《简明量子力学》期末考试（2022春）

考试时间：6月7日晚6点40-8点40　　　考试地点：二教101,109+线上

线下：答案写在答题纸上，包括选择题；请在试卷和答题纸上写名字，考完请将试卷和答题纸一起上交，因为**选择题的次序因人而异**。

所有考生(线下或线上)：考完后，将试卷第一页和答案拍照上传Canvas， 没有上传试卷第一页的，前6道选择题作为零分处理。

选择题评分标准：按比例得分：选错一个答案扣1分. 举例，某题总共3分，有两个正确答案bc：(1) 只选b，得1.5分；(2)选ab，得0.5分；(3)只选a，得0分。

1. （3分）请选出正确的表述
   (a) 可逆经典计算机是量子计算机的一个特例.
   (b) 对于任何计算问题，都有比经典算法更快的量子算法.
   (c) 量子计算机能破RSA密码.
   (d) 在量子隐形传态中，传递的经典信息中包含了部分需要传递的量子信息.

2. （3分）下面哪些技术是隐性量子技术？
   (a) 量子基金　(b) 手机芯片　(c)量子通信　(d) 核磁共振影像技术

3. （3分）请选出正确的表述
   (a) 质子是全同玻色子.
   (b) 氢元素有两种同位素，氘和氚。氘是氚的全同粒子.
   (c) 光子是全同玻色子.
   (d) 氦3原子是全同费米子.

   注：一个氦3原子由两个质子，一个中子，两个电子组成.

4. （3分）下面哪些关于量子力学史的表述是正确的？
   (a) 普朗克最早提出光是粒子.
   (b) 爱因斯坦对新量子理论的建立没有任何贡献.
   (c) 玻尔成功地利用量子力学解释了元素周期表.
   (d) 爱因斯坦最早将量子理论用来解释固体的比热.

5. （3分）请选出正确的表述
   (a) 波函数是可以直接观测的.
   (b) 量子力学中的波可以由一个粒子构成.
   (c) 苹果有大小，所以构成苹果的基本粒子必须具有大小.
   (d) 电子没有大小.

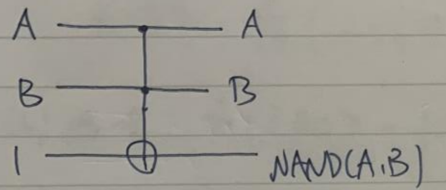
6. （3分）请选出正确的表述
   (a) 经典测量中，仪器对测量物体的扰动在原则上是不可忽略的.
   (b) 退相干是建造量子计算机时需要克服的技术难题.
   (c) 海森堡不确定性关系的根源是量子测量对被测量物体带来的不可避免的扰动.
   (d) 贝尔不等式表明量子纠缠中的超距关联和经典超距关联是不一样的.

1900094619 元培 金镇焕

1. a. c. 2. a. b 3. c. d 4. c. d.

5. b. d 6. b. d.

7.



8. $\langle\psi_2|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{13}}\cdot\frac{1}{5}\left(4i\times5+3\times12i\right) = \frac{1}{65}\cdot56i = \frac{56}{65}i$

9. (1) 自旋沿z方向向上的几率为 $\left|\frac{8}{17}\right|^2 = \frac{64}{289}$

(2) 设 $|\psi\rangle = c_1|f\rangle + c_2|b\rangle$

则 $\begin{cases} c_1 = \langle f|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \quad 1)\cdot\frac{1}{17}\begin{pmatrix}8\\-15i\end{pmatrix} = \frac{1}{2} \\ c_2 = \langle b|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \quad -1)\cdot\frac{1}{17}\begin{pmatrix}8\\-15i\end{pmatrix} = \frac{1}{2} \end{cases}$

∴ 自旋沿x负方向的几率为 $\frac{1}{2}$

10. (a) $M_1M_2 = \begin{pmatrix}5 & 2+i\\2-i & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3 & 3-2i\\2+3i & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-11+8i & 17-9i\\-10-3i & 2-7i\end{pmatrix}$

$M_2M_1 = \begin{pmatrix}-3 & 3-2i\\2+3i & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5 & 2+i\\2-i & -2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-11-7i & -12+i\\12+14i & -1+8i\end{pmatrix}$

$M_1M_2 \neq M_2M_1$

(b) ∵ $M_1 = M_1^\dagger$ ∴ M_1 为厄密矩阵

1. (a) 第一步：$\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle+|11\rangle)$

第二步：$\frac{1}{\sqrt{2}}(|11\rangle+|01\rangle)$

第三步：$\frac{1}{\sqrt{2}}(-i|01\rangle+i|11\rangle)$

第四步：$\frac{1}{\sqrt{2}}(-i|01\rangle+i|10\rangle)$ 为输出态

(b) 第一步：$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle-|10\rangle)$

第二步：$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle-|10\rangle)$

第三步：$\frac{1}{\sqrt{2}}(i|10\rangle+i|00\rangle)$

第四步：$\frac{1}{\sqrt{2}}(i|11\rangle+i|00\rangle)$ 为输出态

证明：$\frac{i}{\sqrt{2}}(|11\rangle+|00\rangle)$ 为纠缠态

假设输出态为直积态，则可设

注意：$|u\rangle=|0\rangle \quad |d\rangle=|1\rangle$

$|\psi\rangle=(a_1|u\rangle+b_1|d\rangle)\otimes(a_2|u\rangle+b_2|d\rangle)$

$=a_1a_2|uu\rangle+a_1b_2|ud\rangle+b_1a_2|du\rangle+b_1b_2|dd\rangle$

$\therefore$ ① $a_1a_2=\frac{i}{\sqrt{2}}$ ② $a_1b_2=a_2b_1=0$ ③ $b_1b_2=\frac{i}{\sqrt{2}}$

由①、③式，得 $a_1a_2b_1b_2=-\frac{1}{2}$

由②式得 $a_1a_2b_1b_2=0$

二者矛盾 $\therefore$ 输出态不是直积态而是纠缠态

(c) $\frac{4}{5}|10\rangle-\frac{3i}{5}|01\rangle$

输出态为 $\frac{4}{5}\cdot\frac{i}{\sqrt{2}}(|11\rangle+|00\rangle)-\frac{3i}{5}\cdot\frac{i}{\sqrt{2}}(-|01\rangle+|10\rangle)$

即 $\frac{1}{5\sqrt{2}}(4i|11\rangle+4i|00\rangle+3|10\rangle-3|01\rangle)$

6

12. (a) $\overline{\hat{\sigma}_y} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & i\frac{4}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ -\frac{4}{5}i \end{pmatrix} = -\frac{24}{25}$

$\cancel{\hat{\sigma}_y^2} = \langle\phi|\hat{\sigma}_y^2|\phi\rangle = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & i\frac{4}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ -\frac{4}{5}i \end{pmatrix}$

$= \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = 1$

$\therefore \Delta\hat{\sigma}_y^2 = \langle\phi|\hat{\sigma}_y^2|\phi\rangle - \overline{\hat{\sigma}_y}^2 = 1 - \left(-\frac{24}{25}\right)^2 = \frac{49}{625}$

(b) $\overline{\hat{\sigma}_x} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & i\frac{4}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ -\frac{4}{5}i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & i\frac{4}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i\frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$

$= -i\frac{12}{25} + i\frac{12}{25} = 0$

$\langle\phi|\hat{\sigma}_x^2|\phi\rangle = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & i\frac{4}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ -\frac{4}{5}i \end{pmatrix} = 1$

$\therefore \Delta\hat{\sigma}_x^2 = \langle\phi|\hat{\sigma}_x^2|\phi\rangle - \overline{\hat{\sigma}_x}^2 = 1$

(c) 存在：$\hat{\sigma}_x$ 和 $\hat{\sigma}_y$ 的本征态之直积。

即 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|u\rangle + |d\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\rangle + i|d\rangle)$

$= \frac{1}{2}(|uu\rangle + i|ud\rangle + |du\rangle + i|dd\rangle)$

13. (a) $\langle\psi\rangle = \frac{3}{5}|uu\rangle - \frac{2\sqrt{2}}{5}|du\rangle + \frac{2\sqrt{2}}{5}i|dd\rangle$

而 $\langle\psi|\hat{\sigma}_z\otimes\hat{\sigma}_y|\psi\rangle$

$= \left(\frac{3}{5}\langle uu| - \frac{2\sqrt{2}}{5}\langle du| - \frac{2\sqrt{2}}{5}i\langle dd|\right)\left(\frac{3}{5}i|ud\rangle + \frac{2\sqrt{2}}{5}i|dd\rangle - \frac{2\sqrt{2}}{5}|du\rangle\right)$

$= \left(-\frac{2\sqrt{2}}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2\sqrt{2}}{5}\right) + \left(-\frac{2\sqrt{2}}{5}i\right)\cdot\left(\frac{2\sqrt{2}}{5}i\right)$

$= \frac{8}{25} + \frac{8}{25} = \frac{16}{25}$

(b) ① 左侧的上方有斑点 而右侧上方有斑点

② 左侧下方有斑点 右侧上方有斑点

③ 左侧下方有斑点，右侧上方有斑点.

(c) $|\psi_2\rangle = \frac{3}{5}|uu\rangle + \frac{2\sqrt{2}}{5}|du\rangle - \frac{2\sqrt{2}}{5}i|dd\rangle$.

$\therefore \frac{9}{25}\times 1000 = 360$ 个在上方

640 个在下方