

БГУИР

Кафедра ЭВМ

Отчет по лабораторной работе № 4

Тема: «Методы процедуры принятия решений при многих критериях»

Вариант 5 – Способ 2

Выполнил:

Проверил:

Минск 2024

1 ЦЕЛИ РАБОТЫ

- изучение методов и процедур многокритериального выбора альтернатив;
- изучение применения методов многокритериального выбора альтернатив для анализа и выбора управленческих решений.

2 ЗАДАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Вариант Б.5

Выбирается место для строительства металлургического предприятия. Характеристики мест, предлагаемых для строительства следующие.

Место	M1	M2	M3	M4	M5	M6
Близость к источникам сырья	совсем близко	близко	далеко	совсем близко	близко (немного дальше, чем для M2)	среднее расстояние
Близость к потребителям	далеко	среднее расстояние	близко	очень далеко	далеко	совсем близко
Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед.	2,5	4	3	2	3	3,5

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, наиболее важный критерий - затраты на подготовку к строительству; менее важный - близость к источникам сырья, еще немного менее важный - близость к потребителям.

По мнению второго эксперта, наиболее важный критерий - близость к источникам сырья, немного менее важный - затраты на подготовку к строительству, значительно менее важный - близость к потребителям.

– второй способ:

а) по виду имеющихся экспертных суждений о важности критериев выбрать метод экспертного анализа, который следует использовать для определения весов критериев: метод предпочтений или метод ранга. Используя выбранный метод экспертного анализа, вычислить веса критериев;

б) выполнить ранжирование альтернатив на основе модифицированного алгоритма Кемени-Снелла. По результатам ранжирования отобрать три лучшие альтернативы;

в) выполнить анализ трех отобранных альтернатив по методу ЭЛЕКТРА. Для приведения оценок к безразмерному виду использовать алгоритм, применяемый в методике экспресс-анализа альтернатив. Изменяя

пороговые значения индексов согласия и несогласия, выбрать: одну лучшую альтернативу.

3 ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

А) Найдем веса критериев. В данной задаче важность критериев оценивается несколькими (двумя) экспертами. Поэтому для определения весов необходимо применить один из коллективных методов экспертных оценок. Пусть эксперты согласны представить свои суждения в виде балльных оценок. В этом случае можно воспользоваться методом ранга. Предположим, что от экспертов получена матрица оценок, приведенная в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Экспертные оценки важности критериев

	K1	K2	K3
1-й эксперт	6	4	10
2-й эксперт	2	10	8

Выполнив обработку экспертных оценок по методу ранга, получим веса критериев: $V_1=0,2$; $V_2=0,35$; $V_3=0,45$.

Б) Прежде чем приступать к выбору решения с использованием данного алгоритма (как и любого другого метода), следует отобрать множество Парето, т.е. множество перспективных альтернатив. Выполнив попарное сравнение альтернатив, получим, что во множество Парето вошли альтернативы M1, M2, M3, M4 и M6.

1 С помощью одного из методов экспертных оценок находятся веса критериев, представляющие собой числовые оценки их важности.

В данном случае имеется только одно суждение о важности критериев. Поэтому следует применить один из индивидуальных методов экспертных оценок. Воспользуемся методом Саати. Обозначим критерии: K1 – близость к источникам сырья, K2 – близость к потребителям, K3 – затраты на подготовку к строительству. Выполним попарное сравнение критериев, как показано в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Оценка критериев по методу Саати

	K1	K2	K3
K1	1	3	1/5
K2	1/3	1	1/7
K3	5	7	1

Выполнив обработку матрицы парных сравнений по методу Саати, найдем веса критериев: $V_1 = 0,19$; $V_2 = 0,08$; $V_3 = 0,73$.

2 Выполняется ранжирование альтернатив по каждому из критериев. При этом лучшая альтернатива по данному критерию получает оценку (ранг) 1, следующая за ней – оценку 2, и т.д. Если альтернативы по данному критерию одинаковы, то они получают *одинаковые* оценки. Результаты ранжирования сводятся в матрицу. Для данной задачи матрица ранжирований приведена в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Матрица ранжирований

	M1	M2	M3	M4	M6
K1	1	2	4	1	3
K2	4	3	2	5	1
K3	2	5	3	1	4

3 На основе ранжирования альтернатив по каждому из критериев составляется матрица парных сравнений. Всего составляется M таких матриц, где M - количество критериев.

Для рассматриваемой задачи матрицы парных сравнений по критериям K1-K3 приведены в таблицах 3.4 – 3.6.

Таблица 3.4 – Парные сравнения по критерию K1

M	1	2	3	4	6
1	-	1	1	0	1
2	-1	-	1	-1	1
3	-1	-1	-	-1	1
4	0	1	1	-	1
6	-1	-1	-1	-1	-

Таблица 3.5 – Парные сравнения по критерию K2

M	1	2	3	4	6
1	-	-1	-1	1	-1
2	1	-	-1	1	-1
3	1	1	-	1	-1
4	-1	-1	-1	-	-1
6	1	1	1	1	-

Таблица 3.6 – Парные сравнения по критерию K3

M	1	2	3	4	6
1	-	1	1	-1	1
2	-1	-	-1	-1	-1
3	-1	1	-	-1	1
4	1	1	1	-	1
6	-1	1	-1	-1	-

4 Составляется матрица потерь. Размерность матрицы - $N \times N$, где N - количество альтернатив. Элементы матрицы потерь рассчитываются по следующей формуле:

$$R_{jk} = \sum_{i=1}^M V_i \cdot |R_{jk}^i - 1|, \quad j=1, \dots, N, \quad k=1, \dots, N.$$

Матрица потерь для рассматриваемой задачи приведена в таблице 3.7.

Таблица 3.7 – Матрица потерь

М	М1	М2	М3	М4	М6
М1	-	0,16	0,16	1,65	0,16
М2	1,84	-	1,62	1,84	1,62
М3	1,84	0,38	-	1,84	0,16
М4	0,35	0,16	0,16	-	0,16
М6	1,84	0,38	1,84	1,84	-

Приведем примеры расчета некоторых элементов матрицы потерь.

$$R_{23} = V_1 \cdot |R_{12}^1 - 1| + V_2 \cdot |R_{12}^2 - 1| + V_3 \cdot |R_{12}^3 - 1| = 0,19 * |1 - 1| + 0,08 * |-1 - 1| + 0,73 * |1 - 1| = 0,16;$$

$$R_{25} = V_1 \cdot |R_{25}^1 - 1| + V_2 \cdot |R_{25}^2 - 1| + V_3 \cdot |R_{25}^3 - 1| = 0,19 * |1 - 1| + 0,08 * |-1 - 1| + 0,73 * |-1 - 1| = 1,62.$$

5 Выполняется предварительное ранжирование альтернатив. Для этого находятся суммы строк матрицы потерь. Смысл этих сумм следующий: сумма j -й строки представляет собой оценку *отставания* j -й альтернативы от *всех остальных* альтернатив.

Альтернатива, которой соответствует *минимальная* сумма, предварительно считается *лучшей*. Строка и столбец этой альтернативы исключаются из матрицы потерь.

Суммирование строк матрицы потерь и исключение альтернатив выполняются до тех пор, пока не будет исключена вся матрица. Чем раньше исключена альтернатива, тем она лучше.

Выполним предварительное ранжирование для рассматриваемой задачи. Найдем суммы строк матрицы потерь:

$$P_1 = 0,16 + 0,16 + 1,65 + 0,16 = 2,13;$$

$$P_2 = 1,84 + 1,62 + 1,84 + 1,62 = 6,92;$$

$$P_3 = 1,84 + 0,38 + 1,84 + 0,16 = 4,22;$$

$$P_4 = 0,35 + 0,16 + 0,16 + 0,16 = 0,83;$$

$$P_6 = 1,84 + 0,38 + 1,84 + 1,84 = 5,9.$$

Предварительно лучшей считается альтернатива Р4. Она исключается из матрицы потерь. Сокращенная матрица потерь приведена в таблице 3.8.

Таблица 3.8 – Первая сокращенная матрица потерь

М	М1	М2	М3	М6
М1	-	0,16	0,16	0,16
М2	1,84	-	1,62	1,62
М3	1,84	0,38	-	0,16
М6	1,84	0,38	1,84	-

Суммы строк этой матрицы: $P_1=0,48$; $P_2=5,08$; $P_3=2,38$; $P_6=4,06$. Исключается альтернатива P_1 . Вторая сокращенная матрица потерь приведена в таблице 3.9.

Таблица 3.9 – Вторая сокращенная матрица потерь

М	М2	М3	М6
М2	-	1,62	1,62
М3	0,38	-	0,16
М6	0,38	1,84	-

Суммы строк этой матрицы: $P_2=3,24$; $P_3=0,54$; $P_6=2,22$. Исключается альтернатива P_3 . Третья сокращенная матрица потерь приведена в таблице 3.10.

Таблица 3.10 – Третья сокращенная матрица потерь

М	М2	М6
М2	—	1,62
М6	0,38	—

Суммы строк этой матрицы: $P_2=1,62$; $P_6=0,38$. Лучшая альтернатива (из двух оставшихся) - P_6 .

Предварительное ранжирование альтернатив: М4, М1, М3, М6, М2.

6 Выполняется окончательное ранжирование альтернатив. Для этого альтернативы сравниваются попарно, начиная с конца предварительного ранжирования. Если сравниваются j -я и k -я альтернативы (при этом j -я альтернатива в предварительном ранжировании находится выше k -й) и выполняется условие $R_{jk} \leq R_{kj}$ (где R_{jk} и R_{kj} - элементы матрицы потерь), то альтернативы остаются в ранжировании на прежних местах (j -я альтернатива лучше k -й). Если $R_{jk} > R_{kj}$, то альтернативы меняются местами (j -я альтернатива хуже k -й).

Выполним окончательное ранжирование для данной задачи.

Сравниваем М6 и М2. $R_{62}=0,38$; $R_{26}=1,62$. Так как $R_{62} < R_{26}$, альтернативы остаются на своих местах (М6 выше, чем М2).

Сравниваем М3 и М6. $R_{36}=0,16$; $R_{63}=1,84$. Так как $R_{36} < R_{63}$, альтернативы остаются на своих местах (М3 выше, чем М6).

Сравниваем М1 и М3. $R_{13}=0,16$; $R_{31}=1,84$. Так как $R_{13} < R_{31}$, альтернативы остаются на своих местах (М1 выше, чем М3).

Сравниваем М4 и М1. $R_{41}=0,35$; $R_{14}=1,65$. Так как $R_{41} < R_{14}$, альтернативы остаются на своих местах (М4 выше, чем М1).

Таким образом, окончательное ранжирование альтернатив следующее: М4, М1, М3, М6, М2. Лучший вариант действий для фирмы - создание фирмы, обозначенной как М4.

В) Метод Электра предназначен для решения задач, в которых из имеющегося множества альтернатив требуется выбрать заданное количество лучших альтернатив с учетом их оценок по нескольким критериям, а также важности этих критериев.

Принцип работы метода следующий. Для каждой пары альтернатив (A_j и A_k) выдвигается предположение (гипотеза) о том, что альтернатива A_j лучше, чем A_k . Затем для каждой пары альтернатив находятся два индекса: индекс согласия (величина, подтверждающая предположение о превосходстве A_j над A_k) и индекс несогласия (величина, опровергающая это предположение). На основе анализа этих индексов выбирается одна или несколько лучших альтернатив ("ядро" альтернатив).

Выберем множество Парето. Выполнив попарное сравнение альтернатив, получим, что во множество Парето входят все датчики, кроме ТФ1.

Для удобства записи введем обозначения критериев: опыт работы с данной продукцией - К1, уровень развития торговой сети - К2, репутация - К3. Обозначим также альтернативы М1, М2, М3, М4 И м6 как А1, А2, А3, А4, А5. В таблице 3.11 приведены оценки альтернатив, вошедших во множество Парето.

Таблица 3.11 – Множество Парето

	А1	А2	А3	А4	А5
К1	совсем близко	близко	далеко	совсем близко	среднее расстояние
К2	далеко	среднее расстояние	близко	очень далеко	совсем близко
К3	2,5	4	3	2	3,5

Найдем веса критериев. В данной задаче важность критериев оценивается несколькими (двумя) экспертами. Поэтому для определения весов необходимо применить один из коллективных методов экспертных оценок. Пусть эксперты согласны представить свои суждения в виде балльных оценок. В этом случае можно воспользоваться методом ранга. Данные расчеты были проведены в пункте А.

Выбор лучших альтернатив по методу ЭЛЕКТРА реализуется в следующем порядке.

1 Оценки альтернатив приводятся к безразмерному виду. Безразмерные оценки приведены в таблице 3.12.

Таблица 3.12 – Безразмерные оценки альтернатив

	A1	A2	A3	A4	A5
K1	1	0,82	0,46,	1	0,64
K2	0,46	0,64	0,82	0,28	1
K3	0,82	0,28	0,46	1	0,64

2 Определяются индексы согласия C_{jk} , $j=1,...,N$, $k=1,...,N$ (где N - количество альтернатив). Индекс согласия отражает степень согласия с предположением о том, что j -я альтернатива лучше k -й. В рассматриваемой реализации метода ЭЛЕКТРА индексы согласия находятся по формуле

$$C_{jk} = \sum_{i \in K^+} V_i, \quad j=1,...,N, k=1,...,N,$$

где V_i - веса критериев;

K^+ - подмножество критериев, по которым j -я альтернатива не хуже k -й.

Индексы согласия для данной задачи приведены в таблице 3.13.

Таблица 3.13 – Матрица индексов согласия

	A1	A2	A3	A4	A5
A1	-	0,92	0,92	0,27	0,92
A2	0,08	-	0,19	0,08	0,19
A3	0,08	0,81	-	0,08	0,73
A4	0,92	0,92	0,92	-	0,92
A5	0,08	0,81	0,27	0,08	-

3 Определяются индексы несогласия D_{jk} , $j=1,...,N$, $k=1,...,N$. Индекс несогласия отражает степень несогласия с предположением о том, что j -я альтернатива лучше k -й. Индексы D_{jk} находятся по формуле:

$$D_{jk} = \max_{i \in K^-} (P_{ik} - P_{ij}), \quad j=1,...,N, k=1,...,N,$$

где P_{ik} , P_{ij} - безразмерные оценки альтернатив;

K^- - подмножество критериев, по которым j -я альтернатива не превосходит k -ю.

Таким образом, индекс несогласия D_{jk} находится как максимальная из разностей оценок по критериям, по которым j -я альтернатива *не лучше* k -й. Чем больше индекс несогласия, тем менее выражено превосходство j -й альтернативы над k -й.

Индексы несогласия для данной задачи приведены в таблице 3.14.

Таблица 3.14 – Матрица индексов несогласия

	A1	A2	A3	A4	A5
A1	-	0,18	0,36	0,18	0,54
A2	0,54	-	0,18	0,72	0,36
A3	0,54	0,36	-	0,54	0,18
A4	0,18	0,36	0,54	-	0,72
A5	0,36	0,18	0,18	0,36	-

4 Для каждой альтернативы находится предельное значение индекса согласия:

$$C_j = \min_k C_{jk}, \quad j=1, \dots, N.$$

Таким образом, предельное значение индекса согласия для j -й альтернативы находится как *минимальный* элемент j -й строки матрицы индексов согласия. Эта величина отражает степень согласия с предположением о том, что j -я альтернатива имеет превосходство над всеми другими альтернативами.

Для рассматриваемого примера $C_1=0,27$; $C_2=0,08$; $C_3=0,08$; $C_4=0,92$; $C_5=0,08$.

5 Для каждой альтернативы находится предельное значение индекса несогласия:

$$D_j = \max_k D_{jk}, \quad j=1, \dots, N.$$

Таким образом, предельное значение индекса несогласия для j -й альтернативы находится как *максимальный* элемент j -й строки матрицы индексов несогласия. Эта величина отражает степень несогласия с предположением о превосходстве j -й альтернативы над другими альтернативами.

Для рассматриваемого примера $D_1=0,54$; $D_2=0,72$; $D_3=0,54$; $D_4=0,72$; $D_5=0,36$.

6 Выделяются лучшие альтернативы (“ядро” альтернатив), удовлетворяющие условиям:

$$\begin{aligned} C_j &> C^*, \\ D_j &< D^*, \end{aligned}$$

где C^* , D^* - пороговые значения индексов согласия и несогласия. Эти величины назначаются в зависимости от того, какое количество альтернатив требуется выбрать. Обычно сначала принимаются пороговые значения

$C^*=0,5$, $D^*=0,5$; затем они изменяются в соответствии с количеством отбираемых альтернатив. Выбираются альтернативы, удовлетворяющие *обоим* условиям. В данном случае такие значения не подходят, поэтому выберем пороговые значения $C^*=0,8$ и $D^*=0,8$.

Согласно данным условиям подходит лишь фирма обозначенная как М4.