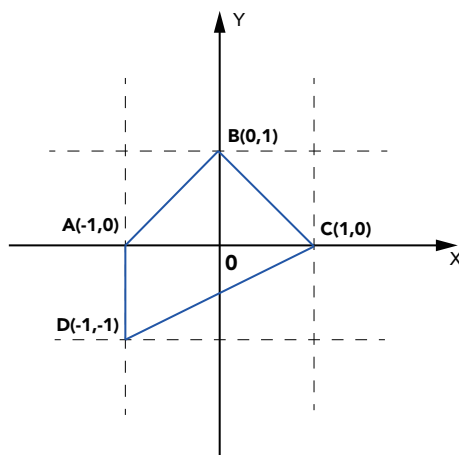


第四次习题

1. (10分) 有一个矩阵 Q_x

$$Q_x = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



画出图中的四边形ABCD在矩阵 Q_x 作用下变成的形状。

2. 现在有两个矩阵

$$M_1 = \begin{pmatrix} 3 & 1+i \\ 1-i & 2 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1+3i \\ 1-i & 1 \end{pmatrix}$$

- (1) (10分) 计算 M_1M_2 , M_2M_1 , M_1^T , M_2^T , M_1^\dagger , M_2^\dagger 。
- (2) (1分) $M_1M_2 = M_2M_1$ 吗?
- (3) (4分) M_1 和 M_2 中哪个是厄米矩阵?

3. (10分) 验证下面这个向量 $|\psi\rangle$ 是 $\hat{\sigma}_y$ 的本征态

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}.$$

并将向量 $|\psi\rangle$ 归一化。

4. (5分) 在二维平面里进行两次不同的旋转，旋转的结果不依赖于两次旋转的次序；举例说明三维空间里的两次旋转，旋转的结果会依赖于两次旋转的次序。

附加题 (0分) :

- 证明:二维空间里的一条直线在任意矩阵的作用下是一条直线或者一个点。(我们生活的三维空间当然有类似的结论。)