ダイオード検波回路の時定数

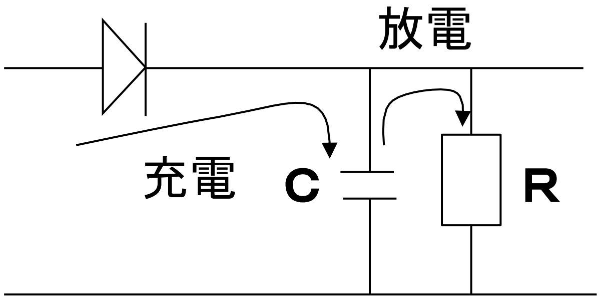
　コンデンサの容量Cと，コンデンサに充電される電荷（またはコンデンサから放電される）Q，電圧Vの間には次の関係がある．細かい話は電磁気学や応用物理学に任せる．

$$Q = CV$$

コンデンサに充電される電荷（またはコンデンサから放電される電荷）と，そこに流れる電流$i(t)$の間には次の関係がある．

$$Q = \int i(t)dt$$

抵抗RとコンデンサCで形成された回路について考える．



抵抗Rにかかる電圧$v_R(t)$とコンデンサの電圧$v_C(t)$はそれぞれ,

$$v_R(t) = Ri(t)$$

$$v_C(t) = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

キルヒホッフの電圧則から,

$$v_R(t) + v_C(t) = 0$$

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt = 0$$

ここで，右端を出力として出力電圧$v_{out}(t)$は抵抗Rにかかる電圧$v_R(t) = Ri(t)$と考えれば,

$$v_{out}(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt = 0$$

また，$v_R(t) = Ri(t)$より，$i(t) = \frac{1}{R}v_R(t) = \frac{1}{R}v_{out}(t)$であるから,

ダイオード検波回路の時定数

$$v_{out}(t) + \frac{1}{CR}\int v_{out}(t)dt = 0$$

時間で微分すると，

$$\frac{dv_{out}(t)}{dt} + \frac{1}{CR}v_{out}(t) = 0$$

$$\frac{1}{v_{out}(t)}\frac{dv_{out}(t)}{dt} = -\frac{1}{CR}$$

この微分方程式を解いていく．

$$\frac{1}{v_{out}(t)}\frac{dv_{out}(t)}{dt} = -\frac{1}{CR}$$

$$\int \frac{1}{v_{out}(t)}\frac{dv_{out}(t)}{dt}dt = -\frac{1}{CR}$$

部分積分の公式を用いると，

$$\frac{1}{v_{out}(t)}v(t) + \int \frac{1}{v_{out}(t)}dt = -\frac{1}{RC}t + A$$

$$1 + \log v_{out}(t) = -\frac{1}{RC}t + A$$

$$\log v_{out}(t) = -\frac{1}{RC}t + A'$$

$$v_{out}(t) = \exp\left(-\frac{1}{RC}t + A'\right)$$

$$v_{out}(t) = A'' \exp\left(-\frac{1}{RC}t\right)$$

コンデンサから放電される直前（$t = 0$）の電圧を$v_{out}(0) = E$とすれば，

$$v_{out}(0) = A''\, exp(0) = E$$

$$A'' = E$$

よって，

$$v_{out}(t) = E\exp\left(-\frac{1}{RC}t\right)$$

が得られる．