

汉译世界学术名著丛书

# 自然哲学的 数学原理

[英]牛顿 著



# 全书目录

定义 .....	1
公理或运动的定律 .....	15

## 第一卷 论物体的运动

第 I 部分	论用于此后证明的最初比和最终比方法 .....	34
第 II 部分	论求向心力 .....	48
第 III 部分	论物体在偏心的圆锥截线上的运动 .....	69
第 IV 部分	论由给定的焦点,求椭圆形、抛物线形 和双曲线形轨道 .....	84
第 V 部分	论当焦点未被给定时求轨道 .....	95
第 VI 部分	论在给定的轨道上求运动 .....	136
第 VII 部分	论物体的直线上升和下降 .....	147
第 VIII 部分	论求轨道,物体在任意种类的向心力推动下 在其上运行 .....	161
第 IX 部分	论物体在运动着的轨道上的运动及拱点的 运动 .....	169
第 X 部分	论物体在给定表面上的运动及摆的往复 运动 .....	183

---

第 XI 部分	论以向心力互相趋向的物体的运动 .....	205
第 XII 部分	论球形物体的吸引力 .....	237
第 XIII 部分	论非球形物体的吸引力 .....	263
第 XIV 部分	论极小物体的运动, 它受到趋向任何大物体 各个部分的向心力的推动 .....	278

## 第二卷 论物体的运动

第 I 部分	论所受的阻碍按照速度之比的物体的运动 .....	288
第 II 部分	论所受的阻碍按照速度的二次比的物体的 运动 .....	300
第 III 部分	论所受的阻碍部分地按照速度之比且部分地 按照速度的二次比的物体的运动 .....	331
第 IV 部分	论物体在阻力介质中的圆形运动 .....	342
第 V 部分	论流体的密度和压缩及流体静力学 .....	352
第 VI 部分	论摆体的运动和阻力 .....	367
第 VII 部分	论流体的运动及抛射体所遇到的阻力 .....	394
第 VIII 部分	论通过流体传播的运动 .....	441
第 IX 部分	论流体的圆形运动 .....	461

## 第三卷 论宇宙的系统

研究哲学的规则 .....	476
天象 .....	479
命题 .....	485

总释 .....	647
主题索引 .....	653
注释 .....	674
人名对照表 .....	679
地名对照表 .....	684
译后记 .....	688

# 定    义

1

## 定    义    I

物质的量是起源于同一物质的密度和大小联合起来的一种度量。

两倍空气的密度且两倍它所在的空间,有四倍的空气;三倍它所在的空间,有六倍的空气。对通过压缩或液化而凝结的雪或粉末亦作同样的理解。对以任何方式或无论何种原因而被凝结的物体,理由相同。在这里我没有考虑一种介质,如果存在这种介质的话,它自由地进入物体的部分之间的缝隙。以后各处在物体或质量的名下我指的是这一量。它可以通过每个物体的重量得知:因为由极精确的摆的实验,我发现它与重量成比例,如后面所示的。

## 定    义    II

运动的量是同一运动的起源于速度和物质的量联合起来的一种度量。

# 公理或运动的定律

13

## 定 律 I

每一个物体都保持它自身的静止的或者一直向前均匀地运动的状态,除非由外加的力迫使它改变它自身的状态为止。

抛射体保持它们自身的运动,除非由于空气的阻力而被迟滞,以及被重力向下推进。一个转轮,它的部分被它们的结合持续拉离直线运动,不停止转动,除非被空气迟滞。但是行星和彗星的较大的本体,在阻力较小的空间中,保持它们自身的前进运动和圆周运动很长的一段时间。

## 定 律 II

运动的改变与外加的引起运动的力成比例,并且发生在沿着那个力被施加的直线上。

如果任意的力生成某一运动;两倍的力生成两倍的运动,三倍

的力生成三倍的运动,无论力是一次一齐施加,或是逐渐地且相继地施加。且这项运动(它总与生成它的力指向相同的方向),如果物体先前在运动,或者被加到它的运动上,如果它们方向一致;或者从其中被减去,如果它们方向相反;或者倾斜地添加,如果它们是倾斜的,且沿着两者的方向合成。

14

### 定 律 III

对每个作用存在总是相反的且相等的与反作用:或者两个物体彼此的相互作用总是相等的,并且指向对方。

无论什么东西压或者拉其他东西,它一样多地被压或者被拉。如果有人用手指压一块石头,这个手指也被石头所压。如果马拉一块系在绳子上的石头,马(据我如此说)也被同等地拉向石头;因为绳子在两端伸展,以同样的努力舒展自身,并驱使马朝向石头,而且石头朝向马;阻碍一个的前进与推动另一个的前进来得一样大。如果某个物体碰撞另一个物体,那个物体的运动无论如何被[前一物体]自身的力改变,则反过来,另一个物体的力(由于它们相互的压迫的相等性)使[前一物体]自身的运动在相反的方向做同样的改变。由这些作用产生的相等的变化,不是在速度上,而是在运动上;当然物体不受其他的阻碍。因为速度的变化发生在相反的反向上,由于运动被相等地改变,与物体成反比。这个定律对于吸引亦成立,正如在下面的注释中所证明的。

28

# 第一卷 论物体的运动

## 第 I 部分 论用于此后证明的 最初比和最终比方法

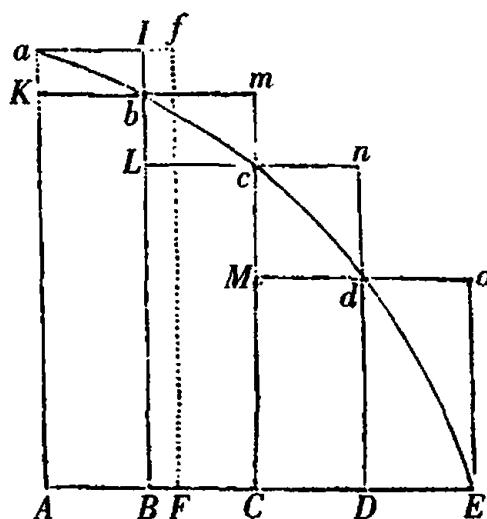
### 引 理 I

诸量，以及量的比，它们在任何有限的时间总趋于相等，在时间结束之前它们彼此之间比任意给定的差更接近，最终它们成为相等。

如果你否认，则它们最终成为不相等，且它们最终的差变成  $D$ 。那么，对于相等性它们就不能比给定的差  $D$  更为接近：与假设相反。

### 引 理 II

如果在直线  $Aa, AE$  和曲线  $acE$  围成的任意图形  $AacE$  中，内接相等的底边  $AB, BC, CD, \dots$ ，与图形的边  $Aa$  平行的边  $Bb, Cc, Dd, \dots$ ，等等包含的任意数目的平行四边形  $Ab, Bc, Cd, \dots$ ；并补足平行



四边形  $aKbl$ ,  $bLcm$ ,  $cMdD$ , 等等。此后如果平行四边形的宽度减小且其数目增加以至无穷: 我说, 内接图形  $AKbLcMdD$ , 外接图形  $AalbmndoE$ , 以及曲线形  $AabcdE$  彼此之间的比, 是等量之比。

29

因为内接图形和外接图形之差是平行四边形  $Kl$ ,  $Lm$ ,  $Mn$ ,  $Do$  的和, 这就是(由于所有的底相等)一个底  $Kb$  和高的和  $Aa$  之下的矩形, 亦即, 矩形  $ABla$ 。但这个矩形, 其宽度  $AB$  无限减小, 变得小于任何给定的矩形。所以(由引理 I)内接图形和外接图形, 并且居于它们中间的曲线形最终相等。此即所证<sup>(8)</sup> (*Q. E. D.*)。

### 引理 III

当平行四边形的宽度  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ , 等等不相等, 但都减小以至无穷时, 同样的最终比也是等量之比。

因为设  $AF$  等于最大宽度, 并补足平行四边形  $FAaf$ 。这个平

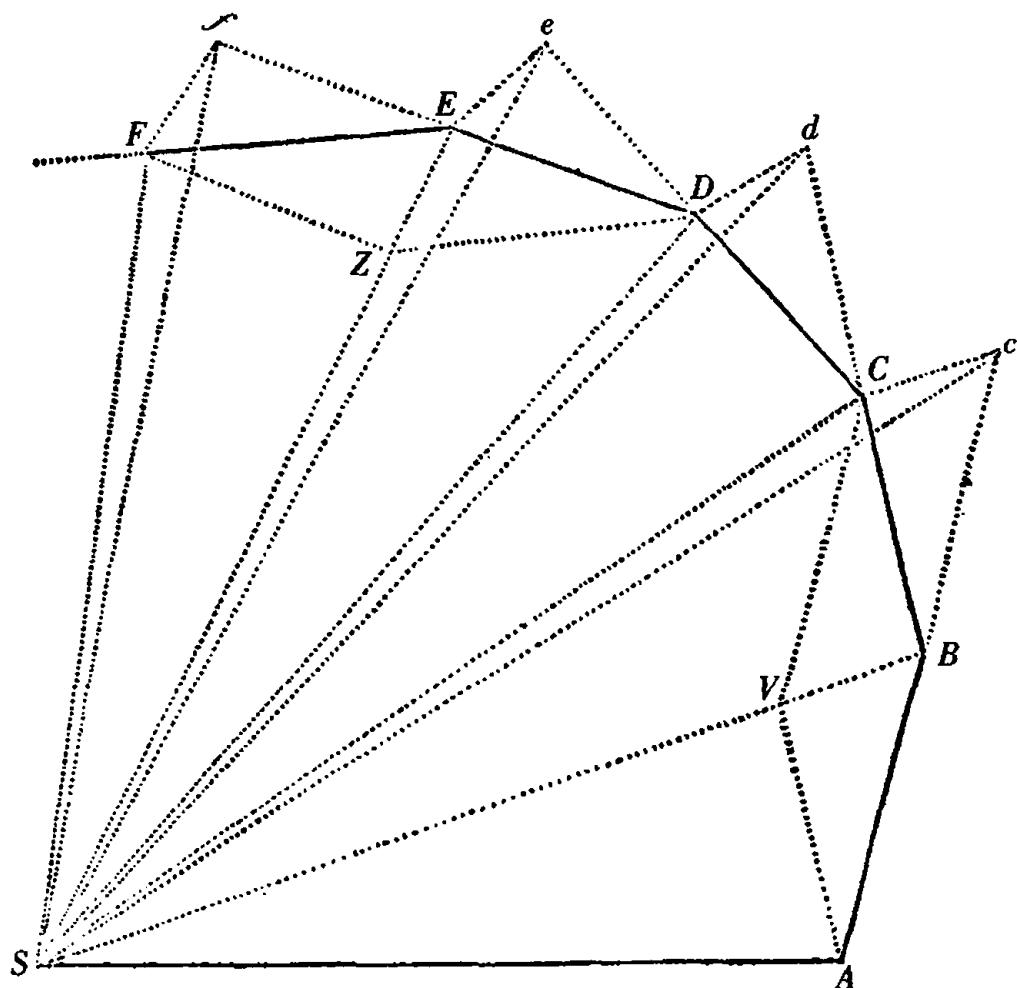
比任意给定的差更加接近,但在量被减小以至无穷之前它们既不能超过,也不能达到[此极限]。这种事件用无穷大能被更清楚地理解。如果两个量,它们的差给定并被增加以至无穷,它们的最终比被给定,即为等量之比,但给出此比的最终的量或最大的量并没有被给定。为了使后面的内容易于理解,我所说的极小的量或正消失的量或最终的量,提防被理解为大小确定的量,而总要意识到无限减小的量。

## 第 II 部分 论求向心力

### 命题 I 定理 I

面积,它由在轨道上运动的物体往不动的力的中心所引的半径画出,停留在不动的平面上,且与时间成比例。

时间被分为相等的段,且在第一个时间段物体由于其固有的力画出直线  $AB$ 。在第二个时间段,同一物体如果没有阻碍,它将一直前进到  $c$ ,<sup>39</sup>(由定律 I)画出等于  $AB$  的线  $Bc$ ;因此往中心引半径  $AS, BS, cS$ ,画出的面积  $ASB, BSc$  相等。然而当物体到达  $B$  时,假设向心力以一次但有力的冲击,致使物体由直线  $Bc$  倾斜并在直线  $BC$  上前进。引  $cC$  与  $BS$  平行,交  $BC$  于  $C$ ;则第二个时间段完成时,物体(由诸定律的系理 I)在  $C$  被发现;它在与三角形  $ASB$  相同的平面。连结  $SC$ ,因  $SB, Cc$  平行,三角形  $SBC$  等于三角

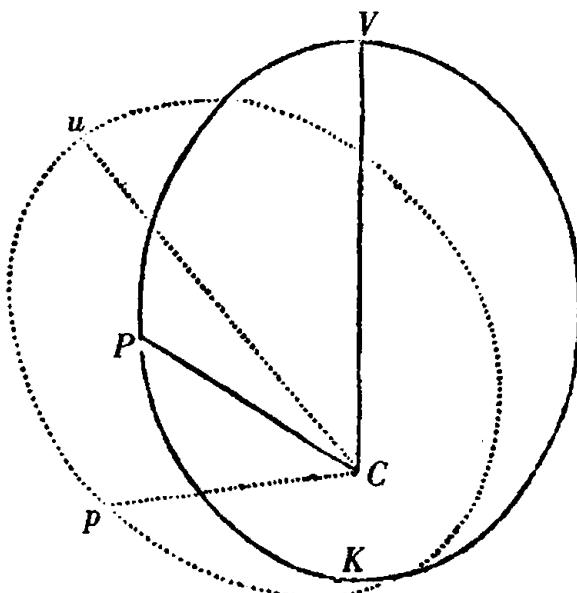


形  $SBC$ , 因此也等于三角形  $SAB$ 。由类似的论证, 如果向心力相继作用在  $C, D, E, \dots$ , 使物体在各自的时间片段各自画出直线  $CD, DE, EF, \dots$ , 它们全都位于同一个平面; 且三角形  $SCD$  等于三角形  $SBC$ , [三角形]  $SDE$  等于[三角形]  $SCD$ , [三角形]  $SEF$  等于[三角形]  $SDE$ 。所以在相等的时间, 相等的面积在不动的平面上被画出: 且通过复合, 任意的面积和  $SADS, SAFS$  彼此之间, 如同画出它们的时间。现在三角形的数目无限增加且其宽度减小以至无穷, 且最终它们的周线  $ADF$ (由引理三的系理四)为曲线: 因此向心力, 由它物体持续从这条曲线的切线上被拉回, 此作用从不间

## 第 IX 部分 论物体在运动着的轨道上的运动及拱点的运动

### 命题 XLIII 问题 XXX

使得一个物体能在围绕力的中心转动的任意轨道上运动，一如另一物体在相同的静止的轨道上的运动。



在位置给定的轨道  $VPK$  上，设运行的物体  $P$  由  $V$  向  $K$  前进。自中心  $C$  总引  $Cp$ ，它等于  $CP$ ，作角  $VCp$  与角  $VCP$  成比例；且面积，它由线  $Cp$  画出，比面积  $VCP$ ，它由线  $CP$  同时画出，如同画出线  $Cp$  的速度比画出线  $CP$  的速度；这就是，如同角  $VCp$  比角  $VCP$ ，

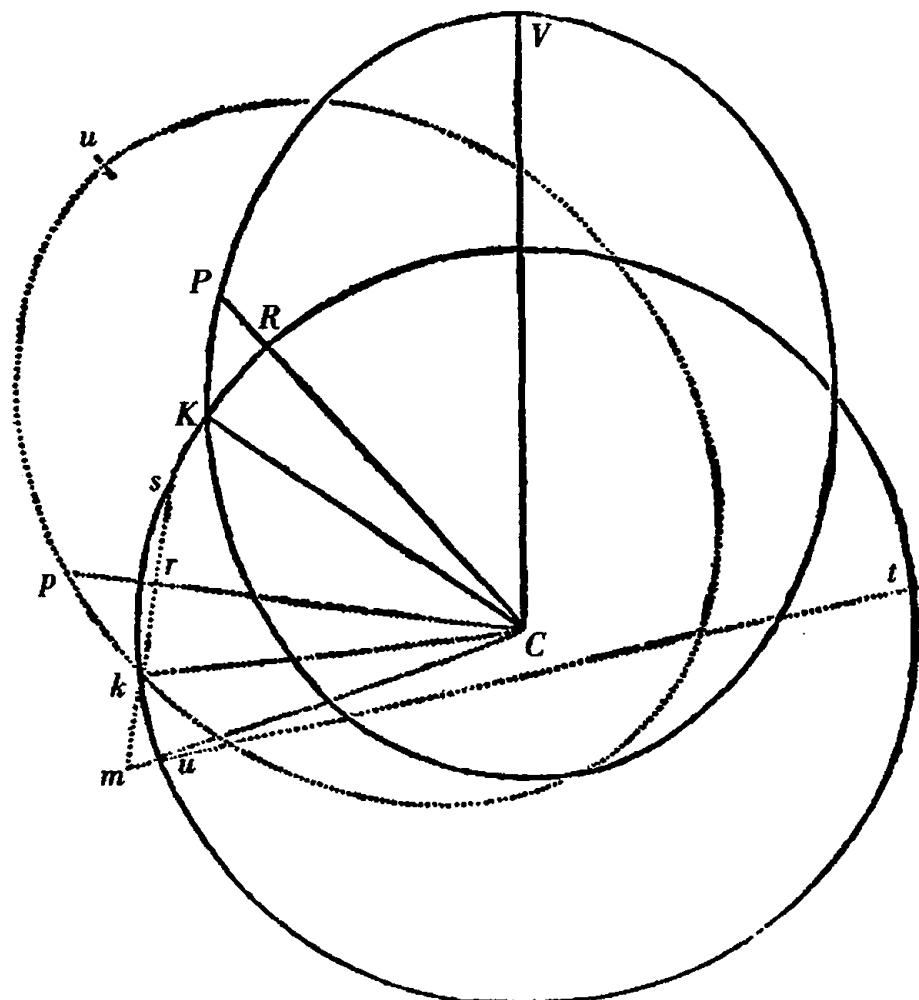
<sup>130</sup> 且因此按照给定的比,所以与时间成比例。因为面积,它由线  $Cp$  在不动平面上画出,与时间成比例,显然一个物体,在适量向心力的作用下,能与点  $p$  一起在那条曲线上运行,曲线由同一点  $p$  以刚才说明的方式在不动平面上画出。使角  $VCu$  与角  $PCp$ , 直线  $Cu$  与直线  $CV$ , 且图形  $uCp$  与图形  $VCP$  相等, 则总在  $p$  的物体在转动的图形  $uCp$  的边缘上运动, 在它画于弧  $up$  的相同时间, 另一个在静止的图形  $VPK$  上的物体  $P$  能画出相似且相等的弧  $VP$ 。所以, 由命题 VI 的系理五, 向心力被找到, 由它物体能在那条曲线上运行, 曲线由点  $p$  在不动的平面上画出, 问题得解。此即所作。

### 命题 XLIV 定理 XIV

力之差,由它们一个物体能在静止的轨道上,且另一物体能在相同的转动着的轨道上做相等的运动,按照它们的公共的高度的三次反比。

令静止的轨道的部分  $VP, PK$  与转动着的轨道的部分  $up, pk$  相似且相等; 且点  $P, K$ [之间]的距离被假设为极小。自点  $k$  在直线  $pC$  上落下垂线  $kr$ , 且延长它至  $m$ , 使得  $mr$  比  $kr$  如同角  $VCp$  比角  $VCP$ 。因为物体的高度  $PC$  和  $pC, KC$  和  $kC$  总相等, 显然, 直线  $PC$  和  $pC$  的增量或者减量总相等, 且因此, 如果在位置  $P$  和  $p$  的物体中的每个运动被分解为(由诸定律的系理 II)两个运动, 其中之一朝向[力的]中心, 或者沿直线  $PC, pC$  确定, 且另一横过前者, 并沿与直线  $PC, pC$  垂直的方向; 向着中心的运动总相等, 又物体

*p* 的横向运动 (motus transversus) 比物体 *P* 的横向运动, 如同直线 *pC* 的角运动比直线 *PC* 的角运动, 亦即, 如同角 *VCP* 比角 *VCP*。所以在相同的时间, 在此期间物体 *P* 由它自己的两个运动到达点 *K*, 物体 *p* 由向着中心的相等的运动同等地由 *p* 向 *C* 运动, 且因此在那段时间结束时它在直线 *mkr* 上的某处被发现, 它经过点 *k* 与直线 *pC* 垂直; [物体 *p*] 由横向运动获得的一段离开直线 *pC* 的距离, 比另一个物体 *P* 获得的离开直线 *PC* 的距离, 如同物体 *p* 的横向运动比另一个物体 *P* 的横向运动。由是, 因 *k* 等于物体 *P* 获



# 主题索引

注意：参照引用的事项遵从例子的规则。III, 10: 484, 16: 514,  
6 表示第三卷命题十, 484 页 16 行, 514 页 6 行。

## A

*Æquinoctiorum præcessio* 岁差

*causæ hujus motus indicatur* 指示这一运动原因 III, 21.

*quantitas motus ex causis computatur*  
由原因计算运动的量 III, 39.

*Aëris* 空气的

*densitas ad quilibet altitudinem col-*  
*ligitur ex prop. 22. Lib. II. quanta*  
*fit ad altitudinem unius semidi-*  
*ametri terrestris ostenditur* 由第 II  
卷命题 22 得出任意高度的 ~  
密度, 显示在地球的半直径的  
一个高度上的 ~ 密度 512, 24

*elastica vis quail causæ tribui possit*  
弹性力可能归于的原因 II, 23.

*gravitas cum aquæ gravitate collata* 重  
力与水的重力的比较 512, 17  
*resistentia quanta fit, per experimenta*

*pendulorum cadentium & theoriam*  
*accuratius invenitur* 355, 13. 由摆  
的实验推出 ~ 阻力, 由物体下  
落的实验和精确的理论发现 ~  
阻力。

*Anguli contactus non sunt omnes ejus-*  
*dem generis, sed alii aliis infinite mi-*  
*nores* 切角不总是同类的, 而其中  
一些比另一些是无穷小 36, 23.

*Apsidum motus expenditur* 考察拱点的  
运动 I, sect. 9. p. 129.

*Areæ, quas corpora in gyros acta, radiis*  
*ad centrum virium ductis, describunt,*  
*conferuntur cum temporium descrip-*  
*tionum* 面积, 由在轨道上运行的物  
体向力的中心所引的半径画出,  
与画出所用的时间比较 I, 1, 2, 3,  
58, 65.

*Attraction corporum universorum demon-*  
*stratur* 证明所有物体的吸引 III, 7;

quails fit hujus demonstrationis certitudo ostenditur, 这一证明的确实性的证实 388,30.

Attractionis causam vel modum auctor nusquam definit 由其他作者定义的吸引的原因或者方式 6, 2: 160, 18:88, 12:530, 2.

## C

## Cœli 天空的

resistentia sensibili destituuntur 阻力被显著地除去 III, 10: 484, 16: 514, 6.; propterea fluido fere omni corporeo 且所以几乎没有物质性的流体 356, 19.

transitum luci præbent sine ulla refractione 使光的穿过没有任何折射 510, 2.

Calore virga ferrea comperta est augeri longitudine 热确实使铁棒的长度增加 420, 25.

Calor solis quantus fit in diversis a sole distantiis 太阳的热在离太阳不同的距离上有多大 508, 25.

quantus apud mercurium 在水星上有多大 406, 1.

quantus apud cometam anni 1680 in perihelio versantem 在 1680 年的彗星上有多大, 当它在近日点 508, 27.

Centrum commne gravitatis corporum plurium, ab actionibus corporum inter se, non mutat statum suum vel motus vel quietis 几个物体的重力的公共的中心, 由于物体之间的作用, 不改变它自身的运动的或者静止的状态 p. 19.

Centrum commne gravitates terræ, solis & planetarum omnium quiescere 地球, 太阳和所有行星的重力的公共的中心是静止的 III, II; confirmatur ex cor. 2. prop. 14. lib. III. 由第 III 卷命题 14 系理 2 证实.

Centrum commne gravitates terræ & lunæ motu annuo percurrit orbem magnum 地球和月球的重力的公共的中心跑过大轨道的年运动 410, 16.

quibus intervallis distat a terra & luna 它离地球和月球的间隔 469, 6.

Centrum virum, quibus corpora revolvantia in orbibus retinuntur 力的中心, 物体由力被保持在轨道上运行.

quail arearum indicio invenitur 怎样由画出的面积指示它 443, 21.

qua ratione ex datis revolventium velocitatibus invenitur 怎样由运行物体的给定速度发现它 1, 5.

Circuli circumferential, qua lege vis centripetæ tendentis ad punctum