信号与系统

信息学院 主干基础课

上节课内容要点回顾

* 傅里叶级数和傅里叶变换的定义
* 典型信号的傅里叶级数和傅里叶变换
* 傅里叶变换的主要运算性质

第 六 讲

第三章　　傅里叶分析

- §3.5　周期信号的傅里叶变换
- §3.6　抽样信号的傅里叶变换
- §3.7　与傅里叶变换有关的一些问题

§3.5　周期信号的傅里叶变换

- 3.5.1　周期信号的傅里叶变换
  （通过对周期信号的傅里叶级数求傅里叶变换）
- 3.5.2　周期信号的傅氏级数与其单周期脉冲的傅氏变换间的关系
  （单脉冲周期化后傅氏级数与傅氏变换间的关系）

3.5.1　周期信号的傅里叶变换

设周期信号f(t)的傅里叶级数为： $f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_1 t}$

根据频移性质： $\Im\{F_n\}=2\pi F_n\delta(\omega)$ $\Im\{f(t)e^{j\omega_0 t}\}=F(\omega-\omega_0)$

$$\therefore \quad F(\omega)=\Im[f(t)]=2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n\delta(\omega-n\omega_1)$$

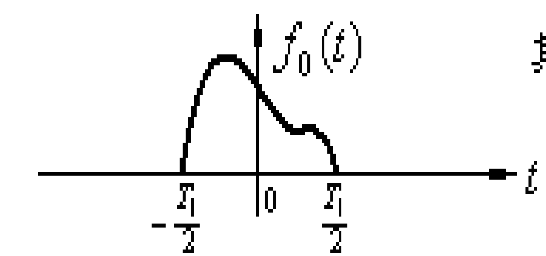
其中：

$$F_n=\frac{1}{T_1}\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} f(t)e^{-jn\omega_1 t}dt$$

3.5.2　单脉冲周期化后傅氏级数与傅氏变换间的关系

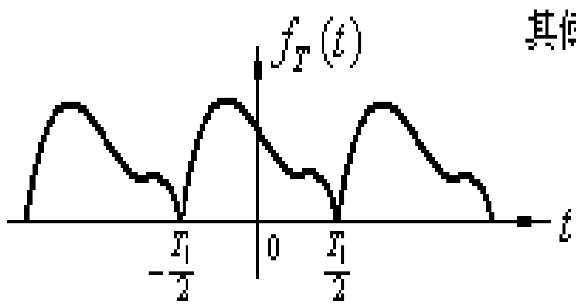
针对的问题：

给定非周期信号$f_0(t)$，求由其周期性重复所形成的周期信号$f_T(t)$的傅氏变换。



其变换为：

$$F_0(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f_0(t)e^{-j\omega t}dt=\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} f_0(t)e^{-j\omega t}dt$$



其傅氏级数系数为：

$$F_n=\frac{1}{T_1}\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} f_T(t)e^{-jn\omega_1 t}dt=\frac{1}{T_1}\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} f_0(t)e^{-jn\omega_1 t}dt$$

已知：
$$\begin{cases} \Im[f_0(t)] = F_0(\omega) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_0(t)e^{-j\omega t}dt \\ f_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_1 t},\quad F_n = \frac{1}{T_1}\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} f_T(t)e^{-jn\omega_1 t}dt \end{cases}$$

设： $f_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_0(t-nT)$ **求：** $\Im[f_T(t)] = F_T(\omega) = ?$

两式对比： $F_n = \frac{1}{T_1}F_0(\omega)\Big|_{\omega = n\omega_1} = \frac{F_0(n\omega_1)}{T_1}$

根据周期信号的傅氏变换公式，给定非周期信号$f_0(t)$，则信号$f_T(t)$的变换为：

$$\Im[f_T(t)] = F_T(\omega) = 2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n\delta(\omega - n\omega_1) =$$

$$= \frac{2\pi}{T_1}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_0(n\omega_1)\delta(\omega - n\omega_1) = \omega_1\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_0(n\omega_1)\delta(\omega - n\omega_1)$$

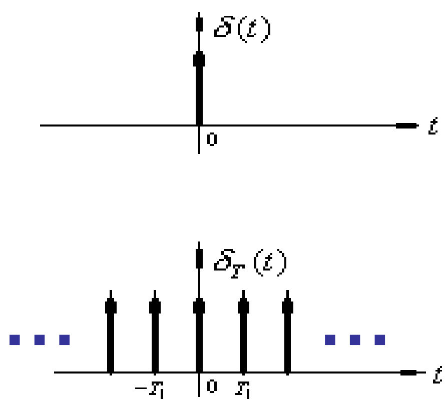
例：求梳状函数 $comb(t)=\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_1)$ 的傅里叶级数和傅里叶变换。

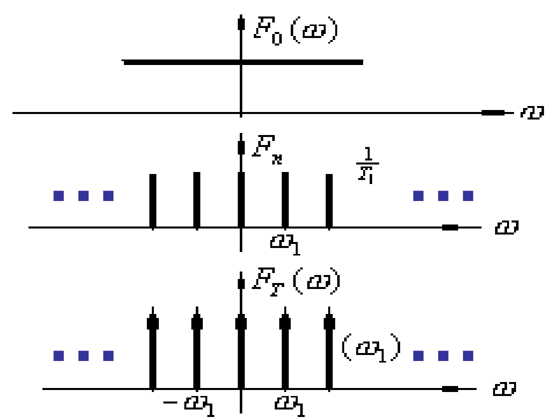
傅里叶变换： $F_0(\omega)=\Im[\delta(t)]=1$

$$F_T(\omega)=\omega_1\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_0(n\omega_1)\delta(\omega-n\omega_1)=\omega_1\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\omega_1)$$

傅里叶级数： $F_n=\frac{1}{T_1}F_0(\omega)\Big|_{\omega=n\omega_1}=\frac{1}{T_1}$

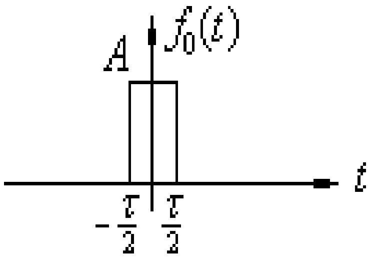
$$comb(t)=\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{T_1}e^{jn\omega_1 t}$$



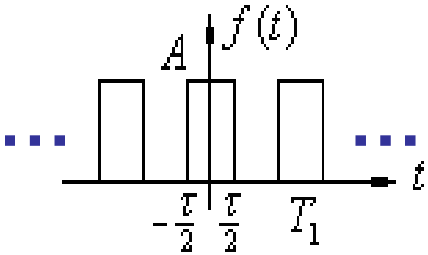


矩形单脉冲与周期矩形波的傅里叶变换：

设：



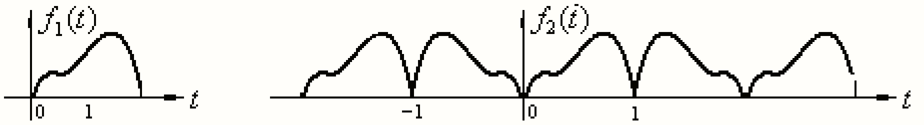
$$F_0(\omega) = A\tau Sa(\frac{\omega\tau}{2})$$



$$F_T(\omega) = \omega_1 \sum_{n=-\infty}^{\infty} A\tau Sa(\frac{n\omega_1\tau}{2})\delta(\omega - n\omega_1)$$

周期矩形波的傅氏级数与单矩形脉冲的傅氏变换间的关系：

$$F_n = \frac{1}{T_1} F_0(\omega) = \frac{A\tau}{T_1} Sa(\frac{n\omega_1\tau}{2}) \qquad \therefore f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{A\tau}{T_1} Sa(\frac{n\omega_1\tau}{2}) e^{jn\omega_1 t}$$



例： 已知$f_1(t)$的傅里叶变换$F_1(\omega)$，试求$f_2(t)$的傅里叶变换。

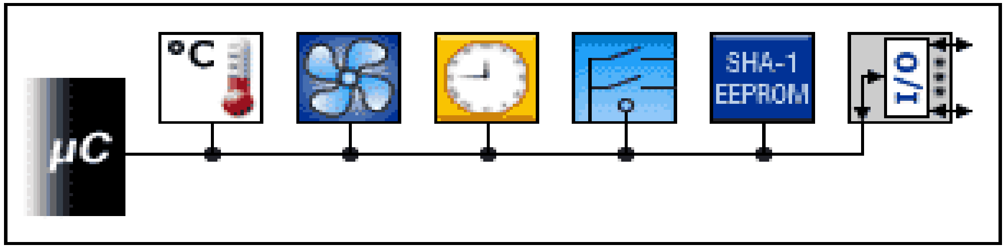
因为$f_2(t)$在一个周期内的波形为：$f_0(t) = f_1(t) + f_1(-t)$

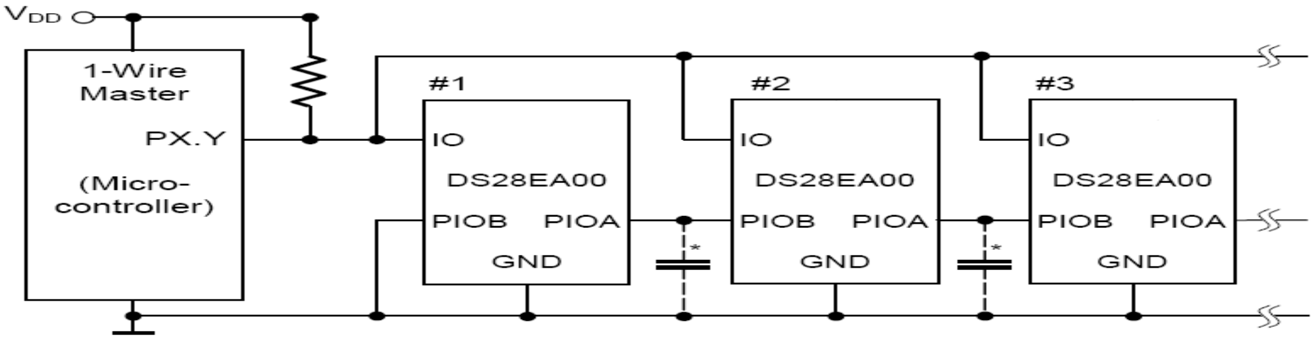
根据a=-1的比例变换性质：$\mathrm{F}_0(\omega) = \mathrm{F}_1(\omega) + \mathrm{F}_1(-\omega) = 2\mathrm{Re}\{\mathrm{F}_1(\omega)\}$

以及：$F_T(\omega) = \omega_1 \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_0(n\omega_1)\delta(\omega - n\omega_1)$ $\quad \omega_1 = \dfrac{2\pi}{\mathrm{T}_1} = \dfrac{2\pi}{2} = \pi$

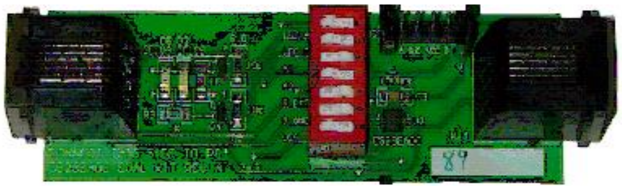
所以：$F_2(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathrm{Re}[F_1(n\pi)]\delta(\omega - n\pi)$

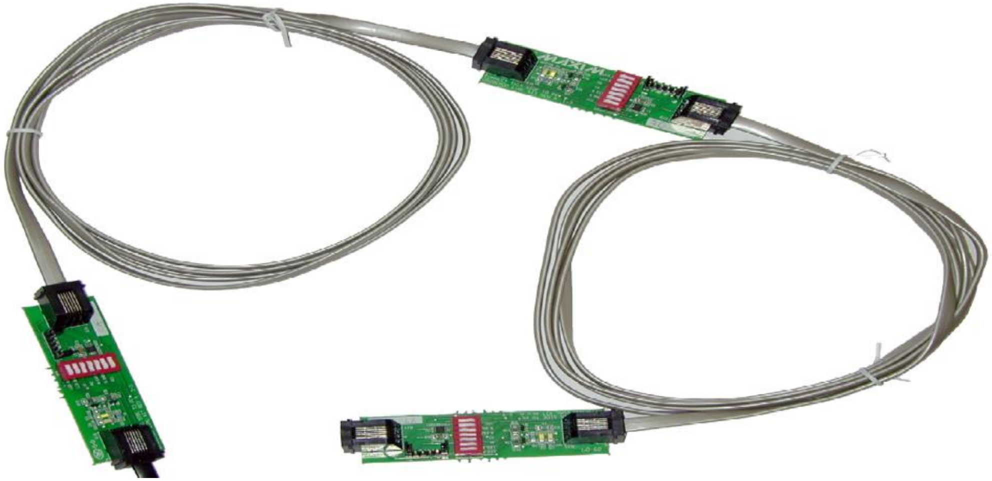
关于“1-Wire”芯片





从频谱分析的角度看NRZI编码……





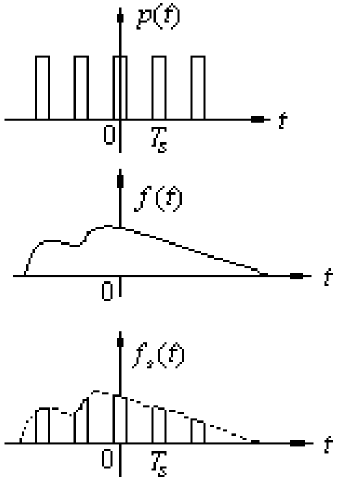
§3.6　抽样信号的傅里叶变换

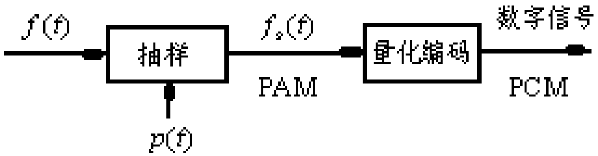
3.6.1 抽样信号的傅里叶变换

抽样脉冲序列：

连续时间信号：

信号样值序列：





脉冲幅度信号　　脉冲编码调制

$$f_s(t) = f(t)p(t)$$

连续时间信号的数字化模型

抽样信号的频谱分析

信号样值序列：$f_s(t) = f(t)p(t)$

应用频域卷积定理：$\Im[f_s(t)] = F_S(\omega) = \dfrac{1}{2\pi}F(\omega) * P(\omega)$

抽样脉冲为均匀等间隔周期信号：
$$\begin{cases} P(\omega) = 2\pi \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} P_n \delta(\omega - n\omega_S) \\ P_n = \dfrac{1}{T_S}\displaystyle\int_{-\frac{T_S}{2}}^{\frac{T_S}{2}} P(t)e^{-jn\omega_S t}dt = \dfrac{1}{T_S}P_0(\omega) \end{cases}$$

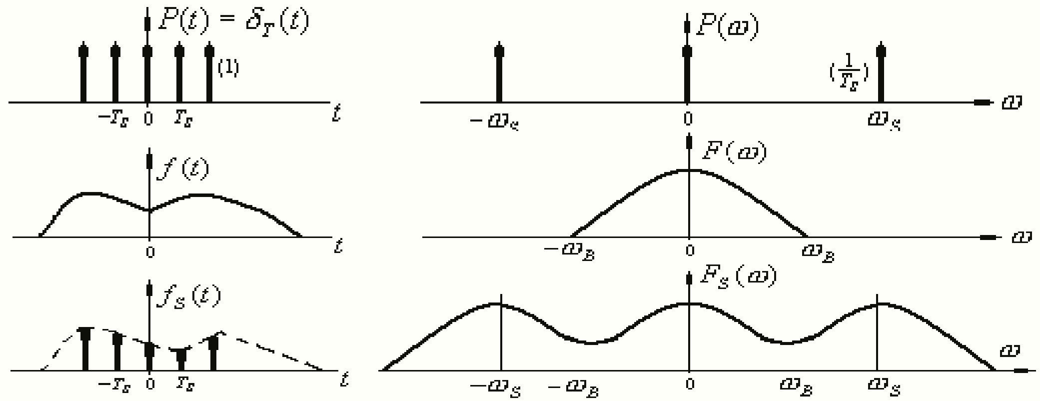
信号样值序列的频谱：
$$F_S(\omega) = \frac{1}{2\pi}F(\omega) * 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_n \delta(\omega - n\omega_S) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_n F(\omega - n\omega_S)$$

不失真：P_n与频率无关，周期函数频谱间不干扰

抽样脉冲分别为冲激串、周期矩形脉冲时的情形

$$P(t) = comb(t) = \delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_S)$$

$$P_n = \frac{1}{T_S}\int_{-\frac{T_S}{2}}^{\frac{T_S}{2}} \delta_T(t) e^{-jn\omega_S t} dt = \frac{1}{T_S} \qquad \therefore F_S(\omega) = \frac{1}{T_S}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_S)$$



$$\because P_0(\omega) = A\tau Sa(\frac{\omega\tau}{2}) \qquad \therefore P_n = \frac{1}{T_S}P_0(\omega) = \frac{A\tau}{T_S}Sa(\frac{n\omega_S\tau}{2})$$

$$F_s(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_n F(\omega - n\omega_S) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{A\tau}{T_S} Sa(\frac{n\omega_S\tau}{2}) F(\omega - n\omega_S)$$

频域抽样问题

$$F_S(\omega) = F(\omega)\cdot\delta_\Omega(\omega) = F(\omega)\cdot\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega - n\Omega)$$

$$f_s(t) = f(t) * F^{-1}\{\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega - n\Omega)\} = f(t) * \frac{1}{\Omega}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t - n\frac{2\pi}{\Omega}) = \frac{1}{\Omega}\sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t - n\frac{2\pi}{\Omega})$$

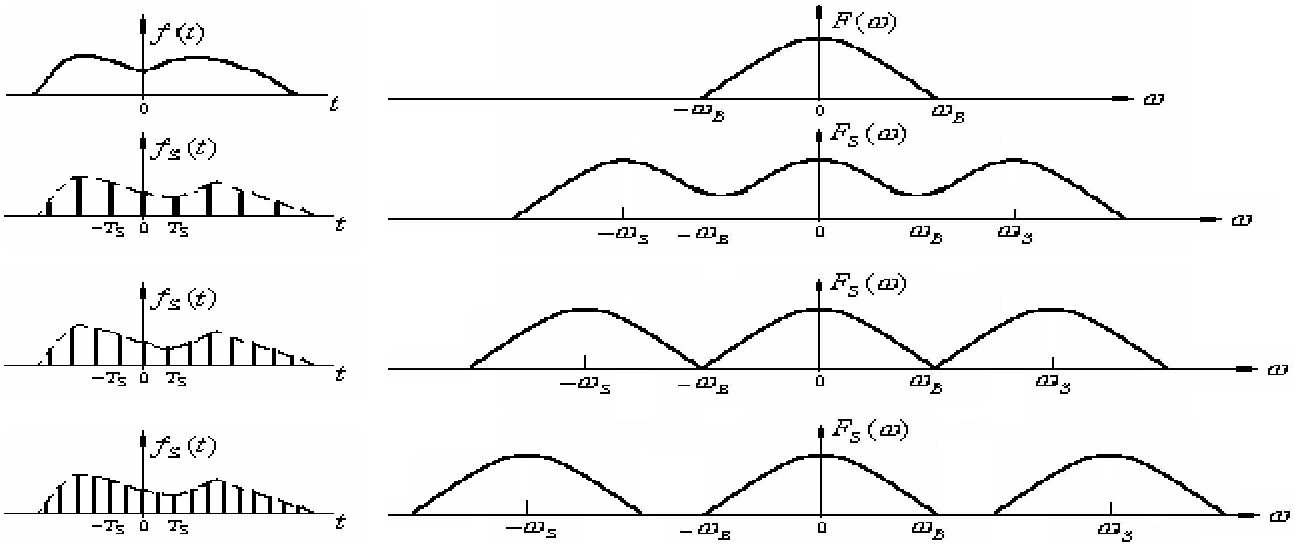
3.6.2 抽样定理

时域抽样定理(均匀抽样定理)：

一个频谱中不包含有大于 f_m 频率分量的有限频带信号，由对该信号以不大于 $1/2f_m$ 的时间间隔进行抽样的样值序列唯一确定。

$f_S = 2f_m$ **称“Nyquist抽样频率”、**

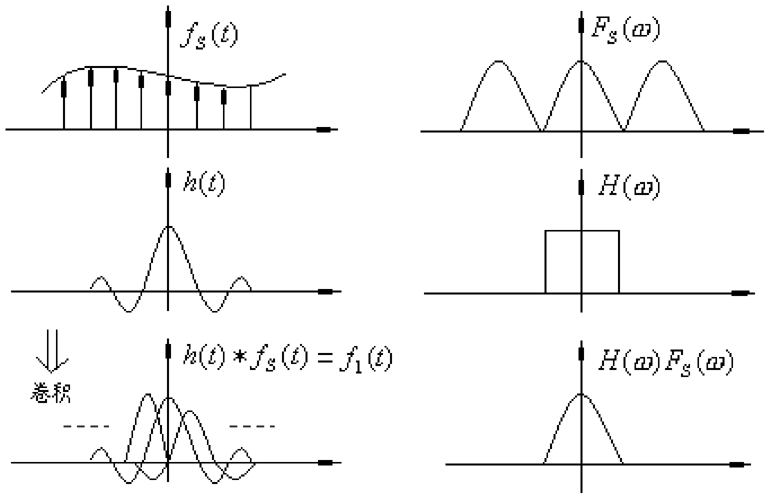
$T_S = 1/2f_m$ **称“Nyquist间隔”**



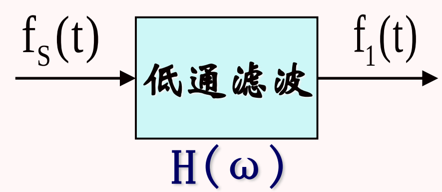
频域抽样定理

若信号 $f(t)$ 为时限信号，它集中在 $-t_m \sim t_m$ 的时间范围内，若在频域中，以不大于$1/2t_m$ 的频率间隔对 $f(t)$ 的频谱 $F(\omega)$ 进行抽样，则抽样后的频谱 $F_1(\omega)$ 可以唯一地表示原信号。

3.6.3 从抽样信号恢复原信号



以冲激序列为例作为抽样脉冲时的分析模型：

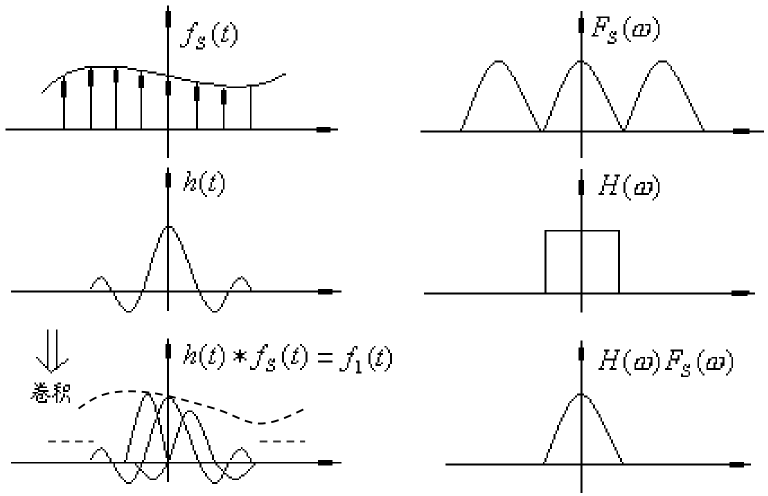


频域分析：

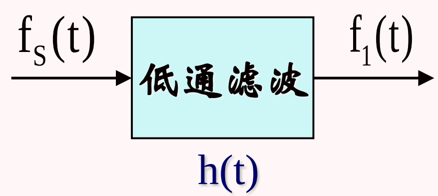
抽样信号$f_s(t)$频谱：$F_S(\omega)=\dfrac{1}{T_S}\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}F(\omega-n\omega_S)$　低通滤波器频谱特性：$H(\omega)=\begin{cases}1 & |\omega|\le\omega_m\\ 0 & |\omega|>\omega_m\end{cases}$

重建信号$f_1(t)$频谱：$F_1(\omega)=H(\omega)F_S(\omega)=\dfrac{1}{T_S}\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}H(\omega)F(\omega-n\omega_S)=\dfrac{1}{T_S}F(\omega)\leftrightarrow f_1(t)=\dfrac{1}{T_S}f(t)$

3.6.3　从抽样信号恢复原信号



以冲激序列为例作为抽样脉冲时的分析模型：



时域分析：

$$f_1(t)=h(t)*f_S(t)$$

$$=\frac{\omega_m}{\pi}Sa(\omega_m t)*\sum_{n=-\infty}^{\infty}f(nT_S)\delta(t-nT_S)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\omega_m}{\pi}f(nT_S)Sa[\omega_m(t-nT_S)]$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\omega_m}{\pi}f(nT_S)Sa(\omega_m t-n\pi)$$

（当选择 $\omega_s=2\omega_m$）

MATLAB 实验举例

采样程序： Sampling.m

```
function fz=caiyang(fy,fs)
%第一个输入变量是原信号函数，信号函数fy以字符串的格式输入
%第二个输入变量是采样频率
fs0=10000; tp=0.1;
t=[-tp:1/fs0:tp];
k1=0:999; k2=-999:-1;
m1=length(k1); m2=length(k2);
f=[fs0*k2/m2,fs0*k1/m1];    % 设置原信号的频率数组
w=[-2*pi*k2/m2,2*pi*k1/m1];
fx1=eval(fy);
FX1=fx1*exp(-j*[1:length(fx1)]'*w);
%求原信号的离散时间傅里叶变换
figure  % 画原信号波形
subplot(2,1,1),plot(t,fx1,'r')
title('原信号'), xlabel('时间t (s)')
axis([min(t),max(t),min(fx1),max(fx1)]) % 画原信号幅度频谱
subplot(2,1,2),plot(f,abs(FX1),'r')
title('原信号幅度频谱') , xlabel('频率f (Hz)')
axis([-100,100,0,max(abs(FX1))+5])        % 对信号进行采样
Ts=1/fs;                                  % 采样周期
t1=-tp:Ts:tp;                             % 采样时间序列
f1=[fs*k2/m2,fs*k1/m1]; % 设置采样信号的频率数组
t=t1;                                     % 变量替换
fz=eval(fy);                              % 获取采样序列
FZ=fz*exp(-j*[1:length(fz)]'*w); % 采样信号离散时间傅里叶变换
figure  % 画采样序列波形
subplot(2,1,1),stem(t,fz,'.'),
title('取样信号') , xlabel('时间t (s)')
line([min(t),max(t)],[0,0]) % 画采样信号幅度频谱
subplot(2,1,2),plot(f1,abs(FZ),'m')
title('取样信号幅度频谱') , xlabel('频率f (Hz)')
```

重建程序： Reconstruction.m

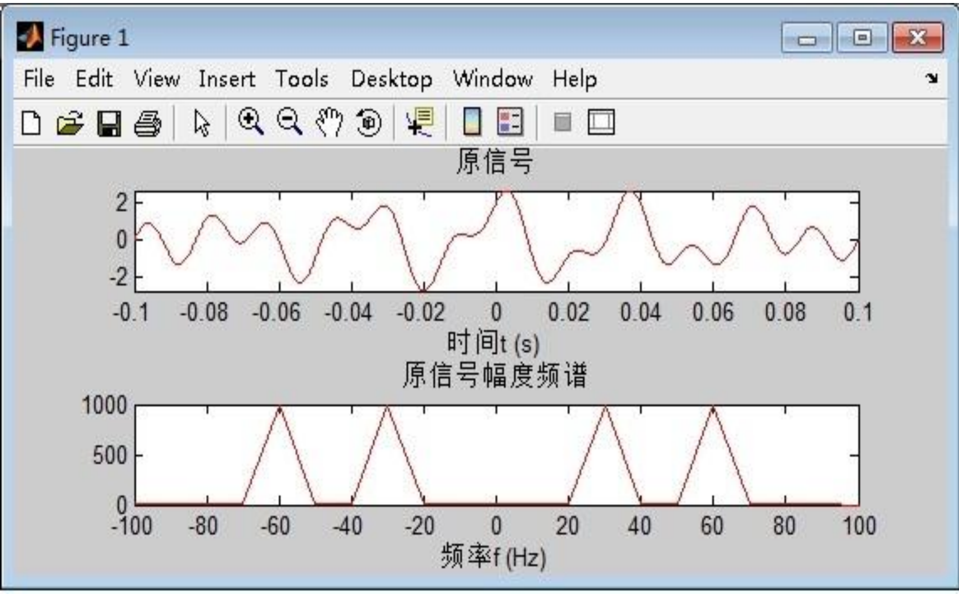
```
function fh=huifu(fz,fs)
%第一个输入变量是采样序列
%第二个输入变量是得到采样序列所用的采样频率
T=1/fs;    dt=T/10;    tp=0.1;
t=-tp:dt:tp;  n=-tp/T:tp/T;
TMN=ones(length(n),1)*t-n'*T*ones(1,length(t));
fh=fz*sinc(fs*TMN);  % 由采样信号恢复原信号
k1=0:999;  k2=-999:-1;
m1=length(k1);  m2=length(k2);
w=[-2*pi*k2/m2,2*pi*k1/m1];
FH=fh*exp(-j*[1:length(fh)]'*w);
% 恢复后的信号的离散时间傅里叶变换
figure
% 画恢复后的信号的波形
subplot(2,1,1),plot(t,fh,'g'),
st1=sprintf('由取样频率fs=%d',fs);
st2='恢复后的信号';
st=[st1,st2];  title(st) , xlabel('时间t (s)')
axis([min(t),max(t),min(fh),max(fh)])
line([min(t),max(t)],[0,0])  % 画重构信号的幅度频谱
f=[10*fs*k2/m2,10*fs*k1/m1]; % 设置频率数组
subplot(2,1,2),plot(f,abs(FH),'g')
title('恢复后信号的频谱') , xlabel('频率f (Hz)')
axis([-100,100,0,max(abs(FH))+2]);
```

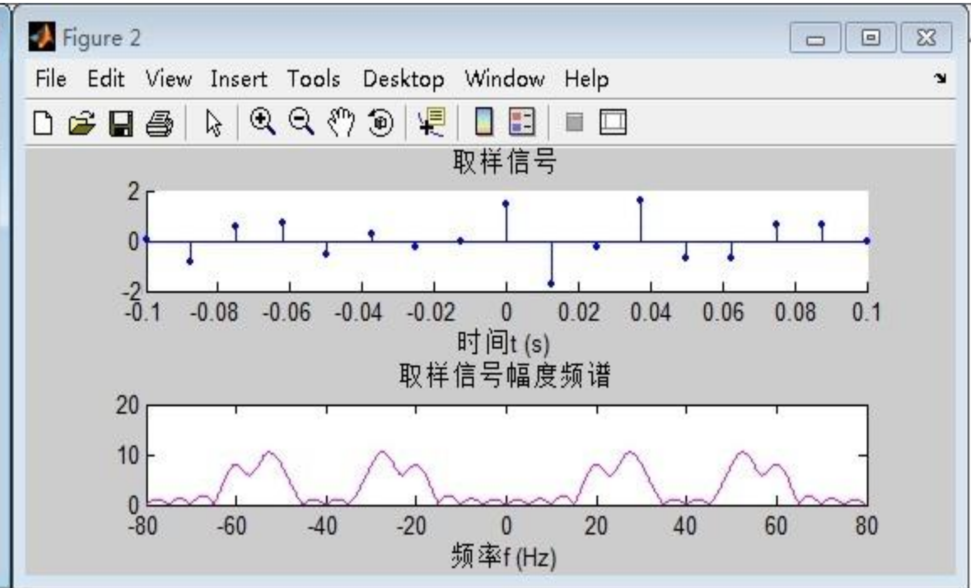
实验测试程序：

```
clear all;
close all;
f1='sin(2*pi*60*t)+cos(2*pi*25*t)+cos(2*pi*30*t)';%输入一个信号
fs0=caiyang(f1,80);  %  欠采样
fr0=huifu(fs0,80);
fs1=caiyang(f1,120);  %  临界采样
fr1=huifu(fs1,120);
fs2=caiyang(f1,150);  %  过采样
fr2=huifu(fs2,150);
```

$$f(t)=\sin(2\pi 60t)+\cos(2\pi 25t)+\cos(2\pi 30t)$$

实验举例　欠采样情况





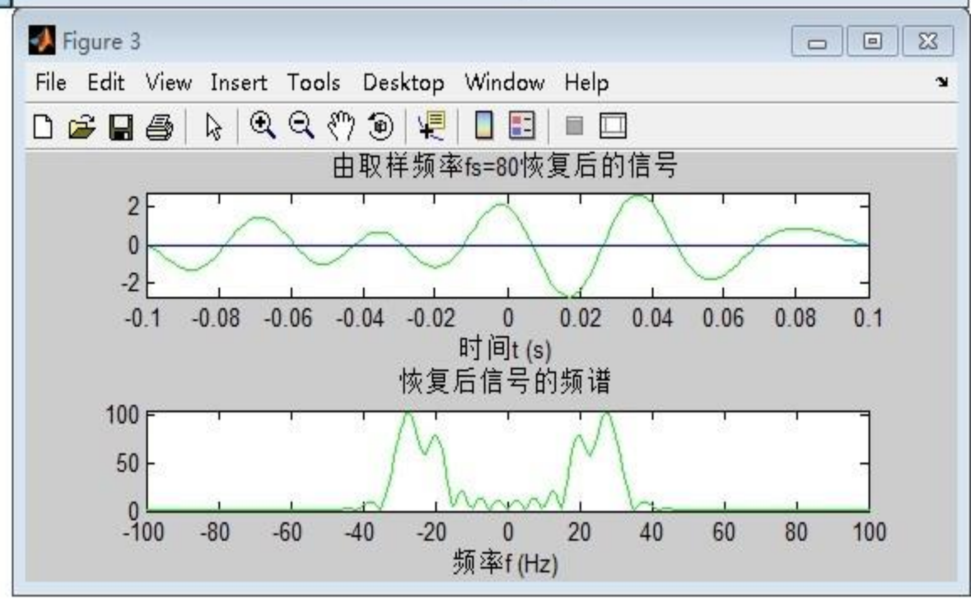


Figure 1　原信号波形及其频谱

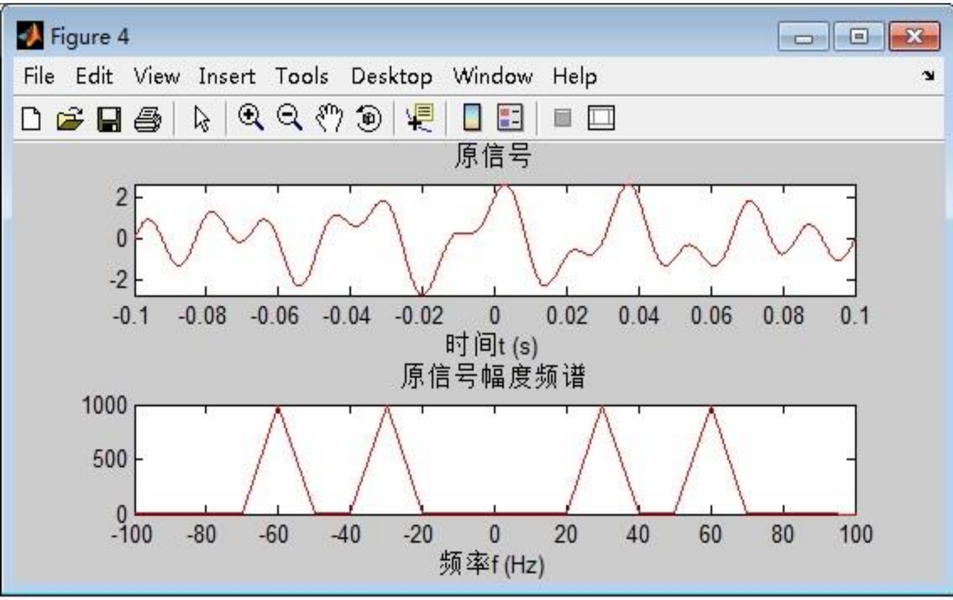
Figure 2　欠采样信号波形及其频谱

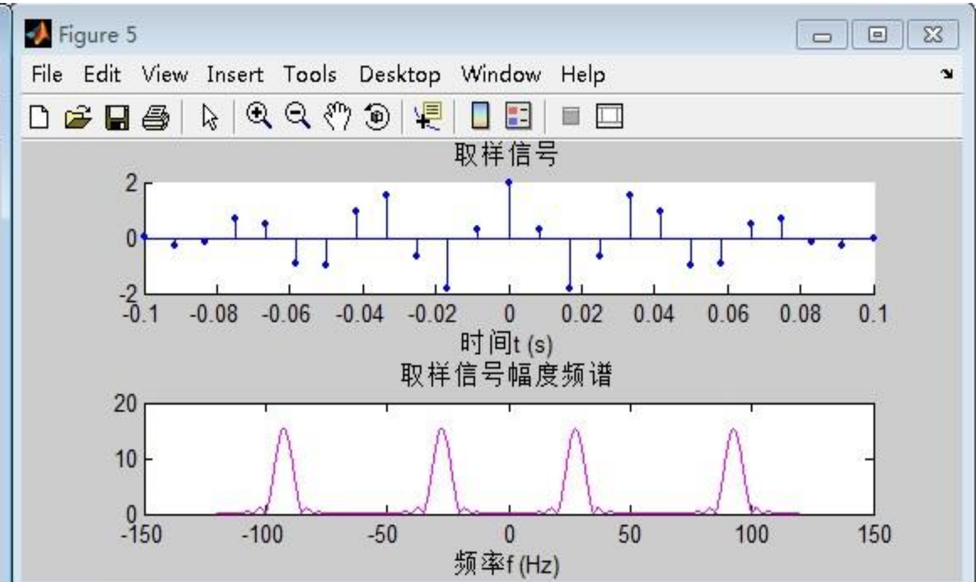
Figure 3　重建信号波形及其频谱

$$f(t)=\sin(2\pi 60t)+\cos(2\pi 25t)+\cos(2\pi 30t)$$

实验举例

临界采样情况





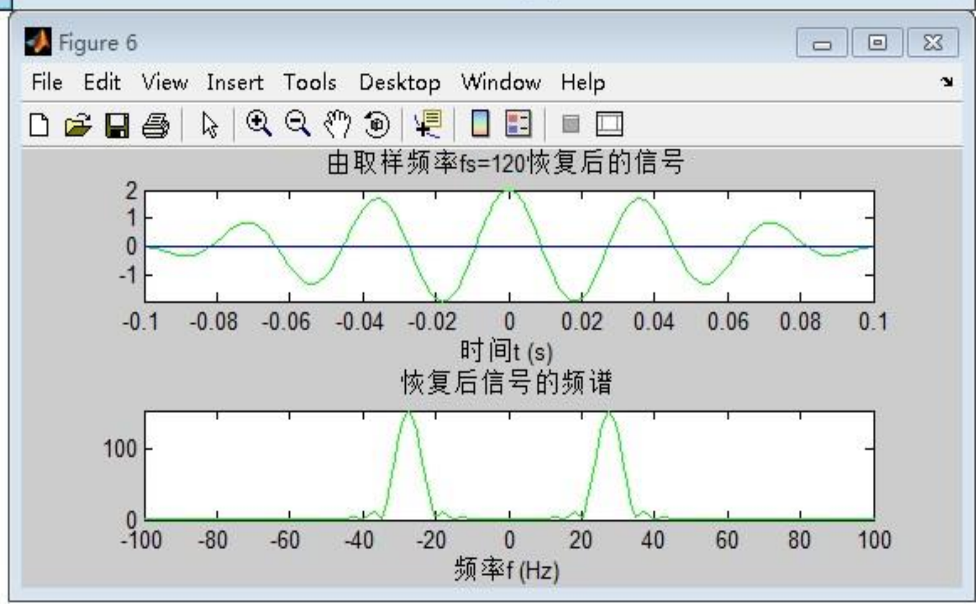


Figure 4　原信号波形及其频谱

Figure 5　临界采样信号波形及其频谱

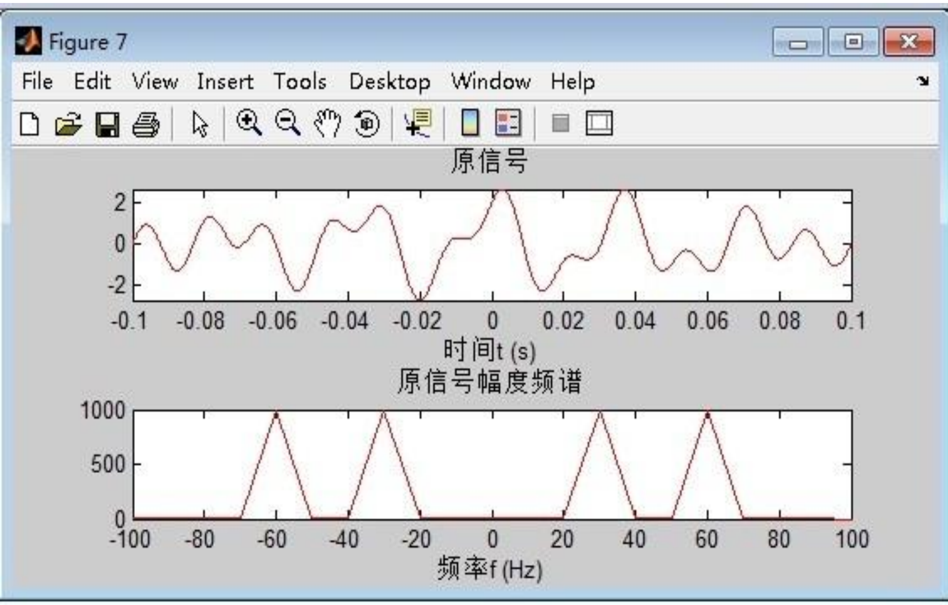
Figure 6　重建信号波形及其频谱

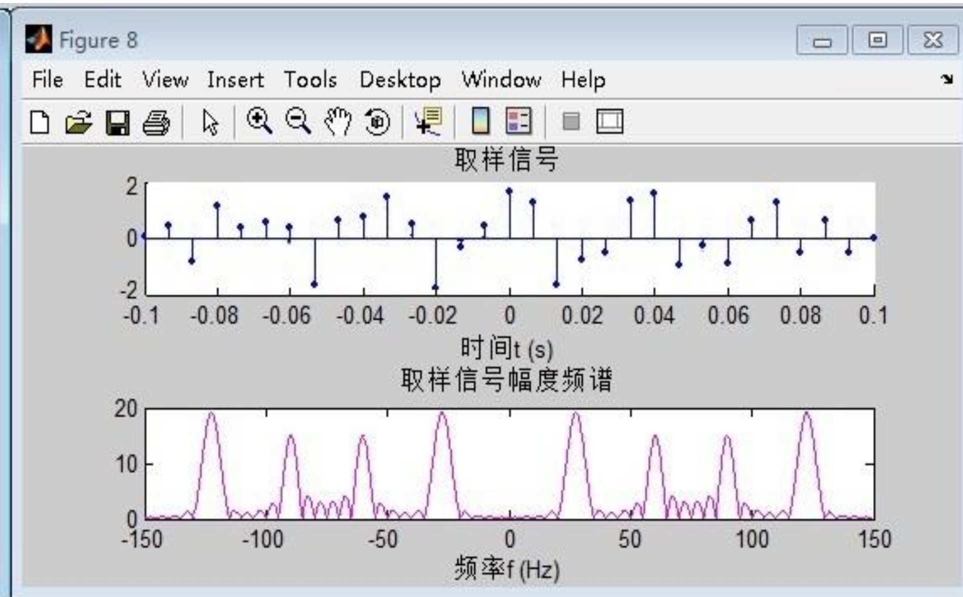
临界采样：失败　　　　滤波器不理想！

$$f(t)=\sin(2\pi 60t)+\cos(2\pi 25t)+\cos(2\pi 30t)$$

实验举例

过采样情况





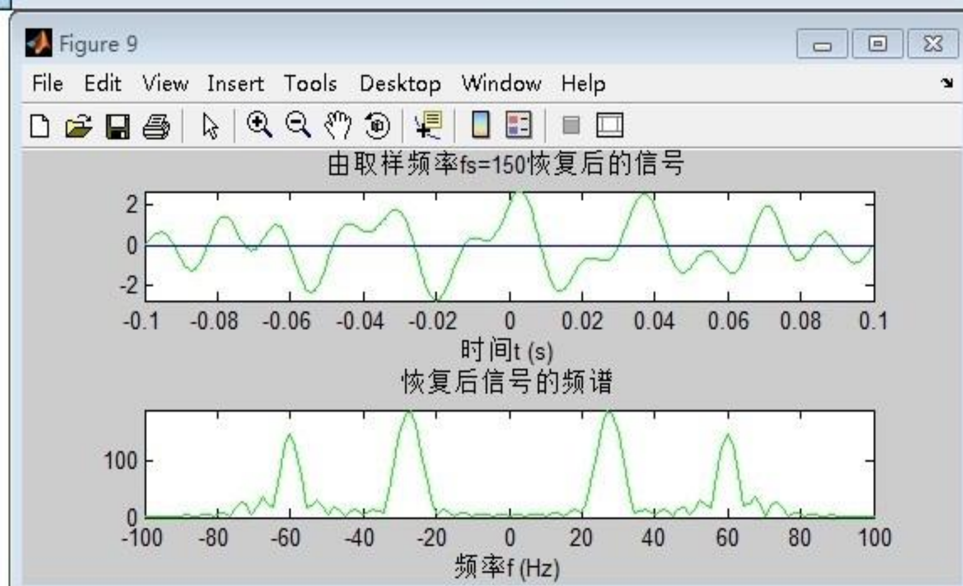


Figure 7　原信号波形及其频谱

Figure 8　过采样信号波形及其频谱

Figure 9　重建信号波形及其频谱

3.6.4　应用问题中需考虑的一些问题

一、抽样点数目有限问题：

之前导出的结论建立在无限长时间连续抽样的基础上，而实际问题中的抽样只能在有限时间范围内，因此应当对原有分析做如下修正：

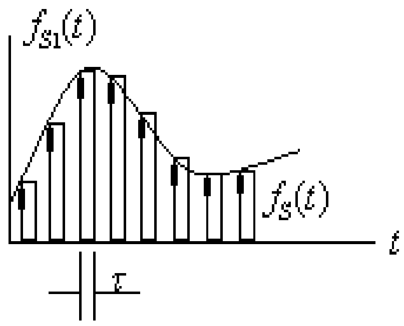
$$f_S(t)=G(t)f(t)P(t)$$ 其中G(t)为矩形脉冲，脉冲宽度 τ 为实际取样时间

$$F_S(\omega)=\frac{1}{2\pi}\Im[G(t)]*\Im[f(t)\cdot P(t)]$$

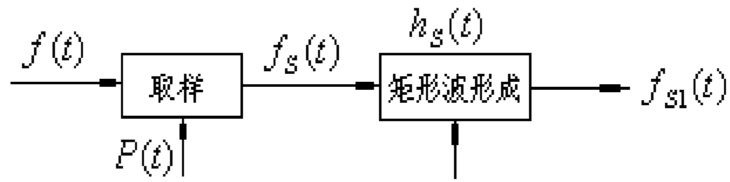
$$F_S(\omega)=\frac{1}{2\pi}\tau Sa(\frac{\omega\tau}{2})*\sum_{n=-\infty}^{\infty}P_nF(\omega-n\omega_S)$$

卷积 $Sa(\frac{\omega\tau}{2})$ 会导致失真，需进一步提高采样频率

二、平顶抽样问题：

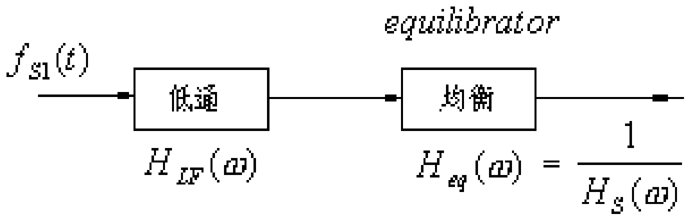


在效果上相当于：

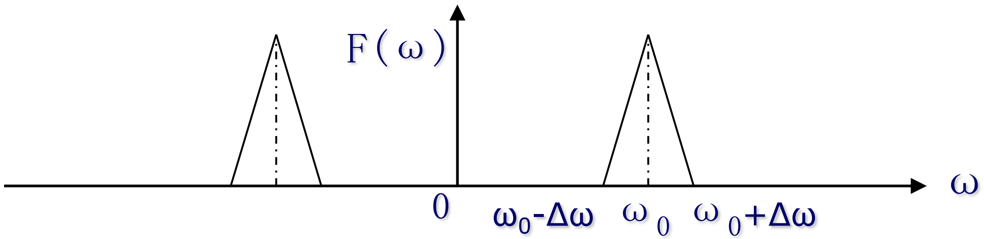


$$F_{S1}(\omega)=H_S(\omega)F_S(\omega)=\tau Sa(\frac{\omega\tau}{2})\cdot\frac{1}{T_S}\sum_{n=-\infty}^{\infty}F(\omega-n\omega_S)$$

$$=\frac{\tau}{T_S}\sum_{n=-\infty}^{\infty}Sa(\frac{\omega\tau}{2})\cdot F(\omega-n\omega_S)$$



三、带通采样问题：

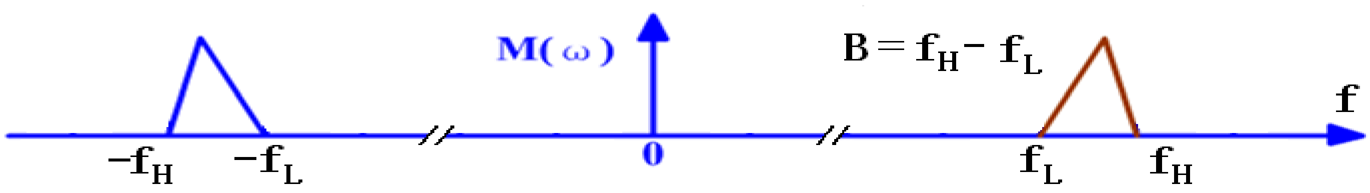


如何确定信号的不失真采样频率？

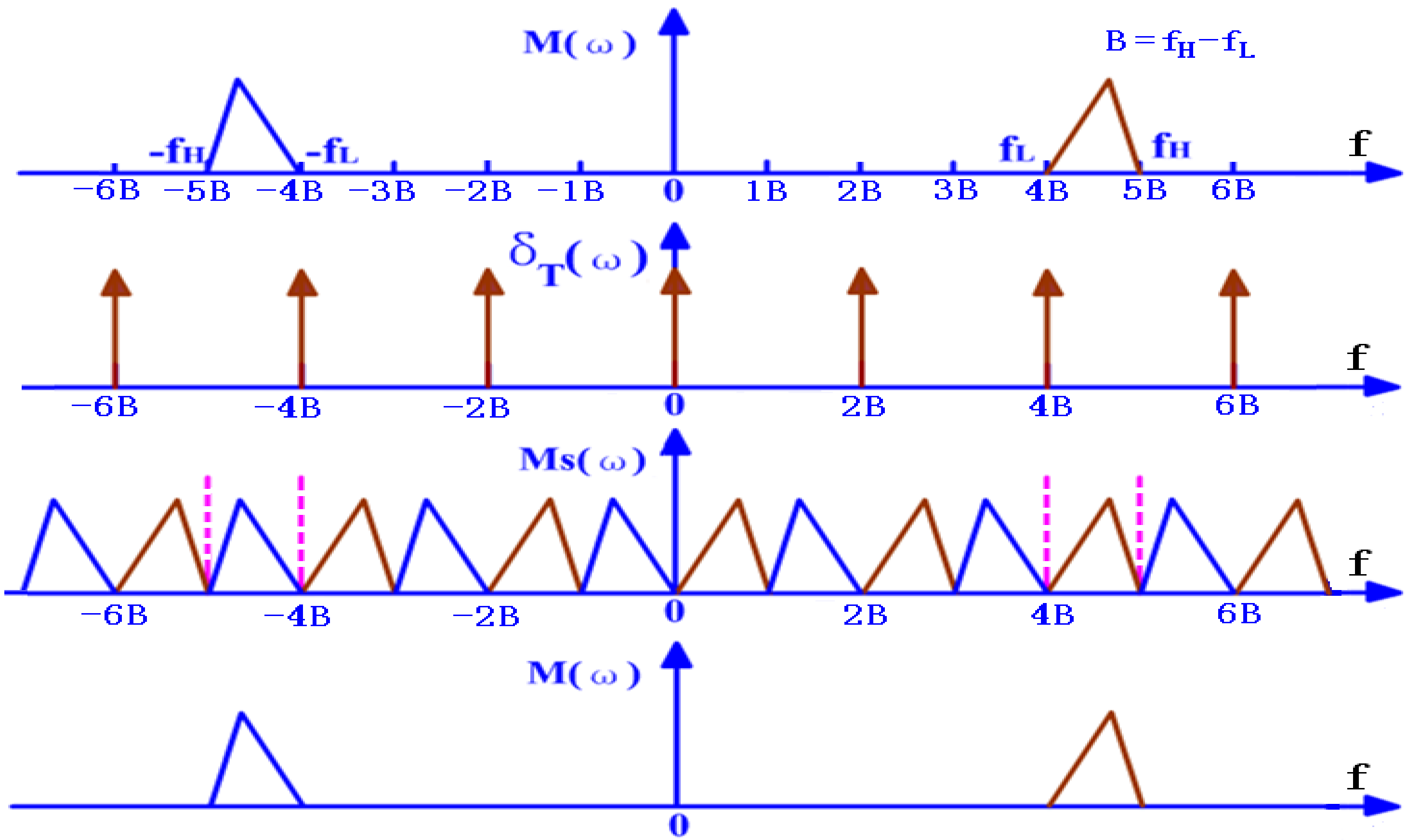
带通型信号的抽样问题

当连续时间信号的频率范围限于$f_H \sim f_L$之间，且$f_L \geqslant B = f_H - f_L$时，称此信号为带通型信号。

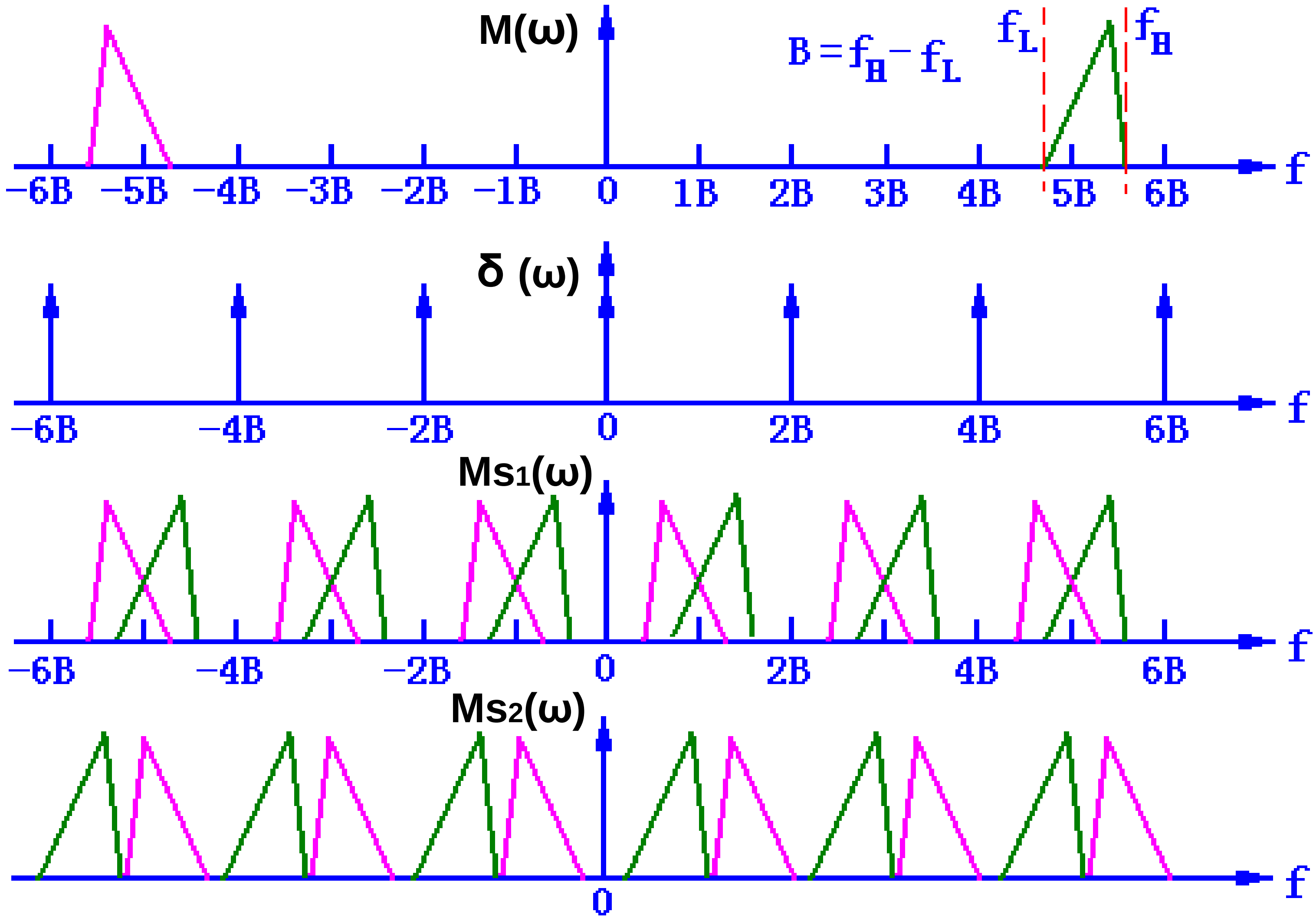
设带通型连续时间信号$m(t)$的带宽$B = f_H - f_L$，若以$f_s = 2B + 2(f_H - nB)/n$（n是小于f_H/B的最大整数）的抽样频率对$m(t)$进行抽样，则$m(t)$ 将被所得到的抽样值序列完全确定。



当带通信号的最高频率f_H为带宽B的整数倍时：



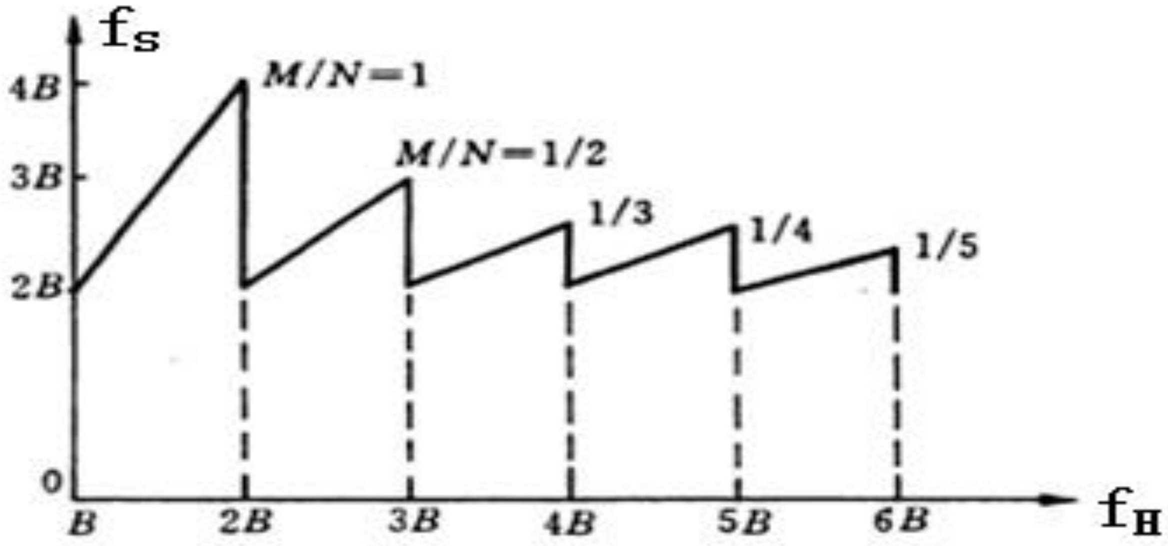
当带通信号的最高频率f_H不为带宽B的整数倍时：



$$f_s \geq 2(f_H - f_L)(1+M/N) = 2B(1+M/N)$$

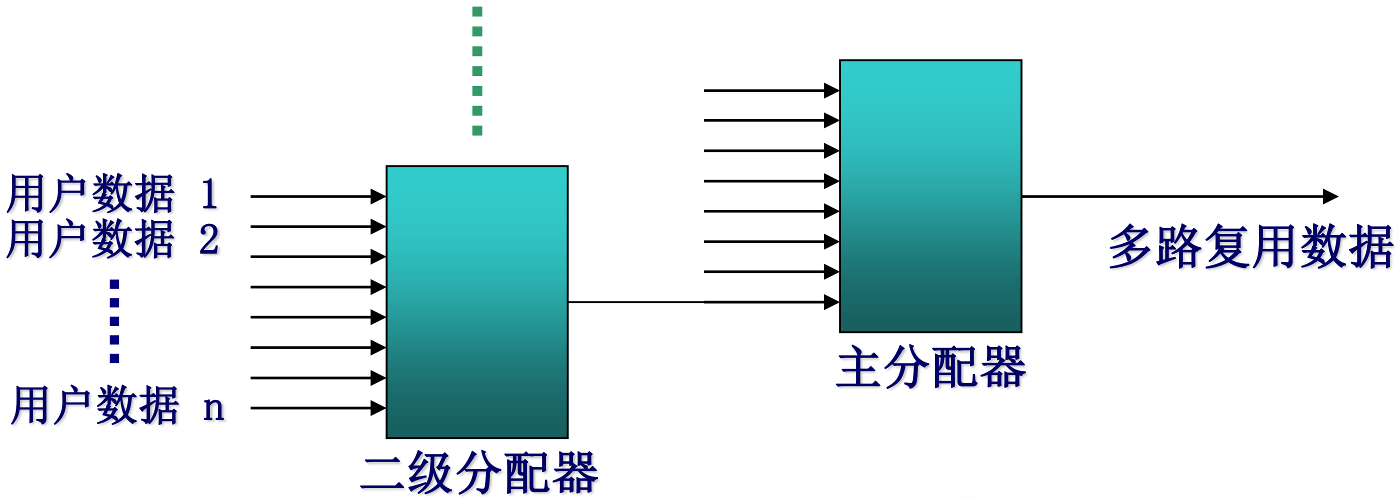
其中N为小于 f_H/B的最大整数

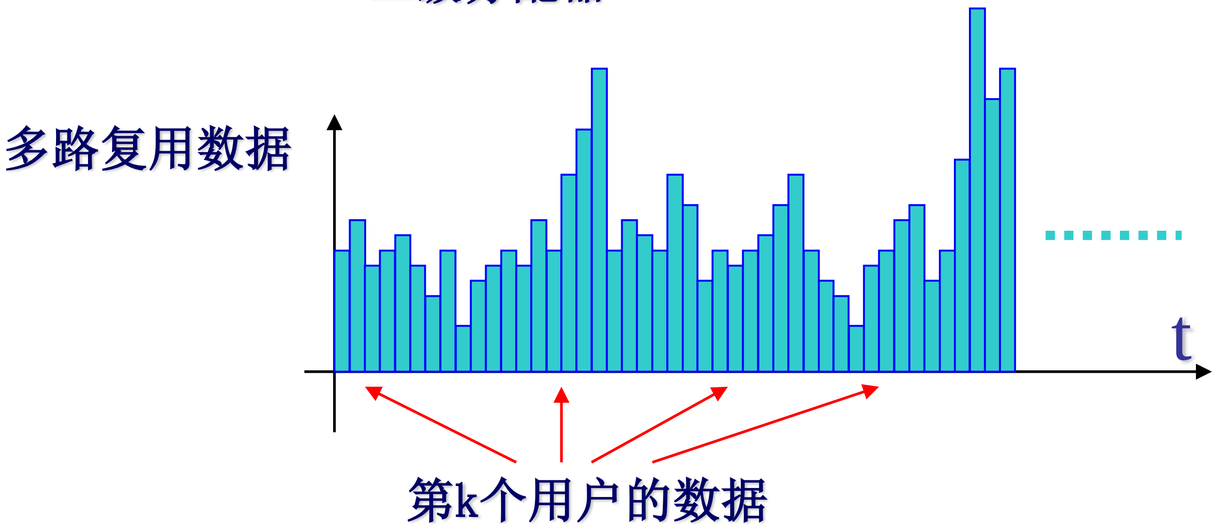
$$M = [(f_H/B) - N], \quad 0 \leq M < 1$$

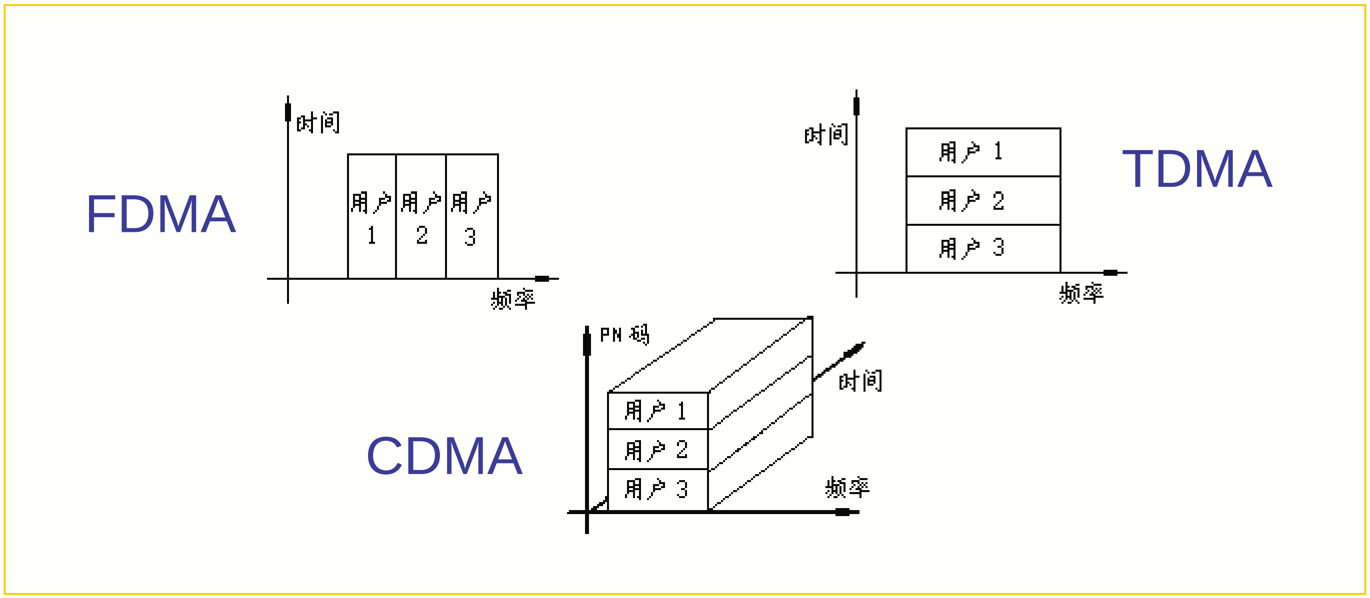


3.6.5　应用举例

TDMA (Time Division Multiple Address)系统

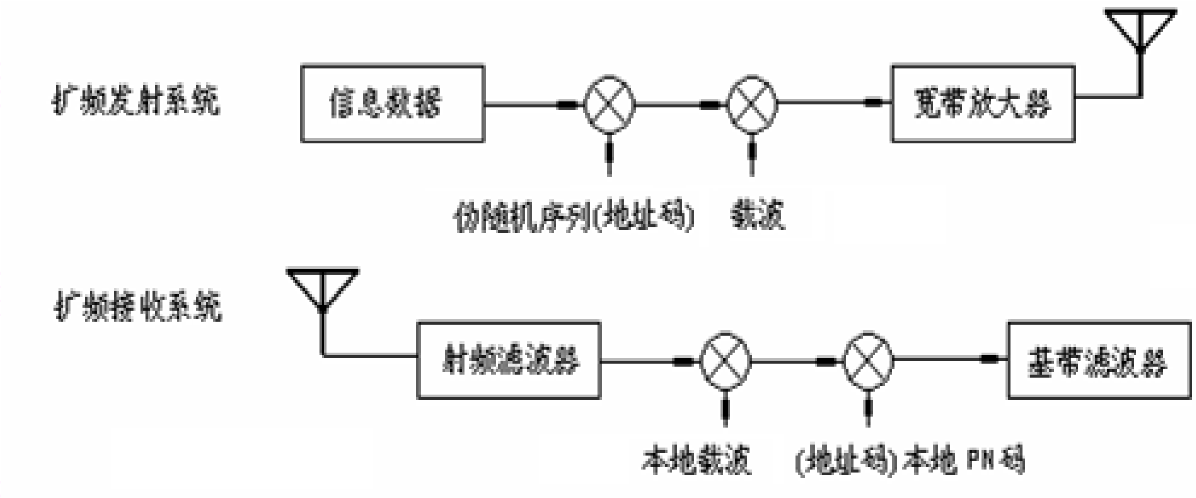


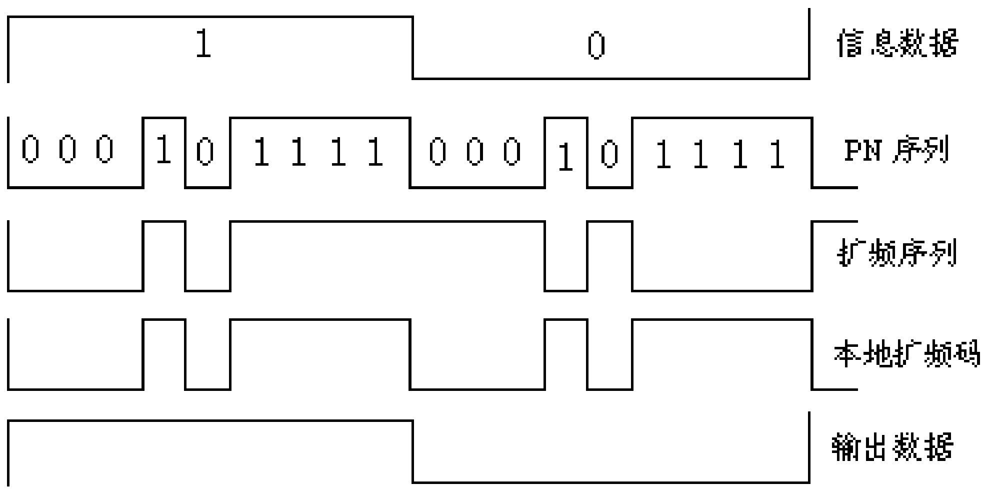




移动通讯中三种多址方式的时频特征

CDMA (Code Division Multiple Address)系统





§3.7　与傅里叶变换有关的一些问题

3.7.1　关于广义傅里叶变换

从某一类信号的傅氏变换说起：

$$t\cdot u(t)=u(t)*u(t)\leftrightarrow[\pi\delta(\omega)+\tfrac{1}{j\omega}]^2=[\pi^2\delta^2(\omega)-\frac{1}{\omega^2}]-j\frac{2\pi\delta(\omega)}{\omega}$$

也可以依据频域微分性质，若： $f(t)\leftrightarrow F(\omega)$ **则有：**$(-jt)f(t)\leftrightarrow F'(\omega)$

因而：

$$t\cdot u(t)=(-jt)[ju(t)]$$

$$f(t)=ju(t)\leftrightarrow F(\omega)=j[\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}]=j\pi\delta(\omega)+\frac{1}{\omega}$$

运算不封闭！

$$t\cdot u(t)\leftrightarrow F'(\omega)=[j\pi\delta(\omega)+1/\omega]'=j\pi\delta'(\omega)-1/\omega^2$$

上述结果提示了些什么……

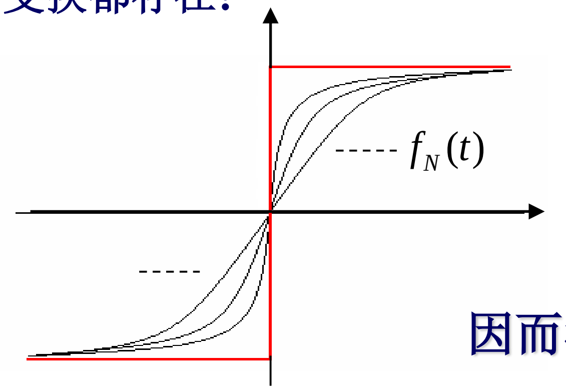
为了针对不同问题的分析，傅立叶变换可进一步分为广义变换(Broad_sense FT)和狭义变换(Narrow_sense FT)两种情况。 狭义傅立叶变换针对满足狄氏条件的那些函数的傅氏变换，它们大都可利用积分定义求取，且原函数与变换式均为非奇异函数；而广义傅立叶变换则指极限意义下的狭义傅立叶变换：

设$f(t)$与一个函数序列 $f_N(t), N=1,2,\ldots\infty$ 有关系：$f(t)=\lim\limits_{n\to\infty} f_N(t)$

且序列中的每个函数的狭义傅立叶变换都存在，则广义傅立叶变换定义为：

$$f(t) \leftrightarrow \lim_{N\to\infty} F[f_N(t)]$$

以符号函数为例，它可对应于一个函数序列且序列中的每个函数的狭义傅立叶变换都存在：



$$f_N(t)=\begin{cases}1-e^{-\frac{t}{N}} & t>0\\ -(1-e^{\frac{t}{N}}) & t<0\end{cases} \qquad \mathrm{sgn}(t)=\lim_{N\to\infty} f_N(t)$$

因而符号函数的傅氏变换属于广义变换。

3.7.2　关于短时傅里叶变换

从信号的傅氏变换积分定义说起：

$$\begin{cases} F(\omega)=\mathcal{F}\left[f(t)\right]=\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt=|F(\omega)|e^{j\varphi(\omega)} \\ f(t)=\mathcal{F}^{-1}\left[F(\omega)\right]=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t}d\omega \end{cases}$$

傅里叶变换只适用于平稳信号

短时傅里叶变换(STFT)

亦称“加窗傅里叶变换”、“Gabor变换” ……

$$G\{f(\omega,\tau)\}=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t-\tau)e^{-j\omega t}dt$$

$$g(t)=\frac{1}{2\sqrt{\pi a}}e^{-\frac{t^2}{4a}}$$

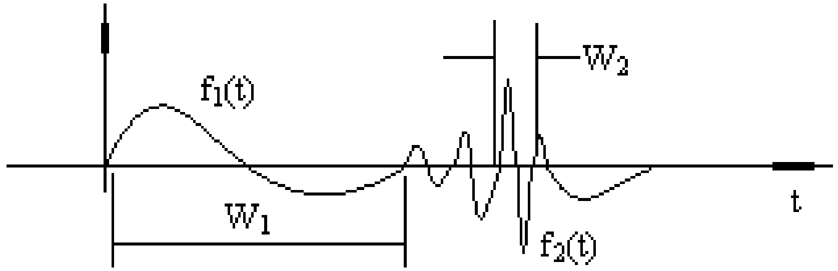
$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} G\{f(\omega,\tau)\}d\tau=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t-\tau)e^{-j\omega t}dtd\tau=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} G\{f(\omega,\tau)\}\cdot e^{j\omega t}d\omega d\tau$$

短时傅里叶变换的局限性

关于测不准原理(不确定性原理 Uncertainty Principle)

不能对两个相关的物理量同时获得最大的测量分辨率



简述小波(wavelet)变换

$$WT(a,b)=\frac{1}{\sqrt{a}}\int x(t)\cdot\psi_{ab}(t)dt$$

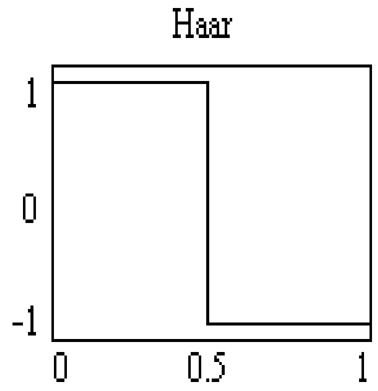
$$\psi_{ab}(t)=\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

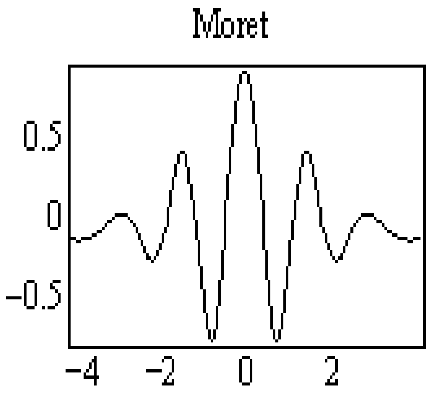
移动因子

伸展因子

哈尔小波基

$$\psi(x)=\begin{cases}1 & 0\le x<0.5\\ -1 & 0.5\le x<1\\ 0 & others\end{cases}$$





同时对快慢信号具有分析能力

3.7.3　关于离散傅里叶变换

就傅氏变换中关于信号的周期性和连续、离散性关系而论，可能出现四种类型的时域特征与频域特征的组合：

时域特征	频谱特征
非周期的连续时间　（如：单矩形脉冲）	非周期的连续频谱
周期的连续时间　（如：周期矩形脉冲）	非周期的离散频谱
非周期的离散时间（如：时域抽样信号）	周期的连续频谱
周期的离散时间　（如：冲激梳状脉冲）	周期的离散频谱

连续时间信号离散、周期化预处理过程示意：

连续时间信号：

时域抽样脉冲：

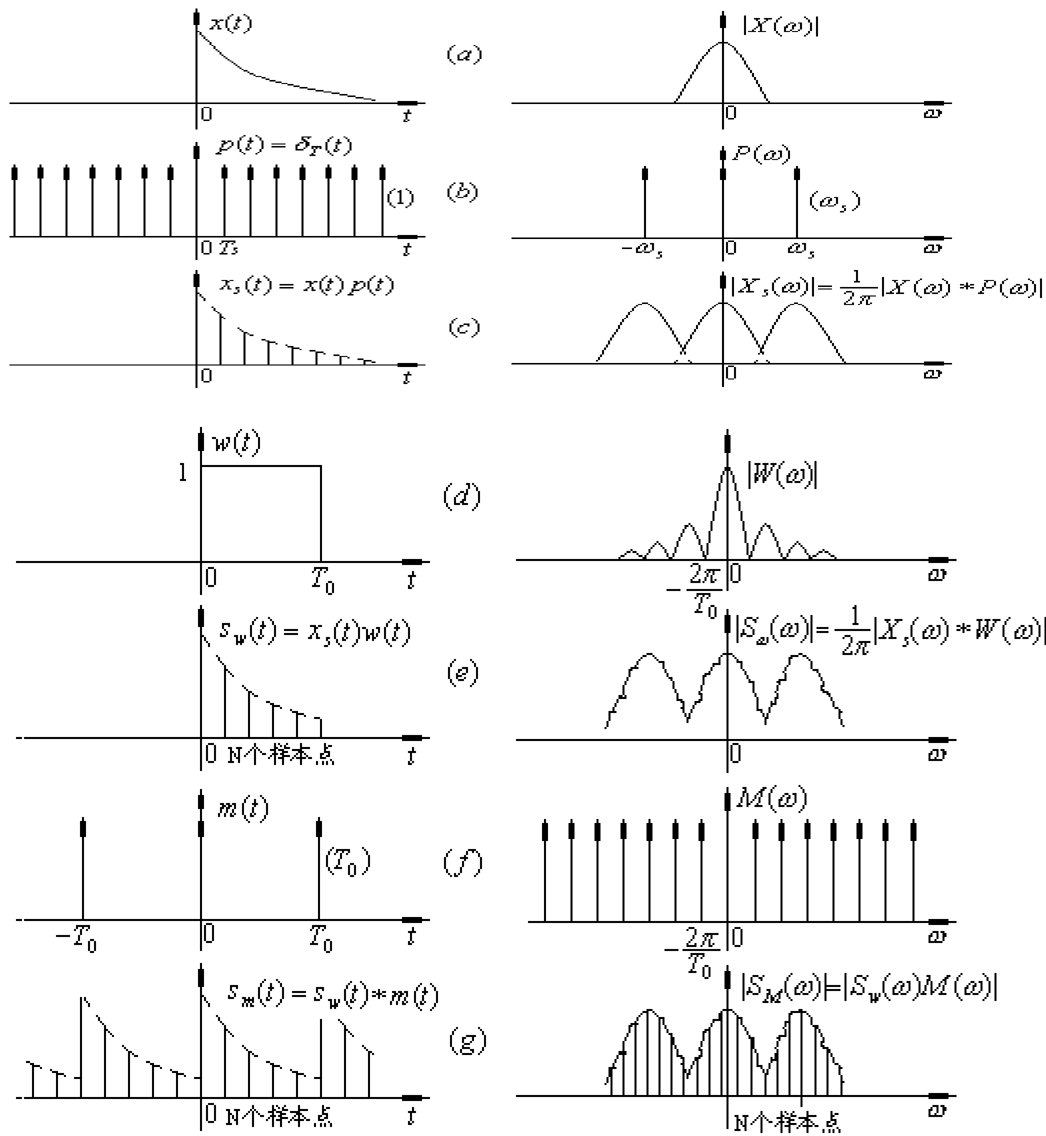
离散样值信号：

时域窗函数：

加窗抽样信号：

频域抽样：

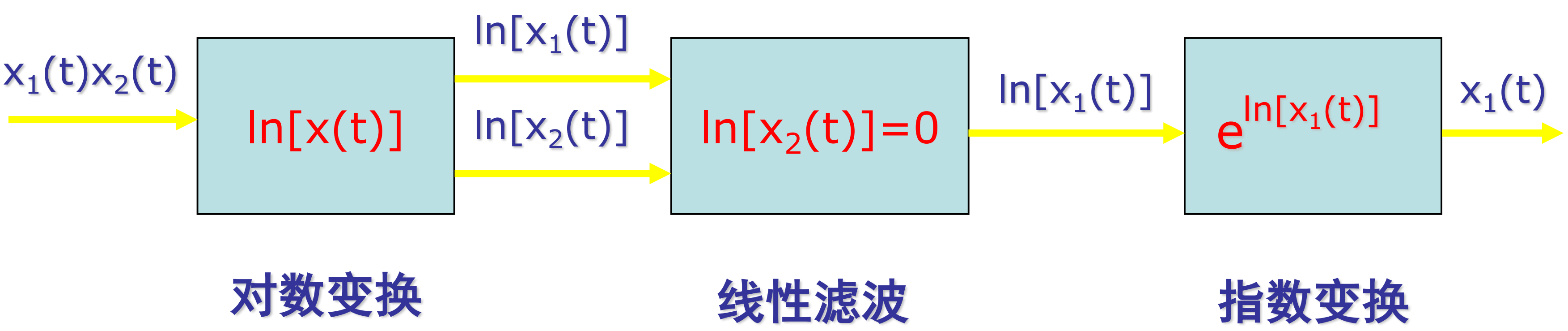
时域频域均被周期化后的离散样值信号：



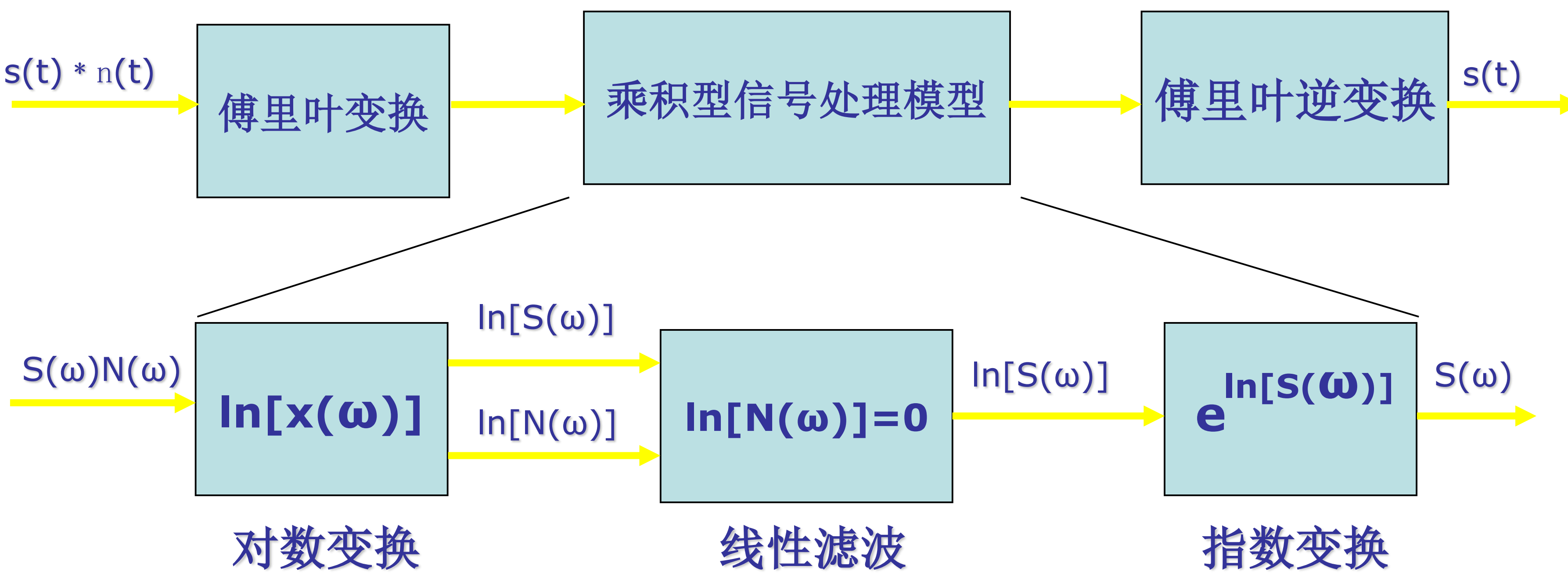
3.7.4 线性系统分析方法拓展_同态滤波

同态滤波应用之一：

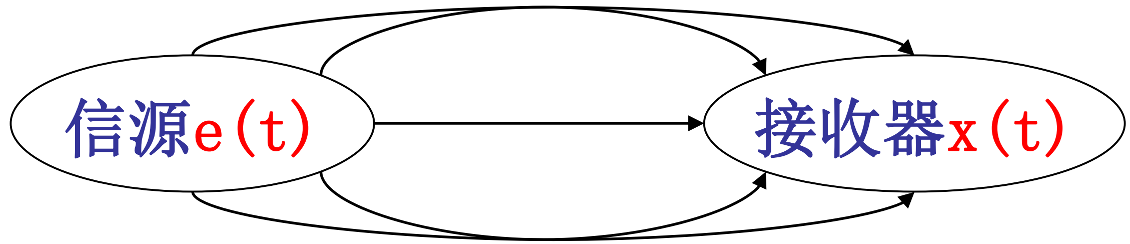
克服乘法型干扰



同态滤波应用之二：克服卷积型干扰



例：克服回波干扰问题



接收信号可表示为： $x(t)=e(t)+\sum_{k=1}^{M}a_k e(t-\tau_k)$ $\quad |a_k|<1$

设传输媒介等效为 $h(n)$， 则：$x(t)=e(t)*h(t)$

其中：$h(t)=\delta(t)+\sum_{k=1}^{M}a_k\delta(t-\tau_k)$

对接收信号作 FT ： $\mathrm{X}(\omega)=E(\omega)\cdot \mathrm{H}(\omega)=E(\omega)\cdot\sum_{k=0}^{M}a_k \mathrm{e}^{-\tau_k}$ （其中设：$a_0=1$）

取对数： $\ln \mathrm{X}(\omega)=\ln E(\omega)+\ln\sum_{k=0}^{M}a_k \mathrm{e}^{-\tau_k}$

习　题：

3-36，3-39，3-41，5-23，5-25

谢谢同学们！