山东大学 2016-2017 学年 2 学期 线性代数 课程试卷 A

学院________ 专业________ 级________ 学号________ 姓名________

密 封 线

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	阅卷人
得分												

得分	阅卷人

一、填空题（15 分）
（把答案写在下面的下划线上）

1. 设 $D=\begin{vmatrix}1 & 0 & 1 & 1\\ -1 & -1 & 1 & 2\\ -1 & -2 & 3 & 5\\ 1 & 3 & 5 & 7\end{vmatrix}$，$D$ 的第四行元素的代数余子式记为 $A_{41},A_{42},A_{43},A_{44}$，则 $7A_{41}+5A_{42}+3A_{43}+A_{44}=$______

2. 若二次型 $f(x,y,z)=x^2-y^2-z^2+2xy+2axz+2yz$ 的秩为 2，则 $a=$_____

3. 若 $A=(a_{ij})_{4\times5},B=(b_{ij})_{5\times5},C=(c_{ij})_{5\times4}$，$r(A)=2,r(B)=5,AB=C$，则方程 $(CC^T)X=0$ 线性无关解向量个数为______

4. 若 3 阶方阵 A 的特征值为 $1,0,-1$，$f(A)=A^3+2A-E$，则 $\left|(f(A))^*\right|=$_____

5. 若 $\alpha_1=(1,2,3,4)^T,\alpha_2=(4,3,2,1)^T$，$Q$ 为 4 阶矩阵且满足 $Q^TQ=E$，令 $\beta_1=Q\alpha_1,\beta_2=Q\alpha_2$，则向量 β_1,β_2 的夹角为______

得分	阅卷人

二、选择题（15 分）
（把答案写在下面的下划线上）

1. 若 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，且 $r(A)=m$，则下列描述中正确的是______

(A) 齐次线性方程组 $AX=O$ 一定有非零解.
(B) 非齐次线性方程组 $AX=b$ 一定有非零解.
(C) 二次型 $f(X)=X^T(AA^T)X$ 一定是正定二次型.
(D) 矩阵 A 的列向量组一定线性无关.

2. 下面叙述中正确的个数为______

(1) 若方阵 A,B 可逆，则 $(A^{-1}B^{-1})^T=(A^TB^T)^{-1}$
(2) 若 A,B 为实对称矩阵且有相同的秩，则 A,B 一定合同
(3) 若 $AB=0$，则 A 的行向量组必定线性相关
(4) 若 A 的列向量组能由 B 的列向量组线性表示，则 $r(A)\le r(B)$
(5) 若对称矩阵 A,B 合同，则 A,B 一定具有相同的正定性
(6) 任何一个方阵均可写成一个对称矩阵和反对称矩阵的和
(7) 向量空间的维数有可能大于向量的维数
(8) 两个向两组的秩相等必定等价
(9) 若 $f(X)=X^TAX$，则 A 必定是对称矩阵
(10) 若一个矩阵 A 的特征值均为正数，则 A 为正定矩阵

(A) 3.　(B) 4.　(C) 5.　(D) 6

3.下列关于矩阵乘法说法正确的是______

(A) 设 $AB=C$，则 $BA=C$.
(B) 设 $AB=O$，则 $A=O$ 或 $B=O$.
(C) 设 $AC=BC$，且 $C\neq O$，则 $A=B$.
(D) $A(B+C)=AB+AC$.

4. 设矩阵 A 是一个 4 阶正交矩阵，则下列说法不正确的是______

(A) A 是个奇异矩阵.
(B) 其列向量组或行向量组一定是线性无关的单位向量组.
(C) A 是个对称矩阵.
(D) A 的特征值必定没有零.

5. 若 A 为一正定矩阵，则下列不正确的是______

(A) A 的特征值全部是正数.
(B) A 的逆和伴随均是正定矩阵.
(C) A 必定合同于单位阵.
(D) A 的不同特征值的特征向量必线性无关但可能不正交.

得分	阅卷人

三、计算题（32 分）
（把答案写在答题纸上）

1. 已知 $AX=B,A=\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ -3 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 0\\ 2 & 5\end{pmatrix}$，求 X.

2. 讨论 a,b 为何值时，矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 2 & 1\\ 0 & -1 & a-3 & b\\ 3 & 2 & a & -1\end{pmatrix}$ 的秩为 2?

姓名　　学号　　级　　专业　　学院

密　　封　　线

3. 若二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2-14x_3^2+2tx_1x_2-4x_1x_3-2tx_2x_3$ 的正惯性指标为 3，求参数 t 的取值范围.

4. 设向量组 $\alpha_1=(1,3,-2,1),\alpha_2=(-1,-4,2,1),\alpha_3=(1,2,-2,1),\alpha_4=(0,1,3,1),\alpha_5=(1,3,1,2)$.求向量空间 $V=L(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5)$ 的维数和一组基.

得分	阅卷人

四、(10 分)
(把答案写在答题纸上)

当 a 为何值时，方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+ax_3=4, \\ -x_1+ax_2+x_3=a^2, \\ x_1-x_2+2x_3=-4 \end{cases}$ 有唯一解，无解，无穷多解？并在有无穷多解时，求其通解.

得分	阅卷人

五、(14 分)
(把答案写在答题纸上)

设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$，已知 $|A-E|=0$.

(1) 求参数 a.

(2) 求正交矩阵 Q，使得 $Q^{-1}AQ$ 为一对角阵.

(3) 判断方程 $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1,x_2,x_3)A\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=1$ 代表的曲面类型..

得分	阅卷人

六、证明题(14 分)
(把答案写在答题纸上)

1. 若 $A=(a_{ij})_{n\times n}$，其伴随矩阵为 A^*，且 $r(A)=r$，证明：$r(A^*)=\begin{cases} n, & r=n \\ 1, & r=n-1 \\ 0, & r<n-1 \end{cases}$

2. 正交矩阵 A 的特征值必定是 1 或 -1.