

第 1 章 序論

1.1 研究背景

現在日本の国内では大学の研究室単位での、小型ロケットの打ち上げ実験が盛んに行われている。その実験目的としては、新規ロケットエンジンを開発し、その実証試験としての打ち上げや、“CanSat”と呼ばれる空き缶の中に GPS や加速度センサなどの機器を詰めた小型の模擬人口衛星の放出実験などが行われている。東海大学においても 2004 年 3 月より北海道広尾郡大樹町、秋田県能代市において小型のハイブリットロケットを自主製作し打ち上げ実験を行っている。

このような小型ロケットの打ち上げ実験を行っている大学の研究グループは 1.2 節にて紹介する国内の発射実験場が整備されたこともあり、年々増加していく傾向にある。



図 1.1 小型ハイブリットロケットの打ち上げの様子

1.2 研究目的

小型ロケットの特徴としては軽量であるということが挙げられる。ボディの素材にプラスチックや FRP などの軽量な材料を用いているため、総重量は搭載物、エンジンを含めても 7kg(最大でも 15kg)程度になる。これは過去に旧 ISAS によって打ち上げられていた小型ロケットの MT-135 等と比べていると、大きさこそほぼ同じであるが重量に関しては 1/10 程度になる。

重量が小さいことにより慣性モーメントの値も小さいものとなり、風などの外乱によってその姿勢を簡単に変えてしまうことになる。そしてジンバル等の自律制御装置を持たないため、姿勢が変わってしまっても元の姿勢へと回復することができない。

また実験場の制限としても表 1.1 に挙げるように保安距離が制限され、その範囲の中に嫌いに付けられた回収装置(主にパラシュート)によって減速降下させ着地させることが義務付けられている。

このよう特徴から本研究では風の影響によって機体がどのように飛翔経路を変えるかを解析し、風速に応じた着地範囲の推算を行う。その結果を用いて保安距離内での回収が可能、かつ打ち上げ実験従事者の安全が確保される、風速・風向、発射方向などの打ち上げ実験環境の基準の指標にすることを目的とする。



図 1.2 小型ロケットの概観

表 1.1 実験場の保安距離

実験場	保安距離
北海道広尾郡大樹町	半径 1km の円(海側のみ 2km)
秋田県能代市	0.5×1km の四角内



図 1.3 北海道広尾郡大樹町の実験場

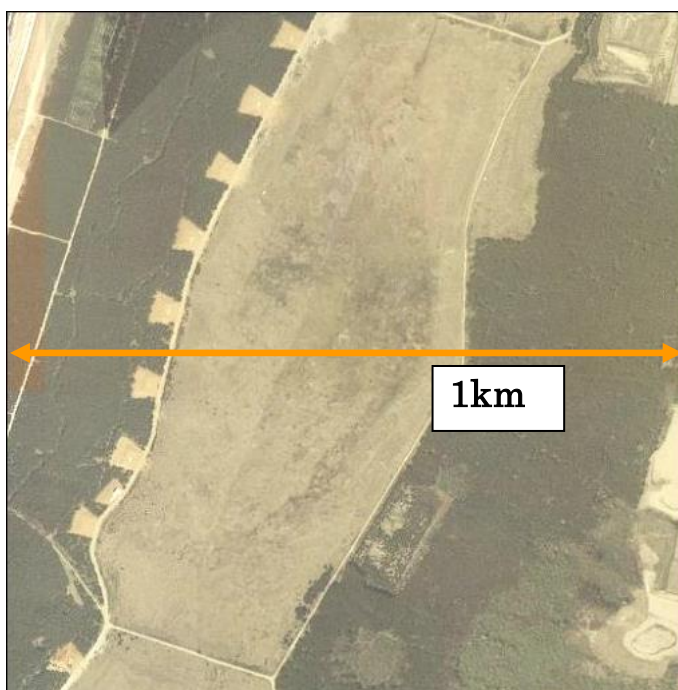


図 1.4 秋田県能代市の実験場

1.3 東海大学学生ロケットプロジェクトによる打ち上げ実験

東海大学航空宇宙学科の特別プロジェクトである”学生ロケットプロジェクト”はこれまでに日本国内で 8 機小型ハイブリットロケットの打ち上げ実験を行っている。

この実験の目的としては以下のものがあげられる。

2004 年 3 月

TSRP-H02：小型ハイブリットロケットの飛翔特性の取得

TSRP-H03：無火薬式分離機構の動作実証

2005 年 3 月

TSRP-H04：自主製作ハイブリットロケットエンジンの動作実証

2005 年 8 月

TSRP-H05：低学年への技術継承・新規射場の開拓

TSRP-H06：加速度計・小型電子ジャイロ・太陽センサによる飛翔特性の取得

2006 年 3 月

TSRP-H07：高度 1km を超えるハイブリットロケットの製作

TSRP-H08：オープンクラス CanSat の放出機構の動作実証(実験は中止)

2006 年 8 月

TSRP-H09：CanSat・放出機構の動作実証

この中で飛翔データの計測に成功したものは H02、H04、H06、H09 の 4 機である。(他の機体は物理的な破損、回路の不備等により正確な計測データが得られなかった)

そこで本研究ではこの 4 機に対して飛翔シミュレーションを行い計測値との比較を行った。本節ではそれぞれの打ち上げ実験の概要について述べる。

1.3.1 TSRP-H02

実験概要

2004年3月北海道大樹町での打ち上げ実験に使用された機体。機体重量 6.5 kg、J 型クラスの小型ハイブリットロケットエンジンを使用しており、高度約 350mまで飛翔した。

計測機器は機体中央部に 3 軸フラックスゲート磁力計、1 軸(機軸)加速度計を搭載。また分離信号を出すために市販の気圧高度計、1 軸加速度計を搭載した。頭部には市販のムービーカメラを搭載し飛翔中の機体の様子を記録した。

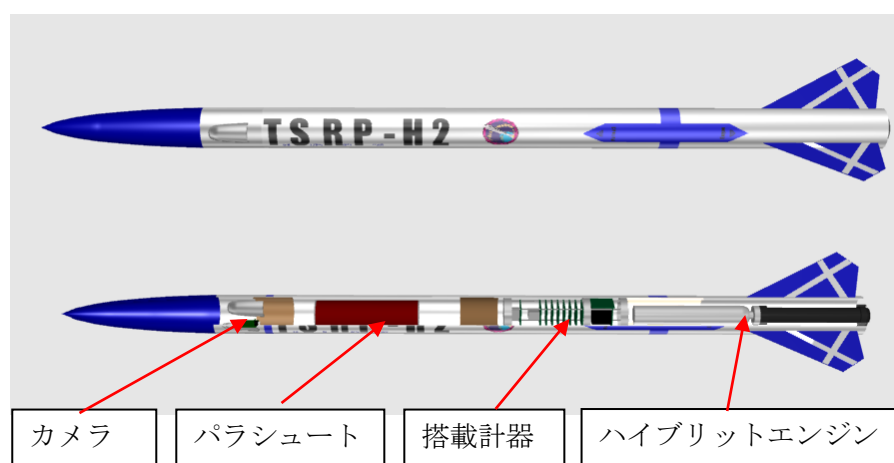


図 1.5 TSRPH-2 概観と搭載位置

実験結果

加速度計のデータから、リフトオフから 2.4 秒後にエンジンの燃焼が終了し、9.2 秒後に最高到達地点を迎え、10.8 秒後にロケットは分離されパラシュートが展開された。そして、69.4 秒後にタッチダウンをし、回収された。ムービーカメラからも、時間に関し同様のデータを得ることができ、データとして信頼できるものであることが確認された。

磁力計の解析結果では、リフトオフから 1.2 秒後にロケットがやや下を向き、その後持ち直して定常飛行に移ることが確認できる。12.8 秒後にパラシュートが展開され不規則な運動を示している。また、ロケットのスピンレートは磁力計の計測値より最高到達高度までで 2 回転半し、パラシュート展開後は逆回転をしていることがわかった。全体として、ランチャークリア時に多少ロケットの頭下げがあったものの、その後は安定に飛翔しパラシュート展開後は南南東の方角へ流され、打ち上げ地点から 300m の場所へ着地した。

1.3.2 TSRP-H04

2005年3月北海道大樹町での打ち上げ実験に使用された機体。機体重量7kg、東海大学で自主制作されたJ型クラスの小型ハイブリットロケットエンジンを使用しており、高度約370mまで飛翔した。

計測機器は機体頭部に3軸加速度計を搭載し機体の加速度の計測を行い、2003年の実験のときよりも解像度の高いムービーカメラを搭載し飛翔中の機体の様子を記録した。

またこの機体には無火薬式分離機構が搭載されており、火薬を一切使用しないロケットとなっている。気圧高度計、3軸加速度計から最高高度を計測し分離機構を作動させ、最高高度の計測に失敗した場合にもタイマー回路からの信号によって分離機構を作動させる。



図 1.6 TSRPH-04 概観と搭載位置

実験結果

発射後2.5秒で燃焼終了後、慣性飛行へ移行、発射後6.4秒で無火薬式分離機構が動作し、ロケットの分離及びパラシュート放出に成功。分離動作がロケット上昇途中であったために、パラシュートが開くまでの間ロケットは上昇し続け約360mに到達後パラシュートが開傘、8m/sで落下し発射後62秒で地上へ軟着陸した。またテレメトリシステムはキャリアセンスと呼ばれる送信環境に無ければ送信できない仕様になっており、発射後1.5秒後に通信が途絶えてしまった。

1.3.3 TSRP-H06

2005年8月秋田県能代市での打ち上げ実験に使用された機体。機体重量7kg、前回使用した自主制作のJ型クラスのハイブリットエンジンを改良して搭載した。しかし夏季の打ち上げであったため、酸化剤を予定していた量充填できず、高度は約180mにとどまった。

計測機器は機体頭部に3軸加速度計と3軸ジャイロセンサを搭載し、飛行時の機体の姿勢を計測した。



図 1.7 TSRPH-06 概観と搭載位置

実験結果

発射後1.6秒で燃焼終了後、慣性飛行へ移行、発射後6秒で無火薬式分離機構が動作し、ロケットの分離及びパラシュート放出に成功。加速度データおよび気圧高度データによると、最高到達高度は約190mであった。事前計算による予想到達高度は約400mであったが、約半分程度の結果となった。原因は暑さによる酸化剤供給系統の不具合との結論である。

電子ジャイロによる姿勢計測に関しては、良好であった。打ち上げ方向は、ほぼ真南であったので、電子ジャイロデータによれば、打ち上げ後すぐに機首を南西方向に向けて飛行した。その後、東よりに飛行を続けたが、これは上空風向に対する、ロケットの風見効果によるものと考えられる。

1.3.4 TSRP-H09

2006 年 8 月秋田県能代市での打ち上げ実験に使用された機体。機体重量 7.2 kg、J 型クラスのハイブリットエンジンを搭載した。この機体は開頭機構を備え、上空で分離した際に頭部に搭載したぬいぐるみと、CanSat を放出することを目的として打ち上げられた。分離機構には前回までと同様に無火薬式分離機構を用い、加速度計・ジャイロセンサを搭載し計測を行った。

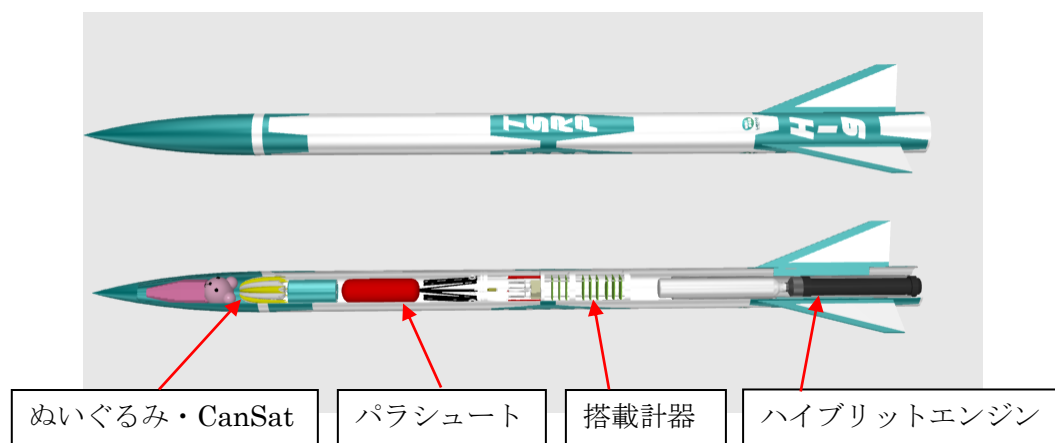


図 1.8 TSRP-H09 概観と搭載位置

実験結果

発射後 1.5 秒で燃焼終了、気圧高度計の計測値によると高度約 230m 付近で分離、ペイロード放出実験に成功しロケット及びペイロードの全回収に成功した。しかし、記録装置の不具合によりジャイロセンサのデータ取得に失敗し、加速度計においても記録開始から約 0.5 秒間のデータ取得に失敗した。ロケットは発射から約 7 秒で分離、約 9 秒後にパラシュートが開傘、約 36 秒後に着地した。

また H09 の実験においては光学観測によって機体の飛翔経路の取得が行われており、3 次元飛翔経路の作成に成功している。

第2章 基本原理

ロケット機体の姿勢は座標系を基準にして現す。機体は飛行中に自身の持つ速度と空気力の影響によって絶えずのその姿勢を変化させていく。そこで初期位置である地面に基準座標系(地面座標系)をつくり、それと機体座標系の関係でロケットの姿勢を定義するのが便利である。一般に地面座標系か機体座標系へのオイラー角(ϕ , θ , ψ)で表現する方法がとられほとんどの場合にこの座標系で議論を進めることができる。

2.1 座標系の定義

機体の姿勢は地面に固定された座標系(地面座標系)と機体に固定された座標系(機体座標系)との座標変換として定義される。よって地面座標系と機体座標系に相対的な関係を表現する必要がある。

機体を打ち上げる発射台を原点と置き地面座標系は発射台の東向きを x_e 軸、北向きを y_e 軸、そして鉛直上向きを z_e 軸と定義し、(x_e , y_e , z_e)は右手系をとる。このように置くことで、地図などを機体の発射方向を定めるのが容易になり、 z_e 軸方向への移動距離をそのまま到達高度として計算ができる。

機体座標系は (x_b , y_b , z_b)で定義し、以後添え字 b は機体機体座標系であることを示す。機体に固定された座標系であり、機軸方向に x_b 軸とし法線方向に y_b 軸 z_b 軸をとる。また x_b 軸の方向をロール(roll)軸、 y_b 軸方向をピッチ(pitch)軸、 z_b 軸方向をヨー(yaw)軸方向とも呼ぶ。定常状態ではこの機体座標系(x_b , y_b , z_b)軸が地上座標系 (x_e , y_e , z_e)に一致している。

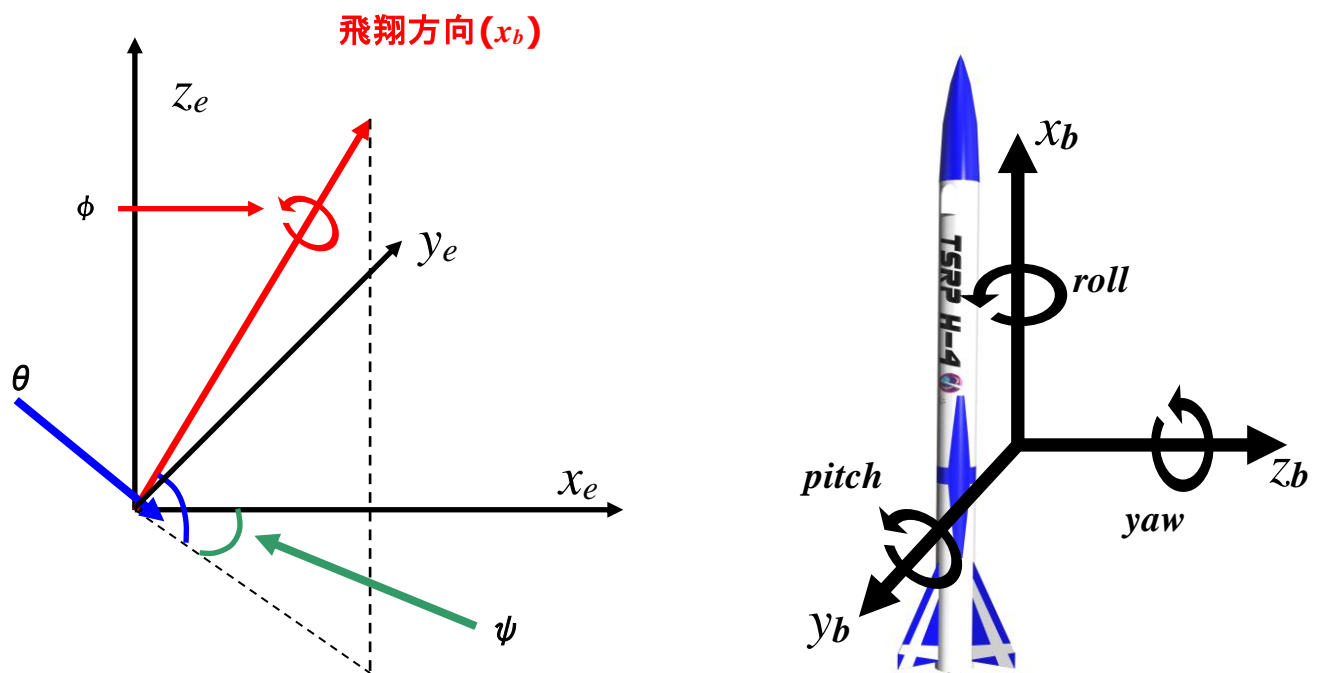


図 2.1 地上座標系と機体座標系

2.2 座標変換

機体の回転後の姿勢座標は機体座標系(x_b, y_b, z_b)が地上座標系(x_e, y_e, z_e)からどれだけ傾いているかで定義され、その傾きを表すのにオイラー(Euler)の座標回転が用いられる。オイラーの座標回転とは地上座標系を機体座標系に一致させるため次の3回の座標回転を行う。

1. まず地上座標系をZ軸周りに ψ だけ回転させる。これにより得た座標系をA(X', Y', Z)とすると

$$\begin{bmatrix} x_e' \\ y_e' \\ z_e' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Z(3)軸周りに ψ だけ回転した回転行列を $[C_\psi^3]$ と表すことにすると

$$[C_\psi^3] = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

よって

$$\begin{bmatrix} x_e' \\ y_e' \\ z_e' \end{bmatrix} = [C_\psi^3] \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

2. 次に新しいY'(2)軸周りに θ だけ回転させる。これにより得られた座標系A(x_e'', y_e', z_e')は

$$\begin{bmatrix} x_e'' \\ y_e' \\ z_e' \end{bmatrix} = [C_\theta^2] \begin{bmatrix} x_e' \\ y_e' \\ z_e' \end{bmatrix}, \quad [C_\theta^2] = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

3. 次に新しい x_e'' (1)軸周りに ϕ だけ回転させる。これにより得られた座標系が機体座標系と一致する。

$$\begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} = [C_\phi^1] \begin{bmatrix} x_e'' \\ y_e' \\ z_e' \end{bmatrix}, \quad [C_\phi^1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

以上のように、地上座標系を $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ 軸順に ϕ , θ , ψ ずつ回転させることによって機体座標系が得られる。これらの3回の回転角 ϕ , θ , ψ を一般的にオイラー角 (Euler's angle) と呼ぶ。

ここで $[C_\phi^1][C_\theta^2][C_\psi^3] = [C]$ と置き換えると、

$$\begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} = [C_\phi^1] [C_\theta^2] [C_\psi^3] \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$[C]$ は座標変換行列と呼ばれ、これを求めると、

座標変換行列(地面 \rightarrow 機体)

$$[C] = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}$$

座標変換行列の要素は機体座標系と、地上座標系のそれぞれの方向余弦となっている。

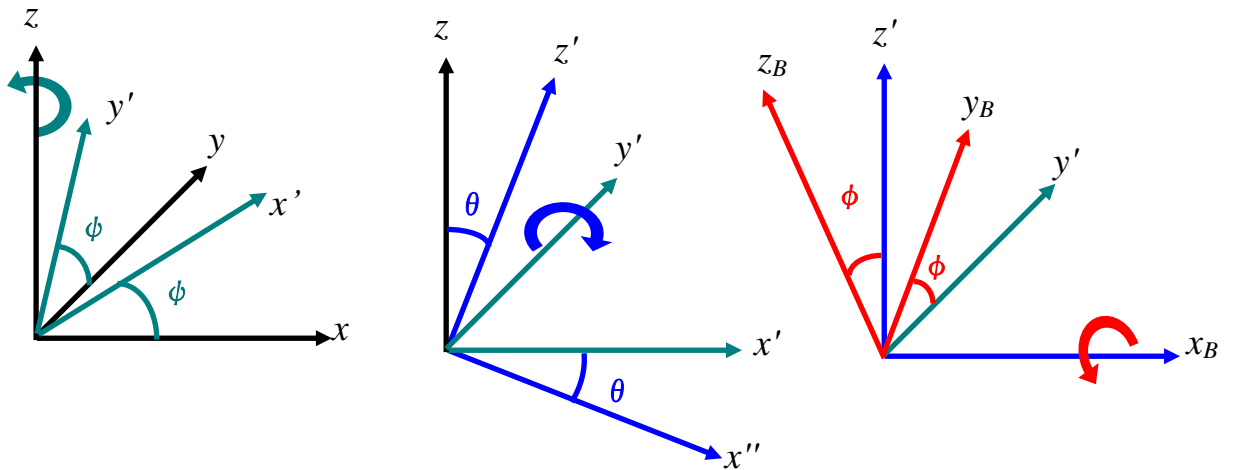


図 2.2 座標変化の手順

機体座標系から地面座標系へと変換するときには逆座標変換行列をとり、

座標変換行列(機体→地面)

$$[C]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

2.3 オイラー角

任意の2つの座標系の関係は、座標変換行列(方向余弦行列)により表現できることを述べた。しかし方向余弦行列の9つの成分は全てが独立ではなく、そのうちの3成分のみが独立である。また方向余弦行列そのものから回転の様子を物理的にイメージすることは難しい。そこで先ほど述べたオイラー角を方向余弦行列に変わって任意の2つの座標系の関係を表す変数として使用できる。これらは独立な3つのスカラ量の組み合わせとして定義され、その物理イメージも容易である。

オイラー角 ϕ , θ , ψ から方向余弦行列への変換は 2.1 節で記した計算手順で得ることができる。ここでは逆に方向余弦行列からオイラー角を求めることを考える。

方向余弦行列 $[C]$ において、 $|C_{13}| \neq 0$ のとき、機体座標系のオイラー角 ϕ , θ , ψ は以下の手順で一意に得られる。

$$\theta = -\sin^{-1} C_{13} \quad \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.9)$$

$$A = \sin^{-1} \frac{C_{23}}{\cos \theta} \quad \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.10)$$

$$\phi = \begin{cases} A & (C_{33} \geq 0) \\ \pi - A & (C_{33} < 0) \end{cases} \quad (2.11)$$

$$B = \sin^{-1} \frac{C_{12}}{\cos \theta} \quad \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.12)$$

$$\psi = \begin{cases} B & (C_{11} \geq 0) \\ \pi - B & (C_{11} < 0) \end{cases} \quad (2.13)$$

しかし、 $|C_{13}|=1$ のときは ϕ , ψ を一意に求めることは不可能になってしまう。一般にオイラー角を用いる場合でもこのような特異点は存在し、これがオイラー角を用いる場合の大きな欠点である。この欠点が存在せずに使用できるのがオイラーパラメータを用いた四元数(クォータニオン)である。

2.4 四元数(クォータニオン)

先ほど述べたように、オイラーパラメータは方向余弦行列に比べて要素の数が少なく、多くの応用に用いられている。そこで本節ではオイラーパラメータの基礎である。四元数について説明していく。

2.4.1 四元数の基礎

1 元数から順序だてて説明すると、まず 1 元数は直線上で表すことができる点、つまりは実数が 1 元数と等価なものであると言える。次に 2 元数について考えると、X 軸を実数、Y 軸を虚数としたとき、この座標平面を複素平面と呼ぶことができる。複素数はこの平面上の点と一対一に対応している。複素平面は 2 次元であるので、この平面上で表される点、つまり複素数のことを 2 元数と呼ぶことができる。四元数はこの複素数を 2 つ重ねた面上の点で表される数のことを言う。その数は下記の式で表される。

$$\begin{aligned} A &= (a_0 + a_1 i) + (a_2 + a_3 i) j \\ &= a_0 + a_1 i + a_2 j + a_3 ij \end{aligned} \quad (2.14)$$

ここで、基底ベクトル $\{i, j, k\}$ が

$$\begin{cases} i^2 = j^2 = k^2 = -1 \\ ij = -ji = k, \quad ki = -ik = j, \quad jk = -kj = i \end{cases} \quad (2.15)$$

という積で関係が決まっていることから式を書き換えると

$$A = a_0 + a_1 i + a_2 j + a_3 k \quad (2.16)$$

となる。このように実部、 i 部、 j 部、 k 部の 4 つの要素からなるのでこれを四元数(または発見者にちなんで“Hamilton の四元数”)という。

複素数(二元数)では、乗法交換法則($ba=ab$)が存在するが、四元数においてはもはや乗法交換法則は一般的には成立しない。四元数は、乗法交換法則を認めない代わりに、下記の演算規則を導入する。

(1)四元数の積：任意の2個の四元数 $A=(a_0, a_1, a_2, a_3)$ 、 $B=(b_0, b_1, b_2, b_3)$ としたとき、積 $A \cdot B$ は次のように定義する。

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} a_0 b_0 - a_1 b_1 - a_2 b_2 - a_3 b_3 \\ a_0 b_1 + a_1 b_0 + a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_0 b_2 - a_1 b_3 + a_2 b_0 + a_3 b_1 \\ a_0 b_3 - a_1 b_2 - a_2 b_1 - a_3 b_0 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

さらに(2.17)式に注目することにより、交換法則が成り立たないことが分かる。

(2)共役(conjugate)：四元数の共役を次のように定義する。

$$A^* = a_0 - a_1 i - a_2 j - a_3 k \quad (2.18)$$

この共役について以下のような関係が成立する。

$$(A \cdot B)^* = B^* \cdot A^* \quad (2.19)$$

(3)ノルム(norm)：四元数のノルム(自乗ノルム)は次のように定義される。

$$\|A\| = \sqrt{a_0^2 + a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \quad (2.20)$$

(4)逆数(invers)：逆数は次のように定義される。

$$A^{-1} = \frac{A^*}{\|A\|^2} \quad (2.21)$$

特に $a_0=1$ で他がゼロの四元数を単位元といい、次ぎの用に表す。

$$1 = (1, 0, 0, 0) \quad (2.22)$$

ノルム 1 の四元数はオイラーパラメータと呼ばれ、全体は上記の式の定義から非可換である、ここで、 a_0 をスカラ部、 a_1, a_2, a_3 をベクトル部という。

2.4.2 オイラーパラメータへの適用

オイラーパラメータ q はベクトル部 q_v とスカラ部 q_s の4成分からなり、 q_v と q_s は次のように表される。

$$\begin{cases} q_v = e \sin \frac{\Theta}{2} \\ q_s = \cos \frac{\Theta}{2} \end{cases} \quad (2.23)$$

オイラーパラメータ全体の q を表記すると

$$\bar{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \sin \frac{\Theta}{2} \\ e_2 \sin \frac{\Theta}{2} \\ e_3 \sin \frac{\Theta}{2} \\ \cos \frac{\Theta}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{q}_v \\ q_s \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

ここで $\vec{e} = (e_1, e_2, e_3)^T$ 、 $e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2$ は、地上座標系と機体座標系間の回転の“オイラー軸”を地上座標系で表現した各成分であり、 Θ は地上座標系から機体座標系までのオイラー軸周りの回転角(オイラー回転角)である。

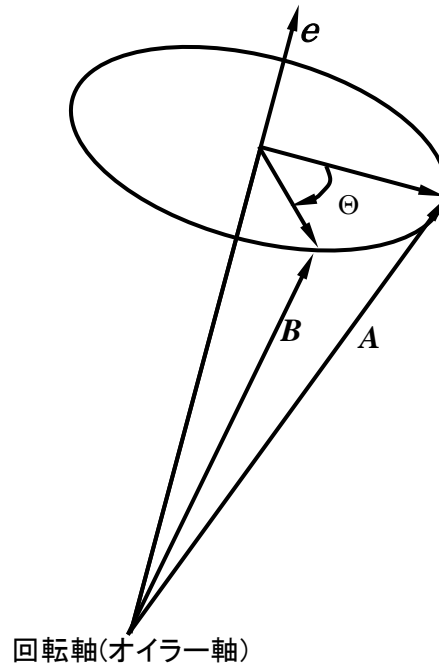


図 2.3 オイラー軸回りの回転

基底ベクトル i, j, k を用いて上式を変形すると。

$$\vec{q} = \cos\left(\frac{\Theta}{2}\right) + e_1 \sin\left(\frac{\Theta}{2}\right)i + e_2 \sin\left(\frac{\Theta}{2}\right)j + e_3 \sin\left(\frac{\Theta}{2}\right)k \quad (2.25)$$

と表される。

ただしオイラーパラメータは四元数の定義上

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (2.26)$$

という拘束条件がつく。

このようにオイラーパラメータを使用すると機体の姿勢回転を 1 軸(オイラー軸)回りの回転に置き換えること可能になる。また座標変換行列(1.7)式とオイラーパラメータには以下のような関係が成り立つ。

$$[C] = C(q_1, q_2, q_3, q_4) \quad (2.27)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) & q_2^2 - q_3^2 - q_1^2 + q_4^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & q_3^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_4^2 \end{bmatrix}$$

座標変換行列の成分を用いると、機体を目標とする姿勢に回転させる際に必要なオイラー軸回りの回転角 Θ が次式より得られる。

$$\cos \Theta = \frac{1}{2}(C_{11} + C_{22} + C_{33} - 1) \quad (2.28)$$

$$\Theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}(C_{11} + C_{22} + C_{33} - 1)\right)$$

さらに、行列の成分を用いると次式からオイラー軸を求めることができる。

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\sin \Theta} \begin{bmatrix} C_{23} - C_{32} \\ C_{31} - C_{13} \\ C_{12} - C_{21} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

2.5 運動方程式

ロケットの飛翔経路は地面座標系での移動距離を基準に考え、各時点における速度を積分していくことによって求められる。微分方程式の形で書けば、

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_e \\ \dot{Y}_e \\ \dot{Z}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{xe} \\ V_{ye} \\ V_{ze} \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

右辺は地面座標系における軸方向の力を、その時点の機体全質量 m_{All} でわり加速度を求め、それを積分することによって得ることができる。

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_{xe} \\ \dot{V}_{ye} \\ \dot{V}_{ze} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{xe} \\ f_{ye} \\ f_{ze} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{m_{All}} \quad (2.31)$$

この地上座標系の力は機体座標系に関して計算した力を機体座標から地面座標系へと座標変換することで求める。また本研究ではロケットの飛翔範囲は地表近傍とし常に鉛直（z 軸方向）下向きに重力が加わっていると考え、 z_e 軸方向に $-mg$ を加える。

$$\begin{pmatrix} f_{xe} \\ f_{ye} \\ f_{ze} \end{pmatrix} = [C]^{-1} \begin{pmatrix} f_{xb} \\ f_{yb} \\ f_{zb} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

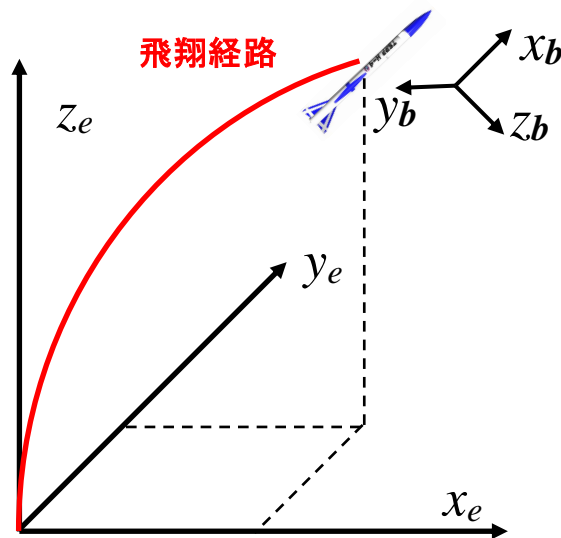


図 2.4 飛翔経路の定義

2.6 機体に働く外力

飛翔中の機体に働く力は以下に列挙する 3 つの力が考えられる。

- (1) エンジンの燃焼による推力
- (2) 機体の対気速度によって生じる空気力(抗力)
- (3) 重力

この中で重力はすでに運動方程式内に組み込んでいるためこの節では残りの 2 つについて考える。

2.6.1 推力

まず始めに機体にエンジンの燃焼による推力のみが加わる場合について考える。このとき機体に加わる力を機体座標系 3 成分に分け、エンジンの推力を T とおき機体座標系の 3 成分に加わる力は

$$\begin{cases} f_{xb} = T_x \\ f_{yb} = T_y \\ f_{zb} = T_z \end{cases} \quad (2.33)$$

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2 + T_z^2} \quad (2.34)$$

本研究ではミスアライメントの影響は非常に小さいので無視して推力の方向は x_b 軸のみ加わるとして $T=T_x$ 、 $T_y=0$ 、 $T_z=0$ とする。しかしエンジンのミスアライメントが無視できないほど多き場合には y_b 、 z_b 軸方向への推力も考慮に入れなければならない。

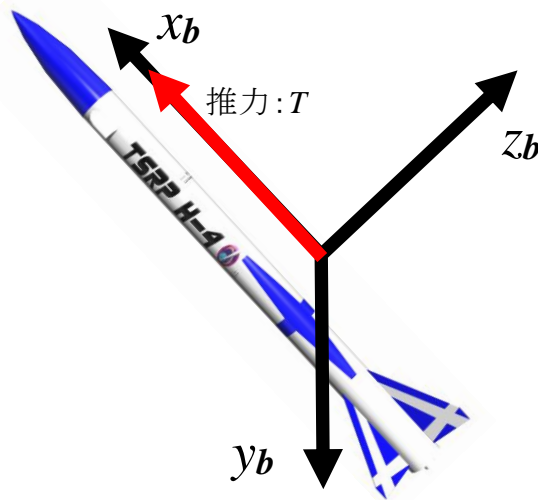


図 2.5 推力の方向

2.6.2 空気力

空気力に関しては一般のロケットの運動方程式では推力に比べて非常に小さい値であり、何らかの姿勢制御機構を備えている場合が多いので無視されることも多い。しかし本研究で取り扱っている小型のロケットは推力が一般のロケットに比べると非常に小さく、また制御機構も持ち合わせていないため、機体の姿勢、飛翔経路に密接関する。

空気力は機体が空気に対して速度(対気速度)を持っているときに発生する。地上座標系において空気の流れ、つまり風が存在するとき x_e, y_e, z_e 軸各方向に対しての風速が $(V_{ewx}, V_{ewy}, V_{ewz})$ とすると、対気速度はそのとき地上座標系での機体の速度 (V_x, V_y, V_z) との差を地面座標系から機体座標系へと座標変換することで得ることができる。

$$\begin{pmatrix} V_{axb} \\ V_{ayb} \\ V_{azb} \end{pmatrix} = [C] \cdot \begin{pmatrix} V_x - V_{ewx} \\ V_y - V_{ewy} \\ V_z - V_{ewz} \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

また、機体と空気の相対速度は

$$V_{ab} = \sqrt{V_{axb}^2 + V_{ayb}^2 + V_{azb}^2} \quad (2.36)$$

となる。空気の流れに対する y_b 軸回りにおける角度(迎角 α)および、 z_b 軸回りにおける角度横滑り角 β は以下の式で定義される。

$$\begin{cases} \alpha = \frac{V_{az}}{V_a} \\ \beta = \frac{V_{ay}}{V_a} \end{cases} \quad (2.37)$$

機体に対気速度を持つときその動圧に比例した空気抵抗が生じ、垂直方向にも迎角(横滑り角)に比例した力が生じる。

$$\begin{cases} D = \frac{1}{2} \rho A C_D V_a^2 \\ N = \frac{1}{2} \rho A C_{N\alpha} V_a^2 \alpha \\ Y = \frac{1}{2} \rho A C_{N\beta} V_a^2 \beta \end{cases} \quad (2.38)$$

ここで ρ は空気密度とし、抗力係数 C_D は、抗力を動圧 $\left(\frac{1}{2}\rho V_a^2\right)$ と代表面積 A で無次元化したもので、物体の形状、流体の媒質に対する大きさ、そしてレイノルズ数によって変化する。また垂直力係数 $C_{N\alpha}$, $C_{Y\beta}$ は動圧、代表面積および迎角(横滑り角)で垂直方向の抗力を無次元化したものであり、設計計算、風洞試験で求めることができる。

空気抵抗を考慮して式を書き直すと

$$\begin{cases} f_{xb} = T - D \\ f_{yb} = -N \\ f_{zb} = -Y \end{cases} \quad (2.39)$$

となる。

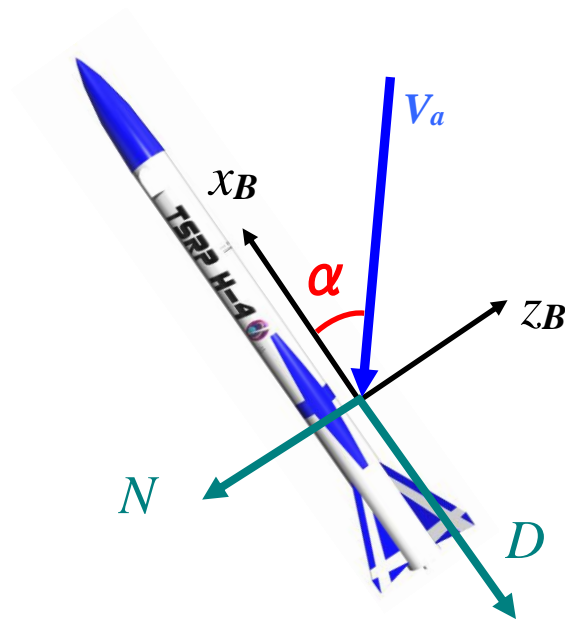


図 2.6 空気力の加わる方向

2.7 機体の姿勢変化

2.7.1 オイラーの運動方程式

機体の姿勢は1章にて ϕ , θ , ψ で定義された。力学的に機体の姿勢運動は外力によるたわみ、変形を無視すると剛体の回転運動と等しい運動である。この運動は次のオイラーの運動方程式で表現される。

$$\frac{dH}{dt} = M \quad (2.40)$$

ここで H は対象とする剛体の角運動ベクトルであり、 M はその質量中心まわりに働く力のモーメント、つまりトルクである。(2.40)式は剛体の質量中心周りにトルク M が作用すると、剛体の角運動量はそれに比例した割合で変化することを示している。またトルクが作用しない場合($M=0$)では、角運動量が一定に保存されることを示す。ただしこれは座標系が動いていない場合での運動方程式である。

この運動を角速度 ω で回転している機体座標系 $A'(x_b, y_b, z_b)$ について記述すると

$$\left(\frac{dH}{dt} \right)_B + \omega \times H = M \quad (2.41)$$

となる。左辺の第2項は機体座標系の主軸 x_b, y_b, z_b が回転していることで生じる見かけ上のトルクである。すなわち外部トルクの作用がなく角運動量ベクトル H が静止していても、 ω で回転している座標系から見れば H は $-\omega$ で回転しているように見える。これは角運動量変化率 $-\omega \times H$ を引き起こすようなトルクが見かけ上外部から働いていることに相当し、運動方程式の中にこの項が含まれてくることを意味する。

次に剛体の角運動量は剛体の慣性テンソル

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{zx} \\ I_{xy} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

を用いて

$$H = I \cdot \omega \quad (2.43)$$

と書ける。上式は慣性テンソルの中の対角要素の慣性モーメント $I_{ii}(i=1,2,3)$ を主観性モーメントといい、それ以外の I_{ij} を慣性乗積と呼ぶ。機体の3軸の直行座標軸を慣性主軸に一致させると、全ての慣性乗積がゼロとなり、機体の慣性テンソルは

$$I = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

このような対角形となり、角運動量は x_b, y_b, z_b 軸回りの角速度をそれぞれ $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ とおくことにより

$$H = I \cdot \omega = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x \omega_x \\ I_y \omega_y \\ I_z \omega_z \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

で表現される。本研究では機体は剛体でその機軸が慣性主軸に一致しているとして、上式で角運動量を表している。

このとき、角速度 ω 、角運動量 H 、トルク M を x_b, y_b, z_b の成分に分けるとそれぞれ

$$\begin{cases} \omega = [\omega_x & \omega_y & \omega_z] \\ H = I \cdot \omega = [I_x \omega_x & I_y \omega_y & I_z \omega_z] \\ M = [M_x & M_y & M_z] \end{cases} \quad (2.46)$$

と表される。従って、オイラーの運動方程式 x_b, y_b, z_b の各成分は

$$\begin{cases} I_x \dot{\omega}_x = M_x + (I_y - I_z) \omega_y \omega_z \\ I_y \dot{\omega}_y = M_y + (I_z - I_x) \omega_z \omega_x \\ I_z \dot{\omega}_z = M_z + (I_x - I_y) \omega_x \omega_y \end{cases} \quad (2.47)$$

となる。

機体の姿勢変化は上式で表すことができ、また機体は軸対象であるので $I_y = I_z$ であり、式は以下のように書き直すことができる。

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = M_x / I_x \\ \dot{\omega}_y = \{(I_z - I_x) \omega_z \omega_x + M_y\} / I_y \\ \dot{\omega}_z = \{(I_x - I_y) \omega_x \omega_y + M_z\} / I_z \end{cases} \quad (2.48)$$

2.7.2 空気抵抗により生じるモーメント

飛翔中の機体に加わる垂直方向の力は式(2.38)で表される垂直力のみになるので、機体に加わるトルクは重心と空力的な力に加わる圧力中心の位置の差によって求めることができる。

空気中を飛翔する機体には、各部分にそれぞれ空気の圧力がかかる。その際に加わる圧力をまとめて1つの力として扱える点を圧力中心 C_p と呼ぶ。これは機体の仰角によって前後し、90度で最も前方になり小さな迎角で最後方になる。

尾翼によって機体の安定性を得るロケットは機体の後方に尾翼を持つ。そのため機体後方の表面積が増大するために、圧力中心の位置も機体の後方よりにある。そして重心位置は機体の重量分布が頭部か底まで一様だとすると、機体中央に位置する。このような機体が空気中を飛翔するときの運動は以下ようになる。

- (1) 機体は飛翔中に自身を持つ速度と大気との速度差より生じる風を機体の頭部から底の方向にかけて受ける。もし大気が動かない場合には機体は軸対象に作られているとき揚力は発生しないので、垂直方向への力は存在しない。しかし実際の空気には流れ、すなわち風が存在するため機体の垂直方向に動圧による空気抵抗が発生する。このとき垂直方向の力の発生点は圧力中心位置で代表することができる。
- (2) 圧力中心位置と重心位置に距離がある場合、その距離に比例したモーメントが発生する。このモーメントによって機体は重心を中心とした回転運動を行い機体は風の吹いている方向へと頭部を傾向ける。この効果を風見効果(weather cock)と呼ぶ。
- (3) 機体は風見効果によって風の吹いている方向へと頭部を傾けるが、その際大気速度に対して角度を持ち、その動圧を圧力中心位置で受けることになる。このとき圧力中心が機体より後方に位置していれば、風による力と逆方向に力が発生し機体の姿勢を復元する方向へと回転運動を行う。

この(2)と(3)の運動を繰り返して、機体は風の速度と対気速度の合成方向へとその機首を向けて安定していく

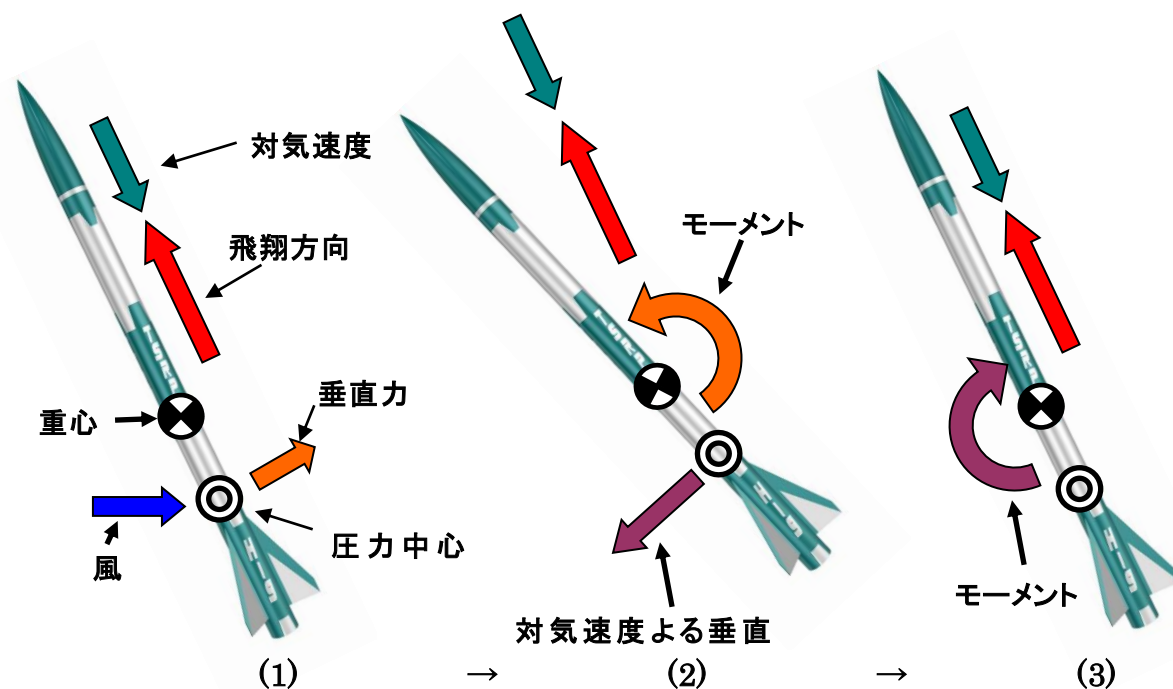


図 2.7 重心位置と圧力中心位置の関係

圧力中心位置が重心よりも前方に位置する場合は同様に横風を受けた場合でもモーメントの方向が反対になり、対気速度が制動力とならず回転運動を続ける。そのため、機体を安定して飛行させるにはこの圧力中心位置(l_{CP})が重心位置(l_{CG})よりも、後ろに無くてはならない。

機体の回転モーメントは圧力中心に加わる力と重心から圧力中心までの距離の積で求めることができる。

$$\begin{cases} M_{ax} = M_{FM} \\ M_{ay} = -(l_{cp} - l_{cg})N \\ M_{az} = (l_{cp} - l_{cg})Y \end{cases} \quad (2.49)$$

ここで M_{FM} はフィンのミスアライメントによって生じるモーメントであり、機軸方向とフィンが完全に平行についている場合はゼロとなる。 y_b 軸回りは z_b 軸の正の方向に Y が発生するとき、力は z_b 軸負の方向に働く、そのため左手回りの方向のモーメント M_y が発生する。 z_b 軸回りは y_b 軸の正の方向に N が発生するとき、力は y_b 軸正の方向に働き、その際に右手回りの方向のモーメント M_{az} が発生する。

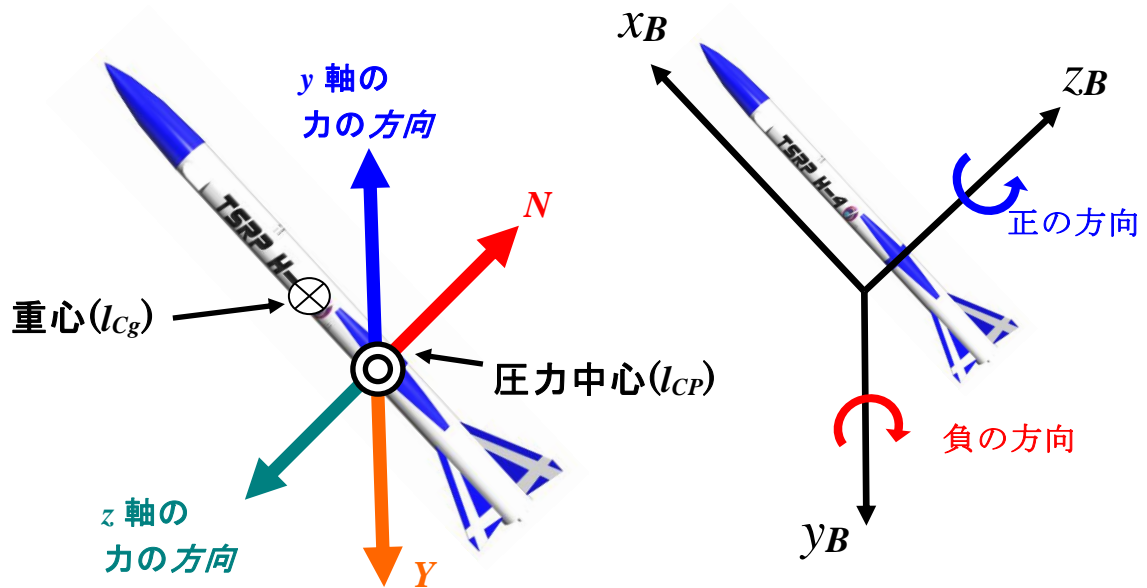


図 2.8 空気力による回転の方向

2.7.3 減衰モーメント

空気力によるモーメントが発生すると機体は回転運動を開始する。しかしそのとき角速度に対する空気抵抗も同時に発生し、それが空力減衰モーメント K_a となり、回転する方向と逆回りに生じる。

$$\begin{cases} K_{ax} = \frac{1}{2} S V_a^2 \frac{d^2}{2 V_a} C_{lp} \omega_x \\ K_{ay} = \frac{1}{2} S V_a^2 \frac{l^2}{2 V_a} C_{mq} \omega_y \\ K_{az} = \frac{1}{2} S V_a^2 \frac{l^2}{2 V_a} C_{nr} \omega_z \end{cases} \quad (2.50)$$

C_{lp} , C_{mq} , C_{nr} は減衰モーメントを無次元化した安定微係数であり、 $(C_{lp}, C_{mq}, C_{nr}) < 0$ となる。

またエンジンの燃焼中には燃焼によるジェットダンピングモーメント K_J が発生し、燃焼速度が軸方向に対して一様であると仮定すると次の式から求めることができる。

$$\begin{cases} K_{jx} = -(\dot{I}_{px} - \dot{m}_p r_e'^2) \omega_x \\ K_{jy} = -[\dot{I}_{py} + \dot{m}_p (l_{cg} - l_{cgp})^2 - r_e] \omega_y \\ K_{jz} = -[\dot{I}_{pz} + \dot{m}_p (l_{cg} - l_{cgp})^2 - r_e] \omega_z \end{cases} \quad (2.51)$$

ここで I_p , l_{CGP} はそれぞれ燃料の慣性モーメント、燃料の重心位置を表し、 r_e は燃料の重心位置からノズルまでの距離を表す。

このジェットダンピングモーメントに関しては機体に対する燃料の質量が小さいときは、ほとんど影響が現れない。しかし一般のロケットは機体の大部分を燃料が占めるので、その場合は無視できない大きさになる。

2.7.4 全体のモーメント

全体のモーメントは式(2.49)～(2.51)の 3 式を足し合わせることで求まる。

$$\begin{cases} M_x = M_{ax} + K_{ax} + K_{jx} \\ M_y = M_{ay} + K_{ay} + K_{jy} \\ M_z = M_{az} + K_{az} + K_{jz} \end{cases} \quad (2.52)$$

ここで求めたモーメントをオイラーの運動方程式(2.47)に適用し、積分することで x_b , y_b , z_b 軸回りの角速度 ω_x , ω_y , ω_z 得ることができる。

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = \frac{(M_{ax} + K_{ax} + K_{jx})}{I_x} \\ \dot{\omega}_y = \frac{(M_{ay} + K_{ay} + K_{jy})}{I_y} \\ \dot{\omega}_z = \frac{(M_{az} + K_{az} + K_{jz})}{I_z} \end{cases} \quad (2.53)$$

ここまでに求められた機体座標 3 軸回りの角速度を積分することによってからオイラー角(ϕ , θ , ψ)の変化を求め、機体の姿勢変化を計算することが可能である。

しかし第 1 章でも述べたように単純に方向余弦に回転運動を適用するだけではオイラー角の発散問題が生じてしまう。そこで本研究では前章で導入した四元数(クォータニオン)を用いることにより、機体の姿勢変化を計算する。

2.8 四元数による回転運動の計算

四元数での回転運動を取り扱うためにはまず方向余弦行列での回転運動を理解する必要がある。回転運動を行う機体の角速度ベクトルは機体座標系で定義され、その角速度は以下の式で表現される。

$$\omega_B = \{B\}^T \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

角速度と方向余弦行列の関係は方向余弦行列の時間微分を

$$[\dot{C}] = \begin{bmatrix} \dot{C}_{11} & \dot{C}_{12} & \dot{C}_{13} \\ \dot{C}_{21} & \dot{C}_{22} & \dot{C}_{23} \\ \dot{C}_{31} & \dot{C}_{32} & \dot{C}_{33} \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

と定義すると

$$\tilde{\omega} = \dot{C}C^T \quad (2.56)$$

という関係がある。ここで $\tilde{\omega}$ は ω から生成される歪対称行列を表し、

$$\tilde{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

となる。式(2.56)より方向余弦行列の時間微分は角速度 ω を用いて次のように書き示すことができる。

$$\begin{aligned} [\dot{C}] &= -\omega C \\ \begin{bmatrix} C_{21}\omega_z - C_{31}\omega_y & C_{22}\omega_z - C_{32}\omega_y & C_{23}\omega_z - C_{33}\omega_y \\ C_{31}\omega_x - C_{11}\omega_z & C_{32}\omega_x - C_{12}\omega_z & C_{33}\omega_x - C_{13}\omega_z \\ C_{11}\omega_y - C_{21}\omega_x & C_{12}\omega_y - C_{22}\omega_x & C_{13}\omega_y - C_{23}\omega_x \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.58)$$

これらはポアソンのキネマティック方程式として知られる。

式(2.58)を用いて姿勢変化を計算することもできるが、先に述べたように方向余弦行列による計算では $|C_{13}|=1$ のときは ϕ ， ϕ を一意に求めることは不可能になってしまう。

また、求めるパラメータも9つになってしまうため計算量も多くなってしまう。そこで方向余弦行列と四元数の関係を表す式(1.27)に式(1.33)を代入することによって、角速度ベクトルと四元数の関係式得ることができる。

$$\begin{cases} \omega_x = 2(\dot{q}_1 q_4 + \dot{q}_2 q_3 - \dot{q}_3 q_2 - \dot{q}_4 q_1) \\ \omega_y = 2(\dot{q}_2 q_4 + \dot{q}_3 q_1 - \dot{q}_1 q_3 - \dot{q}_4 q_2) \\ \omega_z = 2(\dot{q}_3 q_4 + \dot{q}_1 q_2 - \dot{q}_2 q_1 - \dot{q}_4 q_1) \end{cases} \quad (2.59)$$

また式(2.26)を微分すると

$$0 = 2(\dot{q}_1 q_1 + \dot{q}_2 q_2 + \dot{q}_3 q_3 + \dot{q}_4 q_4) \quad (2.60)$$

以上の式を行列にまとめると

$$\omega = 2 \begin{bmatrix} q_4 & q_3 & -q_2 & -q_1 \\ -q_3 & q_4 & q_1 & -q_2 \\ q_2 & -q_1 & q_4 & -q_3 \\ q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

式(2.61)を \dot{q} について変形すると

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 & q_1 \\ q_3 & q_4 & -q_1 & q_2 \\ -q_2 & q_1 & q_4 & q_3 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 & q_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_x & \omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.62)$$

よってオイラーパラメータと角速度の関係は以下の式のように表せる。

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = \frac{1}{2}(\omega_z q_2 - \omega_y q_3 + \omega_x q_4) \\ \dot{q}_2 = \frac{1}{2}(-\omega_z q_1 + \omega_x q_3 + \omega_y q_4) \\ \dot{q}_3 = \frac{1}{2}(\omega_y q_1 - \omega_x q_2 + \omega_z q_4) \\ \dot{q}_4 = \frac{1}{2}(-\omega_x q_1 - \omega_y q_2 - \omega_z q_3) \end{cases} \quad (2.63)$$

方向余弦行列に変わって四元数を使うことにより、オイラー角の特異点を回避することができ、さらに計算するパラメータも $9 \rightarrow 4$ 個へと減らすことができる。

第3章 飛翔シミュレーション

飛翔シミュレーションを行うためには第2, 3章に示した運動方程式に示された機体に関する要素と、実験環境によって変動する要素を考える必要がある。機体の要素に関しては機体を設計・製作したときに定まる要素で、一部を除いて機体の完成後に変動することはない。実験環境によって変動する要素は風速や、気圧などの気象条件により変動する要素であり、実験以前に正確な値を予測することは難しい。そこである程度冗長性を持たせて値を設定する必要がある。

3.1 機体の要素

機体の飛翔経路をシミュレーションする上で必要となるパラメータを挙げる、

- (1) 機体質量
- (2) 機体寸法
- (3) 重心位置
- (4) 慣性モーメント
- (5) 燃料質量
- (6) エンジンの推力
- (7) 抗力係数(法線・横力係数)
- (8) 安定微係数
- (9) 圧力中心位置

(1)～(3)は機体を製作した際に実際の寸法や質量を計測することによって求めることができる。

(4)は慣性モーメント測定試験を行い求める。

(5)、(6)は打ち上げ実験の実施前に地上燃焼試験を行い測定する。

(7)～(9)は機体の空気力に関する要素で、風洞試験や設計計算によって求めることができる。なお、空力要素の設計方法については付録にて詳しい計算式を載せる。

3.1.1 地上燃焼実験による推力の測定

打ち上げ実験を行う前にエンジンの燃焼試験を行うことによって推力を得ることができる。推力の測定はロードセルを用いて行い圧力を測定する。その計測値を A/D 変換し 600Hz のサンプリングレートで PC へと取り込む。図 3.1 にトータルインパルス $1155\text{N}\cdot\text{s}$ (平均推力 330N ・燃焼時間 3.5 秒) の燃焼試験結果を示す。

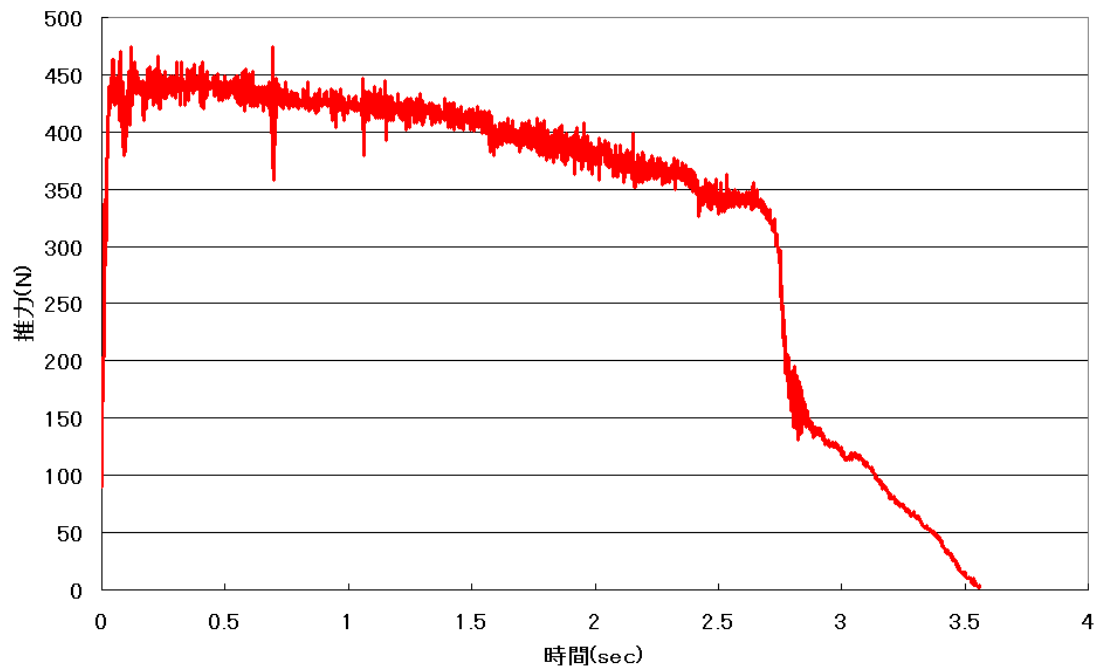


図 3.1 推力の時間変化

3.1.2 空力要素の測定

空力要素の測定には現在 2 つの手法がある。1 つは風洞試験を行うことにより直接抗力、法線力、縦揺れ減衰モーメントを測定する方法。2 つ目は細長体理論から頭部の形状や尾翼の面積・数から機体に働く圧力を計算し、重心から圧力中心までの距離より安定微係数を求める手法である。

本研究で計算に使用している機体は非常に単純な形状であるため、風洞試験の結果と最長体理論による計算結果が良く一致している。そこで機体の形状を変化させたときの飛行経路の変動を調べるため、計算シミュレーションには細長体理論による計算結果を用いている。計算方法の詳細については付録へと添付する。

飛行計算に用いる空力パラメータとしては以下の要素が挙げられる。

飛行計算に用いる空力要素

C_D : 抗力係数

$C_{N\alpha}$: 法線力係数

$C_{Y\beta}$: 横力係数

C_{ma} : 縦揺れモーメント係数

$C_{n\beta}$: 横揺れモーメント係数

C_{mq} : 縦揺れ減衰モーメント係数

C_{nr} : 横揺れ減衰モーメント係数

C_{lp} : 偏揺れ減衰モーメント係数



図 3.2 風洞試験

3.1.3 慣性モーメントの測定実験

慣性モーメントの測定は機体にジャイロセンサを搭載し 2 本の紐でぶら下げ、重心の鉛直軸に対して触れ回り運動を行い、その周期 をとることで得ることができる。



図 3.3 慣性モーメント試験の様子

3.1.4 機体の重量変化

ロケットの打ち上げ前の重量は機体本体の重量に加えて、燃料、酸化剤の重量の総合となる。燃料と酸化剤の重量はエンジンの燃焼とともに減少し、ロケット全体の重量が減少することになる。燃料、酸化剤は機体の後方に位置するため、この重量の減少とともにロケットの重心位置も前方へと移動していく。機体本体の重量、重心位置をそれぞれ m_b 、 l_{cgb} 燃料、酸化剤の重量、重心位置を m_p 、 l_{cgp} としてロケット全体重視位置 l_{cg} を計算すると、

$$l_{cg} = \frac{l_{cgb} \cdot m_b + l_{cgp} \cdot m_p}{m_b + m_p} \quad (3.1)$$

で計算される。このように燃料後退速度からその時点での燃料、酸化剤の質量減少量を計算することで機体の重心位置の計算も可能となる。

3.2 打ち上げ実験環境

ロケットの飛翔経路を計算する上で機体の要素のほかに実験環境によって決まる要素があり特に機体の飛翔経路に関する要素として以下の3つが考えられる。

- (1) 風速
- (2) ランチャ角度(上下角・方位角)
- (3) ランチャ有効長

3.2.1 風速

機体の要素で示したように、本研究で取り扱っている機体は非常に軽量であるために慣性モーメントが小さい。さらに姿勢の安定を尾翼によって保っているため、実験を行う際の風速に大きさによりその飛翔経路は大きく異なる。そこで実験の直前には必ず風速の測定を行う。風速の測定方法には以下の2つがあり

- (1) 風速計による地上風速の測定

手持ち型風速計 Kestrel 3000 によって地上での平均風速を計測する。

- (2) パイロットバルーン

上昇速度を予め測定しておいた He ガス入りのバルーンのみを完全に放し、その位置を単位時間ごとに測定し水平移動距離により風速を計算するという方法。移動距離の計測にはトランシットを用いている。

使う材料がバルーンと He ガスのみなので全体的に安価で済むという利点がある。バルーンを放した後は回収が出来ない為、バルーンの素材を自然環境に悪影響を与えないものにしなければならないという注意点がある。この方法の注意点であったバルーンの素材に関しては、使用予定であった市販のバルーンが自然環境の中で分解する天然ゴムであったことから、問題無いと判断し採用した。

この二つの方法から地上から上空までの風速を測定し、風速の高度分布を得る。また風船の水平面軌道を追うことにより平均風向も得ることができる。このときに得られた風速の高度分布をもとに次項で紹介する”べき分布”を作成し飛翔計算へと反映させる。

3.2.2 べき分布による風速の高度分布の推算

風の流れは地面の影響を受けており、この影響が顕著な範囲を境界層といい、地上の粗度数が高いほど(木や建物など障害物が多いほど)境界層は高くなる。そのため粗度数が高い地形では高度が上がるにつれて風速が高くなる割合は強くなり、その変化の割合の計算には経験的に求められたべき分布が用いられる。

図 3.4 に風速の高度変化を示す。図に示すように風速は高度に対して式(4.2)に示す指数関数的に上昇していく、

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_1} = \left(\frac{z}{z_1} \right)^\alpha \quad (3.2)$$

\bar{u} は高度 $z(\text{m})$ のときに平均風速で、 \bar{u}_1 は基準高度 z_1 (通常は地上 10m) の平均風速である。このときの指数 α をべき指数と呼ぶ。その値は地面の粗さによって左右され、凸凹した土地ではべき指数は $1/5$ ほどの値となり上空と地上での風速の差は大きくなる。また雪上のように地面がなだらかな場所でのべき指数は $1/7.4$ ほどで上空と地上の風速の差は凸凹した土地に比べ小さいものとなる。

ここで挙げたべき指数は過去に行われた実験に基づく値であり、地面状態の変化などの影響により、実験を行う際に同じべき指数をとるとは限らない。そこで実際に打ち上げ実験を行う際には風速の高度分布をパイロットバルーン法で計測し、べき指数を新たに設定することが望ましい。

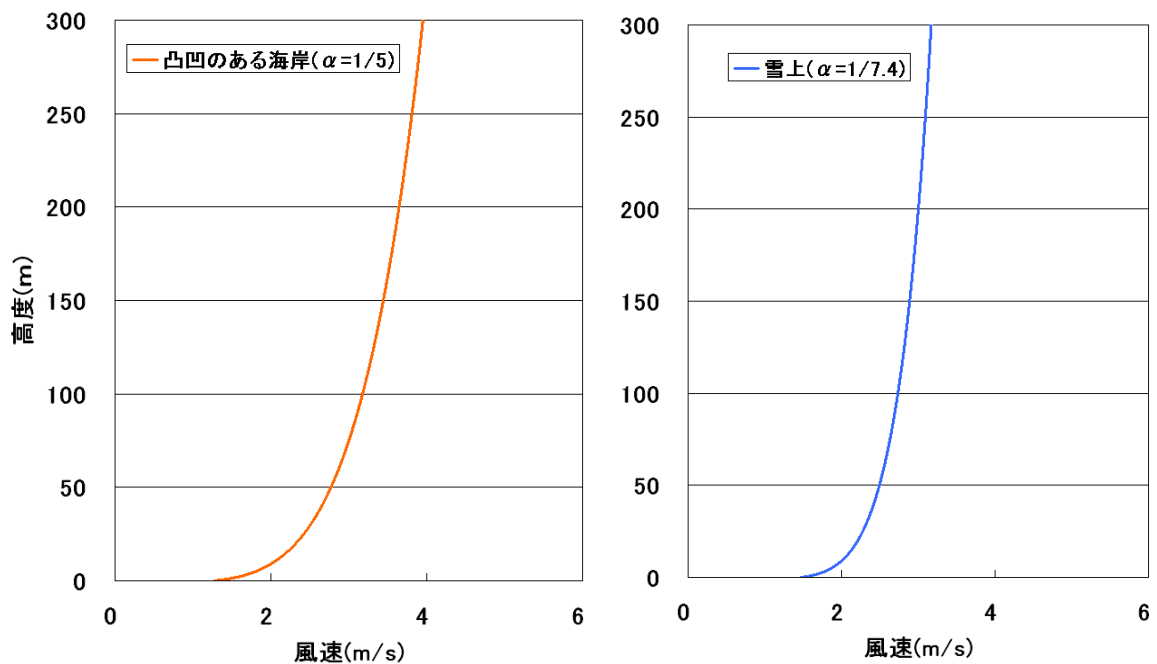


図 3.4 風速の高度分布

3.2.3 ランチャ

ロケットは最低限の安定速度を得るためにランチャ(発射台)に取り付けて打ち上げられる。図 3.5 にランチャの概観を示す。このときの発射角度が初期の機体の飛翔方向となるため、角度・方位によってロケットの飛翔経路は大きく変化する。

本研究でのランチャ角度の定義はランチャ方位角(ϕ)東を 0° と定義し、北が 90° 西が 180° 、南が 270° となる。このように地図上の方向とランチャの方位角を一致させることで、解析のときに地図と照らし合わせて飛翔経路を論じることができる。

上下角については第1章に示すように鉛直上向きを z 軸と定義しているため、頭を上げる回転が負の回転となる。地面に水平な状態が 0° と定義すると、鉛直上向きにランチャを立ち上げた際の角度は -90° と定義される。

図 3.6 に無風時にランチャの傾きによって飛翔経路がどの程度変化するかを示した。解析に用いた機体は 3.3 節で紹介する TSRPH10 である。方位角は一定として、上下角を -88° 、 -86° 、 -84° の 2° ずつ刻み解析を行った。この機体の解析結果ではランチャの角度を水平の方に 2° 下げることによって最終的な着地地点が 60m 程度発射地点から遠ざかっていくことが分かる。このことから機体の着地地点を発射地点より遠ざけたい場合にはランチャの上下角を下げて打ち上げることが有効であることが分かる。

東海大学で製作したランチャは上下角 $\pm 30^\circ$ 、方位角 $\pm 90^\circ$ の回転が可能であり、上下角の変化と方位角の変化を組み合わせることにより、任意の方向に実験当日に発射方向を任意に設定することが可能である。

レールの長さは最大で 5m である。ランチャの有効長は重心がランチャ上から抜けたときをランチャクリアと定義し、レールの長さから機体の底部から重心までの距離を引いた長さをランチャ有効長としている。本研究で取り扱う機体の底部から重心までの距離はおおよそ 1m であり、有効長はレール長から 1m を引いた長さとしている。

飛翔シミュレーションではランチャをクリアするまでは機体のオイラー角(ϕ , θ , ψ)がランチャの上下角、方位角と等しくなり、その間の姿勢変化は行われたいものとして計算を行う。

表 3.1 ランチャ緒元

全長	5.79m
幅	3.0m
重量	220 k g
レール長	5.0m (最長)
上下角	$\pm 30^\circ$ (-90° 立ち上げたときを基準として)
方位角	$\pm 90^\circ$



図 4.5 ランチャ概観

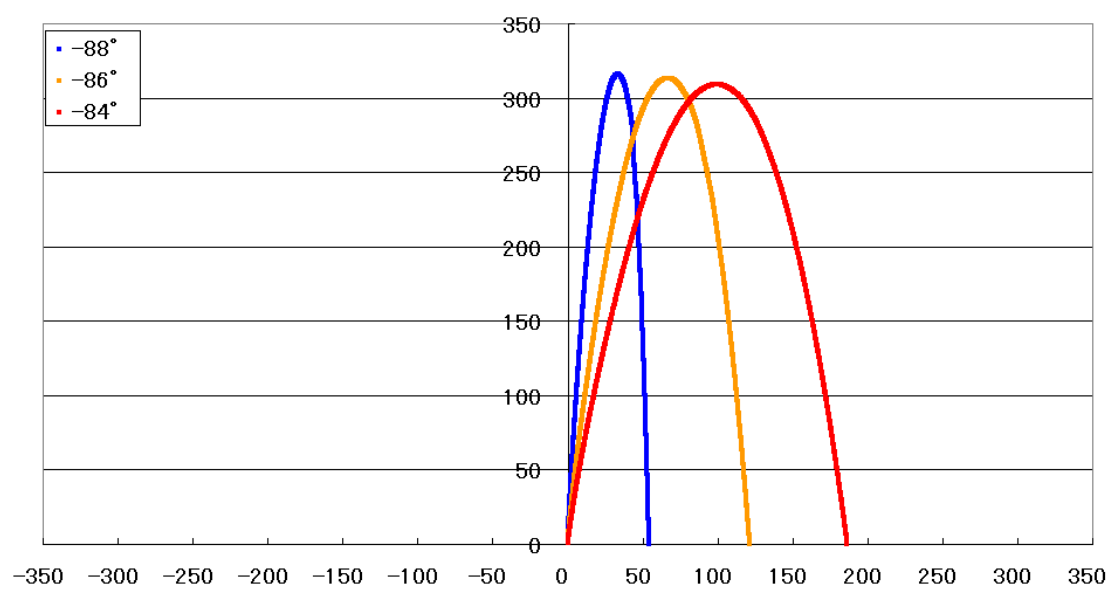


図 4.6 上下角の変化による飛翔距離の変化

3.3 飛翔シミュレーションの計算例

本研究で作ったシミュレーションの例として論文執筆中に製作されている TSRPH10 の計算結果を示す。この機体は 2007 年 3 月初旬に北海道広尾郡大樹町の実験場にて打ち上げを予定している。機体の要素を表 3.2 に示す。また環境データは打ち上げを予定している 3 月初旬の北海道大樹町の気象データをもとに作成し表 3.3 に示す。

大樹町気象観測所の計測データによると、打ち上げが予定されている時刻(16:00)の平均風速は地上 10m で 3.7m/s であった。しかし風速の強さについては正確に打ち上げ時刻の風速を予測することは不可能なので、基準風速を 4m/s としてそれを中心に±2m/s の風速について解析を行った。風向については方角 16 方位に分けて解析することによって全方位からの風に応じた解析を行った。



図 3.7 TSRPH10 概観

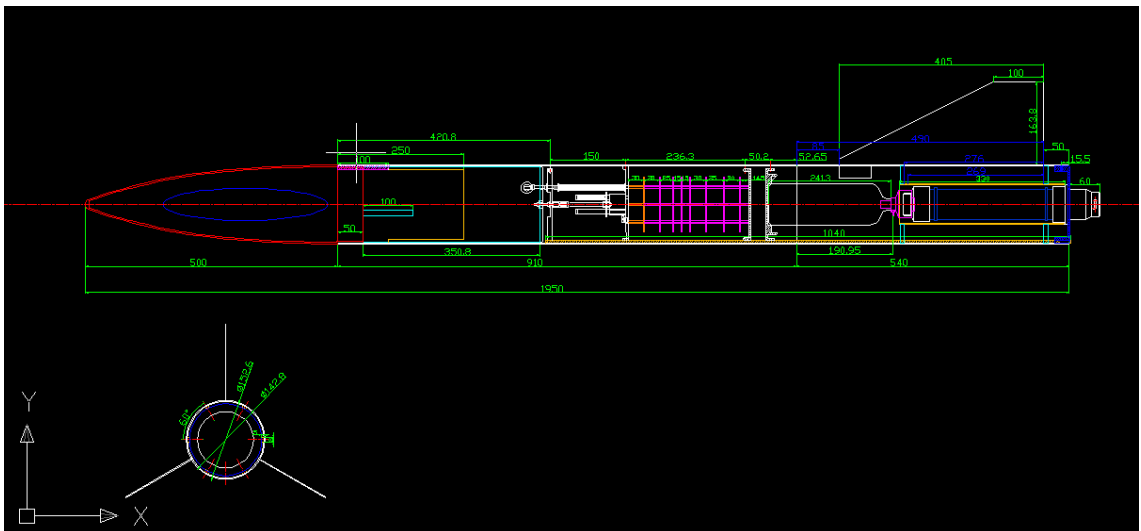


図 3.8 TSRPH10CAD 図面

表 3.2 シミュレーションに用いた機体の要素

記号	要素	H10	単位
l	全長	1.95	m
d	機体直径	0.15	m
l_{CGS}	機体重心位置	1.16	m
m_S	機体質量	11.5	kg
m_P	燃料質量	1.20	kg
I_S	慣性モーメント	1.89	kg・m ²
C_D	抗力係数	0.6	
$C_{y\beta}$	横力係数	9.19	
l_{Cpy}	圧力中心位置 (y b 軸)	1.36	
$C_{n\beta}$	横揺れモーメント係数	0.98	
C_{nr}	横揺れ減衰モーメント係数	-2.04	
$C_{N\alpha}$	法線力係数	10.3	
l_{Cpz}	圧力中心位置 (zb) 軸	1.40	
$C_{m\alpha}$	縦揺れモーメント係数	1.28	
C_{mq}	縦揺れ減衰モーメント係数	-2.21	

表 3.3 シミュレーションに用いた環境データ

記号	要素	H10	単位
T	気温	1.2	°C
V_{w0}	地上風速	2.9	m/s
V_w	風速(地上 10m)	3.7	m/s
W_h	べき指数	1/7	
θ_0	打上角	88	°
ψ_0	方位	0(東)	°
l_L	ランチャ有効長	4	m

3.3.1 機体の加速度変化

機体に加わる力には推力、空気力の合成によって定まり、それを式(3.1)で示した全機体重量で割ることにより加速度を得ることができる。図 3.8 の第 1 軸に機体軸方向の加速度の時間変化を示す。また第 2 軸に加速度を積分して得た速度の時間変化を示す。加速度は推力により増大し、燃焼が終了するに伴い値が減少していく。速度は燃焼終了時に最大となるが、その時に抗力の値も最大となり、加速度も最も低い値となる。その後抗力による速度の減少に伴い機軸方向の速度も減少しそれと同時に抗力の影響も減少していくことが分かる。

ランチャの有効長は 4m であるためランチャクリアは高度が 4m のときと考えることができる。その高度での機体速度は 15m/s となる。このランチャクリア速度と横風の大きさの比によって迎角が定まる。

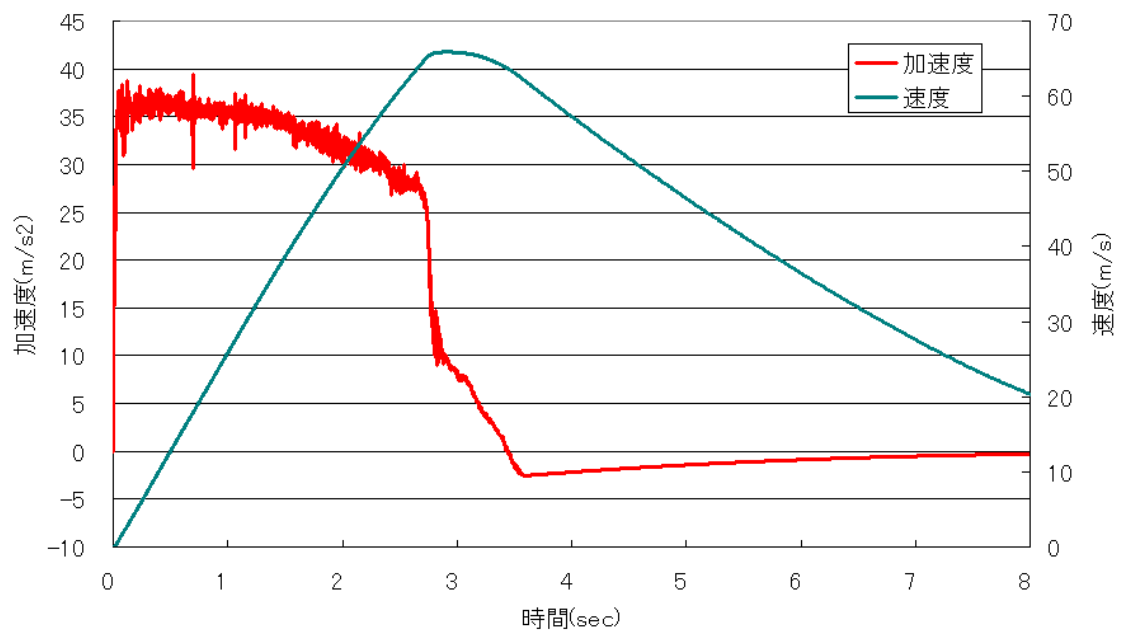


図 3.9 機軸(x_b 軸)加速度、速度の時間変化

3.3.2 姿勢角変化

機体の回転運動を引き起こす法線力と横力は式(2.38)に示すように迎角に比例して大きくなる。つまり姿勢角の変化は迎角が存在するときに引き起こされることになる。

迎角の時間変化を図 3.10 に示す。ランチャクリア直後は機体の速度が低いため(15m/s)迎角は非常に大きな値をとる。その後法線力による機体の回転運動により迎角は減少し、やがてオーバーシュートし、振動運動をしばらく続ける。その間に機体の速度上昇にともない減衰力も強まり迎角を 0° へと収束させる。

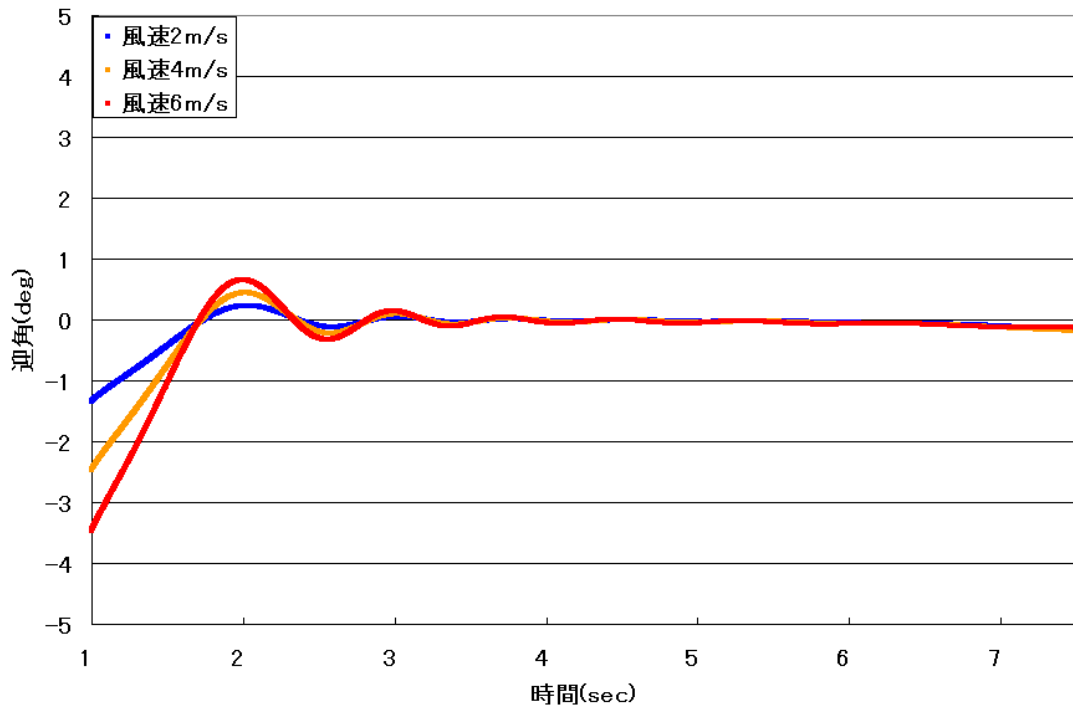


図 3.10 迎角の時間変化

飛翔時の姿勢角(pitch 角)の時間変化を図 3.11 に示す。初期状態での機体の傾きは -88° であり、図のように機体はランチャをクリアした直後に頭下げの回転運動を行う。風速について比較を行うとランチャクリア約 1 秒の時点での頭下げは風速 2m/s で 9° 、風速 4m/s で 15° 、風速 6m/s で 21° 程度の運動が確認できる。

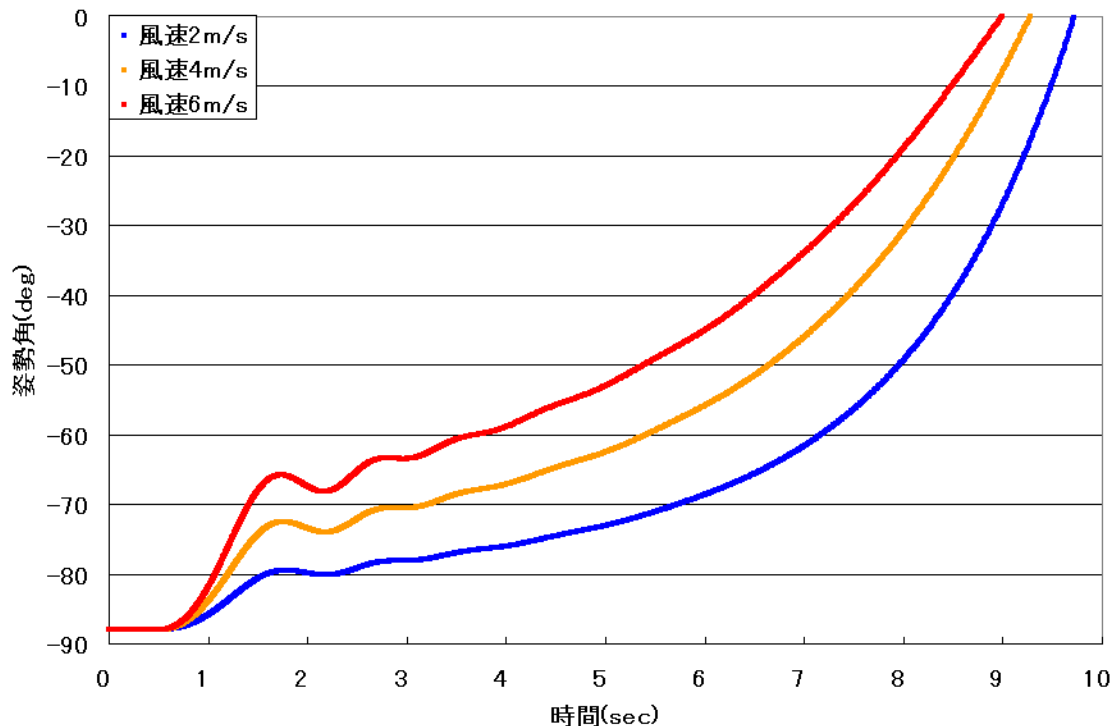


図 3.11 姿勢角の時間変化

風速が強いほど傾きが急になる理由は、まずランチャクリア直後の機体の速度は 15m/s ほどであり、それに対する横風の割合が多いほどランチャクリア時の迎角は大きくなる。そのため機体に働く法線力は風が強いときほど大きくなり、急激な姿勢変化へと反映される。

この姿勢変化によって機軸の方向が大きく傾き、特にエンジンの燃焼中は推力の方向が傾くこととなる。このときの推力の大きさは抗力や法線力に比べて非常に大きく、エンジン燃焼中の機体の姿勢により飛翔経路の大部分が決定される。

3.3.3 飛行経路

図 3.12 に発射方向に対して迎風の際の風速に対する飛行経路の変化を、図 3.13 追い風に対する飛行経路の変化を示す。ここでは上空でパラシュートを展開せず弾道飛行した場合の飛行経路について示す。

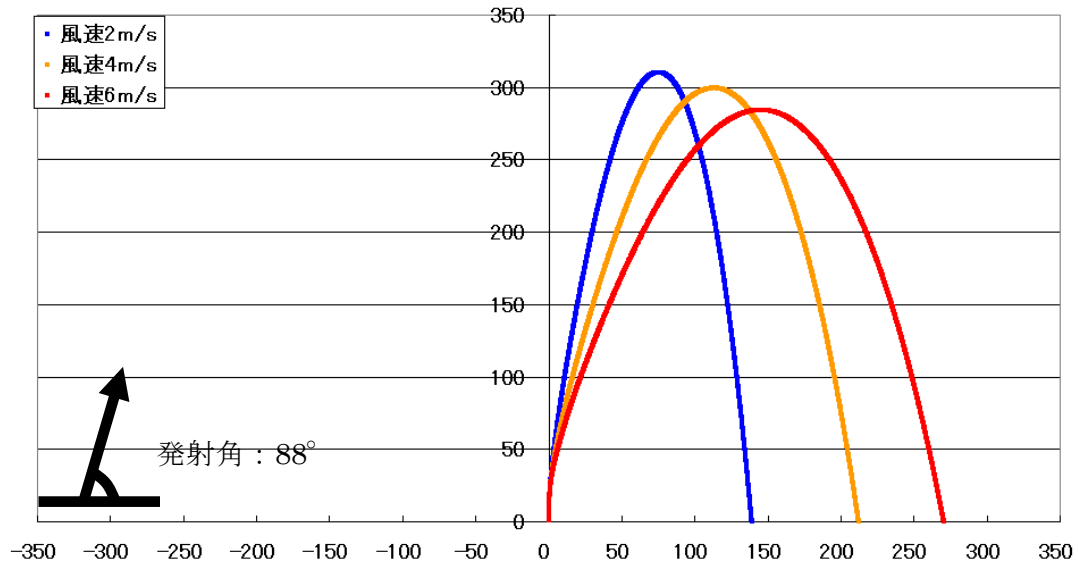


図 3.12 向え風に対する飛行経路の変化

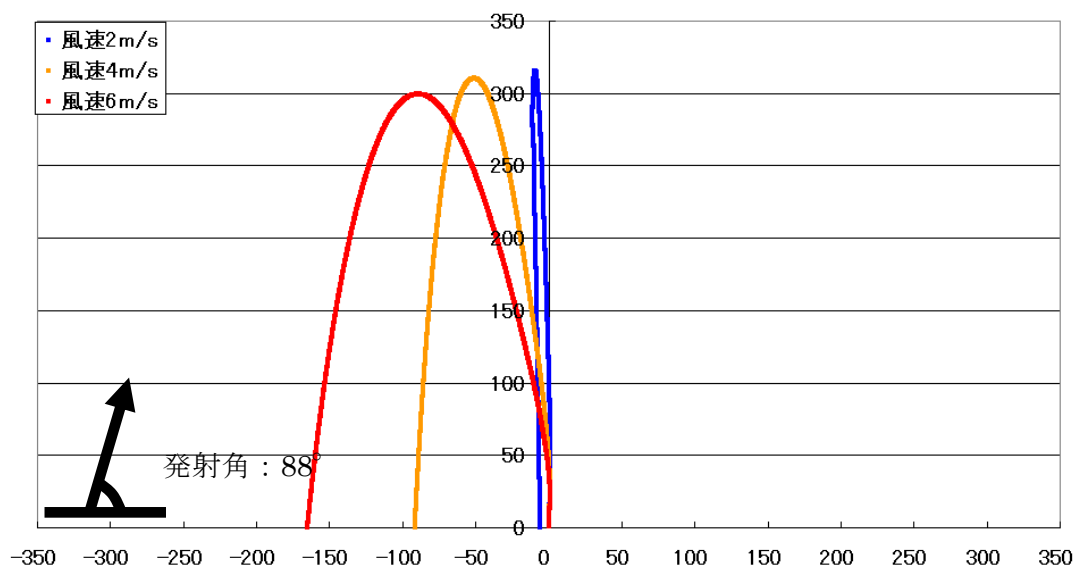


図 3.13 追い風に対する飛行経路の変化

前項で示したように、風速に比例して姿勢角および推力の方向は大きく傾く。そのため図のように風速の強いときほど機体の飛行経路は大きく風の吹いている方向へと傾き、機体は風上の方へと飛行する。

図 3.14 と図 3.15 に上空でパラシュートを展開した場合の飛行経路の変化を示す。パラシュート展開後の機体の運動については、降下速度は一定(6m/s)と考え、横方向への移動は終端速度が風速と等しくなるのでその高度での風速で機体は風下の方向に流されるとして計算を行った。

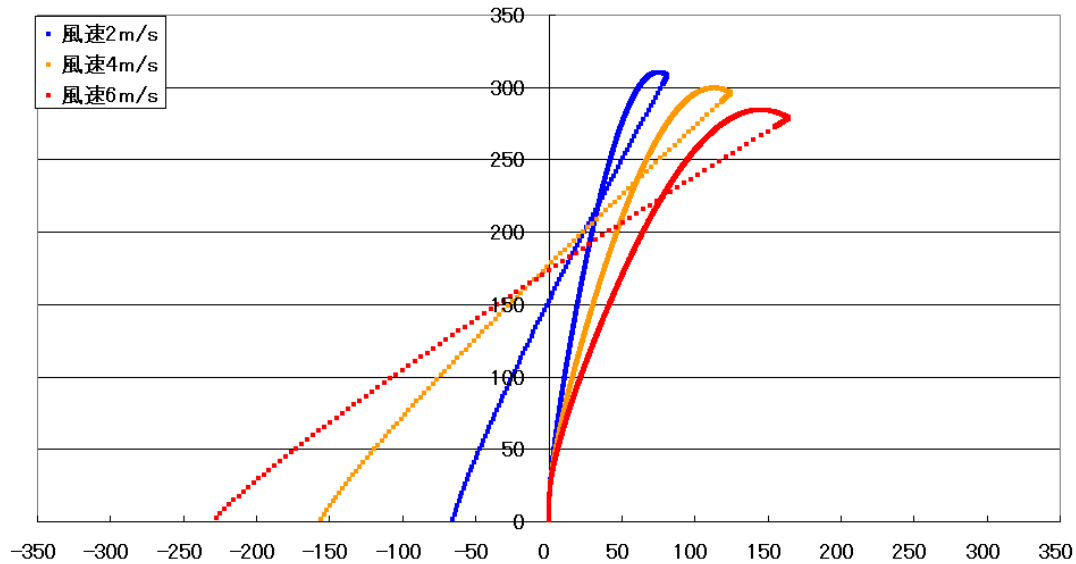


図 3.14 追い風に対する飛行経路の変化

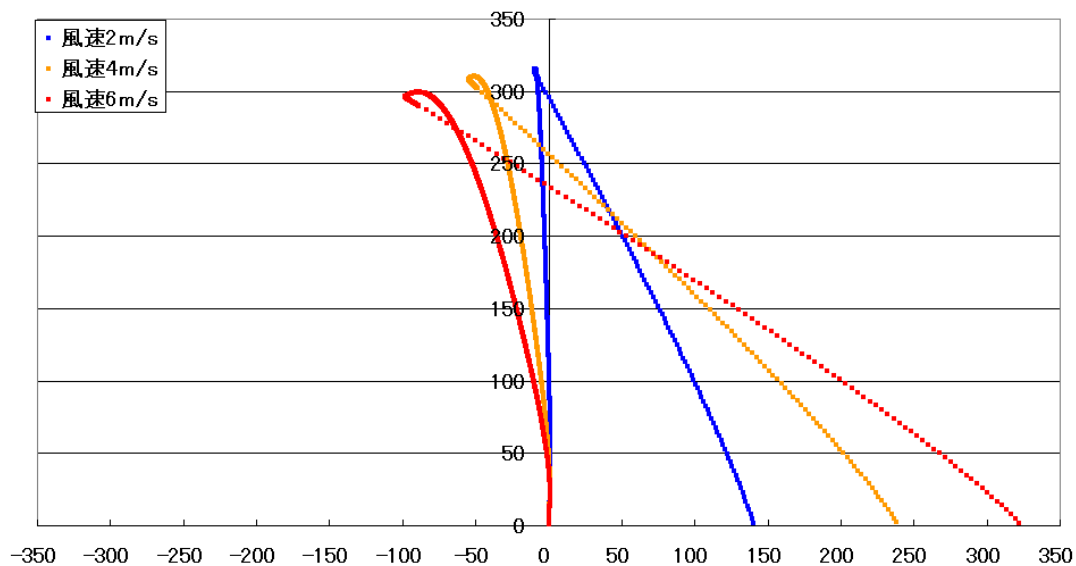


図 3.15 追い風に対する飛行経路の変化

パラシュートを展開した際の飛行経路を見ると、まず機体は風見効果により姿勢を曲げられて風上のほうへと飛行する。次に頂点でパラシュートを展開すると今度は風下へと流されることになる。このことから風向きが発射から着地まで一定であればパラシュート展開後の運動はその移動距離を最小限に抑えるように飛行することになる。

3.3.4 飛翔シミュレーションによる着地範囲の推算

前項の飛翔経路計算はロケットの発射方向に対して 180° の方向から吹く迎風と 0° 方向から吹く追い風の2方位の風向に対して解析を行った。この項でロケットの発射方向を東向きに固定し、また上下角も -88° に固定した。風については風向を16方位に分けて風の影響による飛翔経路変化を解析しそれぞれの着地地点を得た。この16個の着地地点を線で結ぶことにより風速に応じて機体が着地する範囲を作成することができる。

図3.16に弾道飛行した場合の風速による着地範囲の変化を、図3.17にパラシュートを展開した場合の着地範囲を示す。図に示した地図は北海道の実験場の衛星写真(©Google)であり上を北とする。ランチャ方位角は東(0°)に固定としたので、地図で見ると右側に上下角を -88° に傾けた場合の飛翔シミュレーションとする。

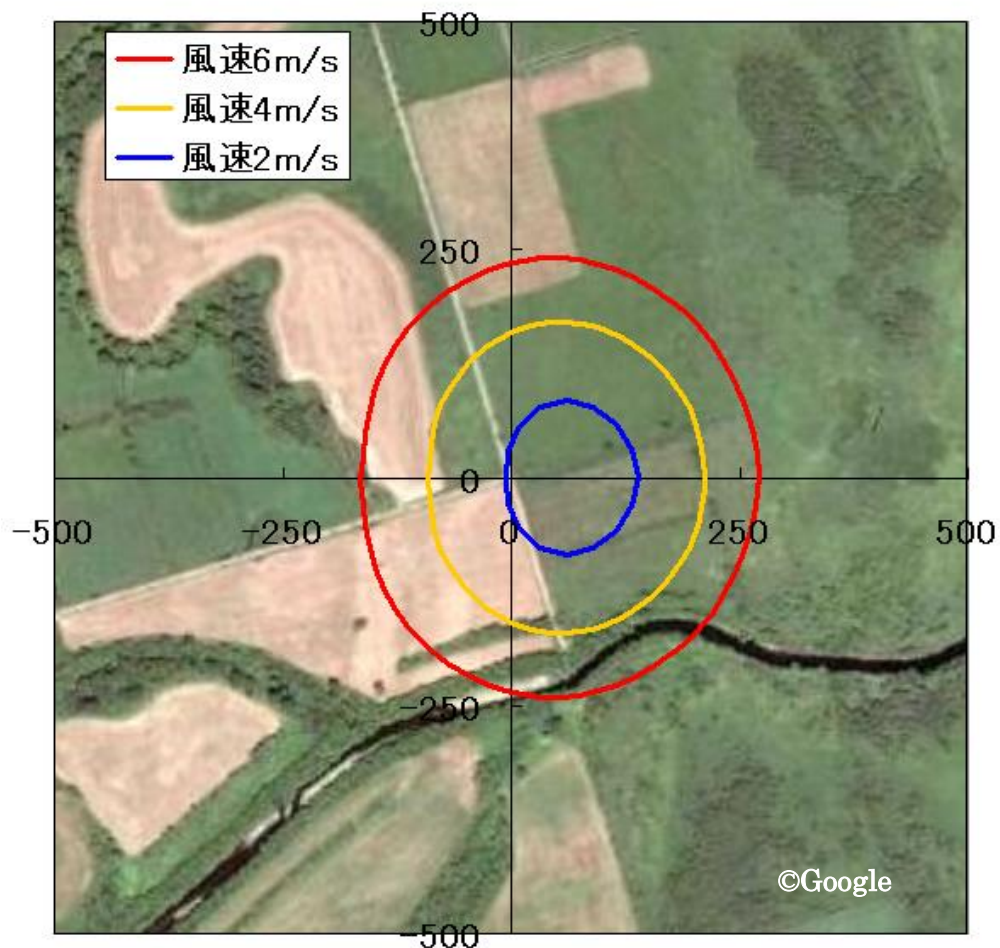


図 3.16 弾道飛行経路の着地点予想範囲

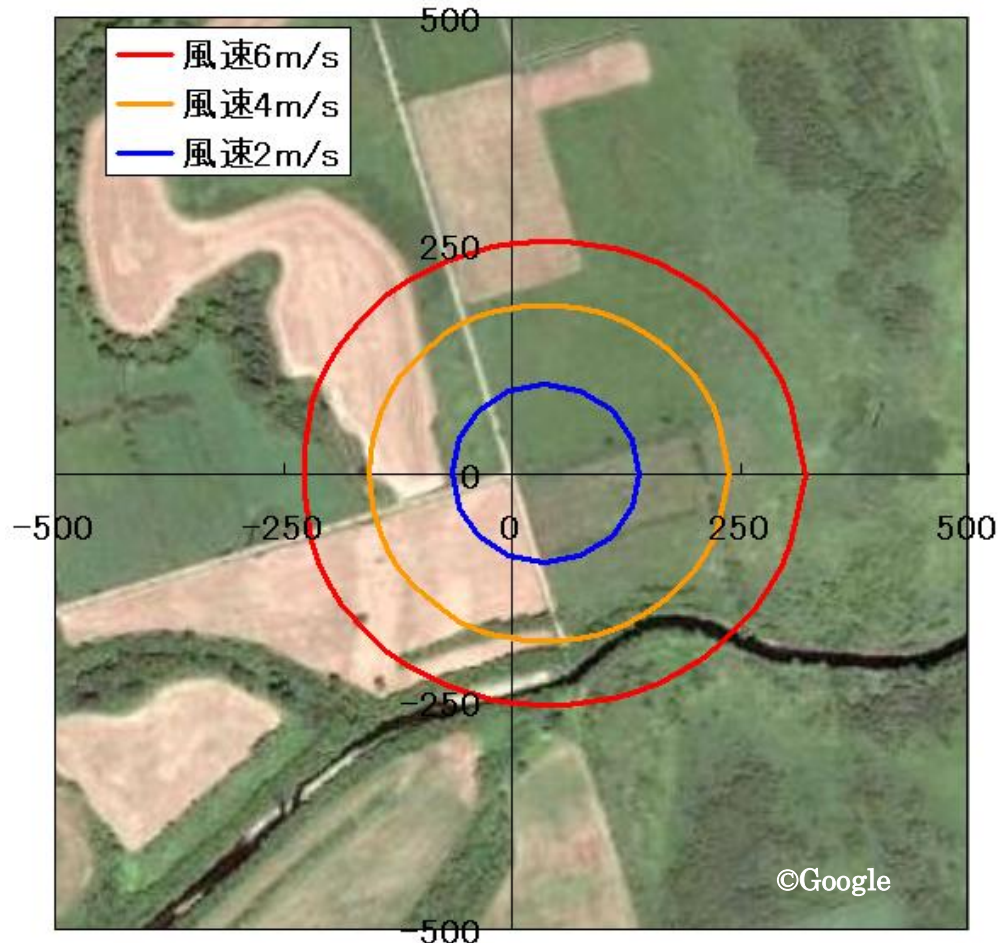


図 3.17 パラシュート展開飛行経路の着地点予想範囲

機体がパラシュートを開かずに弾道飛行した場合の着地範囲はランチャを傾けた方向へと偏った円を描いた。特に風速 2m/s 以下の時の着地範囲は発射地点よりも東にあり、ランチャの上下角を傾けることは着地点をある方向へと限定することに有効なことが分かる。この予想範囲の中は機体が弾道飛行してくる可能性の高い範囲となるので実験中はこの中に人が入らないよう十分注意する必要がある。

パラシュートを展開した際の着地範囲は弾道飛行の範囲に対して拡大が見られるが。しかし前項で述べたように風見効果により風上に飛翔するので、風に流される運動の基点が発射位置よりも風上側に位置することになるため、範囲の拡大は最小限にとどまる。パラシュートが開いた際の着地範囲は、機体がパラシュートにより減速されているためそれほど危険性は高くないと考えられる。しかしなるべくはこの範囲に人がいない状態での打ち上げ実験が望ましいと考えられる。

第4章 シミュレーションと実験結果の比較

前章に示したロケットの飛行経路の計算方法と打ち上げ実験で取得された飛行データを比較し、計算方法の評価を行った。

本来評価をする際に同一機体の打ち上げ実験について高度の時間変化、角度の時間変化、着地位置を比較することが望ましい。しかし今までの実験では角度データと加速度データを同時に取得できた実験は1回のみで、さらにその実験においてもエンジンの推力が事前の地上試験よりも低く出ているため単純に評価することができない。

そこで本研究では以下の流れで4機実験データを比較し、互いに補完しあう形で解析を行った。

- (1) 磁力計計測値による磁場となす角の時間変化の比較(H02)
- (2) 加速度計計測値・光学観測による高度の時間変化の比較(H04)
- (3) 加速度計・ジャイロセンサによる3次元飛行経路の比較(H06)
- (4) 光学観測による3次元飛行経路の比較(H06)

4.1 計算に用いた機体の要素

現在までに東海大学学生ロケットプロジェクトチーム(以下 TSRP)は日本国内での小型ハイブリットロケット打ち上げ実験のために8機の機体を製作した。この中で以下に示す機体には表4.1中の計器を搭載し飛行中の運動を記録した。また打ち上げ時には外部からの光学観測も行っており、機体の最高高度、着地点の位置を記録している。9号機については飛行経路も光学観測によって記録されている。

本章では以下の表にまとめた4機の実験データと飛行シミュレーションを比較することにより本研究の計算方法の評価を行った。

表 4.1 比較を行った機体名称と計測データ

	搭載計器	外部からの計測
H02	加速度計、磁力計	着地地点
H04	加速度計、気圧高度計	最高高度、着地地点
H06	加速度計、ジャイロ、気圧高度計	最高高度、着地地点
H09	加速度計、気圧高度計	最高高度、着地地点、飛行経路

表 4.2 機体の要素

記号		H02	H04	H06	H09	単位
l	全長	2.10	2.10	2.10	2.10	m
d	機体直径	0.11	0.11	1.06	0.11	m
l_{CGS}	機体重心位置	1.31	1.21	1.25	1.17	m
m_S	機体質量	6.20	6.90	6.82	7.20	kg
m_P	燃料質量	0.60	0.60	0.60	0.60	kg
I_S	慣性モーメント	2.00	2.00	2.00	1.80	kg・m ²
C_D	抗力係数	0.8	0.82	0.82	0.71	
$C_{y\beta}$	横力係数	11.0	10.4	10.4	10.4	
l_{Cpy}	圧力中心位置 (y_b 軸)	1.64	1.54	1.54	1.51	
$C_{n\beta}$	横揺れモーメント係数	1.74	1.87	1.46	1.72	
C_{nr}	横揺れ減衰モーメント係数	-2.86	-2.70	-2.44	-2.52	
C_{Na}	法線力係数	12.4	11.7	11.7	11.7	
l_{Cpz}	圧力中心位置 (z_b 軸)	1.68	1.58	1.58	1.55	
C_{ma}	縦揺れモーメント係数	2.17	2.30	1.84	2.13	
C_{mq}	縦揺れ減衰モーメント係数	-3.13	-2.98	-2.66	-2.77	

表 4.3 実験当日の環境データ

記号		H02	H04	H06	H09
	打ち上げ日	2004/3/13	2005/3/14	2005/8/11	2006/8/19
	打ち上げ時刻	13 : 12	13 : 56	09 : 01	15 : 27
T	気温	5℃	1.5℃	31℃	30℃
V_{w0}	地上風速	3.9m/s	1.9 m/s	1.7 m/s	1.9 m/s
V_w	風速(地上 10m)	5.0 m/s	2.5 m/s	2.5 m/s	2.9 m/s
W_{angle}	風向	北東	東東南	北北西	南南東
W_h	ベキ係数	1/7	1/7	1/4	1/4
θ_0	ランチャ上下角	-85°	-88°	-86°	-86°
ψ_0	ランチャ方位	北	東	南南東	南南西
l_L	ランチャ有効長	3m	3m	4m	4m

H04 と H06 は同一の機体であるため、重心位置との関係から求まる減衰モーメントを除く安定微係数は一致している。また H09 に関しても同一設計の尾翼を使用しているため法線力係数には変化がない。

4.2 磁力計による磁場とのなす角の時間変化の比較

4.2.1 角度変化の傾向

磁力計による磁場とのなす角の時間変化の比較を図 4.5 に示す。風速については打ち上げ実験前後 1 時間の平均風速(地上 10m : 大樹町気象観測所より)が 5.0m/s であった。しかし風速が常に平均風速の値で流れているとは考えにくいので、 $\pm 1\text{m/s}$ の冗長性を持たせ、風速 4m/s, 5m/s, 6m/s についての角度変化の解析を行った。図 4.5 から分かるようにランチャクリア直後の角度変化の様子は風速 5m/s のときの角度変化に近い変化を示し、全体の角度変化も風速 4m/s~6m/s の角度変化の範囲の中に納まることが確認された。

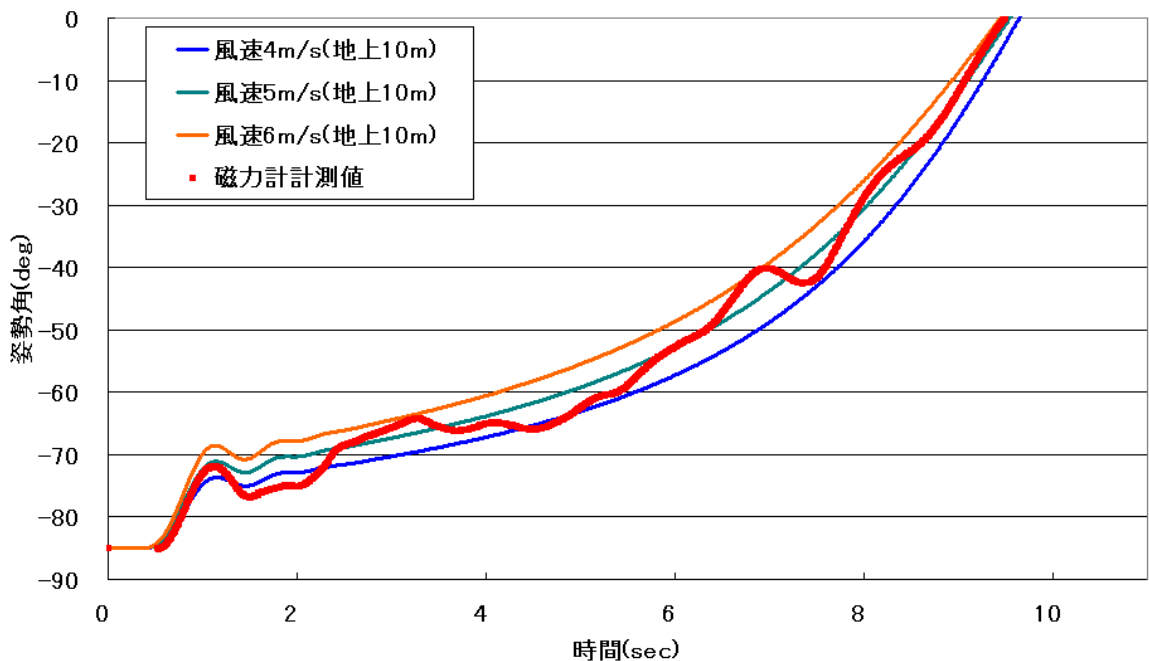


図 4.5 磁力計測定値による姿勢角の時間変化の比較

4.2.2 突風の影響

6.5 秒付近の磁力計計測値に注目すると急激な姿勢変化確認できる。シミュレーションでは風速は高度の上昇に伴い線形的に上昇していくとして計算をしているが、実際の風速には時間ごとの乱れや、突風が起こることが考えられる。

そこで磁力計値に大きな乱れが見られる 6.5 秒付近の風速に 5m/s 程度の突風を加えると図 4.6 のような波形を得ることができた。突風を加えることによりその瞬間の姿勢変化だけではなく、その後の姿勢変化も磁力計で得られた波形に近づく。

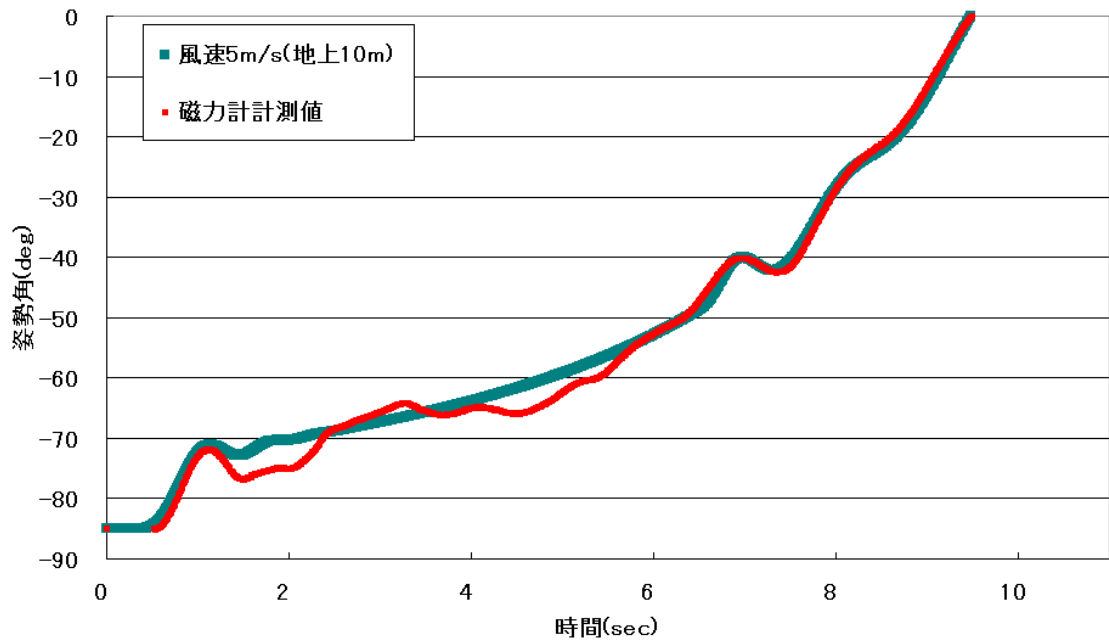


図 4.6 磁力計測定値による姿勢角の時間変化の比較

4.2.3 角度時間変化の比較のまとめ

以上の結果から機体の姿勢角変化に関する飛翔シミュレーションは、風速に対して $\pm 1\text{m/s}$ の冗長性を持たせることにより実際の計測値に近い波形を得ることができた。また磁力計の計測値現れる乱れは突風によるものと考えられ、その影響による角度変化の影響はその後の波形にも現れている。突風の性質上その発生時刻を予測は困難である。よって突風の影響を考えた正確な姿勢変化の予測は困難となる。

しかし全体の角度変化の傾向は平均風速 5m/s に準じておりこのことから角度変化を計算するには打ち上げ実験時の平均風速を正確に取得する必要があるといえる。

4.3 気圧高度計による高度の時間変化の比較

H04 以降の機体には加速度計と気圧高度計を搭載しているため、飛行中の加速度変化と高度変化を詳細に記録している。特に H04 の打ち上げ実験では推力が地上燃焼試験どおりに得られているため、この実験データと高度時間変化のシミュレーションの比較を行う。風速データに関してはこの実験のときよりパイロットバルーン法を用いた風速の高度分布の取得をおり、打ち上げ 15 分前の計測値を参考にした。図 4.7 に飛行シミュレーションと加速度計・気圧高度計の高度時間変化の比較を示す。

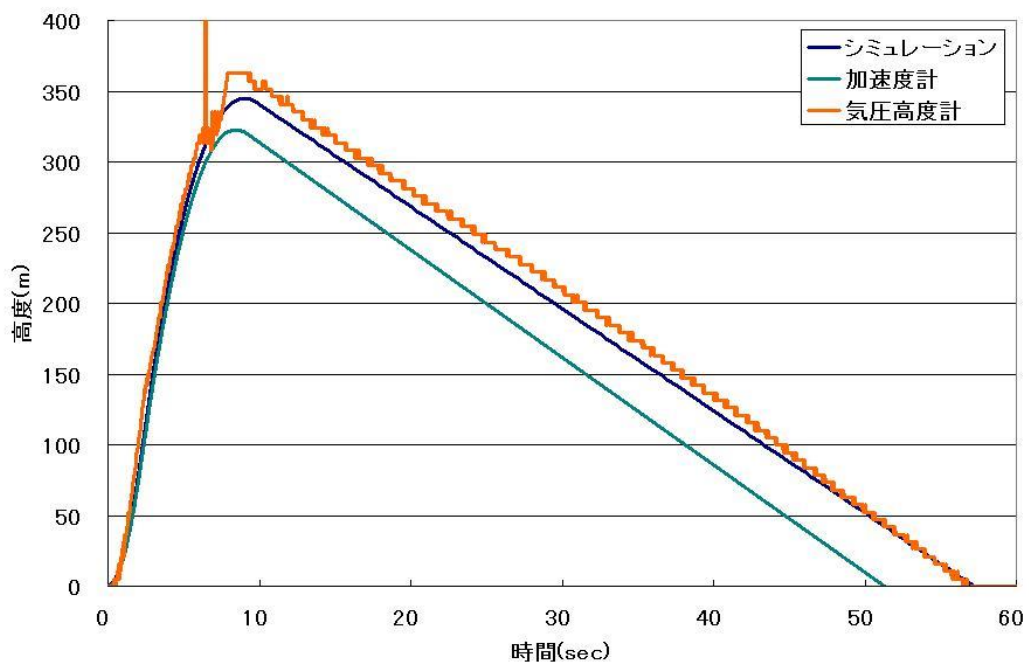


図 4.7 高度の時間変化

4.3.1 加速度計との比較

加速度計は機体の姿勢を計測していないため、機軸方向の加速度のみによる高度変化を示した。この場合は機体の傾きによる機軸方向の重力の影響の減少が考慮されないため、実際の高度よりも小さい値になることが予想される。実際に比較においても気圧高度計・シミュレーションに比べて小さい値となっている。

4.3.2 気圧高度計との比較

気圧高度計のデータは図 4.7 からわかるように 6.5 秒付近で大きく乱れている。この時間は分離機構が作動した時間であり、気圧センサにはピエゾ素子(圧電素子)を用いているためその衝撃が気圧計に感知されたためだと考えられる。

図 4.7 のように気圧高度計による高度変化とシミュレーションによる高度変化は近い波形を示し、最高高度に関しても 10m 程度の差となり最大高度に対して 5% ほどの差である。以上の結果から高度の時間変化に対するシミュレーションの信頼性は高いものと考えられる。

4.3.3 光学観測との比較

H04 の実験では計器による高度測定のほか外部からトランシットを用いた光学観測による高度測定も行われた。本項ではその観測結果とシミュレーションの比較を行う。

光学観測とシミュレーションの最高到達高度および着地地点の比較を表 4.4 と図 4.8 に示す。表から分かるように気圧高度計の高度と、光学観測の高度はよく合うが、シミュレーションによる高度は 5% ほど低い。着地位置に関しても 5% ほど移動距離が低い計算になっている。

表 4.4 到達高度の比較

		シミュレーション	光学観測	気圧高度計
到達高度		345m	365m	362m
着地地点	x_e	154m	158m	
	y_e	-51m	-83m	
	発射地点より	162m	178m	



図 4.8 着地地点の比較

4.3.4 高度時間変化の比較のまとめ

気圧高度計、光学観測の結果より飛行シミュレーションによる到達高度、着地点までの距離は5%ほどの誤差で実験の結果と一致した。高度計算に関しては飛行シミュレーション結果に対して5%の冗長性を持たせることで計算が可能であると考えられる。

4.4 搭載計器による飛翔経路の比較

機体に搭載した3軸加速度計とジャイロより機体の飛翔経路を解析し、飛翔シミュレーションとの比較を行った。本来は事前の燃焼実験より得た推力データを基にシミュレーションを行うべきなのだが、H06の実験では酸化剤の充填に不備があり、燃焼時間が予定の半分程度になってしまった。そこで飛翔シミュレーションでは加速度計のデータより、実験時の燃焼時間を解析し、その地上試験での推力データを解析した燃焼時間まで縮めることにより計算を行った。

図4.9に高度の時間変化と姿勢角の時間変化の比較を示す。図4.10水平面内での飛翔経路の比較を示す。本来であれば飛翔経路の比較は発射から着地までの比較を行いたいのだが、ジャイロは機体の頭部に搭載されており、ここはパラシュートの展開後は大きく揺れるため、正確な値を計測することができなかった。そこで飛翔経路の比較は機体が分離する位置(頂点付近)までの比確認とどめた。

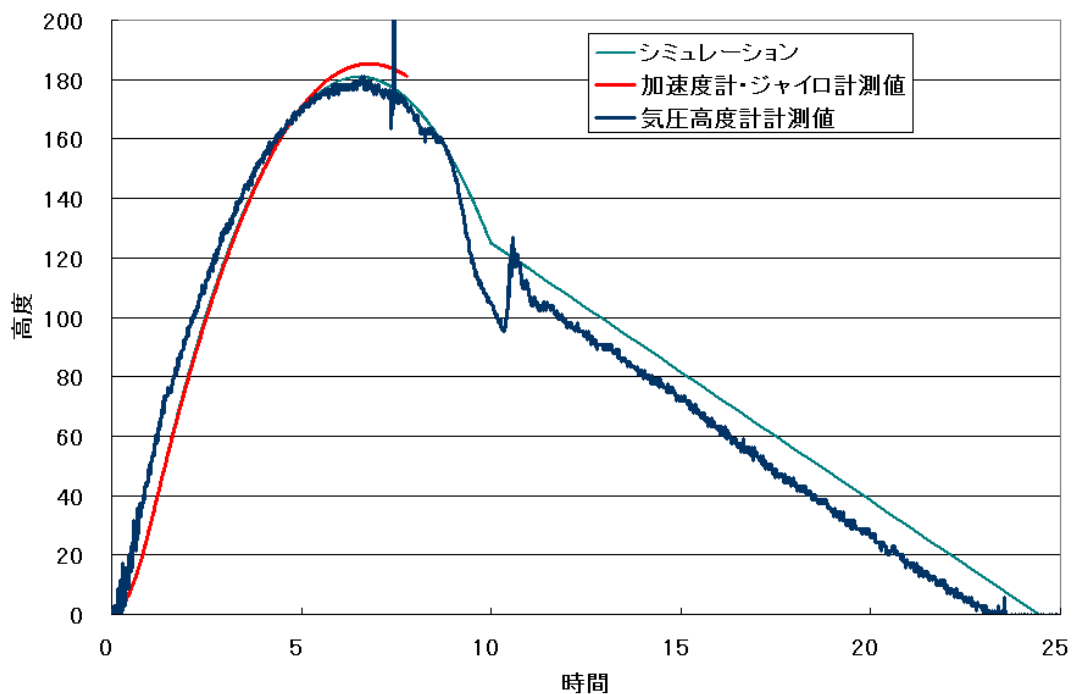


図 4.9 高度時間変化の比較

4.3.1 到達高度の比較

まず加速度計・ジャイロによる飛翔経路解析の信頼性を確かめるため、気圧高度計により高度の時間変化との比較を行った。その結果、図のように加速度計・ジャイロと気圧高度計の高度の時間変化は近い傾向を示した。到達高度に関してもその差は4mほどで、高度全体の3%以内の誤差に収まっている。このことから加速度計・ジャイロによる飛翔経路解析は有効であると判断した。

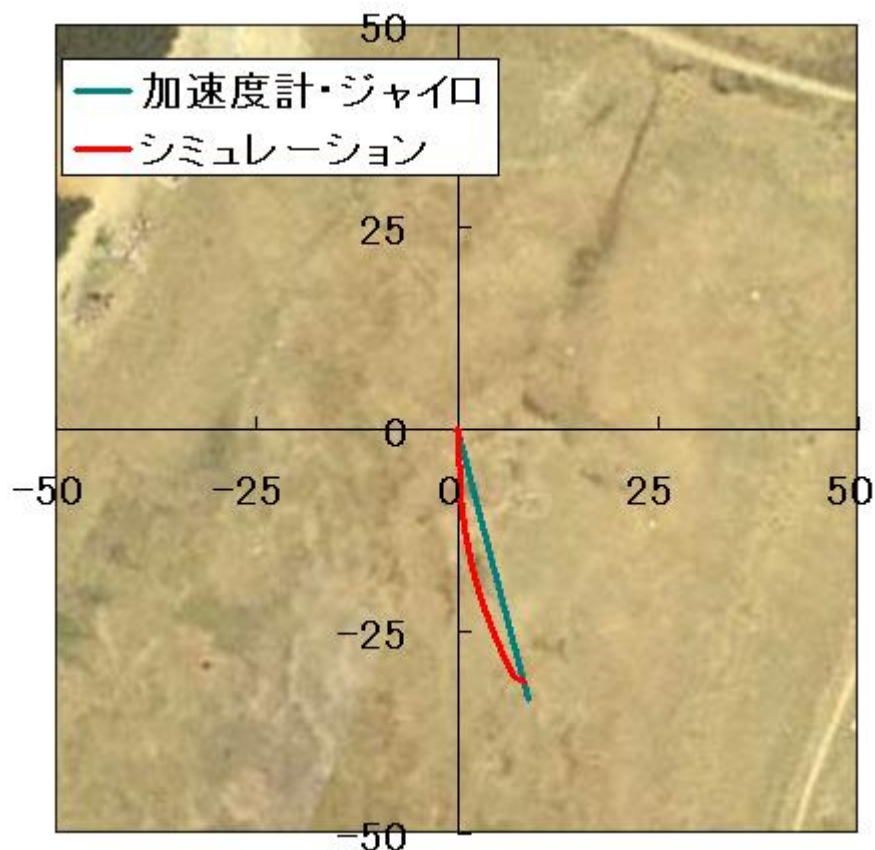


図 4.10 頂点までの飛行経路の比較(水平面内)

4.3.2 飛行経路の比較

次に気圧高度計の計測高度に最高高度が達する推力データを用いた飛行シミュレーションを行いその水平面内での移動距離を比較した。その結果全体の飛行方向と最高高度になる地点はジャイロ・加速度計による解析と飛行シミュレーションで図 4.10 のように近い値を示した。しかしこの実験の当時は風速が非常に低く、単純にランチャの方位、上下角により、この値がほぼ決定していると考えられる。

従ってこの実験結果のみで飛行経路の比較を行うのではなく次節の光学観測による 3 次元飛行経路の比較とあわせて、シミュレーションの信頼性を確かめた。

4.5 光学観測による飛翔経路の比較

H09 の実験では事前に詳細な環境測定をしており、またデジタルトランシットによる機体の飛翔経路の計測行われた。しかし、搭載計器に不備があり、気圧高度計をのぞく計器の計測地の取得には失敗してしまっている。またエンジンの点火の際にも不具合があり燃焼時間が昨年同様半分程度となってしまった。

そこで高度と姿勢角変化に関するシミュレーションについては 4.3 節までの結果が正しいものし、高度が気圧高度計の計測値と等しくなるような飛翔シミュレーションを行い、その飛翔経路を光学観測の計測値と比較する。

4.5.1 風速データの作成

H09 実験では打ち上げ直前の風速の高度変化をデジタルトランシットによる 2 点観測で詳細に記録していた。図 4.10 に風向の測定結果、図 4.11 に風速の高度分布を示す。

図 4.10 の風向観測より、打ち上げ直前の風向は真東を基準とすると南南東 (-74°) の方角に吹いていることが計測された。

風速の高度分布は図 5.11 測定の結果より、ベキ指数が $1/4.0$ と計算された。

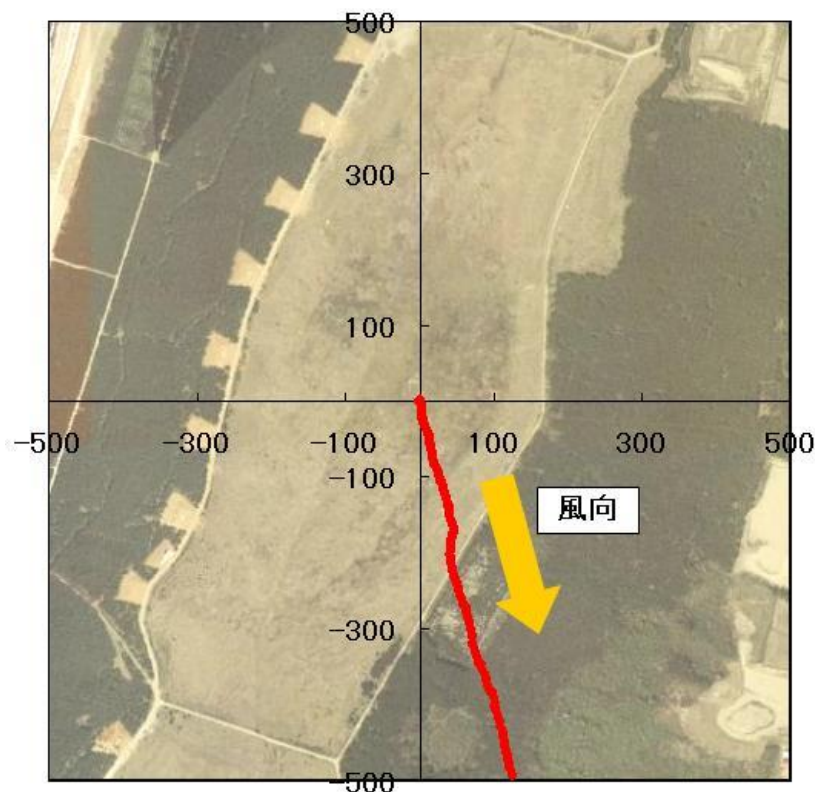


図 4.11 光学観測による風向の測定

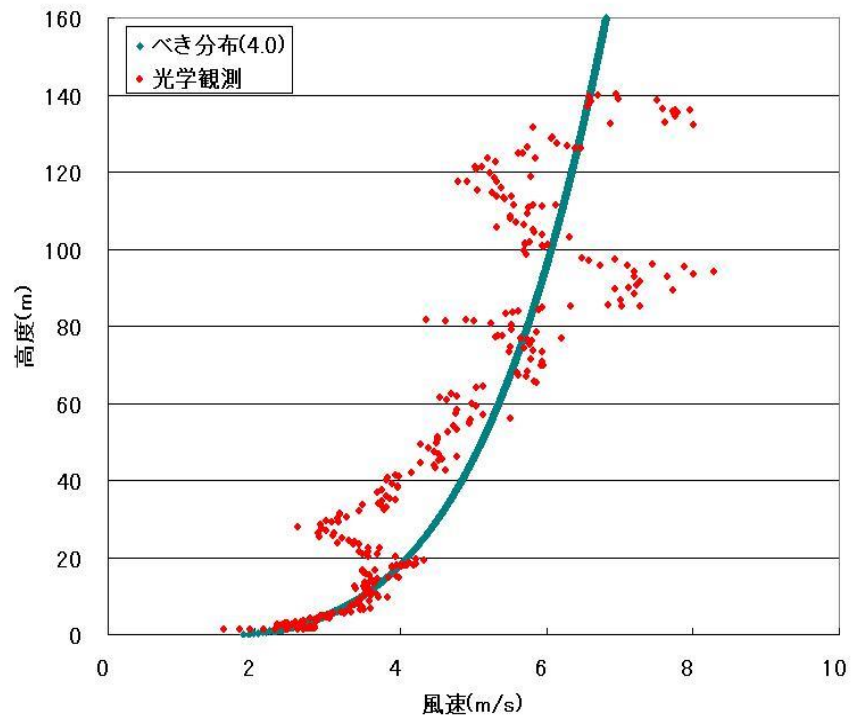


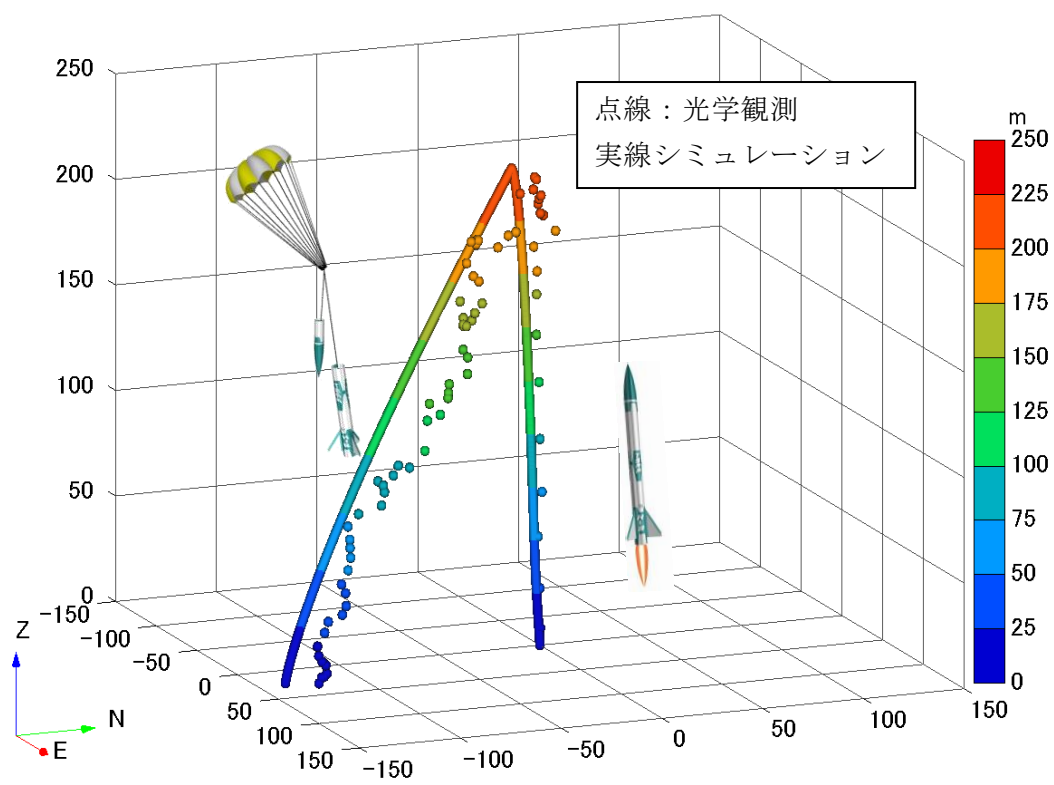
図 4.12 風速の高度分布

4.5.2 飛翔経路の比較

前項で得られた環境データを基にして飛翔シミュレーションを行い、光学観測の計測値および気圧高度計の計測値と比較した。図 4.12 に高度の時間変化の比較を、図 4.13~4.16 に 3 次元飛翔経路の比較を示す。

飛翔経路の全体的な傾向としては光学観測により計測値と飛翔シミュレーションによる値は近い傾向を示すことが確認された。また着地地点も飛翔シミュレーションで発射地点から 150m、光学観測による測量データによると 145m と全体の距離に対して 3%程度の誤差で一致する。

この結果と前節の加速度計・ジャイロによる計測データと合わせて、3 次元飛翔計算も可能であることが示された。



図

4.13 3次元飛行経路の比較

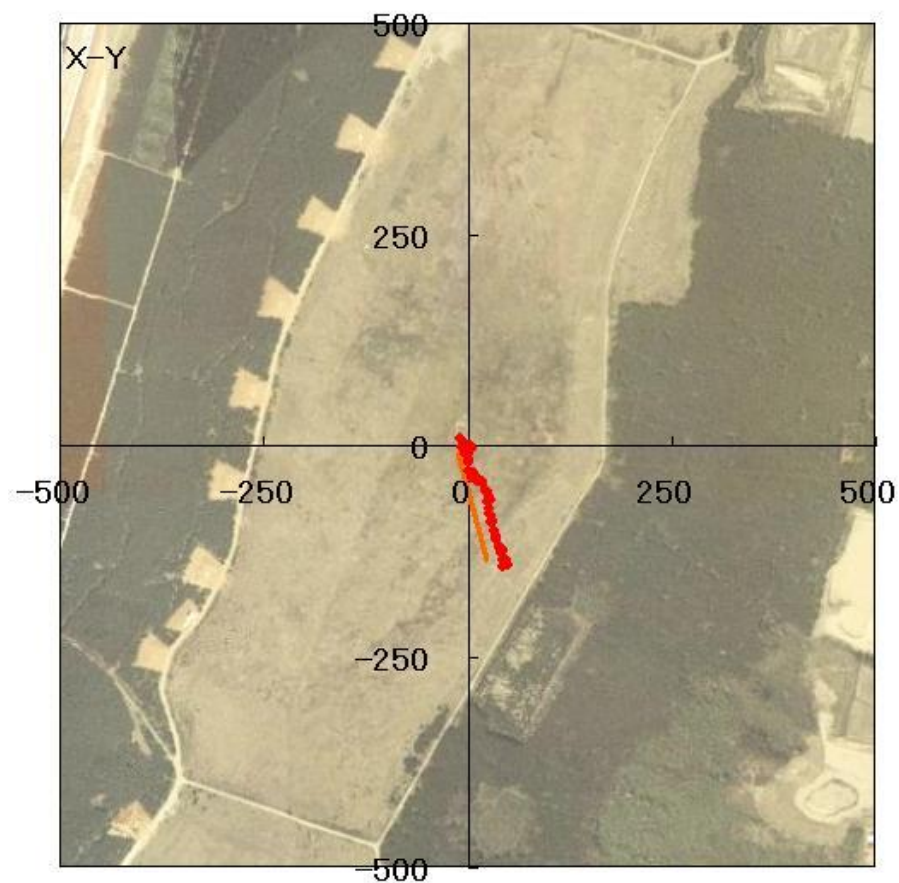


図 4.14 平面飛行経路の比較(X-Y)

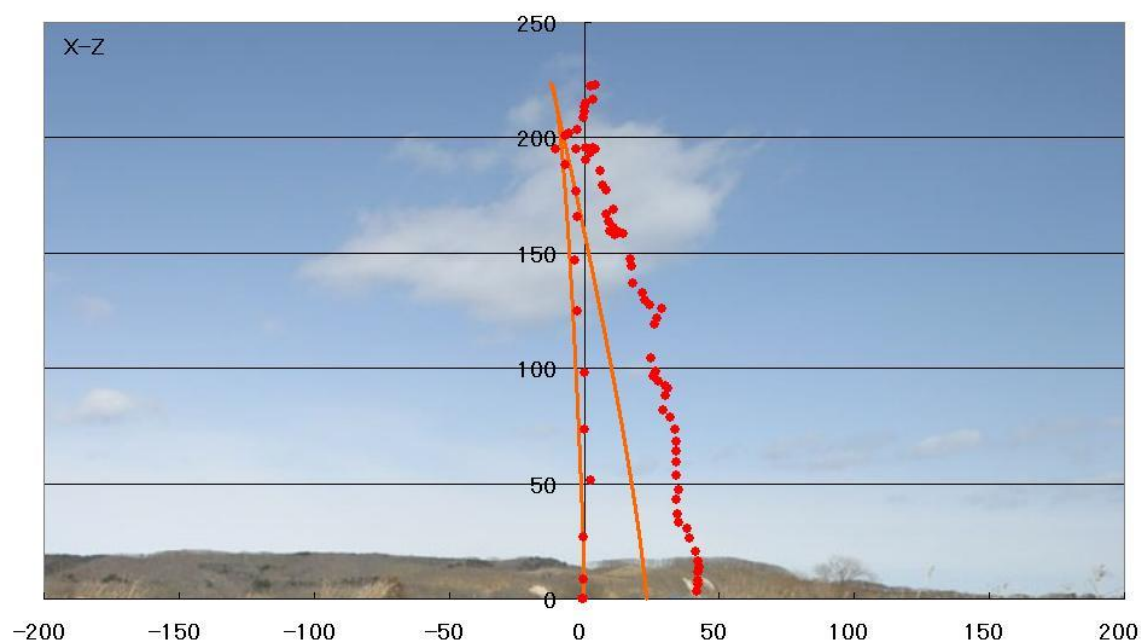


図 4.15 飛翔経路の比較(X-Z)

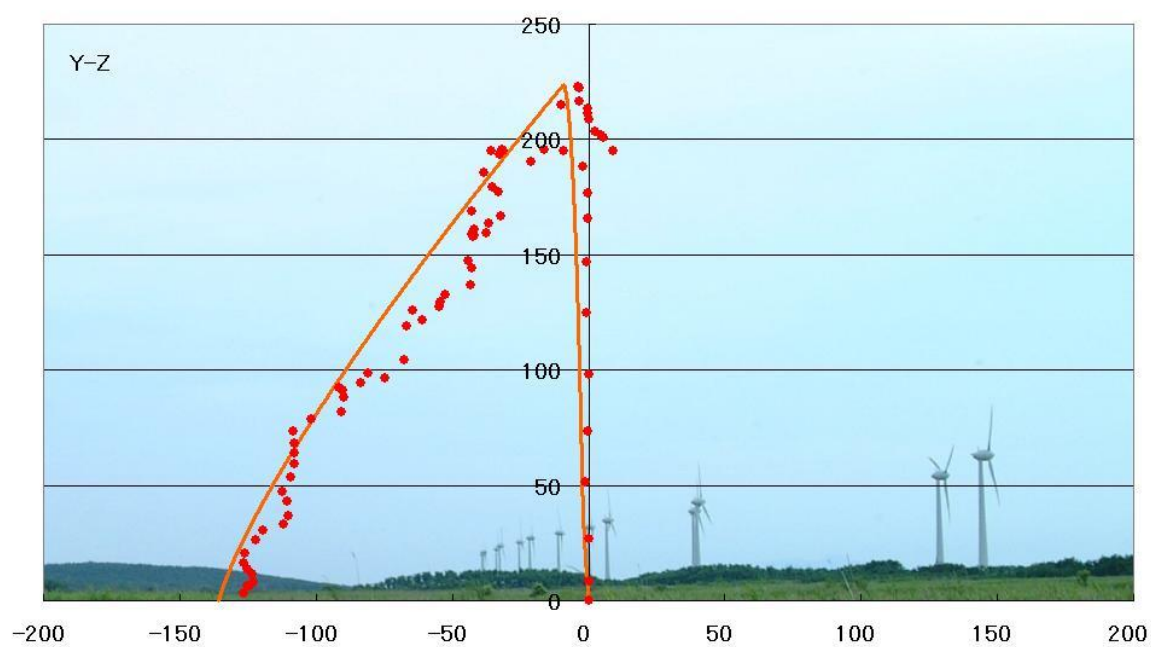


図 4.16 飛翔経路の比較(Y-Z)

4.6 結論

本研究は小型ハイブリットロケットに関して風による飛翔経路の変化などの特性を解析し、飛翔シミュレーションを行うための計算方法をまとめ、風速に応じた着地予想範囲を算出することを目的とした。

飛翔シミュレーションと実際の打ち上げ実験で得られた計測地との比較により風速に対しては $\pm 1\text{m/s}$ 、飛翔距離に対しては5%程度の冗長性を持たせることにより、3次元飛翔計算が可能であることを示した。

またこの計算方法を元に図 6.1 に示すような風速に応じた着地範囲の作成が可能となった。この図は秋田県能代市の実験場で第3章に示した機体を図中の赤い矢印の方向(南南西)に打ち上げた際の着地範囲予想図である。この図から分かるように風速 4m/s までの着地範囲は緑色の線で囲まれた能代の実験場における保安距離の中に十分に納まる。しかし風速 6m/s の時には緑色の線を越えるため、この実験場での打ち上げ実験は風速 4m/s 以下のときに行うことが望ましいといえる。

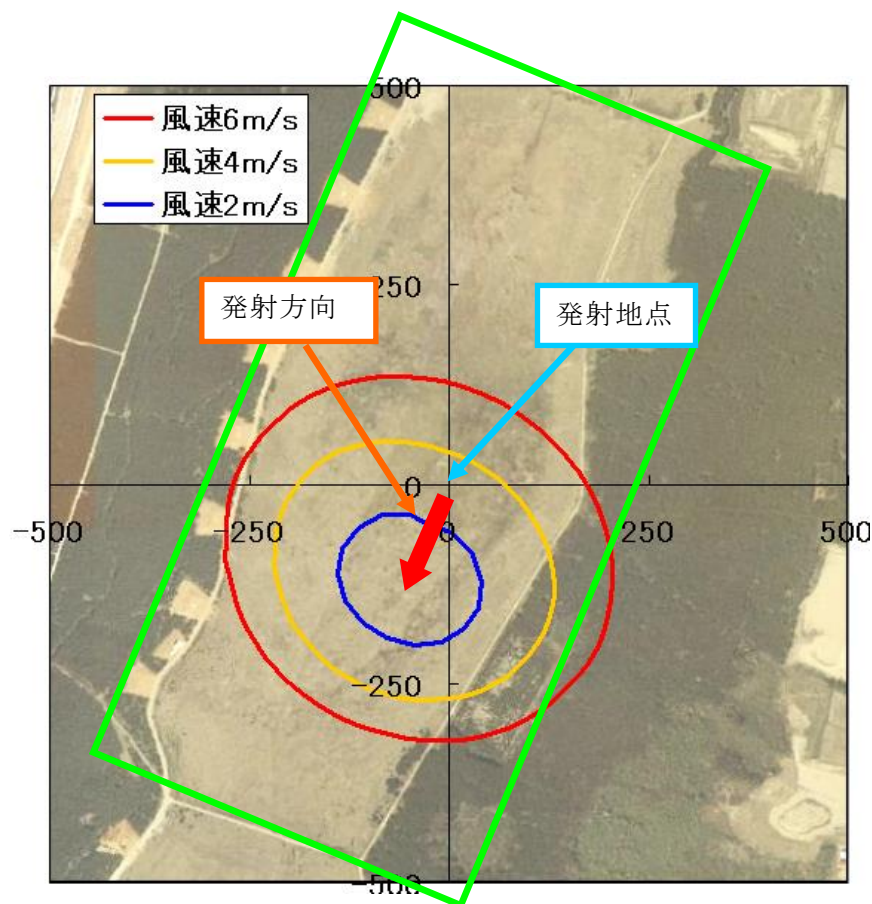


図 4.16 着地範囲の作成例

付録 空力要素の算出方法

空気力とモーメントに関する安定微係数

機体を持つベクトル速度、角速度およびそれらの時間微分に対する力、モーメントの変化率を安定微係数と総称する。

第2章で定義した機体座標系を用いて機体が空気中を飛翔する際に速度を(V_{ax}, V_{ay}, V_{az})、角速度は($\omega_x, \omega_y, \omega_z$)とするこのとき、機体に働く空気力とモーメントを抗力 D について代表して書くと。

$$D = D(V_{ax}, V_{ay}, V_{az}, \omega_x, \omega_y, \omega_z) \quad (\text{A.1})$$

となり、このヒステリシスによって X が変数の2価関数となることがなければ、テイラー級数に展開し、初期状態($V_{ax0}, V_{ay0}, V_{az0}, \omega_{x0}, \omega_{y0}, \omega_{z0}$)からのわずかな変化として、変化量の1次の項のみを見ると、

$$D = D_0 + \frac{\partial D}{\partial V_{ax}} \delta V_{ax} + \frac{\partial D}{\partial V_{ay}} \delta V_{ay} + \frac{\partial D}{\partial V_{az}} \delta V_{az} + \frac{\partial D}{\partial \omega_x} \delta \omega_x + \frac{\partial D}{\partial \omega_y} \delta \omega_y + \frac{\partial D}{\partial \omega_z} \delta \omega_z \quad (\text{A.2})$$

となる。ここで微係数は初期状態での値である。
次に無次元化したこれらの係数を次のように定義する。まず

基準長： λ
基準面積： S_R
主流動圧： q_0

とおく、力の係数は

$$C_D = \frac{D}{q_0 S_R} \quad C_Y = \frac{Y}{q_0 S_R} \quad C_N = \frac{N}{q_0 S_R} \quad (\text{A.3})$$

となり、同様にモーメント係数はモーメントを l, m, n とおくと、

$$C_l = \frac{l}{q_0 S_R \lambda} \quad C_m = \frac{m}{q_0 S_R \lambda} \quad C_n = \frac{n}{q_0 S_R \lambda} \quad (\text{A.4})$$

と定義されることになる。

これらの微係数(安定微係数)は次のような無次元量に関してとられるのが普通である。
つまり速度(V_{ax} , V_{ay} , V_{az})の無次元量は対気速度の合計である V_a で割り、

$$\frac{V_{ax}}{V_a} = \gamma \quad \frac{V_{ay}}{V_a} = \beta \quad \frac{V_{az}}{V_a} = \alpha \quad (\text{A.5})$$

であり V_{ay} , V_{az} の無次元量はそれぞれ横滑り角、迎角である。
角速度の無次元量は

$$\frac{\omega_x \lambda}{2V_a} \quad \frac{\omega_y \lambda}{2V_a} \quad \frac{\omega_z \lambda}{2V_a} \quad (\text{A.6})$$

これらの無次元量を用いて安定微係数を定義すると次のようになる。

静安定微係数

$$\begin{aligned} C_{D\gamma} &= \frac{\partial C_D}{\partial \gamma} & C_{D\alpha} &= \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} & C_{x\beta} &= \frac{\partial C_D}{\partial \beta} \\ C_{Y\gamma} &= \frac{\partial C_Y}{\partial \gamma} & C_{Y\alpha} &= \frac{\partial C_Y}{\partial \alpha} & C_{Y\beta} &= \frac{\partial C_Y}{\partial \beta} \\ C_{N\gamma} &= \frac{\partial C_N}{\partial \gamma} & C_{N\alpha} &= \frac{\partial C_N}{\partial \alpha} & C_{N\beta} &= \frac{\partial C_N}{\partial \beta} \\ C_{l\gamma} &= \frac{\partial C_l}{\partial \gamma} & C_{l\alpha} &= \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} & C_{l\beta} &= \frac{\partial C_l}{\partial \beta} \\ C_{m\gamma} &= \frac{\partial C_m}{\partial \gamma} & C_{m\alpha} &= \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} & C_{m\beta} &= \frac{\partial C_m}{\partial \beta} \\ C_{n\gamma} &= \frac{\partial C_n}{\partial \gamma} & C_{n\alpha} &= \frac{\partial C_n}{\partial \alpha} & C_{n\beta} &= \frac{\partial C_n}{\partial \beta} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

動安定微係数

$$\begin{aligned}
C_{Dp} &= \frac{\partial C_D}{\partial(p\lambda/2V_a)} & C_{Dq} &= \frac{\partial C_D}{\partial(q\lambda/2V_a)} & C_{Dr} &= \frac{\partial C_D}{\partial(r\lambda/2V_a)} \\
C_{Yp} &= \frac{\partial C_Y}{\partial(p\lambda/2V_a)} & C_{Yq} &= \frac{\partial C_Y}{\partial(q\lambda/2V_a)} & C_{Yr} &= \frac{\partial C_Y}{\partial(r\lambda/2V_a)} \\
C_{Np} &= \frac{\partial C_N}{\partial(p\lambda/2V_a)} & C_{Nq} &= \frac{\partial C_N}{\partial(q\lambda/2V_a)} & C_{Nr} &= \frac{\partial C_N}{\partial(r\lambda/2V_a)} \\
C_{lp} &= \frac{\partial C_l}{\partial(p\lambda/2V_a)} & C_{lq} &= \frac{\partial C_l}{\partial(q\lambda/2V_a)} & C_{lr} &= \frac{\partial C_l}{\partial(r\lambda/2V_a)} \\
C_{mp} &= \frac{\partial C_m}{\partial(p\lambda/2V_a)} & C_{mq} &= \frac{\partial C_m}{\partial(q\lambda/2V_a)} & C_{mr} &= \frac{\partial C_m}{\partial(r\lambda/2V_a)} \\
C_{np} &= \frac{\partial C_n}{\partial(p\lambda/2V_a)} & C_{nq} &= \frac{\partial C_n}{\partial(q\lambda/2V_a)} & C_{nr} &= \frac{\partial C_n}{\partial(r\lambda/2V_a)}
\end{aligned} \tag{A.8}$$

と定義される。

これらの安定微係数は機体の形状が軸回転対称体であるときや、迎角(横滑り角)が小さい場合においてはいくつかを無視することができる。実際計算に反映させるものは以下の微係数に絞り込むことができ、それぞれに次のような名称が使われる。

C_D : 抗力係数

$C_{N\alpha}$: 法線力係数

$C_{Y\beta}$: 横力係数

C_{ma} : 縦揺れモーメント係数

$C_{n\beta}$: 横揺れモーメント係数

C_{mq} : 縦揺れ減衰モーメント係数

C_{nr} : 横揺れ減衰モーメント係数

C_{lp} : 偏揺れ減衰モーメント係数

これらの安定微係数を求める方法として本研究では風洞試験による空力パラメータの測定と、細長体理論(slender body Theory)を用いた計算を試みた。

細長体理論(slender body Theory)

細長体理論とはロケットのように外形が細長くアスペクト比の小さい飛翔体に対する空気の流れの理論で、以下の条件に合う単純な形状の機体であれば実験で得られる安定微係数に近い計算値を得ることができる。

- ・ 迎角が小さいこと($\pm 10^\circ$ 以内)
- ・ 機体速度が音速以下
- ・ 気流が急激に変化しないこと
- ・ 直径に対して機体の長さが十分に長いこと
- ・ 機体の表面形状の変化が滑らかであること
- ・ 軸回転対称体であること
- ・ フィンが薄くて平坦であること

この理論を応用したロケット飛翔体の安定微係数の計算方法は過去にいくつかの方法が考えられており本研究ではその中でも比較的良好に用いられている Barrowman 法と apparent mass 法と呼ばれる計算方法を参考にした。

Barrowman 法

これは機体を各部品に分けて、それぞれにかかる圧力、圧力中心位置をより計算しそれらを合わせることによって圧力中心位置を推算する方法。

apparent mass 法

これは細長体理論にもとづき、それぞれの運動について物体まわりのポテンシャルを求め、ベルヌイの定理より圧力を求め、これを積分して力を求めるという直接的な方法によって求める。この手法は機体が円錐、円柱に三角翼が付いたもののような単純な形状のものに対して成り立つ。

Barrowman 法は断面形状の変化を持つ機体や、形状の変化をもつ尾翼(台形翼や後退翼)についての計算に付いてよくまとめられており、機体の垂直方向への静安定微係数の推算には非常に有効である。しかし動安定微係数の計算方法についてはあまり論じられていない。

反対に apparent mass 法は機体の静安定微係数と動安定微係数の両方について論じられている。しかし方法の紹介にあるように尾翼形状の変化が計算式上にはあらわれず、台形翼等を有する機体の安定微係数の計算において実験値とかけ離れてしまう可能性がある。

そこで本研究では静安定微係数の計算は Barrowman 法を参考にして行い、そこで得られた静安定微係数を apparent mass 法に代入することによって動安定微係数の推算を行い、尾翼が形状変化を持つ機体についての動安定微係数を行った。

機体の静安定微係数の計算

$C_{N\alpha} \cdot C_{Y\beta}$ (法線力係数・横力係数)

機体の z_b 軸方向に働く力を無次元化したもので、機体の頭部や尾翼など効果によるものが主となる。また機体は軸対称に作られているため $C_{Y\beta}$ (横力係数)も法線力係数と同じ値を与えることが多い。しかしフィンの枚数が 3 枚の場合などの局所的に軸対称性が保たれない場合では y_b 軸、 z_b 軸方向に働く圧力が多少違う。この場合の補正計算についてもこの項で紹介する。

圧力中心の推定法

飛行中の機体には各部分に空気の圧力がかかっている。その圧力は部品の形状により作用点が異なってくる。圧力が加わる作用点を重量が加わる点を総合し重心として考えるように、圧力の中心点として考えこれを圧力中心と呼ぶ。

圧力中心も法線力と同様に機体を各部品に分けて、それぞれの圧力中心位置を求める。そして各部品の法線力係数と、圧力中止位置の比から機体全体での圧力中心位置を得られる。この圧力中心と重心の位置から、縦・横揺れモーメント係数を求めることができる。

(1)頭部の効果

ロケット飛行体の頭部は空気抵抗を低減させるために先端を尖らせた形状のものがよく用いられる。細長体理論によれば、亜音速、遷音速における頭部法線力は胴体断面積を基準にして

$$C_N = \frac{N}{q_0 S_R} = 2\alpha \quad (\text{A.9})$$

で与えられる。一般にこの式は亜音速において計測値と良くあう。しかし超音速領域においては過小評価する傾向があるため、風洞試験結果を用いて修正することが望ましい。これより、機体頭部の法線力係数は、

$$C_{Nn\alpha} = \frac{\partial C_N}{\partial \alpha} = 2 \quad (\text{A.10})$$

で与えられる。

頭部の圧力中心位置

頭部の先端から圧力中心までの位置はその体積から求めることができ、

$$X_{CPN} = 1 - \frac{Vol_N}{S_R l_N} \quad (A.11)$$

ここで Vol_N 長さ l_N は頭部の体積とする。

例として機体の頭部によく用いられる Tangent ogive 型の頭部の圧力中心計算方法を示す。Tangent ogive の体積は以下の長細比 K

$$K = \frac{l_N}{r_B} \quad (A.12)$$

を用いると

$$Vol_N = \left[\frac{8K^2}{3} + \frac{(4K^2 - 1)^2}{4} - \frac{(4K^2 - 1)(4K^2 + 1)^2}{16K} \sin^{-1} \left(\frac{4K}{4K^2 + 1} \right) \right] / S_R l_N \quad (A.13)$$

$$X_{CPN} = 1 - \left[\frac{8K^2}{3} + \frac{(4K^2 - 1)^2}{4} - \frac{(4K^2 - 1)(4K^2 + 1)^2}{16K} \sin^{-1} \left(\frac{4K}{4K^2 + 1} \right) \right]$$

となる。円錐、放物線状の頭部に関しても同様に体積を計算することで圧力中心位置を求めることができる。

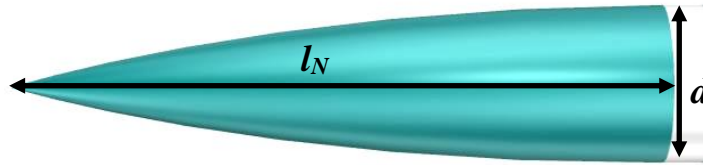


図 A.1 ogive 型頭部の形状

(2)断面積変化部の効果

機体の胴体部に断面積が変化する部分があれば、その場所に頭部のときと同様に法線力が発生する。本研究で実験に使用している機体にはここで取り上げるような断面積変化部分はないが、機体の底部を絞り、ボートテール型にすることによって空気抵抗の減少を狙うことができるので、参考のために記述する。

法線力係数

断面の変化量を取り、機体の直径を d 、断面積変化が始まる場所の直径を d_1 、断面積変化が終わる場所の直径を d_2 とすると、

$$C_{N\alpha} = 2 \left[\left(\frac{d_2}{d} \right)^2 - \left(\frac{d_1}{d} \right)^2 \right] \quad (\text{A.14})$$

と与えられる。断面積が減少する場合も同様に計算される。この式で $d_2=d$, $d_1=0$ とすると、円錐状の頭部と同じ法線力の式となる。

圧力中心位置

伝面積変化部の圧力中心位置も頭部と同様に体積から圧力中心を計算することができる。圧力中心位置は機体の中で断面積変化が始まる場所(X_s)を加えて、以下の式で表すことができる。

$$X_{CPS} = X_s + \frac{l_s}{3} \left[1 + \frac{1 - (d_1/d_2)}{1 - (d_1/d_2)^2} \right] \quad (\text{A.15})$$

(3) 尾翼による効果

複数枚の尾翼の効果による法線力を求めるためには、まず尾翼一枚ずつに働く法線力を求める。まず平坦な板の法線力係数は尾翼の形状より以下の式で与えられる。

$$C_{N_{afin1}} = \frac{8(s/d)^2}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2L}{a+b}\right)^2}} \quad (\text{A.16})$$

尾翼全体の法線力係数を求めるためには尾翼の枚数と、y 軸、z 軸に対する尾翼の角度が重要になる。

はじめに図 1 のように z_b 軸に対して軸線上に 2 枚、垂直に 2 枚、合計 4 枚の尾翼を持つ機体について考えてみる。このとき z_b 軸方向の空気流れに対して法線力を発生させる尾翼は、厚みが小さいとすると z_b 軸に対して垂直に取り付けられている 2 枚になる。

そのため尾翼全体の法線力係数の合計は

$$C_{N_{afin}} = 2 \times C_{N_{afin1}} = \frac{16(s/d)^2}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2L}{a+b}\right)^2}} \quad (\text{A.17})$$

と求めることができる。この場合は y 軸方向への尾翼の効果も等しくなるため、

$$C_{N\alpha} = C_{Y\beta} \quad (\text{A.18})$$

とおくことができる。

次に尾翼を 3 枚持つ機体の法線力係数について考える。 z_b 軸上に 1 枚の尾翼を持ち、おのおのが 120° の間隔を持ち取り付けられている尾翼について考える。 z 軸方向へと空気の流れがあるときは z 軸に対して 60° の角度を持つ 2 枚の尾翼に力が働く。この場合法線力は z 軸方向に働く力と考えることができるので、

$$C_{N_{afin}} = 2 \times C_{N_{afin1}} \times \cos 30^\circ = \frac{8\sqrt{3}(s/d)^2}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2L}{a+b}\right)}} \quad (\text{A.19})$$

と求まる。この場合は y 軸方向に働く横力は以下の式で求めることができる。

$$C_{Y_{\beta fin}} = C_{N_{afin1}} (1 + \sin 30^\circ) = \frac{12(s/d)^2}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2L}{a+b}\right)}} \quad (\text{A.20})$$

胴体による干渉

尾翼には胴体が存在するために局所的に吹き上げによって法線力が発生する。この胴体の存在によって作られる尾翼の局所的迎角を

$$\alpha_B = \alpha(R^2 / N^2) \quad (\text{A.21})$$

であるとして、翼面をうず線にわけて線形理論で計算すると、

$$K_W = 1 + \frac{R}{S + R} \quad (\text{A.22})$$

がえられる。 K_W を干渉係数と呼び、機体の尾翼部の法線力係数はこの干渉力係数を導入することにより、

$$C_{N_{afB}} = C_{N_{afin}} \cdot K_W \quad (\text{A.23})$$

と求めることができる。

尾翼部の圧力中心位置

尾翼部の圧力中心位置は尾翼の先端からの圧力中心位置を求め、それに機体先端から尾翼先端までの距離を足し合わせることで求めることができる。尾翼の形状、取り付け部が全て同一であれば、1枚の尾翼の圧力中心を求めれば尾翼部全ての圧力中心位置としてもかまわない。

尾翼の圧力中心位置を求めるためにはまず平均翼弦長を求め、その25%コードを求め、尾翼が後退翼になっている場合はその移動距離を合わせて、圧力中心位置を求めることができる。

平均翼弦長は以下の式で与えられる。

$$C_{MA} = \frac{2}{3} \left(a + b - \frac{ab}{a+b} \right) \quad (\text{A.24})$$

また後退翼の場合の移動距離は

$$d_{MA} = \frac{m(a+2b)}{3(a+b)} \quad (\text{A.25})$$

と表せる。以上の式より、尾翼部の圧力中心位置は

$$X_{CPF} = X_F + d_{MA} + \frac{1}{4} C_{MA} \quad (\text{A.26})$$

と求めることができる。

$C_{m\alpha} \cdot C_{n\beta}$, 縦揺れ(横揺れ)モーメント係数

縦揺れモーメント係数は迎角に対する（横揺れモーメント係数は横滑り角に対する）静安定性を表し、前項で求めた法線(横)力係数から推算することができる。

apparent mass 法より、軸対称の機体の法線力係数は以下の式であらわることができる。

$$C_{N\alpha} = 2A_{22} \quad (\text{A.29})$$

ここで A_{22} は機体の形状から求まる見かけの重さ(apparent mass)を無次元化した慣性係数である。縦揺れモーメント係数は慣性係数を重心位置から圧力中心位置まで積分し、基準長で割ることによって得ることができる。よって

$$C_{m\alpha} = 2A_{22} \left[\frac{(l_{CP} - l_{CG})}{\lambda} \right] \quad (\text{A.30})$$

となり、Barrowman 法で求めた法線力係数より縦揺れモーメント係数を求めることができる。同様に横力係数より、横揺れモーメント係数を計算することも可能である。

 $C_{mq} \cdot C_{nr}$: 縦(横)揺れ減衰モーメント係数

縦(横)ゆれ減衰モーメント係数は機体が角速度を持つときに現れる制動力であり、縦(横)揺れを減衰させる。apparent mass 法より C_{mq} は法線力係数に重心から圧力中心までの距離を乗して無次元化することにより得ることができる。

$$C_{mq} = -4A_{22} \left[\frac{(l_{CP} - l_{CG})}{\lambda} \right]^2 \quad (\text{A.31})$$

式(A.31)を頭部、尾翼の法線力と圧力中心位置にあてはめ、各部分ごとに計算することにより減衰モーメント係数は求まる。

参考文献

- | | | | | |
|------|-----------------------|---|----------------------|------|
| 【1】 | 玉本章夫 | 飛しょう体の空気力学 | 東京大学出版会 | 1974 |
| 【2】 | 重原正道、
木田隆 | 宇宙工学入門 | 培風館 | 1998 |
| 【3】 | 加藤寛一郎 | スペースプレーン | 東京大学出版会 | 1989 |
| 【4】 | 久下洋一 | 手作りロケット完全マニュアル | 誠文堂新光社 | 2000 |
| 【5】 | 塩谷正雄 | 強風の性質 | 開発社 | 1979 |
| 【6】 | NIELSEN | Missile Aerodynamics | McGRAW-HILL | 1960 |
| 【7】 | 戸川隼人、
石黒登美子 | 地上付近の横風の影響による
小型ロケットの方位角変化 | 航空宇宙技術研究資料
TM-90 | 1966 |
| 【8】 | 戸川隼人、
石黒登美子 | スピンを伴うロケットの運動を
計算するプログラム | 航空宇宙技術研究資料
TM-145 | 1968 |
| 【9】 | 山田功、
木田隆 | クォータニオンとオイラー角による
キネマティクス表現の比較 | 航空宇宙技術研究資料
TM-636 | 1991 |
| 【10】 | 谷脇滋宗 | 宇宙機の姿勢運動の定式化 | 宇宙航空研究開発機構
研究資料 | 2004 |
| 【11】 | James S.
Barrowman | The theoretical prediction of
the Center of pressure | NARAM-8 | 1966 |