

装  
订  
线  
内

不  
要  
答  
题

# 北京大学信息科学技术学院考试试卷

考试科目： 算法设计与分析 姓名： \_\_\_\_\_ 学号： \_\_\_\_\_

考试时间： 2020 年 6 月 3 日 大班教师： \_\_\_\_\_ 小班教师： \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
分数								
阅卷人								

## 北京大学考场纪律

1、考生进入考场后，按照监考老师安排隔位就座，将学生证放在桌面上。无学生证者不能参加考试；迟到超过 15 分钟不得入场。在考试开始 30 分钟后方可交卷出场。

2、除必要的文具和主考教师允许的工具书、参考书、计算器以外，其它所有物品（包括空白纸张、手机、或有存储、编程、查询功能的电子用品等）不得带入座位，已经带入考场的必须放在监考人员指定的位置。

3、考试使用的试题、答卷、草稿纸由监考人员统一发放，考试结束时收回，一律不准带出考场。若有试题印制问题请向监考教师提出，不得向其他考生询问。提前答完试卷，应举手示意请监考人员收卷后方可离开；交卷后不得在考场内逗留或在附近高声交谈。未交卷擅自离开考场，不得重新进入考场答卷。考试结束时间到，考生立即停止答卷，在座位上等待监考人员收卷清点后，方可离场。

4、考生要严格遵守考场规则，在规定时间内独立完成答卷。不准交头接耳，不准偷看、夹带、抄袭或者有意让他人抄袭答题内容，不准接传答案或者试卷等。凡有违纪作弊者，一经发现，当场取消其考试资格，并根据《北京大学本科考试工作与学术规范条例》及相关规定严肃处理。

5、考生须确认自己填写的个人信息真实、准确，并承担信息填写错误带来的一切责任与后果。

学校倡议所有考生以北京大学学生的荣誉与诚信答卷，共同维护北京大学的学术声誉。

**答题要求：**解答算法设计题目时，请先用一段话描述算法思想。若用动态规划算法，请写出递推方程、边界条件、标记函数等设计要素；贪心法需给出证明；回溯法需给出解向量、搜索树等、约束条件；各种算法需分析时间复杂度。阅卷时会根据算法的正确性和效率评分。

一、(25 分) 按照阶递减的顺序排列下面的函数。如果函数  $f(n)$  与  $g(n)$  的阶相同, 就表示成  $f(n)=\Theta(g(n))$ , 本题只需要给出结果。

$$2^{\sqrt{2\log n}}, \quad n \log n, \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}, \quad n2^n, \quad (\log n)^{\log n}, \quad 2^{2n}, \quad 2^{\log \sqrt{n}}$$
$$n^3, \quad \log(n!), \quad \log n, \quad \log \log n, \quad n^{\log \log n}, \quad n!, \quad n, \quad \log 10^n$$

二、(25 分) 设  $A$  是  $n$  个实数的数组, 考虑下面的递归算法:

XYZ ( $A[1..n]$ )

1. if  $n=1$  then return  $A[1]$
2. else  $temp \leftarrow \text{XYZ}(A[1..n-1])$
3.     if  $temp < A[n]$
4.     then return  $temp$
5.     else return  $A[n]$

1. 用简短的文字说明算法 XYZ 的输出是什么?
2. 以  $A$  中元素的比较作为基本运算, 列出算法 XYZ 最坏情况下时间复杂度  $W(n)$  的递推方程, 并解出  $W(n)$ 。
3. 在求解这个问题的算法类中, 算法 XYZ 最坏情况下是不是效率最高的算法? 为什么?

三、(25 分) 设  $A$  是  $n$  个数的序列, 如果  $A$  中的元素  $x$  满足以下条件: 小于  $x$  的数的个数  $\geq n/4$ , 且大于  $x$  的数的个数  $\geq n/4$ , 则称  $x$  为  $A$  的近似中值. 设计算法求  $A$  的一个近似中值. 说明算法的设计思想和最坏情况下的时间复杂度.

四、(25 分) 给定图  $G=(V, E)$  和整数  $k$ 。如果任意两个结点  $v, u \in I$ , 边  $(v, u) \notin E$ , 并且也没有从  $v$  到  $u$  的两条边的路径, 即没有结点  $w$  使得  $(v, w) \in E \wedge (w, u) \in E$ , 则称集合  $I \subseteq V$  是强独立的。强独立集问题是要确定  $G$  是否有一个大小不小于  $k$  的强独立集。

- 请证明强独立集是 NP
- 证明强独立集是 NP 难