

## 第八次习题

1. (10分) 一个自旋按照下面的么正矩阵

$$U_s(t) = \begin{pmatrix} \cos t - i\frac{\sqrt{2}}{2} \sin t & i\frac{\sqrt{2}}{2} \sin t \\ i\frac{\sqrt{2}}{2} \sin t & \cos t + i\frac{\sqrt{2}}{2} \sin t \end{pmatrix}$$

进行动力学演化。它的初始的自旋态是

$$|\psi\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} |u\rangle + \frac{1}{2} |d\rangle ,$$

验证:

$$U_s(t) |\psi\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} U_s(t) |u\rangle + \frac{1}{2} U_s(t) |d\rangle .$$

2. (10分) 二维旋转矩阵是

$$R = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

对两个二维向量

$$|\varphi_1\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} , \quad |\varphi_2\rangle = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

证明:  $R(|\varphi_1\rangle + |\varphi_2\rangle) = R|\varphi_1\rangle + R|\varphi_2\rangle$ .

3. (20分) 在课本图6.8描述的双缝干涉实验中, 假设总共有2400个电子通过双缝。在线圈没有电流通过时, 探测器 $d_5$ 上探测到了大约600个电子。现在线圈通电产生磁场, 造成电子上下两部分波函数有一个 $\pi/3$ 的相位差, 即通过双缝以后, 电子的波函数成为

$$|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi_1\rangle + e^{i\pi/3} |\psi_2\rangle) . \quad (3)$$

请问探测器 $d_5$ 上探测到了大约多少个电子。