

関係者各位

令和元年12月12日

名城大学理工学部 数学科  
学科長 橋 本 英 哉

## 第28回 数学教育研究会のご案内

名城大学数学会の後援による数学教育研究会を下記のように開催致します。

大勢の皆様のご参加を頂ければ幸いです。万障お繰り合わせの上、お出かけ下さいますようお願い申し上げます。

今回は「授業づくり」及び「極値問題」にまつわる話題をお願いしております。このようなお話をきっかけに日頃のしがらみから放れ、数学と教育の奥深い世界に触れるひとときとして頂ければと思います。

なお、今回も参加者による数学教育に関わるポスターセッションも受け付けることと相成りました。ポスターセッション時に軽食と飲み物を用意し歓談の場を設けます。学校での教育実践報告や教材開発など様々な情報を交換できる場としたいと考えておりますので、ご参加・ご講演頂ければ幸いです。詳しくは別紙案内をご覧ください。

当日は午後から数学オリンピック、ジュニアオリンピックの予選も行われます。併せてご案内申し上げます。

### 記

日時： 令和2年1月13日（月：成人の日）13：00より

場所： 名城大学天白キャンパス 共通講義棟東 4階 H-404講義室

（地下鉄「塩釜口」1番出口より徒歩約10分）

世話係： 植松哲也、内村佳典、江尻典雄、大西良博、小澤哲也、

銀治俊輔、加藤芳文、許斐豊、齊藤公明、鈴木紀明、土田哲生、富田耕史、

長郷文和、橋本英哉、日比野正樹、前野俊昭、三町祐子、村瀬勇介

### プログラム

13：00 - 14：00

五味 雅貴 氏（常滑高等学校教諭）

「初任者による授業づくり」

14：00 - 14：30

ポスターセッション

14：30 - 15：30

江尻 典雄 氏（名城大学理工学部数学科教授）

「極値問題とくさび型カタストロフイーについて」

以上

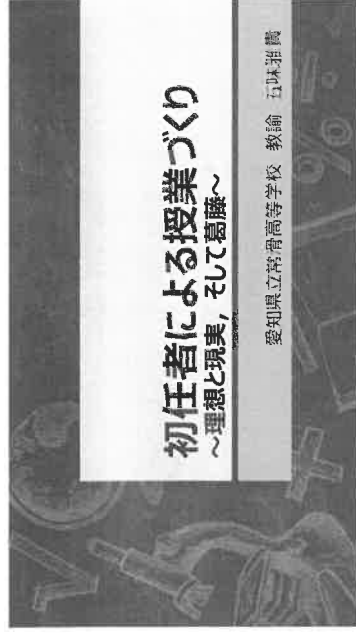
お問い合わせは下記までお願いいたします：

〒468-8502 名古屋市天白区塩釜口1-501 名城大学理工学部 数学科教室 村瀬勇介

☎ 052-832-1151（内線 5040） 数学科事務室

📠 052-832-1169 数学科事務室

E-mail：ymurase@meijo-u.ac.jp



## 発表内容

- 1. 勤務校紹介
- 2. 自己紹介
- 3. 学部生時代の勉強・研究
- 4. 院生時代の勉強・研究
- 5. 初任者としての研究
- 6. 理想（私の目指す数学教育）
- 7. 具体的実践例
- 8. 現実・葛藤
- 9. 今後の展望

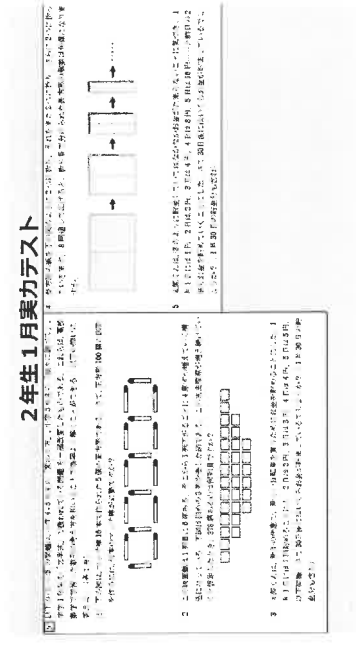
## 2. 自己紹介

### 五味雅貴（ごみまさたか）

- ・生年月日：1994年8月13日（25歳）
- ・出身：愛知県名古屋
- ・趣味：ドライブ、旅行、読書
- ・好物：いなり寿司、シシ/バーベキュー
- ・学級：2年1組副担任（文型選抜クラス）
- ・分掌：教務（時間割、定期考査・成績処理等）
- ・部活：演劇部顧問

### 来歴

- ・名古屋市立〇〇小学校
- ・名古屋市立〇〇中学校
- ・愛知県立〇〇高等学校
- ・名城大学理工学部数学科
- ・愛知教育大学 教育学研究科
- ・数学教育専攻 数学科教育学領域
- ・愛知県立常滑高等学校勤務



## 1. 勤務校紹介

### 愛知県立常滑高等学校

知多半島西部の雄大な丘陵部に位置し、眼下にセントレアが広がる。校門からの伊勢湾や鈴鹿山脈の眺望・夕日が非常にきれい。

| 課程・学科・規模 |     | 1学年 | 8学期 | 320名 |
|----------|-----|-----|-----|------|
| 普通科      | 6学期 | 40名 | 40名 | 40名  |
|          | 7学期 | 40名 | 40名 | 40名  |
| 専門学科     | 2学期 | 40名 | 40名 | 40名  |
|          | 3学期 | 40名 | 40名 | 40名  |

## 微

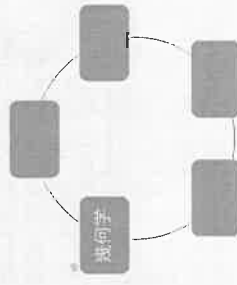
### 教育の特色

- 選択科目の充実
- 個に応じた授業の充実
- 普通科の中にコース制を導入
- 専門教育の充実
- 数学と部活動の両立

## 3. 学部生時代の勉強・研究

【学部1年生～3年生】  
教養数学として、微分積分と線形代数を学習した。  
その後、代数学・幾何学・解析学・数理論理・計算機科学の5領域を網羅的に学び、純粋数学と応用数学の両面を経験した。

【学部4年生】  
幾何学領域に焦点化し、結び目の位相幾何学的研究に取り組んだ。




3. 学部生時代の勉強・研究

卒業研究

テーマ  
向き付け不可能面を用いた4次元の理解

研究課題  
ホップ結び目Hopf linkはほとんどくことができるか？

結び目不変量の概念を導入。つまり、  
商位  $[L_1, \dots, L_n] \Rightarrow h(L_1) \dots h(L_n)$   
実際は対象:  $h(L_1) \neq h(L_2) \Rightarrow L_1 \neq L_2$  を考える。  
結び目不変量としてn色可能性を導入(不変量になりうることも証明した)。  
「自明な結び目」と「ホップ結び目 $L_2$ 」のn色可能性を線形代数の計算を用いて考察し、見とけないことを示した。



4. 院生時代の勉強・研究

大学院で勉強したこと

- ・構成主義
- ・代数的思考/推論
- ・バターンー一般化
- ・信念
- ・メタ認知
- ・問題解決プロセス
- ・問題解決ストラテジー
- ・理解/理解モデル
- ・統計教育
- ・ICTを用いた授業づくり



4. 院生時代の勉強・研究

| 代数的思考・推論 (Algebraic thinking / Algebraic reasoning)とは？ | 一般化以前としての代数的推論                       | 一般化や正当化についてのさらなる代数的推論               |
|--|--------------------------------------|-------------------------------------|
|  | 数の性質や計算に関する数式的アイデアを、幾多の例から一般化し、厳密な推論 | 既に一般化している数式的アイデアから、幾多の例から一般化し、厳密な推論 |
| 外延的定義  | 数の性質や計算に関する数式的アイデアを、幾多の例から一般化し、厳密な推論 | 既に一般化している数式的アイデアから、幾多の例から一般化し、厳密な推論 |
| 問題例  | ・ 加法の帰納性<br>・ $58 + 7 = \square + 5$ | ・ バターンー一般化問題<br>・ 3つの数による加法の帰納性     |

Blanton & Kaput (2005)

3. 学部生時代の勉強・研究

学部生時代で学んだこと

- ◆ 計算力 (応用)、数学力
- ◆ 純粋数学を学ぶ中で得られた論理力
- ◆ 真理を追究する楽しさ
- ◆ 物事の本質を捉えること
- ◆ 研究をするということ

4. 院生時代の勉強・研究

修士論文：バターンー一般化に焦点を当てた代数的思考・推論に関する研究  
「中等教育段階における文書式的帰納性 (原井&Stephens, 2002)」  
⇒ 算数と数学の原論をいかに密接に承認し推論されてきた実態がある

早期代数指導

算数を代数の一部と見て、後の代数学習を見据えて、算数学習段階から体系的に代数的思考・推論を促進させていこうとする指導 (例えば, Cerreale & Schlemmer (2007))

代数的思考・推論

「ある種の数学的アイデアをいくつかの例の考察から一般化し表現すること」

4. 院生時代の勉強・研究

| 本研究の目的 | バターンー一般化に焦点を当てた代数的思考・推論を促す算数指導を追究すること |                                  |                       |                         |
|--------|---------------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-------------------------|
| 研究課題   | ① 未だ統一した見解がない代数的思考・推論を促進する            | ② バターンー一般化に焦点化し、その様相を捉えるモデルを構成する | ③ バターンー一般化の困難性を情報に促せる | ④ 困難性克服に向けた教師の指導行為を検討する |

## 4. 院生時代の勉強・研究

## パターン一般化とは

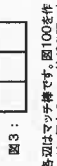
個々の特殊なパターン観察から推測や数式関係を捉え、その見つけた推測を利用して、他の項(生涯の項)でも利用できるような思考・推論

- パターン一般化を要する問題 ⇒ パターン一般化問題
- パターン一般化問題の解決過程 ⇒ パターン一般化プロセス

## 4. 院生時代の勉強・研究

## &lt;パターン一般化問題&gt;



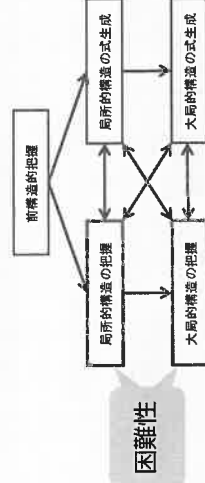
図3:  ② 「ロココ」

各辺はマッチ棒です。図100を作るには、何本のマッチ棒が必要ですか。


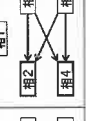
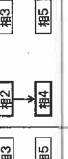
(西山(2015)より引用)

## 4. 院生時代の勉強・研究

パターン一般化の力動的過程モデル(五峰, 2019)



## 4. 院生時代の勉強・研究

| (I) 初期段階における構造的把握   | (II) 捉えた数量関係および式の妥当性のチェックと構造的把握   | (III) 構造的把握の一般化  |
|---|---|--|
|  <ul style="list-style-type: none"> <li>・ パターン図への彩色</li> <li>・ 具体的素材の整理</li> <li>・ 連続図の変化を加法で表すこと</li> </ul> |  |  <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 複雑な場合における数数の図を考察すること</li> <li>・ 位置関係とパターン図のリンクを促す数学的質問</li> </ul> |

## 4. 院生時代の勉強・研究

## 院生時代で学んだこと

- ◆ 教育に関する諸理論
- ◆ 数学教育に関する諸理論
- ◆ 教育実践の場における理論と応用の研究能力
- ◆ 文筆力・コミュニケーション能力・忍耐力等
- ◆ 一般的教養

## 5. 初任者としての研究

テーマ：数学学習内容の体系的理解を促す指導に関する一考察



## 5. 初任者としての研究

Q. 深い学びを導くために、一般的にどういうことが必要か？

**知識の深い学習 VS 伝統的な教室実践**

ソーヤー, R.K. (2018). 「イントロダクション：新しい学びの科学」. In R.K.ソーヤー (編) 『学習科学ハンドブック (第二版)』 第1巻：基礎/方法論 (pp.1-13). 森館昭 (訳). 北大路書房.

## 5. 初任者としての研究

Q. 数学内容の体系的理解を促し得る指導行為は何か？？

**POINT**

授業前・単元間の中間かつ適切な接続

↑

授業の「導入」「まとめ・振り返り」の工夫

体系的理解を促すための「導入」「まとめ・振り返り」の工夫

| 「導入」       | 1. 前時の学習内容の確認               |
|------------|-----------------------------|
| 「まとめ・振り返り」 | 2. 前時までの学習内容の「流れ」確認         |
|            | 3. 他単元の内容とのつながり             |
|            | ① 2回の学習内容の予想<br>② 次回学習したいこと |

## 6.理想（私の目指す数学教育）



## 5. 初任者としての研究

| 知識の深い学習（学習科学の視点から）                                    | 伝統的な教室の実践（初任者）                      |
|---|-------------------------------------|
| 新しい知識やアイデアを既存の知識や実行と結びつける                             | 新しい知識やアイデアを既存の知識や実行と結びつけているものと見做す   |
| 自らの知識を、相互に関連する概念・システムと統合する。                           | 教材を相互に切り離された知識の断片として扱う。             |
| パターンや構造となる利用を促す。                                      | 事実を記憶し、手続きを実行するのみで、理由について理解することがない。 |
| 新しいアイデアを評価し、それらを結論・教科書で出逢ったものと異なる新しいアイデアを理解することを奨励する。 | 教科書で出逢ったものと異なる新しいアイデアを理解することを奨励しない。 |
| 対象を通して知識が構築される過程を強調し、概念の中の意味を批判的に吟味する。                | 事実と手続きを、全知全能の権威が与えられたものとして受け入れる。    |
| 学習者自身の理解と学習材料を結びつける。                                  | 学習者自身の理解と学習材料を結びつけることができない。         |

ソーヤー (2018). 一部改変

## 5. 初任者としての研究

研究の概要：

- ✓ 5つの指導行為が数学内容の体系的理解にどの程度の教育的効果があるかを測定する。
- ✓ 1年4組と2年1組の授業で5つの指導行為を系統的に行った。
- ✓ 事前アンケート（5月）、事後アンケート（11・12月）を行った。
- ✓ 「Q11. 1つの単元の内容のつながりを理解することができるか？」の解答率の変化に注目した。

結果：1つの単元の内容のつながりを理解することができているか？

|           | 1年4組 (無選択) | 2年1組 (前選択文理(上位)) |
|-----------|------------|------------------|
| 事前 (N=34) | はい：21%     | はい：52%           |
| 事後 (N=33) | はい：52%     | はい：48%           |
| 事前 (N=42) | はい：48%     | はい：57%           |
| 事後 (N=42) | はい：57%     | はい：57%           |

効果あり

## 6.理想（優れた数学教師）

| 【優れた数学教師】に求められる知識・資質         |   |
|------------------------------|---|
| 教師の知識 Professional Knowledge | 生徒についての知識<br>数学についての知識<br>生徒の数学習得についての知識  |
| 教師の資質 Professional Attitudes | 個人的な資質<br>個人的な専門性の発達<br>共同体に対する責任<br>学級環境 |
| 教師の実践 Professional Practice  | 学習の設計<br>教授活動<br>評価                       |

(AACT, 2004/2006 抜粋)

## 6.理想（構成主義教育）

### 教授主義

タブレット向け（ロゴの認識練習）  
生まれる前の人間の心には白紙のようにして知識を構成していく

- 教師は知識を学習者に灌輸
- 学習者は教師から与えられるデータを記憶し、そのまま暗記
- 何を学ぶかは学校や教師が決定

→

現代のような多様化した社会では、灌輸型でないことは明らかではあるが実現は...

### 構成主義

学習者たちの中に既に存在している概念をもとにして知識を構成していく

大切にすること

- メタ認知
- 思案
- 気づき
- 話し合い
- 繰り返し
- 信念・価値

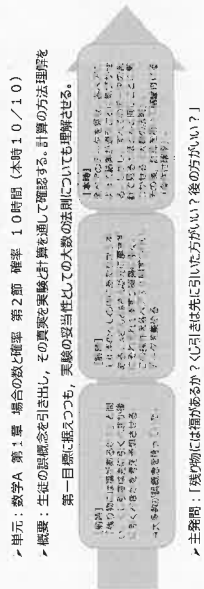
## 7. 具体的実践例①

授業の概要（2-1 文型（選抜））



## 7. 具体的実践例②

授業の概要（2-7 ゼミ科）



## 6.理想（世界探究）

### パラダイム

科学的営みに対する正当な批判のための概念や思考パターン（クーン,1971）

### 数学教育実践の2つのパラダイム（Chevallard,2015）

世界探究  
パラダイム

- あらゆる知識の必要性は研究者の関心に基づいて認められる
- そのよきは探究者自身の探究における価値で判断される
- 知識は探究者の探究活動によってPSAに表現され、さらにパラダイムへの発展もパラダイムシフトを意味

### パラダイムシフト

科学者間の対立を導く

- ◆ 今日 知識的なパラダイム
- ◆ 学ぶべき知識が専門家の関心とは異なり、探究者に決定されている
- ◆ 学習者はそれをよい知識として認めることを価値観に誘導される
- ◆ ゴミ箱の原理

## 7. 具体的実践例①

授業の考察

- △「2点のときはできたが、1点のときは求められない」という状況(壁)に対し、その解決方策（1点をもつ1点に限りなく近づける）を教師からは何も言わず、生徒ら自身が思考したり、話し合いの中で気づくことができていたのは良かった。
- △「2点をびつたりと重ねてもよいのか」という発問で、生徒の批判的思考を促した。
- ▼微分係数の定義から始めず、定義の式を導出する流れを取った。（本来の数学の流れではない）（誤用だった... 意味が通らないです...）
- ▼活動や生徒の思考・気づきをどう記録するか
- ▼（生徒に操作させてあげたかった...）

## 7. 具体的実践例②

授業の考察

- △「先の方が当たりやすい」や「後の方が当たりやすい」と答える生徒が大半であったのが良かった。
- △実際にくじ引きの操作を経験させられたことはよかった。
- △誤概念からスタートし、実験及び計算を通して正しい知識を生徒自ら構成できていた。あくまで教師は軌道修正のみ。
- ▼今回は数学の苦手な子が集まるクラスでの実施であった。通常クラスではどうするか。
- ▼本来の大目標であるべき、条件付確率に関する計算については不十分

## 7. 具体的実践例③

### 授業の概要（1～4 普通科）

単元：数学A 第3章 整数の性質 まで 3 時間（本時 2 / 3）

目標：現実世界の問題を、整数の性質の考え方に基づいて数学的にモデリングし解決する活動を行う。「表現力の育成」、「一次不定方程式の解法の復習」、「解法の一般性の理解」の3つをめざす。



## 7. 具体的実践例③

### 授業の考察

- ▼ 問題設定が現実的か？（努力はしたが...）
- ▼ 一次不定方程式を用いた解法以外が多かった。
- ▼ 「一次不定方程式を用いて解いた方が、数字が変わったと客に対応しやすいよね」と説明したが無理があった。
- ▼ 授業の途中で、目標を見失った。
- ▼ 深く一次不定方程式を使うことに制限するべきだったか？
- △ 逆に、多様な考え方があったおかげで、話し合いは盛り上がり、新法の発見もしに繋がるようになった。

## 9. 今後の展望

これからの授業をどうするか...

生徒の思考・気づきを大切にしたい帰納法的な授業を続ける！

授業力・表現力を身に付ける！（優れた数学教師）

理論と実践の両面について、もっと勉強する！

## 8. 現実・葛藤

理論を学び、理想はあるが現実には...

- 指導時間確保の困難点
- 学力（数学力）との関係は不透明。  
（「ミミ箱の原理、長い目で見たまは...」？）
- 評価方法の未開発さ
- 生徒の数学学習に対する望ましくない信念・態度

## 参考文献

- AAMT (2004/2006). *Standards for Excellence in Teaching Mathematics in Australian Schools*. Australian Mathematics Teachers Association.
- Burton, M., & Koppe, J. (2005). Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36, No.5 (Nov, 2005), 412-446.
- Carsther, D.W. & Schieman, A.D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. In P.K. Lester Jr., Ed., *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. 689-705. National Council of Teachers of Mathematics.
- Chevallard, Y. (2015). "Teaching mathematics in tomorrow's society: A case for an emerging counter paradigm". *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*, 173-182. (原川健・大塚孝彦訳) (2016) 「明日の社会における数学指導——あるべきカウンタパラダイム」『第12回国際数学会大会』第1巻、173-182頁。
- 豊田教育大学数学教育学会編『イブシロン』第63巻
- ソーヤー・R.K.(2018)「イブシロン」新しい学びの科学」In R.K.ソーヤー(編)『教育学ハンドブック』第1巻、173-182頁。
- トーヨー・ハント(2015)『数学教育の未来』第1巻、173-182頁。
- 西川悠子 (2015). 「今日の数学教育」『数学と教育』No. 532, 66-69.
- 藤井秀三・Stephens, M. (2002). 算数と計算の学習指導における数式の役割に関する研究『第35回数学教育論文発表会論文集』, 163-168 鳥取大学