信号与系统

信息学院 主干基础课

上节课要点回顾

* 抽样信号的主要运算性质
* 阶跃信号的定义及其运算性质
* 冲激信号的定义及其运算性质
* 冲激偶信号的定义及其运算性质

第二讲

第一章　绪论

- §1.4 对奇异信号的进一步认识
- §1.5 信号的分解
- §1.6 正交函数
- §1.7 以完备正交函数集表示信号
- §1.8 相关

试进一步化简： $f(t)=\dfrac{1}{t}\delta(t)$

$\because$ $$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$$

$$t\delta'(t)=0\delta'(t)-\delta(t)=-\delta(t)$$

$\therefore$ $$\frac{1}{t}\delta(t)=-\delta'(t)$$

$\because$ $$f(t)\delta''(t)=f(0)\delta''(t)-2f'(0)\delta'(t)+f''(0)\delta(t)$$

$$t^2\delta''(t)=2\delta(t) \qquad \frac{2}{t^2}\delta(t)=\delta''(t) \qquad \frac{2}{t}\delta'(t)=-\delta''(t)$$

$\therefore$ $$t^n\delta^{(n)}(t)=(-1)^n n!\delta(t) \qquad \frac{1}{t^n}\delta(t)=\frac{(-1)^n}{n!}\delta^{(n)}(t)$$

§1.4 对奇异信号的进一步认识

* 从奇异信号乘积性质 $f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$ 看对信号f(t)的连续性要求

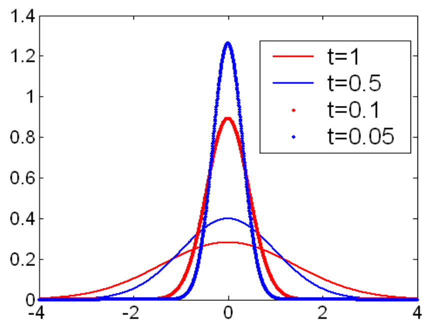
* 关于奇异信号的几种定义方式

$$\delta(t)=\lim_{c\to 0}[\frac{1}{c}e^{-\pi(\frac{t}{c})^2}]=\lim_{a\to 0}[\frac{1}{2a}e^{-\frac{|t|}{a}}]=\lim_{\tau\to 0}[\frac{\tau}{\pi(\tau^2+t^2)}=\ldots\ldots$$

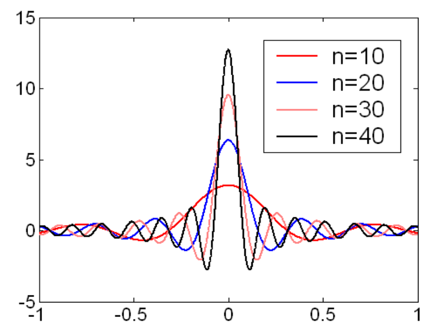
* 关于奇异函数的证明

几个含参函数的普通极限

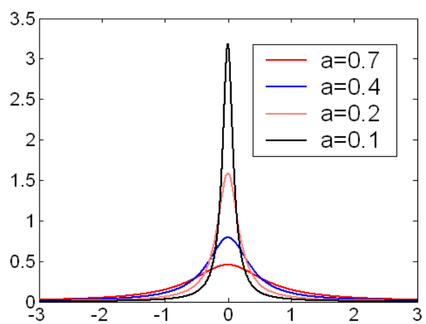
$$\rho_t(x)=\frac{1}{2a\sqrt{\pi t}}e^{-\frac{x^2}{4a^2t}}$$



$$\rho_n(x)=\frac{\sin(nx)}{\pi x}$$



$$\rho_a(x)=\frac{a}{\pi\left(a^2+x^2\right)}$$



$t\to 0^+$

$n\to +\infty$

$a\to 0$

$\delta(t)$

泛函定义

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)dt=f(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t)dt=-f'(0)$$

§1.5 信号的分解

1. 直流分量与交流分量
2. 奇、偶分量
3. 脉冲分量
4. 正交函数分量
5. ……

1. 直流分量与交流分量

$$f(t) = f_D(t) + f_A(t) \qquad f_D = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T [f_D + f_A(t)]^2 dt = f_D{}^2 + \frac{1}{T}\int_0^T f_A{}^2(t)dt = P_D + P_A$$

$$\eta = \frac{P_A}{P_A + P_D} \qquad 1 - \eta = \frac{P_D}{P_A + P_D}$$

能量信号 f(t)：

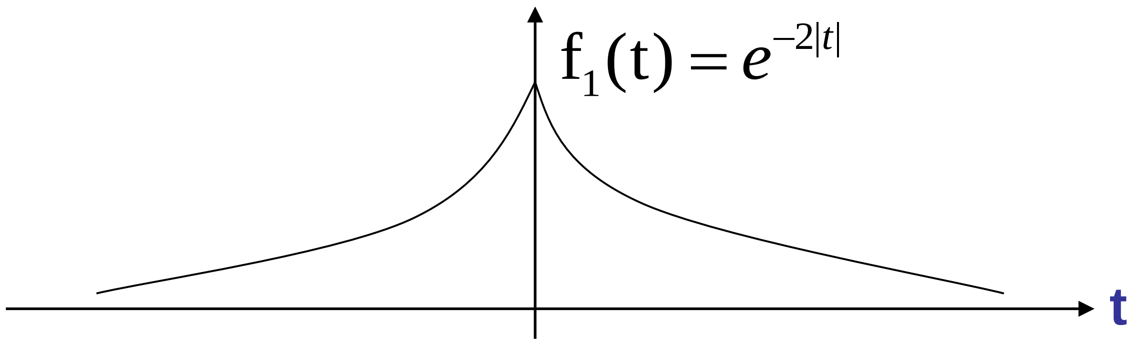
$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt < \infty$$

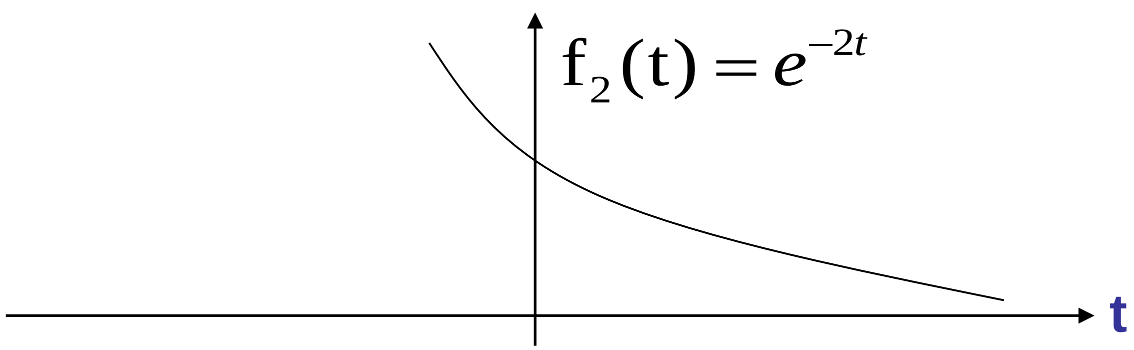
功率信号 f(t)：

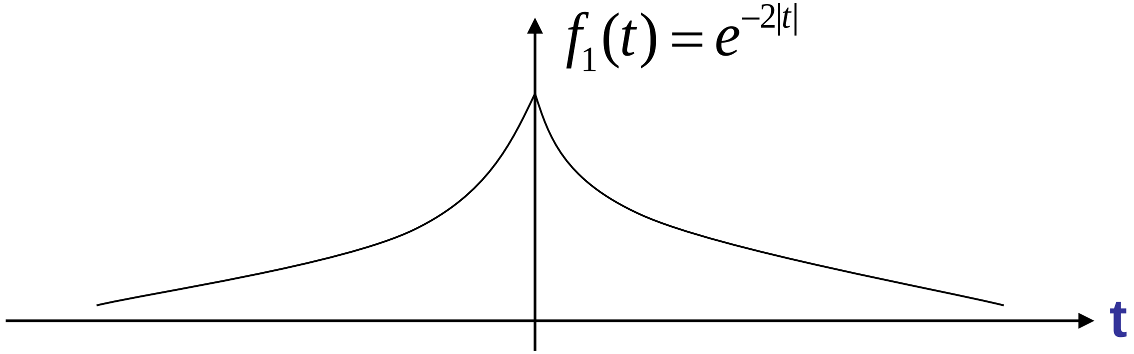
$$p = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} f^2(t)dt \qquad \left(\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt \to \infty \right)$$

$$p = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f^2(t)dt \qquad \left(\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt \to \infty \right)$$

判断信号是否能量信号或功率信号

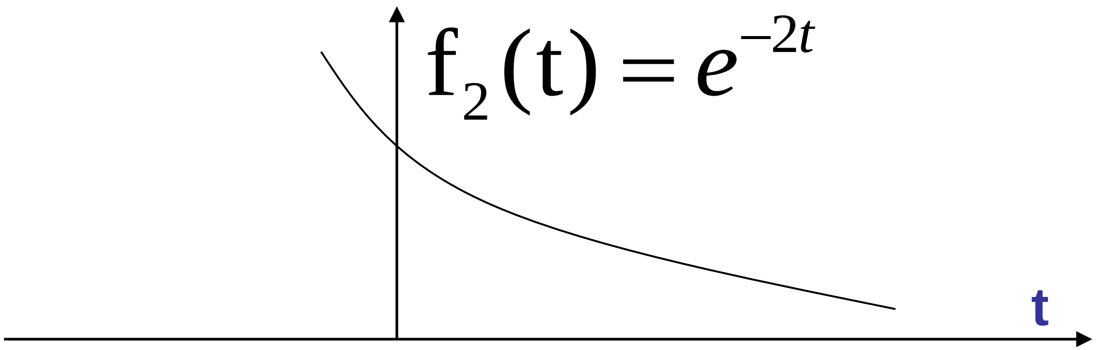






$$E_1 = \int_{-\infty}^{\infty} f_1^{\,2}(t)dt = \int_{-\infty}^{0} e^{4t}dt + \int_{0}^{\infty} e^{-4t}dt = 2\int_{0}^{\infty} e^{-4t}dt = \frac{1}{2}$$

$$p_1 = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_1^{\,2}(t)dt = 0$$



$$E_2 = \int_{-\infty}^{\infty} f_2^2(t)dt = \lim_{T\to\infty}\{-\frac{1}{4}(e^{4T} - e^{4T})\} \to \infty$$

$$p_2 = \lim_{T\to\infty}\frac{E_2}{T} = \lim_{T\to\infty}\frac{e^{4T}}{4T} \to \infty$$

不是能量信号、也不是功率信号

存不存在信号不是能量信号，功率还为**0**？

2. 奇、偶分量

$$f(t) = f_e(t) + f_o(t)$$

$$f_e(t) = f_e(-t)$$

$$f_o(t) = -f_o(-t)$$

例：

$$f(t) = (\sin t + 1)^2 = \sin^2 t + 2\sin t + 1$$

$$f_e(t) = \sin^2 t + 1 \qquad f_o(t) = 2\sin t$$

2. 奇、偶分量

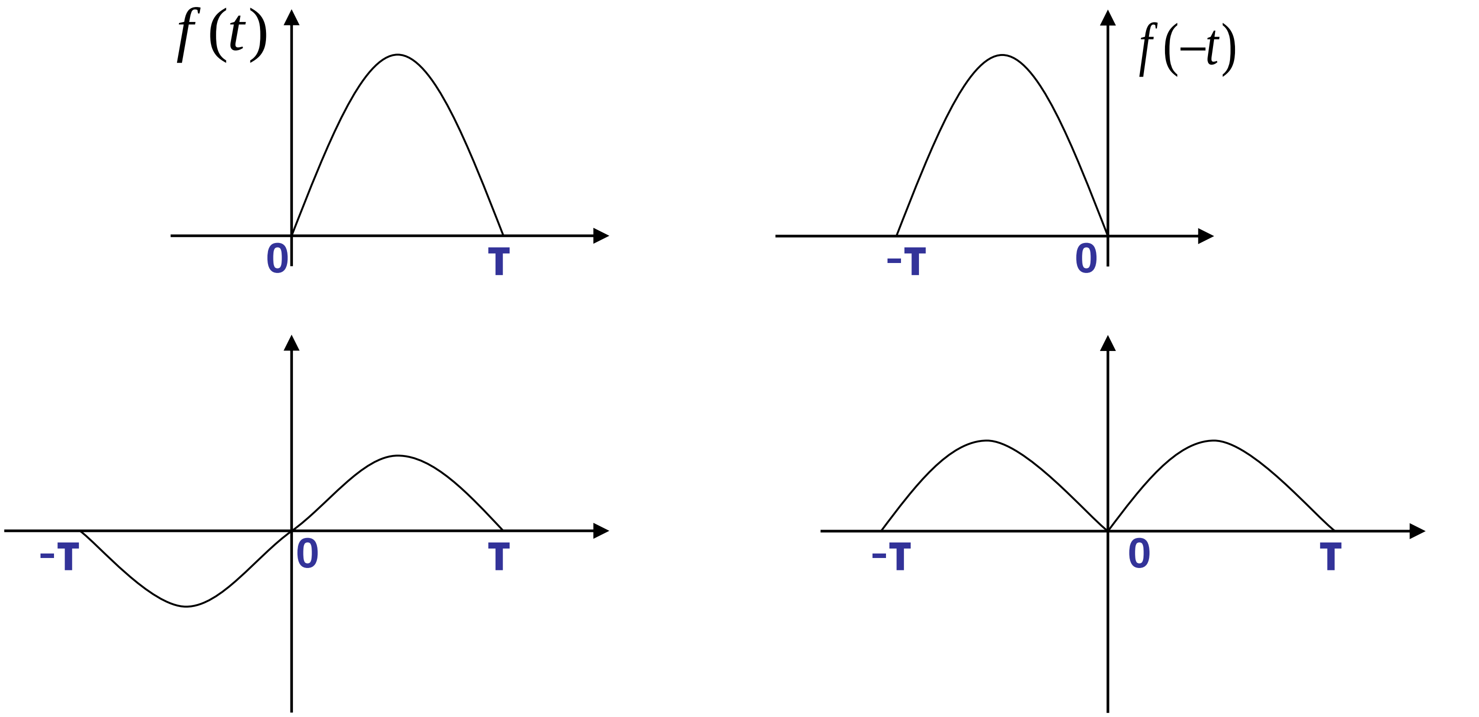
$$f(t) = f_e(t) + f_o(t)$$

$$f(-t) = f_e(-t) + f_o(-t) = f_e(t) - f_o(t)$$

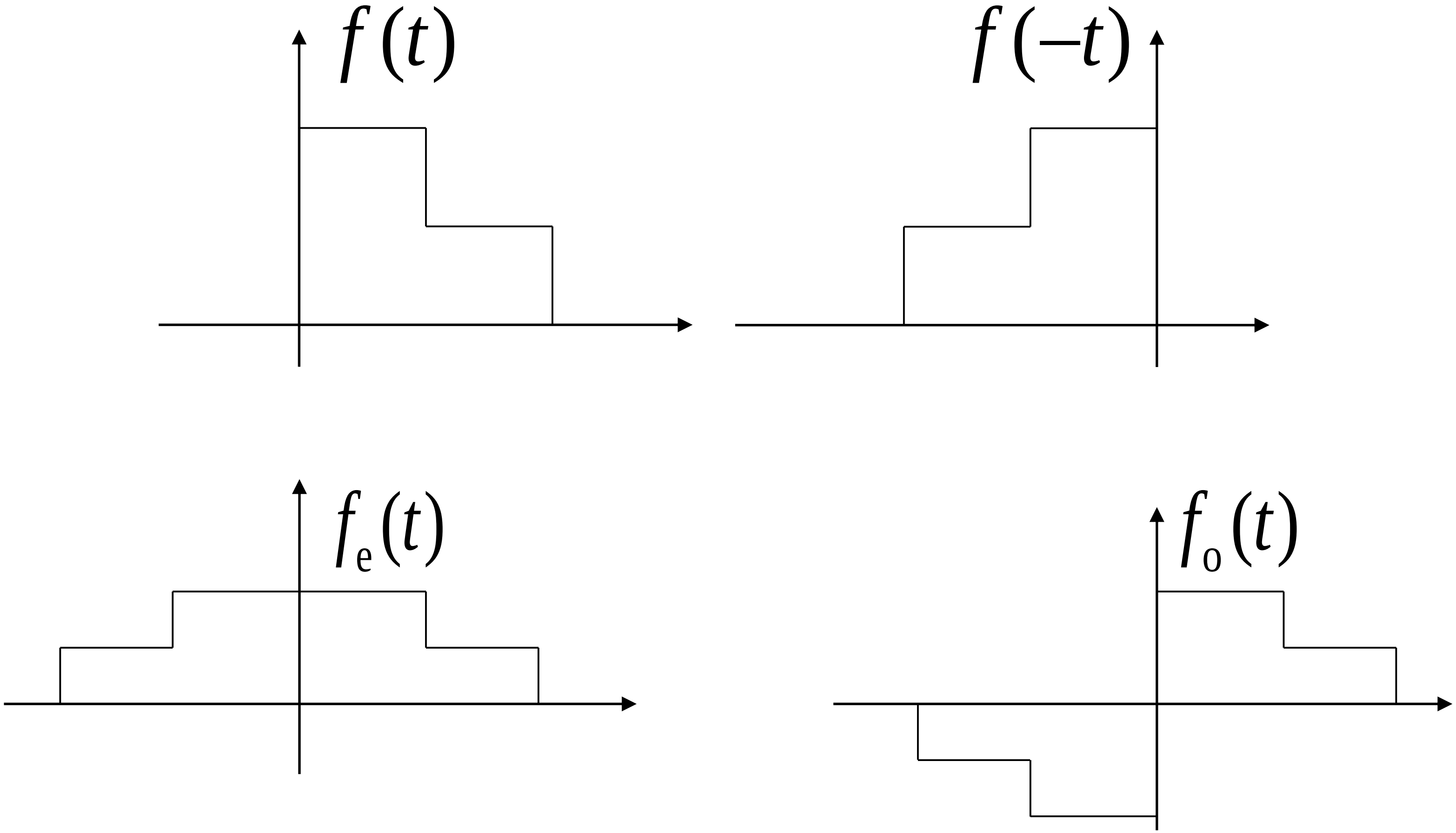
$$f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$$

$$f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$$

例：



$$f_o(t)=\tfrac{1}{2}[f(t)-f(-t)] \qquad f_e(t)=\tfrac{1}{2}[f(t)+f(-t)]$$



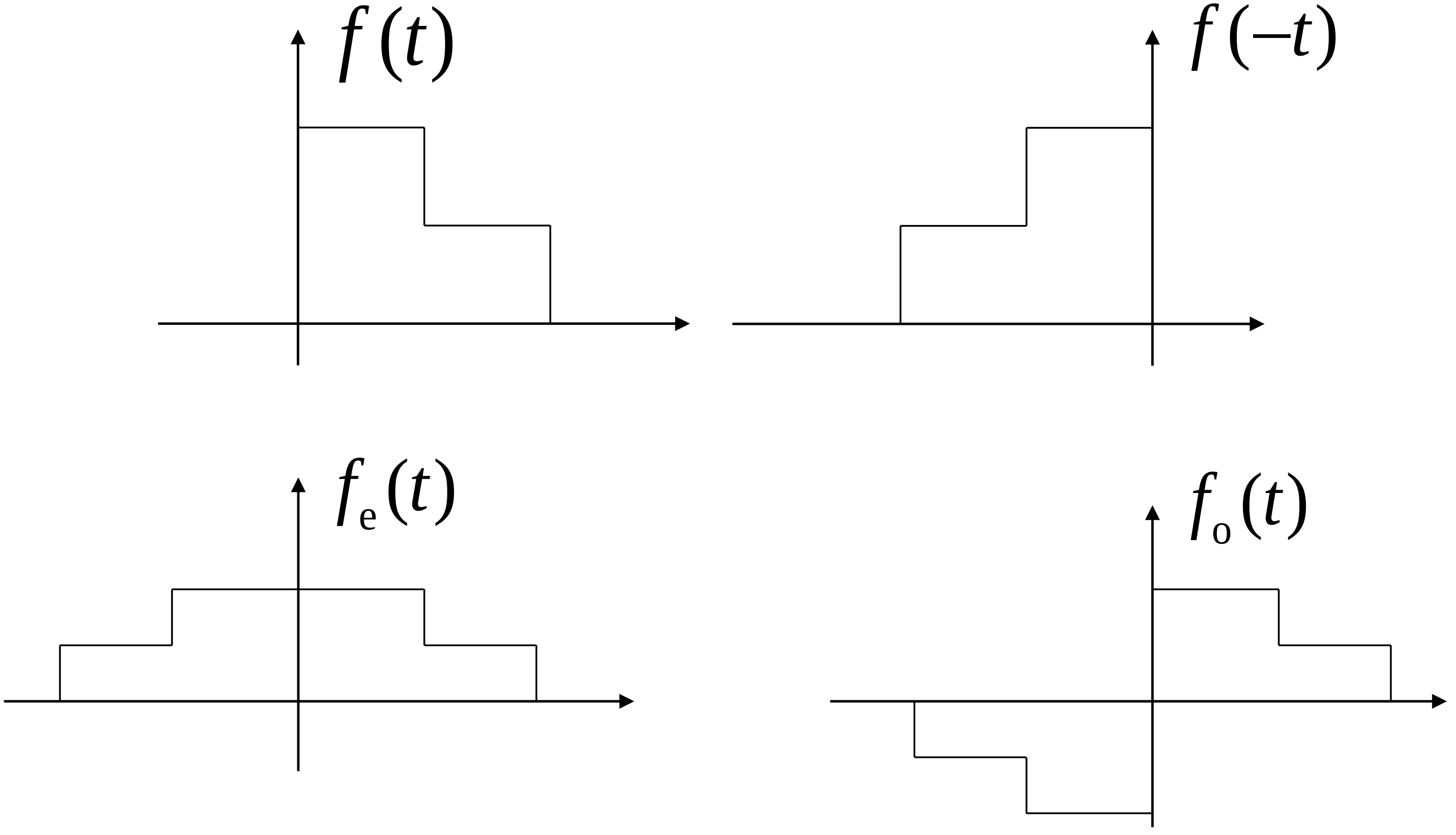
$$f_e(t) = \tfrac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$$

$$f_o(t) = \tfrac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$$

信号的奇、偶分量所具有的一个特征：

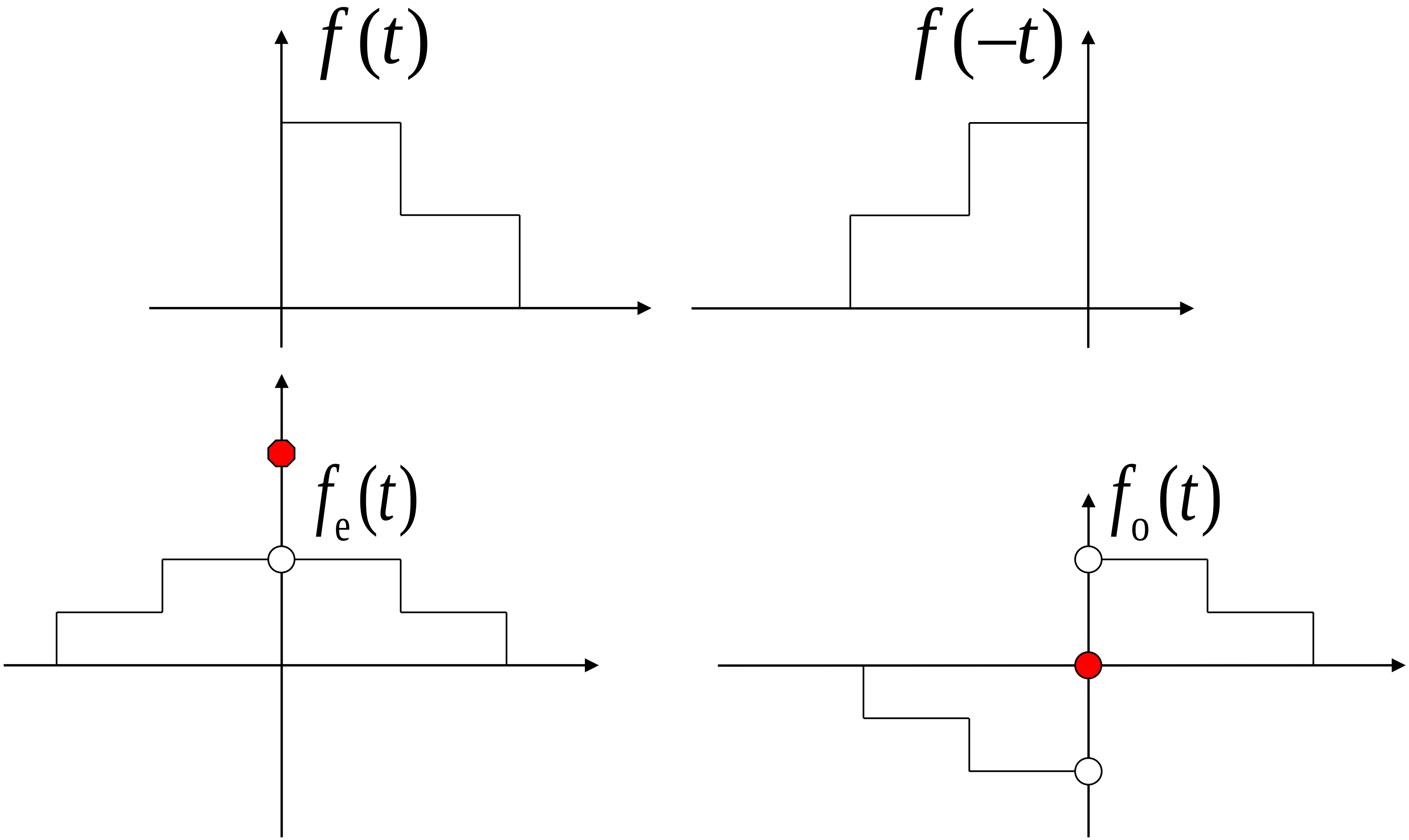
$$f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)] \quad \Rightarrow \quad f_e(0) = f(0)$$

$$f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)] \quad \Rightarrow \quad f_o(0) = 0$$



$f_e(0) = f(0)$?

$f_o(0) = 0$?



$f_e(0)=f(0)$

$f_o(0)=0$

问题：这类奇、偶划分的结果是否唯一？

$$f(t) = e(t) + o(t)$$

$$f(t) = e_1(t) + o_1(t) = e_2(t) + o_2(t)$$

$$e_1(t) - e_2(t) = o_2(t) - o_1(t)$$

偶 - 偶 = 偶：

$$= o_2(-t) - o_1(-t)$$

$$= -o_2(t) + o_1(t) = o_1(t) - o_2(t) = 0$$

$$e_1(t) = e_2(t); \qquad o_1(t) = o_2(t)$$

信号奇、偶分量划分的一个特点：

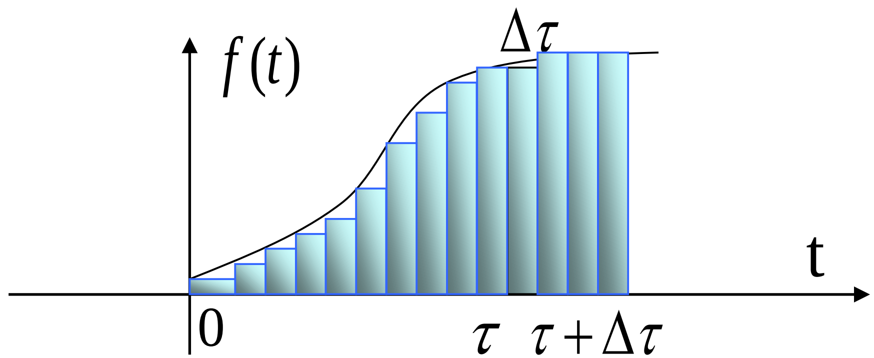
对信号做奇、偶分量划分时若有：

$$f(t)=e_1(t)+o_1(t)=e_2(t)+o_2(t)$$

则：

$$e_1(t)=e_2(t); \qquad o_1(t)=o_2(t)$$

3. 脉冲分量



图中某一个脉冲元： $f(\tau)\times[u(t-\tau)-u(t-\tau-\Delta\tau)]$

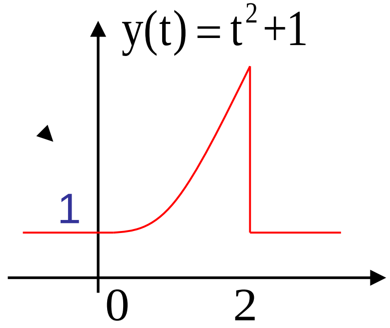
$$f(t)\approx\sum_{\tau=0}^{t}f(\tau)[u(t-\tau)-u(t-\tau-\Delta\tau)]=\sum_{\tau=0}^{t}f(\tau)\frac{u(t-\tau)-u(t-\tau-\Delta\tau)}{\Delta\tau}\Delta\tau$$

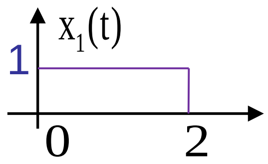
令Δτ→0：

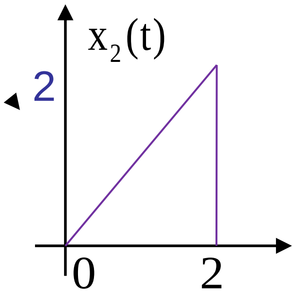
$$f(t)=\int_{0}^{t}f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$$

4. 正交函数分量

例1：



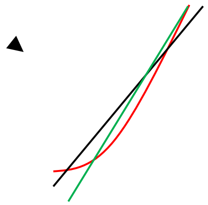




$$y(t) \approx \hat{y}(t) = c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t) = c_1 + c_2 t$$

$$\varepsilon = e(t) = \hat{y}(t) - y(t) = f(c_1, c_2)$$

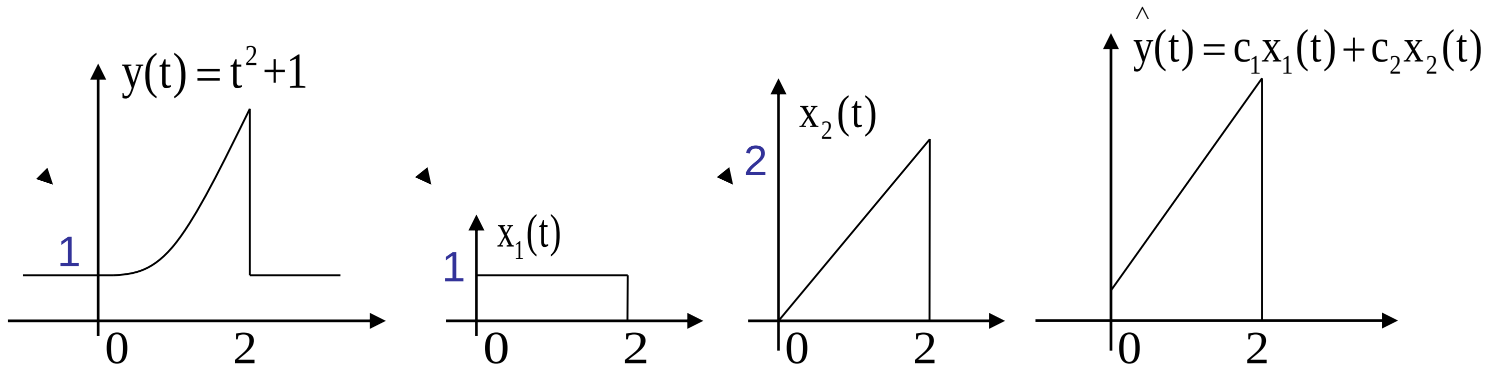
$\min\{\max e(t)\}$　　$\min\{\overline{e(t)}\}$　　$\min\{\overline{e(t)^2}\}$



误差区分度不明显　　累积误差有可能被抵消　　累积误差不会被抵消

4. 正交函数分量

例1:



$$e(t) = \hat{y}(t) - y(t)$$

$$\min\{\frac{1}{2}\int_0^2 [e(t)]^2 dt\}$$

$$\varepsilon = \overline{e^2(t)} = \frac{1}{2}\int_0^2 [\hat{y}(t) - y(t)]^2 dt = \frac{1}{2}\int_0^2 [c_1 + c_2 t - (t^2+1)]^2 dt = f_1(c_1, c_2)$$

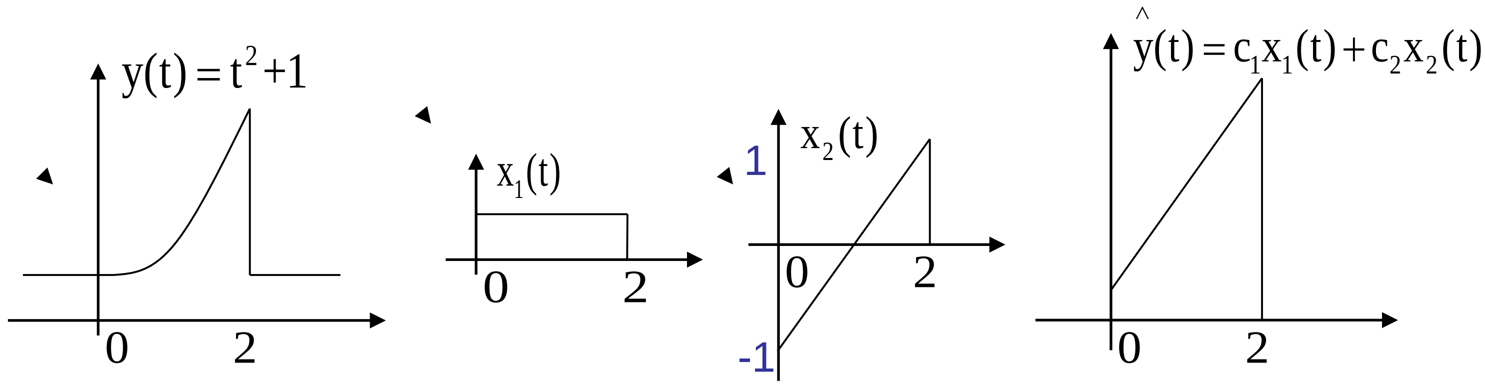
$$\begin{cases} \dfrac{d\varepsilon}{dc_1} = \dfrac{d}{dc_1} f_1(c_1, c_2) = 0 \\ \dfrac{d\varepsilon}{dc_2} = \dfrac{d}{dc_2} f_1(c_1, c_2) = 0 \end{cases}$$

$c_1 = 1/3 \quad c_2 = 2 \quad \varepsilon = 8/45$

$$\hat{y}(t) = \frac{1}{3} x_1(t) + 2x_2(t) = \frac{1}{3} + 2t$$

4. 正交函数分量

例2：



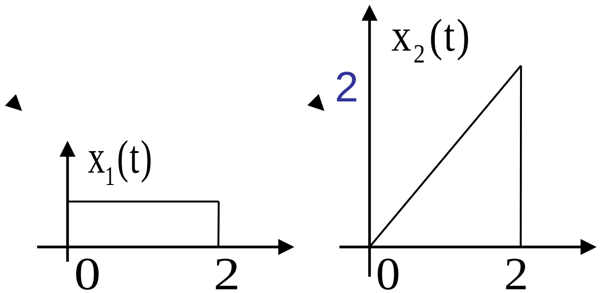
$$e(t)=\hat{y}(t)-y(t)$$

$$\varepsilon=\overline{e^2(t)}=\frac{1}{2}\int_0^2[\hat{y}(t)-y(t)]^2dt=\frac{1}{2}\int_0^2[c_1+c_2(t-1)-(t^2+1)]^2dt=f_2(c_1,c_2)$$

$$\begin{cases}\dfrac{d\varepsilon}{dc_1}=\dfrac{d}{dc_1}f_1(c_1,c_2)=0\\[2ex]\dfrac{d\varepsilon}{dc_2}=\dfrac{d}{dc_2}f_1(c_1,c_2)=0\end{cases}$$

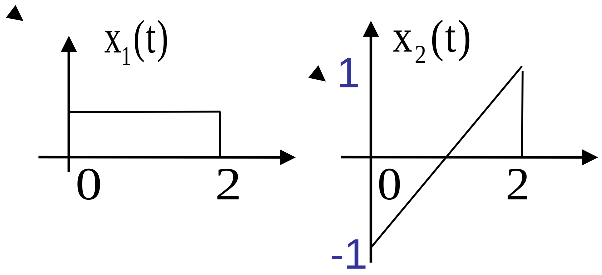
$$c_1=7/3 \quad c_2=2 \quad \varepsilon=8/45$$

$$\hat{y}(t)=\frac{7}{3}x_1(t)+2x_2(t)=\frac{7}{3}+2(t-1)$$



(1)

$$\int_0^2 x_1(t)x_2(t)\mathrm{dt} = \int_0^2 (1)\mathrm{tdt} = 2$$



(2)

$$\int_0^2 x_1(t)x_2(t)\mathrm{dt} = \int_0^2 (1)(t-1)\mathrm{dt} = 2-2=0$$

考察一个奇函数是否还包含有偶分量：

$$f(t) = f_o(t)$$

辨析：任一非零信号均可划分为非零奇、偶分量信号之和？

$$f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)] = \frac{1}{2}[f_o(t) + f_o(-t)] = 0$$

辨析结论：否！

从奇偶分量间彼此互不包含的特性体会某种“正交性”：

$$E = E_o + E_e = \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} [f_o(t) + f_e(t)]^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f_o^2(t)dt + \int_{-\infty}^{+\infty} f_e^2(t)dt$$

$$\Rightarrow \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f_o(t) f_e(t)dt = 0$$

§1.6 正交函数

- 一　正交函数
- 二　正交函数集

信号f(t)、$f_0(t)$定义在(t_1、t_2)内，以$f_0(t)$近似f(t)：

$$f(t) \approx c f_0(t) \qquad e(t) = f(\mathrm{t}) - \mathrm{c} f_0(t)$$

$$\overline{\varepsilon^2} = \overline{e(t)^2} = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2}[e(t)]^2 dt = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2}[\mathrm{f}(\mathrm{t}) - \mathrm{cf}_0(t)]^2 dt$$

由最小方均误差条件： $$\frac{\mathrm{d}\overline{\varepsilon^2}}{\mathrm{dc}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dc}}\left\{\frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2}[\mathrm{f}(\mathrm{t}) - \mathrm{cf}_0(t)]^2 dt\right\} = 0$$

导出具有最小方均误差时的近似系数

$$\mathrm{c} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} f(\mathrm{t}) f_0(t) dt}{\int_{t_1}^{t_2} f_0^2(t) dt}$$

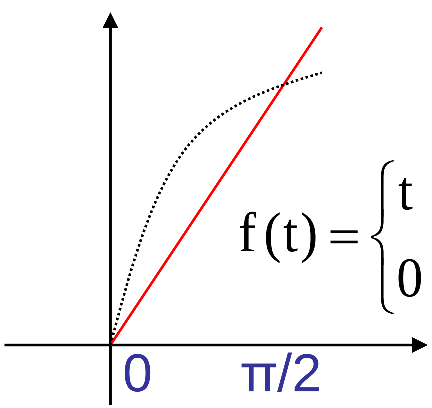
c=0 正交！

一　正交函数

两函数在区间 t_1、t_2 内的正交条件是：

$$\int_{t_1}^{t_2} f_1(\mathrm{t}) f_2(\mathrm{t}) dt = 0$$

例：在(0,π/2)上用sint近似f(t)，求具有最小方均误差的系数



$$f(\mathrm{t}) = \begin{cases} \mathrm{t} & (0 \le \mathrm{t} \le \frac{\pi}{2}) \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

$$\mathrm{c} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} f(\mathrm{t}) f_0(t) dt}{\int_{t_1}^{t_2} f_0^2(t) dt} = \frac{\int_0^{\pi/2} \mathrm{t} \sin \mathrm{t} dt}{\int_0^{\pi/2} \sin^2 \mathrm{t} dt} = \frac{4}{\pi}$$

$$f(t) \approx \hat{\mathrm{f}}(\mathrm{t}) = 4/_{\pi} \sin t$$

$$e(t) = f(t) - \hat{f}(t) = \mathrm{t} - 4/_{\pi} \sin t$$

问题：sint、e(t)、f(t)、$\hat{f}$(t) 间的正交性如何？

$$f(t)=\begin{cases} t & (0\le t\le \frac{\pi}{2}) \\ 0 & \text{others} \end{cases} \qquad \hat{f}(t)=4/\pi \sin t$$

$$e(t)=f(t)-\hat{f}(t)=t-4/\pi \sin t$$

$$\int_0^{\pi/2} e(t)f(t)dt=\int_0^{\pi/2}(t-4/\pi \sin t)t\,dt=\frac{\pi^3}{24}-\frac{4}{\pi}\ne 0$$

$$\int_0^{\pi/2} e(t)\sin t\,dt=\int_0^{\pi/2}(t-4/\pi \sin t)\sin t\,dt=0$$

误差部分与分量部分正交

根据函数的正交条件： $\int_{t_1}^{t_2} f_1(\mathrm{t})\, f_2(\mathrm{t})\, dt = 0$

考察指数函数的正交性：

$$e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t$$

$$\int_0^T e^{j\omega t} . e^{j\omega t} dt = 0$$

复函数！不能这样求！

实函数在区间 t_1、t_2 内的正交条件是：

$$\int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt = 0$$

复函数在区间 t_1、t_2 内的正交条件是：

$$\int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2^{\otimes}(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} f_1^{\otimes}(t) f_2(t) dt = 0$$

乘复共轭，相当于求绝对值的平方

二　正交函数集

若有一由n个函数$g_1(t)$、$g_2(t)$、…. $g_n(t)$构成的函数集在区间(t_1,t_2)上满足：

$$\int_{t_1}^{t_2} g_i(t) g_j(t) dt = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ k_i & i = j \end{cases}$$

则称该函数集为正交函数集。以此函数集来近似描述该区间(t_1,t_2)上的任意函数f(t):

$$f(t) = \sum_{i=0}^{n} c_i g_i(t) + e(t)$$

若使 $\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} e^2(t)dt$ 最小，求解：$\frac{d\overline{\varepsilon^2}}{dc_i} = 0$

解出：

$$c_i = \frac{\int_{t_1}^{t_2} f(t)g_i(t)dt}{\int_{t_1}^{t_2} g_i^2(t)dt} = \frac{1}{K_i}\int_{t_1}^{t_2} f(t)g_i(t)dt$$

i=1、2、…n 其中：$k_i = \int_{t_1}^{t_2} g_i^2(t)dt$

浅析 $\overline{\varepsilon^2}$ 的含义：

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} e^2(t)dt = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2}[f(t) - \sum_{i=0}^{n} c_i g_i(t)]^2 dt$$

$$= \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2}\{f^2(t)dt - 2f(t)\sum_{i=0}^{n} c_i g_i(t) + [\sum_{i=0}^{n} c_i g_i(t)]^2\}dt$$

$$= \frac{1}{t_2 - t_1}[\int_{t_1}^{t_2} f^2(t)dt - \sum_{i=0}^{n} c_i^2 k_i] = P_{f(t)} - \sum_{i=0}^{n} P_{g_i(t)}$$

结论：

$$f(t) \approx \hat{\mathrm{f}}(\mathrm{t}) = \sum_{i=0}^{n} c_i g_i(t)$$

这种近似是否有意义，取决于在具体应用中对下式的要求：

$$\frac{P_{f(t)} - \overline{\varepsilon^2}}{P_{f(t)}}$$

§1.7 以完备正交函数集表示信号

- 一、从方均误差看信号的正交函数集表示
- 二、完备正交函数集

一、从方均误差看信号的正交函数集表示

$$\overline{\varepsilon^2}=\frac{1}{t_2-t_1}\left[\int_{t_1}^{t_2} f^2(t)dt-\sum_{i=0}^{n}c_i^2\int_{t_1}^{t_2} g_i^2(t)dt\right]$$

$$\left\{\overline{\varepsilon^2}\to 0\right\}\Rightarrow\left\{\int_{t_1}^{t_2} f^2(t)dt=\sum_{i=0}^{n}c_i^2\int_{t_1}^{t_2} g_i^2(t)dt\right\}$$

当方均误差为零时：

信号与分量函数集在能量上(**并非函数本身**)相等

二、完备正交函数集

定义：

如果在正交函数集$g_1(t)$、$g_2(t)$… $g_n(t)$之外，不存在区间(t_1,t_2)上的函数$x(t)$满足等式：

$$\int_{t_1}^{t_2} x(t) g_i(t) dt = 0 \quad i = 1,2 \ldots n \qquad 0 < \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt < \infty$$

称此正交函数集为完备正交函数集。

例：对于余玄函数集cost,cos2t,…cosnt (n为整数)

（1）它是[0,2π]上的正交函数集吗？

（2）它是完备正交函数集吗？

（3）它是[0,π/2]上的正交函数集吗？

$$\int_0^{2\pi} \cos nt \cdot \cos mt dt = \begin{cases} 0 & n \neq m \\ \pi & n = m \end{cases}$$

$$\int_0^{2\pi} \cos nt \cdot \sin mt dt = 0$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos nt \cdot \cos mt dt = \frac{1}{n^2 - m^2}[n \sin \frac{n\pi}{2} \cos \frac{m\pi}{2} - mcon \frac{n\pi}{2} \sin \frac{m\pi}{2}]$$

完备正交函数集满足Parseval公式：

从方均误差表达式中令： $\overline{\varepsilon^2} = 0$

可直接导出：

$$\int_{t_1}^{t_2} f^2(t)dt = \sum_{i=0}^{n} c_i^2 K_i$$

信号所含能量等于各信号分量能量的总和

§1.8 相关

- 一、相关系数
- 二、相关函数

一、相关系数

考虑两个能量信号$f_1(t)$、$f_2(t)$(对功率信号的分析类似)，当取其近似系数：

$$c_{12}=\frac{\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)f_2(t)dt}{\int_{-\infty}^{\infty} f_2^2(t)dt}$$

这时以$f_2(t)$来近似$f_1(t)$时会有最小方均误差：

$$\overline{\varepsilon^2}=\int_{-\infty}^{\infty}|e(t)|^2dt=\int_{-\infty}^{\infty}[f_1(t)-c_{12}f_2(t)]^2dt=\int_{-\infty}^{\infty}f_1^2(t)dt-\frac{[\int_{-\infty}^{\infty}f_1(t)f_2(t)dt]^2}{\int_{-\infty}^{\infty}f_2^2(t)dt}$$

$$\overline{\varepsilon^2} = \int_{-\infty}^{\infty} |e(t)|^2\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} [f_1(t) - c_{12} f_2(t)]^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_1^{\,2}(t)dt - \frac{[\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t)dt]^2}{\int_{-\infty}^{\infty} f_2^{\,2}(t)dt}$$

令归一化的相对能量误差为：

$$\frac{\overline{\varepsilon^2}}{\int_{-\infty}^{\infty} f_1^{\,2}(t)dt} = 1 - \rho_{12}^{\;2}$$

其中 ρ_{12}即为“相关系数”：

$$\rho_{12} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t)dt}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} f_1^{\,2}(t)dt \int_{-\infty}^{\infty} f_2^{\,2}(t)dt}}$$

二、相关函数

设$f_1(t)$、$f_2(t)$为两实函数能量信号，其相关函数定义为：

$$R_{12}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)f_2(t-\tau)dt=\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t+\tau)f_2(t)dt$$

$$R_{21}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} f_2(t)f_1(t-\tau)dt=\int_{-\infty}^{\infty} f_2(t+\tau)f_1(t)dt$$

设f(t)为实函数能量信号，其自相关函数定义为：

$$R(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t-\tau)dt=\int_{-\infty}^{\infty} f(t+\tau)f(t)dt$$

偶函数

设$f_1(t)$、$f_2(t)$为两实函数功率信号，其相关函数定义为：

$$R_{12}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f_1(t)\,f_2(t-\tau)\,dt$$

$$R_{21}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f_2(t)\,f_1(t-\tau)\,dt$$

设f(t)为实函数功率信号，其自相关函数定义为：

$$R(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,f(t-\tau)\,dt$$

举例： 设 $f_1(t)=\cos\omega_0 t \quad f_2(t)=\sin\omega_0 t$ ，试讨论其相关性：

$$R_{12}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\cos\omega_0 t\sin\omega_0(t-\tau)dt=$$

$$=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\tfrac{1}{2}[-\sin\omega_0\tau+\sin(2\omega_0 t-\omega_0\tau)]dt=$$

$$=-\frac{1}{2}\sin\omega_0\tau+\frac{1}{2}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\sin(2\omega_0 t-\omega_0\tau)dt=$$

令u = 2t-τ

$$=-\frac{1}{2}\sin\omega_0\tau+\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T-\tau}^{T-\tau}\sin\omega_0 u\,du=$$

$$=-\frac{1}{2}\sin\omega_0\tau-\lim_{T\to\infty}\frac{\cos\omega_0 t}{\omega_0 T}\Bigg|_{-T-\tau}^{T-\tau}=-\frac{1}{2}\sin\omega_0\tau$$

习　题：

- 1-17，1-18，6-4，6-5，6-9，6-16。

谢谢同学们！