

第三次习题

1. (10分) 在二维希尔伯特空间里有两个向量

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+i \\ 1-i \end{pmatrix}, \quad |\psi_2\rangle = \begin{pmatrix} \frac{8}{17}i \\ \frac{15}{17} \end{pmatrix}$$

计算 $\langle\psi_1|\psi_2\rangle$ 和 $\langle\psi_2|\psi_1\rangle$.

2. (30分) 在二维希尔伯特空间里定义两个向量

$$|\bar{e}_1\rangle = \frac{3}{5}|e_1\rangle + \frac{4}{5}|e_2\rangle = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad |\bar{e}_2\rangle = \frac{4}{5}|e_1\rangle - \frac{3}{5}|e_2\rangle = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

(1) (15分) 证明这两个向量正交归一;

(2) (15分) 由于它们正交归一, 所以可以用它们作正交基矢。在这组正交基下, 题1中的 $|\psi_1\rangle$ 具有如下形式

$$|\psi_1\rangle = a|\bar{e}_1\rangle + b|\bar{e}_2\rangle$$

求 a 和 b .