第十一次习题

1

1. (a) 验证 $|\psi_1\rangle = U|\psi_0\rangle$

$|\psi_0\rangle = \frac{5}{13}|u, alive\rangle + i\frac{12}{13}|d, alive\rangle$

$= \frac{5}{13}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + i\frac{12}{13}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{13} \\ i\frac{12}{13} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

∴ 右边 $= U|\psi_0\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{5}{13} \\ i\frac{12}{13} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} \frac{5}{13} \\ 0 \\ 0 \\ i\frac{12}{13} \end{pmatrix} = \frac{5}{13}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + i\frac{12}{13}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{5}{13}|u, alive\rangle + i\frac{12}{13}|d, dead\rangle$

$= |\psi_1\rangle = $ 左边

(b) 验证 $|\psi_2\rangle = A|\psi_1\rangle$

右边 $= A|\psi_1\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i\frac{12}{13} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{5}{13} \\ 0 \\ 0 \\ i\frac{12}{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |d, dead\rangle = |\psi_2\rangle = $ 左边

(c) $UU^\dagger = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I$

∴ U 是幺正矩阵

$AA^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i\frac{12}{13} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i\frac{13}{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\frac{13}{12})^2 \end{pmatrix} \neq I$

∴ A 不是幺正矩阵

2. （a）

小娟按stop键之前，她上不上《简明量子力学》的状态是不确定的。

根据波包塌缩理论，她按键以后她的状态发生不连续的跳变，最终处于上课的状态或不去上课的状态。

而根据多世界理论，她按键的时刻世界一分为二：一个世界里小娟要去上课；另一个世界里她不去上课。

（b）

投掷硬币与用量子随机数有些相像。硬币在掷出前，状态不确定；投掷结束后，硬币会稳定下来处于一个确定的状态。硬币也经历了从状态不确定到确定的"塌缩"。

但是，硬币状态的"塌缩"是一个实实在在的物理过程，是一个连续的演化。它有明确的轨迹等变化过程。而波包塌缩是不连续、非幺正的变化。

另外，投掷硬币的结果和根据多世界理论的结果相似之处是两个演化过程是连续、幺正的。