Методы оптимизации нулевого порядка

Задача многомерной безусловной оптимизации формулируется следующим образом: найти минимум функции $f(x)$, где $x \in R^n$, при отсутствии ограничений на x, при этом $f(x)$ это скалярная целевая функция, непрерывно дифференцируемая [1].

Все методы решения задач безусловной оптимизации состоят в том, что строится последовательность точек $\{x^n\}$ таким образом, чтобы последовательность функций $f(x^{(n)})$ была убывающей. На k-ом шаге ($k > 0$) определяется вектор $\vec{S_k}$, в направлении которого функция $f(\overline{x})$ уменьшается. В этом направлении делается шаг величиной λ_k и находится новая точка:

$$x^{(k+1)} = x^k + \vec{S_k}\lambda_k, \qquad f(x^{k+1}) < f(x^k). \tag{1}$$

Последовательность $\{x^{(n)}\}_{n \in N}$, удовлетворяющая условию, называется релаксационной последовательностью, а соответствующие методы – методами спуска. Методы решения делятся на методы с использованием информации о производных функции и без. Различные методы спуска отличаются выбором направления и величины шага [1].

К методам нулевого порядка относятся методы, не использующие производные для выбора направления спуска: метод Гаусса, метод вращающихся направлений (Розенброка); метод деформируемого многогранника (поиска по симплексу); метод Хука Дживса, метод Пауэлла [1].

Метод Гаусса-Зейделя (покоординатный спуск): обеспечивает сходимость к локальному минимуму для гладких функций. Недостаток: может делать мелкие шаги при минимизации «овражных» функций (рис. 1).

Метод Хука-Дживса: легко реализуется и эффективен для сложных функций. Недостаток: медленная сходимость при «овражных» функциях (рис. 1) и зависимость от выбора ускоряющего множителя.

Метод вращающихся направлений (Розенброка): эффективно определяет движение вдоль дна оврага (рис. 1). Недостаток: может требовать больших вычислительных затрат для построения нового базиса.

Метод поиска по симплексу (Нелдера-Мида): простота и малое количество параметров. Недостаток: может приводить к бесконечным последовательностям поисков.

Методы сопряжённых направлений (Пауэлла): быстрая сходимость для квадратичных функций. Недостаток: требуют решения громоздкой задачи на собственные значения матрицы.

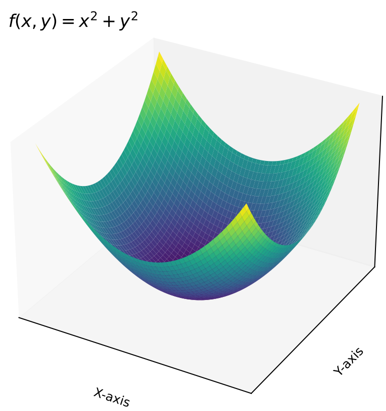

Рисунок 1 – Пример овражной функции

Список использованных источников

1. *Попова Т. М.* Методы многомерной оптимизации. — Издательство ТОГУ, 2012.