

БГУИР

Кафедра ЭВМ

Отчет по лабораторной работе № 4

Тема: «Методы процедуры принятия решений при многих критериях»

Вариант 1 – Способ 2

Выполнил:

Проверил:

Минск 2024

1 ЦЕЛИ РАБОТЫ

- изучение методов и процедур многокритериального выбора альтернатив;
- изучение применения методов многокритериального выбора альтернатив для анализа и выбора управленческих решений.

2 ЗАДАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Вариант Б.1

Предприятие - производитель изделий бытовой электроники выбирает торговую фирму для заключения с ней договора о распространении своей продукции. Имеется шесть торговых фирм, о которых известно следующее.

Фирма	ТФ1	ТФ2	ТФ3	ТФ4	ТФ5	ТФ6
Опыт работы с данной продукцией, лет	5	2	6	5	7	4
Уровень развития торговой сети	развитая	развита я	развит ая	средняя	средняя (немного хуже, чем у ТФ4)	средняя (немного лучше, чем у ТФ4 и ТФ5)
Репутация	сомнитель ная	хорошая	средняя я	хорошая	средняя	хорошая

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, основной критерий - репутация, менее важный - опыт работы, еще менее важный – уровень развития торговой сети.

По мнению второго эксперта, основной критерий - репутация, менее важный – уровень развития торговой сети, еще менее важный – опыт работы.

- второй способ:

а) по виду имеющихся экспертных суждений о важности критериев выбрать метод экспертного анализа, который следует использовать для определения весов критериев: метод предпочтений или метод ранга. Используя выбранный метод экспертного анализа, вычислить веса критериев;

б) выполнить ранжирование альтернатив на основе модифицированного алгоритма Кемени-Снелла. По результатам ранжирования отобрать три лучшие альтернативы;

в) выполнить анализ трех отобранных альтернатив по методу ЭЛЕКТРА. Для приведения оценок к безразмерному виду использовать алгоритм, применяемый в методике экспресс-анализа альтернатив. Изменяя пороговые значения индексов согласия и несогласия, выбрать: одну лучшую альтернативу.

3 ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

А) Найдем веса критериев. В данной задаче важность критериев оценивается несколькими (двумя) экспертами. Поэтому для определения весов необходимо применить один из коллективных методов экспертных оценок. Пусть эксперты согласны представить свои суждения в виде балльных оценок. В этом случае можно воспользоваться методом ранга. Предположим, что от экспертов получена матрица оценок, приведенная в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Экспертные оценки важности критериев

	K1	K2	K3
1-й эксперт	8	6	10
2-й эксперт	6	8	10

Выполнив обработку экспертных оценок по методу ранга, получим веса критериев: $V_1=0,29$; $V_2=0,29$; $V_3=0,42$.

Б) Прежде чем приступать к выбору решения с использованием данного алгоритма (как и любого другого метода), следует отобрать множество Парето, т.е. множество перспективных альтернатив. Выполнив попарное сравнение альтернатив, получим, что во множество Парето входят ТФ2, ТФ3, ТФ4, ТФ5 и ТФ6.

1 С помощью одного из методов экспертных оценок находятся веса критериев, представляющие собой числовые оценки их важности.

В данном случае имеется только одно суждение о важности критериев. Поэтому следует применить один из индивидуальных методов экспертных оценок. Воспользуемся методом Саати. Обозначим критерии: K1 – опыт работы с данной продукцией, K2 – уровень развития торовой сети, K3 – репутация. Выполним попарное сравнение критериев, как показано в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Оценка критериев по методу Саати

	K1	K2	K3
K1	1	4	1/4
K2	1/4	1	1/7
K3	4	7	1

Выполнив обработку матрицы парных сравнений по методу Саати, найдем веса критериев: $V_1 = 0,23$; $V_2 = 0,01$; $V_3 = 0,69$.

2 Выполняется ранжирование альтернатив по каждому из критериев. При этом лучшая альтернатива по данному критерию получает оценку (ранг) 1, следующая за ней – оценку 2, и т.д. Если альтернативы по данному критерию одинаковы, то они получают *одинаковые* оценки. Результаты ранжирования сводятся в матрицу. Для данной задачи матрица ранжирований приведена в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Матрица ранжирований

	ТФ2	ТФ3	ТФ4	ТФ5	ТФ6
К1	5	2	3	1	4
К2	1	1	3	4	2
К3	1	2	1	2	1

3 На основе ранжирования альтернатив по каждому из критериев составляется матрица парных сравнений. Всего составляется M таких матриц, где M - количество критериев.

Примечание – Матрицы парных сравнений альтернатив по критериям могут быть составлены и непосредственно на основе данных об альтернативах. В этом случае ранжирование альтернатив по критериям (шаг 2) не требуется. Однако при программной реализации данного алгоритма удобнее вводить матрицу ранжирований, так как при этом от человека (эксперта или ЛПР) требуется значительно меньший объем информации, чем при попарном сравнении всех альтернатив по каждому из критериев.

Для рассматриваемой задачи матрицы парных сравнений по критериям К1-К3 приведены в таблицах 3.4 – 3.6.

Таблица 3.4 – Парные сравнения по критерию К1

ТФ	2	3	4	5	6
2	-	-1	-1	-1	-1
3	1	-	1	-1	1
4	1	-1	-	-1	1
5	1	1	1	-	1
6	1	-1	-1	-1	-

Таблица 3.5 – Парные сравнения по критерию К2

ТФ	2	3	4	5	6
2	-	0	1	1	1
3	0	-	1	1	1
4	-1	-1	-	1	-1
5	-1	-1	-1	-	-1
6	-1	-1	1	1	-

Таблица 3.6 – Парные сравнения по критерию К3

ТФ	2	3	4	5	6
2	-	1	0	1	0
3	-1	-	-1	0	-1
4	0	1	-	1	0
5	-1	0	-1	-	-1
6	0	1	0	1	-

4 Составляется матрица потерь. Размерность матрицы - $N \times N$, где N - количество альтернатив. Элементы матрицы потерь рассчитываются по следующей формуле:

$$R_{jk} = \sum_{i=1}^M V_i \cdot |R_{jk}^i - 1|, \quad j=1, \dots, N, \quad k=1, \dots, N.$$

Матрица потерь для рассматриваемой задачи приведена в таблице 4.17.

Таблица 3.7 – Матрица потерь

ТФ	ТФ2	ТФ3	ТФ4	ТФ5	ТФ6
ТФ2	-	0,47	1,15	0,46	1,15
ТФ3	1,39	-	1,38	1,15	1,38
ТФ4	0,71	0,48	-	0,46	0,71
ТФ5	1,4	0,71	1,4	-	1,4
ТФ6	0,71	0,48	1,15	0,46	-

Приведем примеры расчета некоторых элементов матрицы потерь.

$$R_{23} = V_1 \cdot |R_{12}^1 - 1| + V_2 \cdot |R_{12}^2 - 1| + V_3 \cdot |R_{12}^3 - 1| = 0,23 \cdot |-1 - 1| + 0,01 \cdot |0 - 1| + 0,69 \cdot |1 - 1| = 0,47;$$

$$R_{25} = V_1 \cdot |R_{25}^1 - 1| + V_2 \cdot |R_{25}^2 - 1| + V_3 \cdot |R_{25}^3 - 1| = 0,23 \cdot |-1 - 1| + 0,01 \cdot |1 - 1| + 0,69 \cdot |1 - 1| = 0,46.$$

5 Выполняется предварительное ранжирование альтернатив. Для этого находятся суммы строк матрицы потерь. Смысл этих сумм следующий: сумма j -й строки представляет собой оценку *отставания* j -й альтернативы от *всех остальных* альтернатив.

Альтернатива, которой соответствует *минимальная* сумма, предварительно считается *лучшей*. Строка и столбец этой альтернативы исключаются из матрицы потерь.

Суммирование строк матрицы потерь и исключение альтернатив выполняются до тех пор, пока не будет исключена вся матрица. Чем раньше исключена альтернатива, тем она лучше.

Выполним предварительное ранжирование для рассматриваемой задачи. Найдем суммы строк матрицы потерь:

$$P_2 = 0,47 + 1,15 + 0,46 + 1,15 = 3,23;$$

$$P_3 = 1,39 + 1,38 + 1,15 + 1,38 = 5,3;$$

$$P_4 = 0,71 + 0,48 + 0,46 + 0,71 = 2,36;$$

$$P_5 = 1,4 + 0,71 + 1,4 + 1,4 = 4,91;$$

$$P_6 = 0,71 + 0,48 + 1,15 + 0,46 = 2,8.$$

Предварительно лучшей считается альтернатива Р4. Она исключается из матрицы потерь. Сокращенная матрица потерь приведена в таблице 3.8.

Таблица 3.8 – Первая сокращенная матрица потерь

	ТФ2	ТФ3	ТФ5	ТФ6
ТФ2	-	0,47	0,46	1,15
ТФ3	1,39	-	1,15	1,38
ТФ5	1,4	0,71	-	1,4
ТФ6	0,71	0,48	0,46	-

Суммы строк этой матрицы: $P_2=2,08$; $P_3=3,92$; $P_5=3,51$; $P_6=1,65$. Исключается альтернатива ТФ6. Вторая сокращенная матрица потерь приведена в таблице 3.9.

Таблица 3.9 – Вторая сокращенная матрица потерь

	ТФ2	ТФ3	ТФ5
ТФ2	-	0,47	0,46
ТФ3	1,39	-	1,15
ТФ5	1,4	0,71	-

Суммы строк этой матрицы: $P_2=0,93$; $P_3=2,54$; $P_5=2,11$. Исключается альтернатива ТФ2. Третья сокращенная матрица потерь приведена в таблице 3.10.

Таблица 3.10 – Третья сокращенная матрица потерь

	ТФ3	ТФ5
ТФ3	—	0,46
ТФ5	0,71	—

Суммы строк этой матрицы: $P_3=0,46$; $P_5=0,71$. Лучшая альтернатива (из двух оставшихся) - Р3.

Предварительное ранжирование альтернатив: ТФ4, ТФ6, ТФ2, ТФ3, ТФ5.

6 Выполняется окончательное ранжирование альтернатив. Для этого альтернативы сравниваются попарно, начиная с конца предварительного ранжирования. Если сравниваются j -я и k -я альтернативы (при этом j -я альтернатива в предварительном ранжировании находится выше k -й) и выполняется условие $R_{jk} \leq R_{kj}$ (где R_{jk} и R_{kj} - элементы матрицы потерь), то альтернативы остаются в ранжировании на прежних местах (j -я альтернатива лучше k -й). Если $R_{jk} > R_{kj}$, то альтернативы меняются местами (j -я альтернатива хуже k -й).

Выполним окончательное ранжирование для данной задачи.

Сравниваем ТФ3 и ТФ5. $R_{35}=0,46$; $R_{53}=0,71$. Так как $R_{35}<R_{53}$, альтернативы остаются на своих местах (ТФ3 выше, чем ТФ5).

Сравниваем ТФ2 и ТФ3. $R_{23}=0,47$; $R_{32}=1,39$. Так как $R_{32}>R_{23}$, альтернативы меняются местами: альтернатива ТФ3 признается лучшей, чем ТФ2. Ранжирование теперь имеет следующий вид: ТФ4, ТФ6, ТФ3, ТФ2, ТФ5.

Сравниваем ТФ6 и ТФ3. $R_{63}=0,48$; $R_{36}=1,38$. Так как $R_{36}>R_{63}$, альтернативы меняются местами: альтернатива ТФ3 признается лучшей, чем ТФ6. Ранжирование теперь имеет следующий вид: ТФ4, ТФ3, ТФ6, ТФ2, ТФ5.

Сравниваем ТФ4 и ТФ3. $R_{43}=0,48$; $R_{34}=1,38$. Так как $R_{34}>R_{43}$, альтернативы меняются местами: альтернатива ТФ3 признается лучшей, чем ТФ4. Ранжирование теперь имеет следующий вид: ТФ3, ТФ4, ТФ6, ТФ2, ТФ5.

Таким образом, окончательное ранжирование альтернатив следующее: ТФ3, ТФ4, ТФ6, ТФ2, ТФ5. Лучший вариант действий для фирмы - создание фирмы, обозначенной как ТФ3.

В) Метод Электра предназначен для решения задач, в которых из имеющегося множества альтернатив требуется выбрать заданное количество лучших альтернатив с учетом их оценок по нескольким критериям, а также важности этих критериев.

Принцип работы метода следующий. Для каждой пары альтернатив (A_j и A_k) выдвигается предположение (гипотеза) о том, что альтернатива A_j лучше, чем A_k . Затем для каждой пары альтернатив находятся два индекса: индекс согласия (величина, подтверждающая предположение о превосходстве A_j над A_k) и индекс несогласия (величина, опровергающая это предположение). На основе анализа этих индексов выбирается одна или несколько лучших альтернатив ("ядро" альтернатив).

Выберем множество Парето. Выполнив попарное сравнение альтернатив, получим, что во множество Парето входят все фирмы, кроме ТФ1.

Для удобства записи введем обозначения критериев: опыт работы с данной продукцией - К1, уровень развития торговой сети - К2, репутация - К3. Обозначим также альтернативы ТФ2, ТФ3, ТФ4, ТФ5 и ТФ6 как А1, А2, А3, А4, А5. В таблице 3.11 приведены оценки альтернатив, вошедших во множество Парето.

Таблица 3.11 – Множество Парето

	A1	A2	A3	A4	A5
K1	2	6	5	7	4
K2	развитая	развитая	средняя	средняя (немного хуже, чем у A3)	средняя (немного лучше, чем у A3 и A4)
K3	хорошая	средняя	хорошая	средняя	хорошая

Найдем веса критериев. В данной задаче важность критериев оценивается несколькими (двумя) экспертами. Поэтому для определения весов необходимо применить один из коллективных методов экспертных оценок. Пусть эксперты согласны представить свои суждения в виде балльных оценок. В этом случае можно воспользоваться методом ранга. Данные расчеты были проведены в пункте А.

Выбор лучших альтернатив по методу ЭЛЕКТРА реализуется в следующем порядке.

1 Оценки альтернатив приводятся к безразмерному виду. Безразмерные оценки приведены в таблице 3.12.

Таблица 3.12 – Безразмерные оценки альтернатив

	A1	A2	A3	A4	A5
K1	0,32	0,83	0,66	1	0,49
K2	1	1	0,66	0,49	0,83
K3	1	0,66	1	0,66	1

2 Определяются индексы согласия C_{jk} , $j=1,...,N$, $k=1,...,N$ (где N - количество альтернатив). Индекс согласия отражает степень согласия с предположением о том, что j -я альтернатива лучше k -й. В рассматриваемой реализации метода ЭЛЕКТРА индексы согласия находятся по формуле

$$C_{jk} = \sum_{i \in K^+} V_i, \quad j=1,...,N, k=1,...,N,$$

где V_i - веса критериев;

K^+ - подмножество критериев, по которым j -я альтернатива не хуже k -й.

Индексы согласия для данной задачи приведены в таблице 3.13.

Таблица 3.13 – Матрица индексов согласия

	A1	A2	A3	A4	A5
A1	-	0,7	0,7	0,7	0,7
A2	0,24	-	0,24	0,7	0,24
A3	0,92	0,69	-	0,7	0,92
A4	0,23	0,92	0,24	-	0,23
A5	0,92	0,69	0,7	0,7	-

3 Определяются индексы несогласия D_{jk} , $j=1,...,N$, $k=1,...,N$. Индекс несогласия отражает степень несогласия с предположением о том, что j -я альтернатива лучше k -й. Индексы D_{jk} находятся по формуле:

$$D_{jk} = \max_{i \in K^-} (P_{ik} - P_{ij}), \quad j=1,...,N, k=1,...,N,$$

где P_{ik} , P_{ij} - безразмерные оценки альтернатив (для данного примера они приведены в таблице 4.24);

K^- - подмножество критериев, по которым j -я альтернатива не превосходит k -ю.

Таким образом, индекс несогласия D_{jk} находится как максимальная из разностей оценок по критериям, по которым j -я альтернатива *не лучше* k -й. Чем больше индекс несогласия, тем менее выражено превосходство j -й альтернативы над k -й.

Индексы несогласия для данной задачи приведены в таблице 4.26.

Таблица 3.14 – Матрица индексов несогласия

	A1	A2	A3	A4	A5
A1	-	0,51	0,34	0,68	0,17
A2	0,34	-	0,34	0,27	0,34
A3	0,34	0,34	-	0,34	0,17
A4	0,51	0,51	0,34	-	0,34
A5	0,17	0,34	0,17	0,51	-

4 Для каждой альтернативы находится предельное значение индекса согласия:

$$C_j = \min_k C_{jk}, \quad j=1,...,N.$$

Таким образом, предельное значение индекса согласия для j -й альтернативы находится как *минимальный* элемент j -й строки матрицы индексов согласия. Эта величина отражает степень согласия с предположением о том, что j -я альтернатива имеет превосходство над всеми другими альтернативами.

Для рассматриваемого примера $C_1=0,7$; $C_2=0,24$; $C_3=0,69$; $C_4=0,23$; $C_5=0,69$.

5 Для каждой альтернативы находится предельное значение индекса несогласия:

$$D_j = \max_k D_{jk}, \quad j=1,...,N.$$

Таким образом, предельное значение индекса несогласия для j -й альтернативы находится как *максимальный* элемент j -й строки матрицы индексов несогласия. Эта величина отражает степень несогласия с предположением о превосходстве j -й альтернативы над другими альтернативами.

Для рассматриваемого примера $D_1=0,68$; $D_2=0,34$; $D_3=0,34$; $D_4=0,51$; $D_5=0,51$.

6 Выделяются лучшие альтернативы (“ядро” альтернатив), удовлетворяющие условиям:

$$\begin{aligned} C_j &> C^*, \\ D_j &< D^*, \end{aligned}$$

где C^* , D^* - пороговые значения индексов согласия и несогласия. Эти величины назначаются в зависимости от того, какое количество альтернатив требуется выбрать. Обычно сначала принимаются пороговые значения $C^*=0,5$, $D^*=0,5$; затем они изменяются в соответствии с количеством отбираемых альтернатив. Выбираются альтернативы, удовлетворяющие *обоим* условиям.

Согласно данным условиям подходит лишь фирма обозначенная как ТФ4.