其姿态角以及天线的发射功率，以实现最大化该过程中所获得的通信系统的平均频谱效率 (Average Spectral Efficiency, ASE)；基准方案二：采用如第三章所阐述的离散路径规划方案，将整条无人机轨迹离散成为  $N_T$  个航路点进行整体优化，考虑到基于这种方案的所设计的在线控制策略需要在当前时刻  $t_0$  来临时解决大量的优化变量，极其消耗计算资源缺乏实际意义。因此，此处考虑一种离线控制策略 (non-MPC)，假设整个飞行持续时间内都具有信道的状态信息，从而提供了基准性能 (Y. Sun 等, 2019)。

其次在章节 4.2.2，我们通过仿真实验评估了所提出姿态角耦合通信模型的系统性能，将不考虑姿态角耦合的原始无人机通信系统模型 (-without) 作为对比场景，分别采用三种常见的不同波束成型方式：MRT，ZF 和 RZF，从天线的发射功率与矩阵天线数目两个方面对比了三种方式在两种通信场景下的系统收益，并且对无人机在整个迭代过程的系统状态变化以及目标函数值进行了分析和说明。

## 4.2 实验结果与分析

本章通过多组仿真实验分别评估了基于模型预测控制的无人机在线控制策略的性能，与基于四旋翼无人机精确动力学方程所提出的 3D MIMO 与无人机姿态角的耦合复杂通信网络模型的性能，并验证了采用三种常见波束赋形设计方案下所提出的算法与模型效果。

#### 4.2.1 无人机在线控制策略仿真结果与分析

图4.2展示了采用了基准一，基准二和 MPC 方案的三种不同控制策略分别在不同波束成型方式下的四旋翼无人机的飞行轨迹。从图中可以看出，本文所提出基于 MPC 的在线控制方案能够实现从起点精准飞至终点的任务，并且在飞行路径中同时服务多用户，其中相较于 MRT 波束成型方式，采用 ZF, RZF 的四条飞行路径更加趋近于起始点和终点连线飞行，这也正是因为这两种波束成型方式能够有效减小其余用户对当前用户的干扰，通过调整四旋翼无人机的姿态满足地面各用户的通信需求，并且最大化通信系统的整体性能。但是值得注意的是，non-MPC 与 MPC 方案选用了不同的飞行路径，这正是因为对于该复杂的非线性路径规划问题存在多个局部最优解，同时实际规划出的路径会受到在线控制策略所考虑的视野范围长度的影响。采用离线控制策略 (non-MPC) 会使得无人机尽可能靠近各个用户后抵达终点，提高用户与无人机之间的信道质量，其中 ZF non-MPC 和 RZF non-MPC 策略由于视野范围足够长且已知用户分布，在制定飞行策略时会选择在平稳飞行后主动靠近用户较多的位置，最终抵达终点，而 MRT non-MPC 则是主动靠近用户 1 后飞向终点；而 MPC 方案由于视野长度受限，尽可能得优化其有限视野范围内的最优路径，因此会采取先靠近用户 1 后飞至用户数较多的位置，最后飞向终点。可以说 MPC 方案是对离线控制策略的一种在线近似，能够根据当前时隙内系统状态和用户位置，自适应得调整系统输入以获得更高的系统收益。

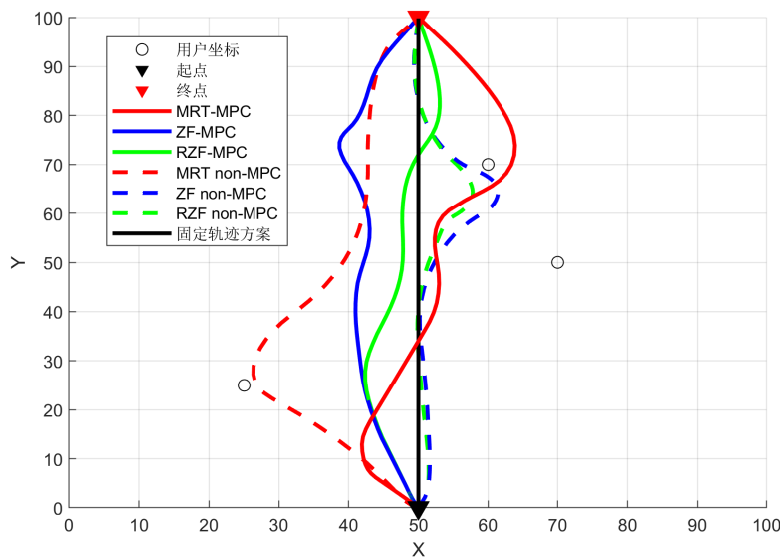


图 4.2 控制策略下无人机的飞行轨迹图



表4.2展示了采用了基准一，基准二和 MPC 方案的三种不同控制策略分别在不同波束成型方式下指定的飞行策略所获得的系统平均频谱效率 (ASE)。正如所预料的一样，基准一采用了固定的飞行轨迹，固定了无人机  $x$  与  $z$  轴位置进行姿态优化和功率分配，损失了无人机控制系统的系统自由度从而导致了通信系统性能的降低；而基准二采用离线控制策略，假设整个飞行路径中信道的状态信息已知且视野范围足够长，得到了最大的系统平均频谱效率；而 MPC 方案作为对离线控制策略的一种在线近似 (选取视野范围参数  $N = 25$ ) 所获得的系统平均频谱效率非常逼近离线控制策略，说明基于 MPC 的控制方案能够在有限降低系统收益的情况下实现对四旋翼无人机的在线控制方案，实现了高效的闭环控制系统控制策略，以适用于更加实际的且多变的通信系统当中，并且有效避免模型系统不匹配的问题 (model-plant-mismatch)。而文章后续实验均基于 MPC 在线控制方案展开。

波束成型方式 控制策略	MRT	ZF	RZF
固定轨迹方案 (基准 1)	8.86	25.20	26.00
离线非 MPC 方案 (基准 2)	12.45	28.98	29.01
MPC 方案	11.37	27.81	28.40

表 4.2 使用 MPC 与 non-MPC 算法所得到的通信系统平均总频谱效率

#### 4.2.2 无人机通信系统模型的仿真结果与分析

后续进行对基于四旋翼无人机精确动力学方程所提出的 3D MIMO 与无人机姿态角的耦合复杂通信网络模型与非耦合的原始通信模型之间的性能对比，图4.3展示了天线的总发射功率与采用三种常见的波束成型方式在两种模型场景下所获得的系统平均频谱效率之间的关系，其中设定天线阵列  $M_x = M_y = 4$  且 MPC 的视野范围设定为  $N = 25$ 。通过图片，正如预期中那样，我们可以清楚看出无论采取的天线总发射功率的大小和波束成型方式，本文所提出的通信模型能够有效的提升无人机通信系统的平均频谱效率，这正是因为，本文所提出的耦合复杂通信网络模型能够有效利用由四旋翼无人机的姿态角所带来的系统自由度增益，通过调整无人机的姿态使得其与地面用户之间所构成的信道的俯仰角和方位角最优，即使在天线总发射功率较小时也能获取更高的系统频谱效率，并



且随着总发射功率的增长，复杂系统所带来的频谱效率提升能够继续保持。

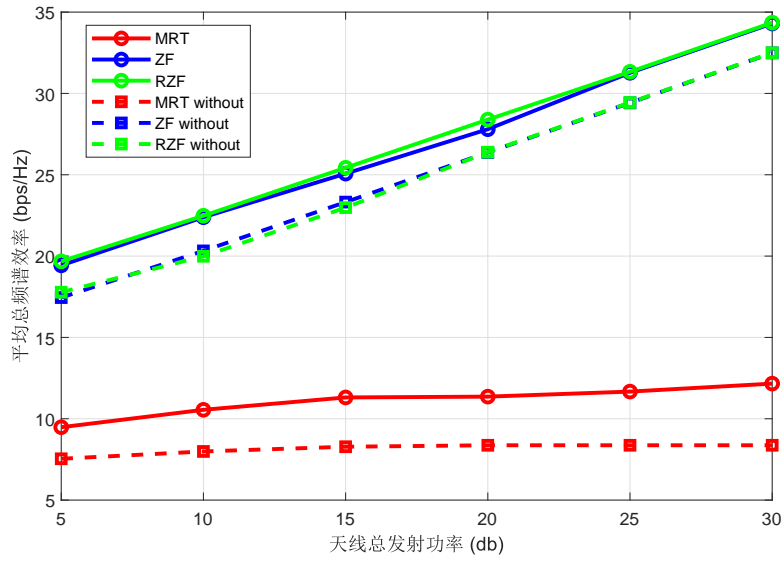


图 4.3 不同模型下天线总发射功率与系统频谱效率之间的关系图

图4.4展示了天线数目与采用三种常见的波束成型方式在两种模型场景下所获得的系统平均频谱效率之间的关系，其中设定天线总发射功率为  $P_{\max} = 100$  且 MPC 的视野范围设定为  $N = 25$ 。类似于图4.3，我们可以清楚看出无论采取的天线阵列数目和波束成型方式，相较于原始的通信模型，本文所提出的通信模型能够有效的提升无人机通信系统的平均频谱效率，这也是由于耦合复杂通信网络模型具有相对较高的系统自由度，并且随着发射天线数目的增长，复杂系统所带来的频谱效率提升能够继续保持。但是与发射功率图不同的是，MRT 方式能够始终通过天线数目的增加带来频谱效率的提升，而当发射功率足够大时，MRT 方式基本无法再获得频谱效率的提升。

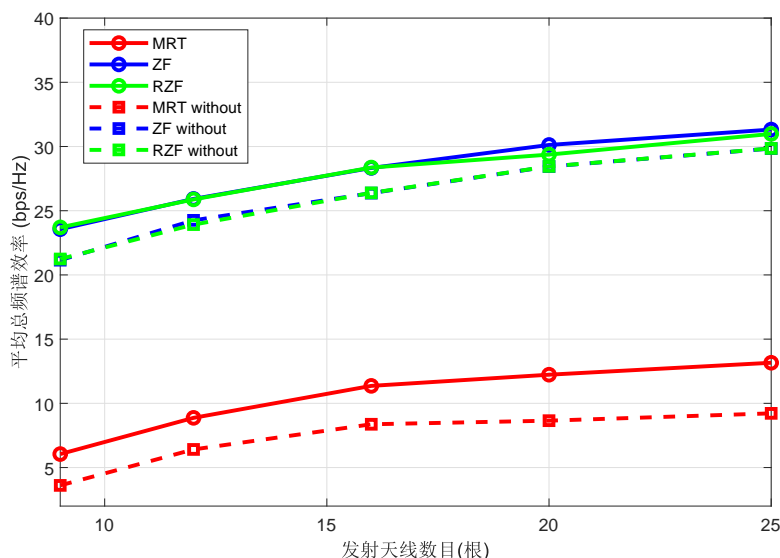


图 4.4 不同模型下天线数目与系统频谱效率之间的关系图

为了更清楚的描述两类模型下，基于 MPC 方案所制定无人机控制策略的区别，并阐述所提出模型的优势。图4.5展示了两种模型下分别采用不同波束成型方式下的四旋翼无人机的飞行轨迹。从图中可以看出，本文所提出基于 MPC 的在线控制方案在不同模型场景下均能够实现从起点精准飞至终点的任务，并且在飞行路径中同时服务多用户。区别于原始无人机通信模型，在四旋翼无人机姿态角耦合模型下，无人机的飞行路径更加趋近于起始点和终点直线飞行，这是因为无人机可以通过调整其姿态角在满足用户通信服务需求的前提下获得更高的系统频谱效率，且能够通过优化更多的系统状态变量而获得更大的系统自由度增益；然而，在原始无人机通信模型下，由于系统自由度的缺失，无人机只能通过优化其三维坐标，使其与用户之间的距离更小，从而选择了相对远离起始点和终点连线的飞行路径，且无法通过调整无人机姿态角使得天线阵列与用户之间的俯仰角和方位角最佳而损失掉一些系统增益。

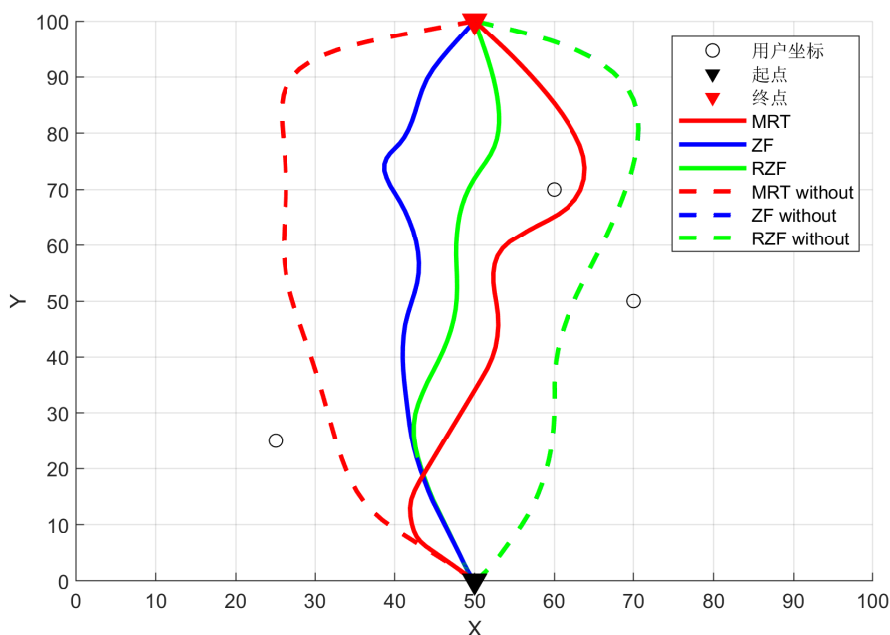


图 4.5 不同模型下无人机的飞行轨迹图

图4.6展示了两种模型下分别采用不同波束成型方式下的关于四旋翼无人机的三种姿态角(横滚角, 俯仰角和偏航角)随 MPC 步数的状态变化。其中关于原始通信模型下 (MRT without, ZF without 和 RZF without), 其三种姿态角的变化是为了满足四旋翼无人机的动力学约束, 而无法根据通信信道质量以及位置的变化做出相应的调整, 其整体的变化趋势略显单一且较为平缓。而对于姿态角耦合通信模型下, 在满足四旋翼无人机动力学约束的同时能够改变其姿态使得通信系统的整体性能更优, 通过观察整个飞行过程, 我们可以观察到三种姿态角的状态变化较为丰富, 能够根据无人机与用户之间的实时相对位置以及系统状态, 做出相应的姿态调整, 从而提高系统整体的频谱效率。

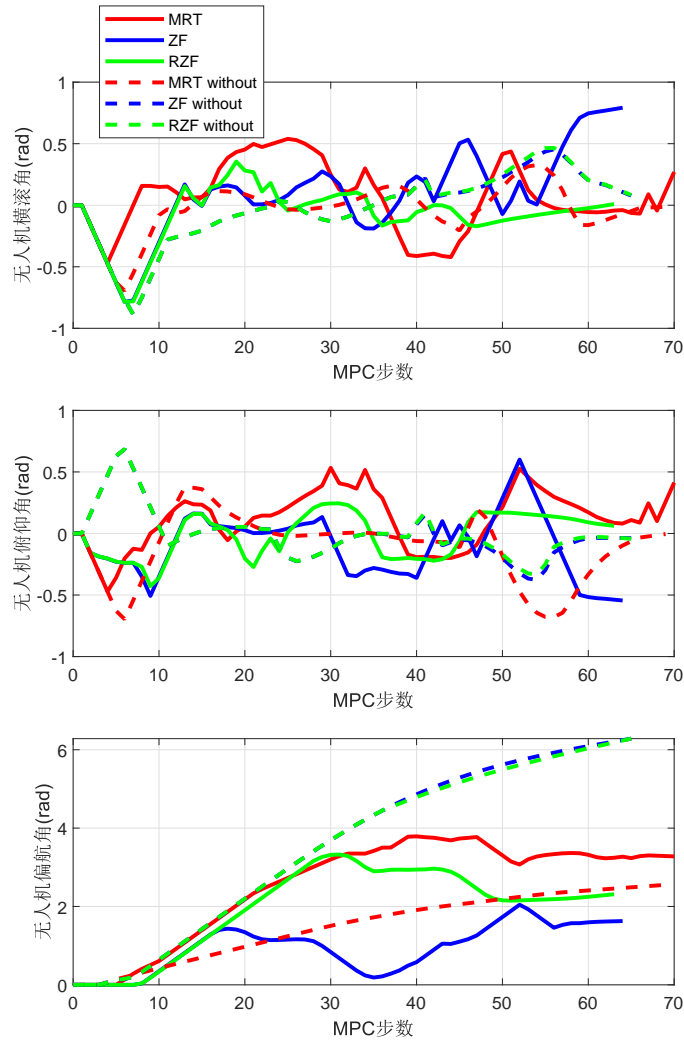


图 4.6 不同模型下无人机姿态角状态随着 MPC 迭代次数的变化情况

图4.7展示了两种模型下分别采用不同波束成型方式下的系统目标函数归一化后值的变化趋势。实线描绘了姿态角耦合通信模型下三种波束成型方式的目标函数归一化后值的收敛趋势，我们可以清楚看出，我们所提出的 MPC 方案在该场景下能够确保在 MPC 每一步迭代时目标函数值的下降，并且最后收敛至稳定状态。而反观原始通信模型下 (MRT without, ZF without 和 RZF without) 系统目标函数归一化后值的变化趋势，当处于阶段一时，MPC 每一步迭代能够保证其目标函数值的下降且逐步收敛至稳态，但当从阶段一转至阶段二时，由于对应状态变量值的改变而造成了值的跳变，随后在阶段二中，值的升高主要是由于当增加了关于抵达终点的相关约束时，由于减小了系统优化变量的搜索空间会相应的造成一定程度系统最优性的损失，并且该通信质量的损失无法通过调整无

人机姿态得到弥补。

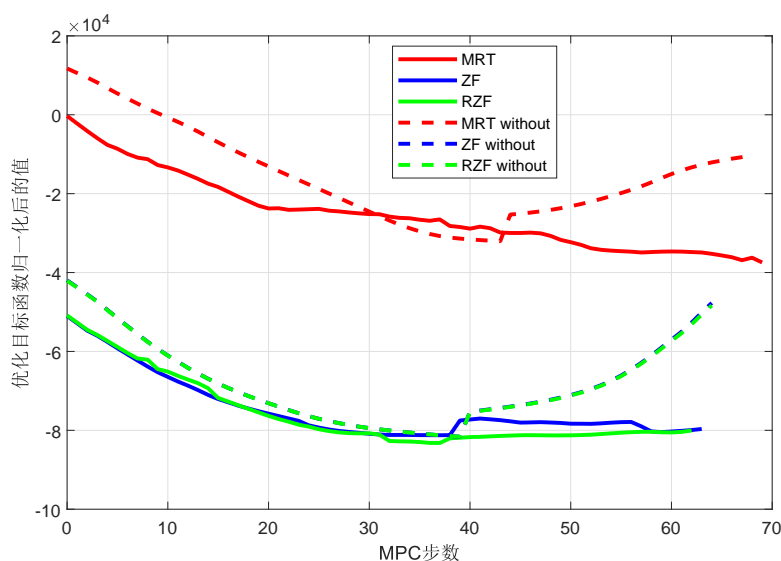


图 4.7 不同模型下归一化后目标函数值的收敛图

### 4.3 本章小结

本章基于 MPC 控制算法针对多天线四旋翼无人机同时服务多用户的姿态控制及资源分配问题提出了具体的在线控制方案，并通过设计相关的仿真实验对该方法的效能水平进行了验证和对实验结果进行了分析。所设计的在线控制方案，能够根据当前时刻系统状态变量，控制变量的更新，通过联合优化无人机的三维坐标以及其姿态角，制定出当前时刻下在视野范围以内的最优控制策略，使得其在满足四旋翼无人机动力学方程的条件下能够为整个系统提供更高的频谱效率。所提出的控制策略主要分为两个阶段，其一为最大化通信服务阶段，其二为准确抵达终点阶段。仿真结果表明，基于 MPC 的控制策略能够指导无人机准确抵达终点，并且验证了该在线控制策略能够在有限降低系统收益的情况下实现对离散控制方案的近似，以适用于更加实际的且多变的通信场景中；随后，分别对比了在不同天线发射功率，不同天线数目情况下，所提出的四旋翼无人机姿态角耦合通信模型能够带来系统自由度收益，提高系统整体的频谱效率。最后，验证了基于 MPC 的在线控制器能够保证控制系统的稳定性。

## 第5章 总结与展望

本章首先对本文的主要研究工作进行总结，然后基于现有研究基础对未来拟展开的工作进行展望。

### 5.1 全文研究工作总结

模型预测控制 (Model Predictive Control, MPC) 是近几十年来逐渐兴起的一种新型的最优控制算法，随着算法性能的提升和硬件科技水平的进步，该方法被广泛应用于石油化工，先进制造业，交通治理，自动驾驶，智能电网等领域当中，并且针对含有多种复杂约束条件的系统工程问题有着良好的表现。考虑到无人机的部署灵活性，它们可以用作空中通信平台，为地面用户提供持续的可靠服务，常用于救灾或各种临时活动。此外，无人机通信不仅是未来天地一体网络不可或缺的组成部分，同时也是 5G 无线网络不可或缺的组成部分。目前研究热点主要围绕在如何求解基于无人机运动学方程的开环最优控制问题上，然而考虑到实际环境中的时变性，对无人机通信系统实施闭环控制则显得更加具有实际意义。因此，针对无人机通信系统中系统状态和通信信道质量复杂且多变的实际问题，本文尝试将 MPC 控制算法引入无人机通信技术中，致力于提出一种无人机轨迹和资源分配的在线控制策略以满足系统的实时性要求，同时创新性的建立了 3D MIMO 与无人机姿态角的耦合复杂通信网络模型以获得更大的系统自由度增益。本文各章的研究工作总结如下：

1. 第二章主要介绍了模型预测控制相关的理论，模型和算法三个部分。其中算法部分从优化问题的一阶最优性条件与二阶最优性条件入手，随后给出了关于优化问题的 KKT 条件，并对常见的非线性规划算法内点法进行了简单的介绍。第二部分主要围绕在关于连续与离散最优控制问题的相关理论，从动态规划思想引入，分别介绍了该思想在连续和离散问题上的不同应用形式，并对 HJB 方程和彭德利雅金极值定理进行了介绍。第三部分主要围绕模型预测控制，首先介绍了模型预测控制与最优控制之间的联系与不同，随后着重介绍了该方法的原理，以及对该方法的稳定性加以简单的证明。

2. 第三章分别对待研究问题的系统模型以及基于 MPC 的在线解决方案进行介绍, 并且对所提出控制策略进行了稳定性分析。具体而言, 前半部分首先从四旋翼无人机的精确动力学方程引入, 随后根据该运动模型, 考虑了不同于通用旋翼无人机的能量损耗模型; 并且为了更好的利用到四旋翼无人机的灵活性, 将无人机控制系统中横滚角 (Roll), 俯仰角 (Pitch) 和偏航角 (Yaw) 三个状态建模至通信场景中, 提出了四旋翼无人机姿态角的耦合复杂通信网络; 并且针对所提出的三维多用户通信场景, 介绍了三种不同的波束赋形方法。后半部分首先介绍了现有的在线决策制定算法, 考虑到其难以满足实际工程需求, 本文基于 MPC 提出了新的在线决策方案, 并且基于内点法对所构成的非线性规划问题进行了求解, 最后验证了该在线策略满足李雅普诺夫意义下的稳定。

3. 第四章基于 MPC 控制算法针对多天线四旋翼无人机同时服务多用户的姿态控制及资源分配问题提出了具体的在线控制方案, 并通过设计相关的仿真实验对该方法的效能水平进行了验证和对实验结果进行了分析。所设计的在线控制方案, 能够根据当前时刻系统状态变量, 控制变量的更新, 通过联合优化无人机的三维坐标以及其姿态角, 制定出当前时刻下在视野范围以内的最优控制策略, 使得其在满足四旋翼无人机动力学方程的条件下能够为整个系统提供更高的频谱效率。仿真结果表明, 基于 MPC 的控制策略能够指导无人机准确抵达终点, 并且验证了该在线控制策略能够在有限降低系统收益的情况下实现对离散控制方案的近似, 以适用于更加实际的且多变的通信场景中; 随后, 分别对比了在不同天线发射功率, 不同天线数目情况下, 所提出的四旋翼无人机姿态角耦合通信模型能够带来系统自由度收益, 提高系统整体的频谱效率。最后, 验证了基于 MPC 的在线控制器能够保证控制系统的稳定性。

## 5.2 未来展望

本文所提出的基于 MPC 的在线控制方案以及相关无人机通信场景尚有许多相关问题需要进一步完善和解决:

1. 在对实际问题进行建模和测量的过程中, 不可避免的会引入系统误差和干扰, 因此对于一些安全性要求较高的应用场景, 需要利用鲁棒模型预测控制 (Robust Model Predictive Control, RMPC) 来处理带有干扰的系统模型。但是此方式在考虑安全性的同时会损失掉一部分的最优性, 亦或者使用随机模型预测控

制 (Stochastic Model Predictive Control, SMPC) 用于调整二者之间的关系。

2. 在实际的通信场景中, 由于无人机的高速移动性所带来的多普勒效应, 通常会使得信道状态变化很快, 因此在 MPC 单次迭代时, 如何更加合理的建模未来视野范围内的信道状态也需要进一步的考虑和研究。

3. 并且考虑到更加复杂的多无人机配合通信场景, 如何使用分布式模型预测控制 (Distributed Model Predictive Control, DMPC) 设计出在线的控制策略也值得我们继续探索和研究。



## 参考文献

- 张涛, 张君, 唐洪莹, 等. 无人机辅助无线供电通信网络节能通信[J]. 传感器与微系统, 2021(012): 040.
- 邹玉龙, 姜晓, 严培舜, 等. 下一代无人机群协同通信网络[J]. 南京邮电大学学报 (自然科学版), 2017(37): 51.
- ALZENAD M, EL-KEYI A, LAGUM F, et al. 3-D placement of an unmanned aerial vehicle base station (UAV-BS) for energy-efficient maximal coverage[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2017, 6(4): 434-437.
- ANDERSSON J A, GILLIS J, HORN G, et al. CasADi: a software framework for nonlinear optimization and optimal control[J]. Mathematical Programming Computation, 2019, 11: 1-36.
- APS M. Mosek optimization toolbox for matlab[J]. User's Guide and Reference Manual, Version, 2019, 4: 1.
- BAI L, HUANG Z, CHENG X. A Non-Stationary Model with Time-Space Consistency for 6G Massive MIMO mmWave UAV Channels[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022.
- BALANIS C A. Antenna theory: analysis and design[M]. John wiley & sons, 2015.
- BECK A, TETRUASHVILI L. On the convergence of block coordinate descent type methods[J]. SIAM journal on Optimization, 2013, 23(4): 2037-2060.
- BERTSEKAS D P. Convexification procedures and decomposition methods for nonconvex optimization problems[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 1979, 29(2): 169-197.
- BERTSEKAS D P, TSITSIKLIS J N. Neuro-dynamic programming: an overview[C] // Proceedings of 1995 34th IEEE conference on decision and control: vol. 1. 1995: 560-564.
- BETTS J T. Survey of numerical methods for trajectory optimization[J]. Journal of guidance, control, and dynamics, 1998, 21(2): 193-207.
- BLIEK1Ú C, BONAMI P, LODI A. Solving mixed-integer quadratic programming problems with IBM-CPLEX: a progress report[C] // Proceedings of the twenty-sixth RAMP symposium. 2014: 16-17.
- BOR-YALINIZ I, YANIKOMEROGLU H. The new frontier in RAN heterogeneity: Multi-tier drone-cells[J]. IEEE Communications Magazine, 2016, 54(11): 48-55.

- BOUADI H, BOUCHOUCHA M, TADJINE M. Modelling and stabilizing control laws design based on backstepping for an UAV type-quadrotor[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2007, 40(15): 245-250.
- BOUADI H, CUNHA S S, DROUIN A, et al. Adaptive sliding mode control for quadrotor attitude stabilization and altitude tracking[C]//2011 IEEE 12th international symposium on computational intelligence and informatics (CINTI). 2011: 449-455.
- BOYD S, PARIKH N, CHU E, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers[J]. Foundations and Trends® in Machine learning, 2011, 3(1): 1-122.
- BUCAILLE I, HÉTHUIN S, MUNARI A, et al. Rapidly deployable network for tactical applications: Aerial base station with opportunistic links for unattended and temporary events absolute example[C]//MILCOM 2013-2013 IEEE military communications conference. 2013: 1116-1120.
- CAMPONOGARA E, JIA D, KROGH B H, et al. Distributed model predictive control[J]. IEEE control systems magazine, 2002, 22(1): 44-52.
- CHANDHAR P, DANEV D, LARSSON E G. Massive MIMO for communications with drone swarms[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 17(3): 1604-1629.
- CHEN R, SUN Y, LIANG L, et al. Joint power allocation and placement scheme for uav-assisted iot with qos guarantee[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 71(1): 1066-1071.
- CHENG X, YU B, YANG L, et al. Communicating in the real world: 3D MIMO[J]. IEEE wireless communications, 2014, 21(4): 136-144.
- DANTZIG G B. Linear programming[J]. Operations research, 2002, 50(1): 42-47.
- DAWY Z, SAAD W, GHOSH A, et al. Toward massive machine type cellular communications[J]. IEEE Wireless Communications, 2016, 24(1): 120-128.
- DHILLON H S, HUANG H, VISWANATHAN H. Wide-area wireless communication challenges for the Internet of Things[J]. IEEE Communications Magazine, 2017, 55(2): 168-174.
- DIEHL M, GROS S. Numerical optimal control[J]. Optimization in Engineering Center (OPTEC), 2011.
- DIEHL M, MOMBAUR K. Fast motions in Biomechanics and Robotics[M]. Springer, 2006.
- DING R, XU Y, GAO F, et al. Trajectory design and access control for air-ground coordinated communications system with multiagent deep reinforcement learning[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2021, 9(8): 5785-5798.

- DOGRA A, JHA R K, JAIN S. A survey on beyond 5G network with the advent of 6G: Architecture and emerging technologies[J]. IEEE Access, 2020, 9: 67512-67547.
- DRGOŇA J, ARROYO J, FIGUEROA I C, et al. All you need to know about model predictive control for buildings[J]. Annual Reviews in Control, 2020, 50: 190-232.
- ELLIS M, DURAND H, CHRISTOFIDES P D. A tutorial review of economic model predictive control methods[J]. Journal of Process Control, 2014, 24(8): 1156-1178.
- ENRIGHT P J, CONWAY B A. Discrete approximations to optimal trajectories using direct transcription and nonlinear programming[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1992, 15(4): 994-1002.
- FAULWASSER T, WEBER T, ZOMETA P, et al. Implementation of nonlinear model predictive path-following control for an industrial robot[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2016, 25(4): 1505-1511.
- FU M, ZHOU Y, SHI Y, et al. UAV-assisted multi-cluster over-the-air computation[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022.
- AL-FUQAHA A, GUIZANI M, MOHAMMADI M, et al. Internet of things: A survey on enabling technologies, protocols, and applications[J]. IEEE communications surveys & tutorials, 2015, 17(4): 2347-2376.
- GAO N, LIANG L, CAI D, et al. Coverage Control for UAV Swarm Communication Networks: A Distributed Learning Approach[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2022, 9(20): 19854-19867.
- GERTZ E M, WRIGHT S J. Object-oriented software for quadratic programming[J]. ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS), 2003, 29(1): 58-81.
- GRÜNE L, PANNEK J, GRÜNE L, et al. Nonlinear model predictive control[M]. Springer, 2017.
- GUAN W, GAO B, XIONG K, et al. Spectrum Sharing in UAV-Assisted HetNet Based on CMB-AM Multi-Agent Deep Reinforcement Learning[C]//IEEE INFOCOM 2022-IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPS). 2022: 1-2.
- HALVGAARD R, POULSEN N K, MADSEN H, et al. Economic model predictive control for building climate control in a smart grid[C]//2012 IEEE PES innovative smart grid technologies (ISGT). 2012: 1-6.
- HARDER K, BUCHHOLZ M, NIEMEYER J, et al. A real-time nonlinear MPC scheme with emission constraints for heavy-duty diesel engines[C]//2017 American Control Conference (ACC). 2017: 240-245.

- HOUSKA B, FERREAU H J, DIEHL M. ACADO toolkit—An open-source framework for automatic control and dynamic optimization[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2011, 32(3): 298-312.
- HOUSKA B, FRASCH J, DIEHL M. An augmented Lagrangian based algorithm for distributed nonconvex optimization[J]. SIAM Journal on Optimization, 2016, 26(2): 1101-1127.
- HROVAT D, DI CAIRANO S, TSENG H E, et al. The development of model predictive control in automotive industry: A survey[C]// 2012 IEEE International Conference on Control Applications. 2012: 295-302.
- HUANG M, LIAO-MCPHERSON D, KIM S, et al. Toward real-time automotive model predictive control: A perspective from a diesel air path control development[C]// 2018 Annual American Control Conference (ACC). 2018: 2425-2430.
- JEREZ J L, GOULART P J, RICHTER S, et al. Embedded online optimization for model predictive control at megahertz rates[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(12): 3238-3251.
- JI B, LI Y, ZHOU B, et al. Performance analysis of UAV relay assisted IoT communication network enhanced with energy harvesting[J]. IEEE Access, 2019, 7: 38738-38747.
- KARAMANAKOS P, LIEGMANN E, GEYER T, et al. Model predictive control of power electronic systems: Methods, results, and challenges[J]. IEEE Open Journal of Industry Applications, 2020, 1: 95-114.
- KHUWAJA A A, ZHENG G, CHEN Y, et al. Optimum deployment of multiple UAVs for coverage area maximization in the presence of co-channel interference[J]. IEEE Access, 2019, 7: 85203-85212.
- LETAIEF K B, SHI Y, LU J, et al. Edge artificial intelligence for 6G: Vision, enabling technologies, and applications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2021, 40(1): 5-36.
- LI B, LI Q, ZENG Y, et al. 3D trajectory optimization for energy-efficient UAV communication: A control design perspective[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 21(6): 4579-4593.
- LI H, ZHAO X. Throughput maximization with energy harvesting in UAV-assisted cognitive mobile relay networks[J]. IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking, 2020, 7(1): 197-209.
- LI Y, JI X, LIANG D, et al. Dynamic beamforming for three-dimensional MIMO technique in LTE-advanced networks[J]. International journal of antennas and propagation, 2013, 2013.

- LIN X, YAJNANARAYANA V, MURUGANATHAN S D, et al. The sky is not the limit: LTE for unmanned aerial vehicles[J]. IEEE Communications Magazine, 2018, 56(4): 204-210.
- LIU Y, YAN J, ZHAO X. Deep reinforcement learning based latency minimization for mobile edge computing with virtualization in maritime UAV communication network[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(4): 4225-4236.
- LIU Y, XIONG K, NI Q, et al. UAV-assisted wireless powered cooperative mobile edge computing: Joint offloading, CPU control, and trajectory optimization[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2019, 7(4): 2777-2790.
- LOT K. Maximum ratio transmission[C]//1999 IEEE international conference on communications (Cat. No. 99CH36311): vol. 2. 1999: 1310-1314.
- LUCIA S, KÖGEL M, ZOMETA P, et al. Predictive control, embedded cyberphysical systems and systems of systems—A perspective[J]. Annual Reviews in Control, 2016, 41: 193-207.
- LUENBERGER D G, YE Y, et al. Linear and nonlinear programming[M]. Springer, 1984.
- LYU J, ZENG Y, ZHANG R. UAV-aided offloading for cellular hotspot[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(6): 3988-4001.
- MA Z, AI B, HE R, et al. Impact of UAV rotation on MIMO channel characterization for air-to-ground communication systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(11): 12418-12431.
- MANGASARIAN O. A Newton method for linear programming[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2004, 121: 1-18.
- MAYNE D Q, RAWLINGS J B, RAO C V, et al. Constrained model predictive control: Stability and optimality[J]. Automatica, 2000, 36(6): 789-814.
- MERWADAY A, GUVENC I. UAV assisted heterogeneous networks for public safety communications[C]//2015 IEEE wireless communications and networking conference workshops (WCNCW). 2015: 329-334.
- MOFID O, MOBAYEN S. Adaptive sliding mode control for finite-time stability of quad-rotor UAVs with parametric uncertainties[J]. ISA transactions, 2018, 72: 1-14.
- MOZAFFARI M, SAAD W, BENNIS M, et al. Mobile unmanned aerial vehicles (UAVs) for energy-efficient Internet of Things communications[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 16(11): 7574-7589.

- MOZAFFARI M, SAAD W, BENNIS M, et al. A tutorial on UAVs for wireless networks: Applications, challenges, and open problems[J]. IEEE communications surveys & tutorials, 2019, 21(3): 2334-2360.
- MUELLER M W, D'ANDREA R. A model predictive controller for quadrocopter state interception[C]//2013 European Control Conference (ECC). 2013: 1383-1389.
- NGUYEN L D, TUAN H D, DUONG T Q, et al. Multi-user regularized zero-forcing beamforming[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(11): 2839-2853.
- NOCEDAL J, WRIGHT S J. Quadratic programming[J]. Numerical optimization, 2006: 448-492.
- OGATA K, et al. Modern control engineering[M]. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2010.
- POTRA F A, WRIGHT S J. Interior-point methods[J]. Journal of computational and applied mathematics, 2000, 124(1-2): 281-302.
- PRIMBS J A. Applications of MPC to finance[J]. Handbook of Model Predictive Control, 2019: 665-685.
- RAZAVIYAYN M. Successive convex approximation: Analysis and applications[D]. University of Minnesota, 2014.
- RODRIGUEZ-BERNUZ J M, MCINERNEY I, JUNYENT-FERRE A, et al. Design of a linear time-varying model predictive control energy regulator for grid-tied VSCs[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2021, 36(2): 1425-1434.
- SHI D, DAI X, ZHANG X, et al. A practical performance evaluation method for electric multi-copters[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22(3): 1337-1348.
- SUN J, MASOUIROS C. Deployment strategies of multiple aerial BSs for user coverage and power efficiency maximization[J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 67(4): 2981-2994.
- SUN Y, XU D, NG D W K, et al. Optimal 3D-trajectory design and resource allocation for solar-powered UAV communication systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2019, 67(6): 4281-4298.
- THOMPSON D R, BILBRO G L. Comparison of a genetic algorithm with a simulated annealing algorithm for the design of an ATM network[J]. IEEE Communications Letters, 2000, 4(8): 267-269.
- TUAN H D, NASIR A A, SAVKIN A V, et al. MPC-based UAV navigation for simultaneous solar-energy harvesting and two-way communications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2021, 39(11): 3459-3474.

- AL-TURJMAN F M, HASSANEIN H S, IBNKAHLA M A. Efficient deployment of wireless sensor networks targeting environment monitoring applications[J]. Computer Communications, 2013, 36(2): 135-148.
- WÄCHTER A, BIEGLER L T. On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming[J]. Mathematical programming, 2006, 106: 25-57.
- WU Q, ZENG Y, ZHANG R. Joint trajectory and communication design for multi-UAV enabled wireless networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(3): 2109-2121.
- XU D, SUN Y, NG D W K, et al. Multiuser MISO UAV communications in uncertain environments with no-fly zones: Robust trajectory and resource allocation design[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(5): 3153-3172.
- XU Y, LIU Z, HUANG C, et al. Robust resource allocation algorithm for energy-harvesting-based D2D communication underlaying UAV-assisted networks[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2021, 8(23): 17161-17171.
- YOO T, GOLDSMITH A. On the optimality of multiantenna broadcast scheduling using zero-forcing beamforming[J]. IEEE Journal on selected areas in communications, 2006, 24(3): 528-541.
- YOU C, ZHANG R. 3D trajectory optimization in Rician fading for UAV-enabled data harvesting[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2019, 18(6): 3192-3207.
- ZENG Y, XU J, ZHANG R. Energy minimization for wireless communication with rotary-wing UAV[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2019, 18(4): 2329-2345.
- ZENG Y, ZHANG R, LIM T J. Throughput maximization for UAV-enabled mobile relaying systems[J]. IEEE Transactions on communications, 2016, 64(12): 4983-4996.
- ZHENG J, ZHANG J, AI B. UAV communications with WPT-aided cell-free massive MIMO systems[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2021, 39(10): 3114-3128.
- ZHOU Y, ZHOU H, ZHOU F, et al. Robust chance-constrained trajectory and transmit power optimization for UAV-Enabled CR networks[C] // ICC 2020-2020 IEEE International Conference on Communications (ICC). 2020: 1-7.
- ZHU L, ZHANG J, XIAO Z, et al. 3-D beamforming for flexible coverage in millimeter-wave UAV communications[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2019, 8(3): 837-840.





## 附录 A 作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与研究成果

### 作者简历：

王逸飞，男，汉族，1996 年生，陕西省咸阳市人

2020 年 9 月-2023 年 6 月      上海科技大学      硕士研究生

2015 年 9 月-2019 年 6 月      河海大学      本科

### 已发表（或正式接受）的学术论文：

- Xu Du<sup>†</sup>, Shijie Zhu<sup>†</sup>, **Yifei Wang<sup>†</sup>**, Boyu Han<sup>†</sup>, Xiaohe He<sup>†</sup>. Optimal Resilience Design of AC Microgrid using AO-SBQP Method. *Accepted by the 22rst IFAC World Congress, Yokohama, Japan*



## 附录 B 致 谢

在我的研究生生涯即将结束之际，我想向所有支持和帮助过我的人们表达最真挚的感激之情。

首先，我要感谢我的母校——上海科技大学。作为一所年轻而充满活力的学校，它提供了一个充满机遇和挑战的学习环境。在这里，我不仅获得了知识，还学会了思考和创新。感谢学校为我们提供了这样一个良好的平台，让我们能够成为更好的自己。

接下来，我要感谢我的研究生导师梁旭文老师。梁老师不仅在学术上给予了我无私的指导和帮助，还关心我的生活和成长。在梁老师的带领下，我学会了如何思考和解决问题，也收获了很多宝贵的人生经验。感谢梁老师对我的信任和支持，让我在研究生阶段取得了一些成果。

此外，我还要感谢我的学长杜旭和贺晓赫。他们在研究过程中给予了我无私的帮助和指导。他们的经验和知识对我的研究起到了很大的帮助。感谢他们在我困惑时给予了耐心的指导和建议。

我也要感谢同学朱时捷，方天雨，周晓华，黄伟等人。他们在学习和生活中给予了我很多帮助和支持。他们的友谊是我大学生涯中最宝贵的财富。

最后，我要感谢我的父母和各位朋友们。感谢他们一直以来的支持和鼓励。感谢他们在我困难时给予的帮助和关心。没有他们的支持，我将无法取得今天的成绩。

在此，我向所有帮助和支持过我的人们表示最衷心的感谢！

