הפונקצייה היורסטית שלי היא מרחקי מנהטן, כאשר אם יש רק בלוק בודד ריק, סכום המרחקים של כל המספרים מוכפל ב5, ואם יש שני בלוקים ריקים, סכום המרחקים של המספרים מוכפל ב3.

בנוסף, אני מודד רק את המרחק של כל המספרים מהמקום הרצוי שלהם, ולא של התאים הריקים, מאחר ואם כל המספרים במקום שלהם במצב בgoal, גם התאים הריקים במקום.

ההכפלה ב5 אם יש תא ריק אחד היא בגלל שבמקרה הכי טוב, שלרוב לא יקרה, נזיז את כל המספרים פעם אחת לפי המרחק שלהם מהיעד שלהם, וזה יעלה 5 לכל צעד. (זה יהיה מדויק, לדוגמא, כאשר נשאר מספר אחד להזיז, והזזתו תביא למצב היעד).

ההכפלה ב3 אם יש שני תאים ריקים היא בגלל שבמקרה הכי טוב, שלרוב לא יקרה, ניתן להזיז את כל המספרים יחד בתנועה שתעלה 6 כדי להגיע לgoal. לכן כמות הצעדים שיש לעשות מחולקת ב2, והמחיר של הצעדים יהיה 6, לכן סה"כ נכפיל ב3.  
(מצב כזה כן יקרה לדוגמא כאשר נשארו שני מספרים להזיז בצורה מאוזנת, וניתן להזיז אותם יחד, ולהגיע למצב היעד. המצב הזה הוא כאשר במצב הgoal הבלוקים הריקים אינם בשורה התחתונה מצד ימין. אני מניח שמצב כזה אפשרי, כלומר לא מתחייבים איפה יהיו הריקים בסוף. אני מניח כך מאחר ואם היה ברור מראש מה מצב הgoal עבור כל input, לא הייתה סיבה להביא לנו בinput גם את מצב הgoal.)

הוכחת Admissible

הבסיס של היוריסטית שלי הוא, כאמור, מרחקי מנהטן.  
כדי להוכיח שהיא אדמיסאבל עליי להוכיח שהיא איננה נותנת הערכה גדולה יותר מאשר העלות האמיתית, להגעה ממצב נתון למצב היעד.

* כמות הצעדים שנצטרך לעשות בפועל יכולה להיות לכל הפחות כמו הצעדים שתמצא מרחקי מנהטן, מאחר והיא בודקת מצב אידיאלי בו ניתן להזיז את כל המספרים על הלוח באופן חופשי.  
  (בפועל, כמות הצעדים תהיה שווה או גדולה מכך).
* העלות להגיע ממצב נתון למצב הרצוי תלויה רק בכמות הצעדים שנצטרך לעשות.

העלות שאני מחזיר מהיוריסטית היא כמות הצעדים כפול עלות הצעד.

במידה ויש רק בלוק אחד ריק בלוח, אני מכפיל את המרחקי מנהטן ב5, כי זה יהיה מחיר כל צעד, וזו יהיה חסם תחתון לעלות להגעה למצב היעד.

במידה וישנם שני בלוקים ריקים בלוח, אני מכפיל את כמות הצעדים שמצאה מנהטן ב3.  
זאת מאחר ולכל הפחות נוכל לעשות כמות צעדים השווה לחצי ממרחקי המנהטן (נעשה את כל הצעדים יחד, בהזזת 2 מספרים כל פעם) וכל צעד כזה יעלה לכל הפחות 6.

סה"כ חישבתי את כמות הצעדים המינימאלית (במצב אידיאלי, לפי מרחקי מנהטן) כדי להגיע למצב היעד, ואת העלות המינימאלית לעשות את הצעדים הללו.  
לכן הפונקציה היוריסטית שלי לעולם לא תתן הערכה גדולה מאשר העלות האמיתית להגיע ליעד ממצב נתון.  
כלומר הפונקציה היוריסטית שלי אדמיסאבל.

הוכחת Consistent

כפי שלמדנו, אוכיח קונסיסטנט מקומי, הגורר גלובאלי.

יהיו 2 קודקודים n ו-m, כאשר כל אחד מהם מייצג מצב בלוח, וm הוא בן של n (כלומר מגיעים מn לm לאחר פעולה אחת).

נחלק למקרים –

1. קיימים בלוח 2 בלוקים ריקים

יחזור מהיוריסטי משהו מהצורה X3 (מוסבר קודם למה).

I. אם בפעולה הזזנו בלוק 1 –

1. אם הצעד קירב את המספר שזז לעבר מצבו בgoal –

C(n,m) = 5 עלות להגיע לבן m.

h(m) = (X-1)\*3, כי מספר התקרב למצבו בgoal, כלומר מנהטן ייתן צעד אחד פחות

כדי להוכיח consistent יש להראות

h(n) < c(n,m) + h(m)

נציב

3X < 5 + (X-1)\*3

3X < 5 + 3X – 3

0 < 2

1. אם הצעד הרחיק את המספר שזז ממצבו בgoal –

C(n,m) = 5 עלות להגיע לבן m.

h(m) = (X+1)\*3, כי מספר התרחק ממצבו בgoal, כלומר מנהטן ייתן צעד אחד יותר

h(n) < c(n,m) + h(m)

נציב

3X < 5 + (X+1)\*3

3X < 5 + 3X + 3

0 < 5

II. אם בפעולה הזזנו 2 בלוקים –

1. אם הצעד קירב את שני המספרים שזזו ממצבם בgoal -

C(n,m) = 6

h(m) = (X-2)\*3

3X < 6 + (X-2)\*3

3X < 6 + 3X – 6

0 < 0

(אם הצעד היה בעלות של 7 ולא 6, באותו אופן היה מתקיים 1 > 0)

1. אם הצעד הרחיק את שני המספרים שזזו ממצבם בgoal

C(n,m) = 6

h(m) = (X+2)\*3

3X < 6 + (X+2)\*3

3X < 6 + 3X + 6

0 < 12

(אם הצעד היה בעלות של 7 ולא 6, באותו אופן היה מתקיים 13 > 0)

1. אם הצעד קירב מספר אחד והרחיק את המספר השני שזז ממצבו בgoal -

C(n,m) = 6

h(m) = (X-1+1)\*3

3X < 6 + X\*3

0 < 6

(אם הצעד היה בעלות של 7 ולא 6, באותו אופן היה מתקיים 7 > 0)

2. קיים בלוח בלוק ריק אחד

יחזור מהיוריסטי משהו מהצורה X5 (הוסבר קודם למה).

1. אם זה קירב את המספר שזז למצבו בgoal –

C(n,m) = 5 עלות להגיע לבן m.

h(m) = (X-1)\*5, כי מספר התקרב למצבו בgoal, כלומר מנהטן ייתן צעד אחד פחות.

כדי להוכיח consistent יש להראות

h(n) < c(n,m) + h(m)

נציב

5X < 5 + (X-1)\*5

5X < 5 + 5X – 5

0 < 0

1. אם הצעד הרחיק את המספר שזז ממצבו בgoal –

C(n,m) = 5 עלות להגיע לבן m.

h(m) = (X+1)\*5, כי מספר התרחק ממצבו בgoal, כלומר מנהטן ייתן צעד אחד יותר.

h(n) < c(n,m) + h(m)

נציב

5X < 5 + (X+1)\*5

5X < 5 + 5X + 5

0 < 10

סה"כ כיסיתי את כל המקרים.

כאמור, קונסיסטנט מקומי גורר גלובאלי, לכן הוכחתי כי הפונקציה היוריסטית שלי קונסיסטנטית.