

# **MODÉLISATION ET COMMANDE MULTIVARIABLES**

## **GEI-720**

*Jean de Lafontaine*

### **PROJET no 1**

#### **Dynamique orbitale d'un satellite**

##### **Connaissances et compétences**

- Modéliser la dynamique orbitale d'un satellite.
- Exprimer des vecteurs dans différents référentiels.
- Utiliser des matrices de rotation.
- Se familiariser avec MATLAB/Simulink.
- Développer une loi de guidage pour pointage de satellite.

##### **Contenu**

1	Description du Projet .....	2
1.1	Objectif.....	2
1.2	Description du modèle .....	2
1.3	Constantes .....	4
1.4	Rotations élémentaires .....	4
1.5	Définition des repères .....	4
1.6	Nomenclature des variables MATLAB/Simulink.....	5
2	Construction du simulateur .....	6
2.1	SOLEIL .....	6
2.2	DYNORB.....	6
2.3	TERRE.....	6
2.4	STATION.....	7
2.5	ECLIPSE.....	7
2.6	LATLON.....	8
2.7	POSREL.....	9
2.8	COELEVATION.....	10
3	Calculs, simulation et interprétation .....	10

# 1 DESCRIPTION DU PROJET

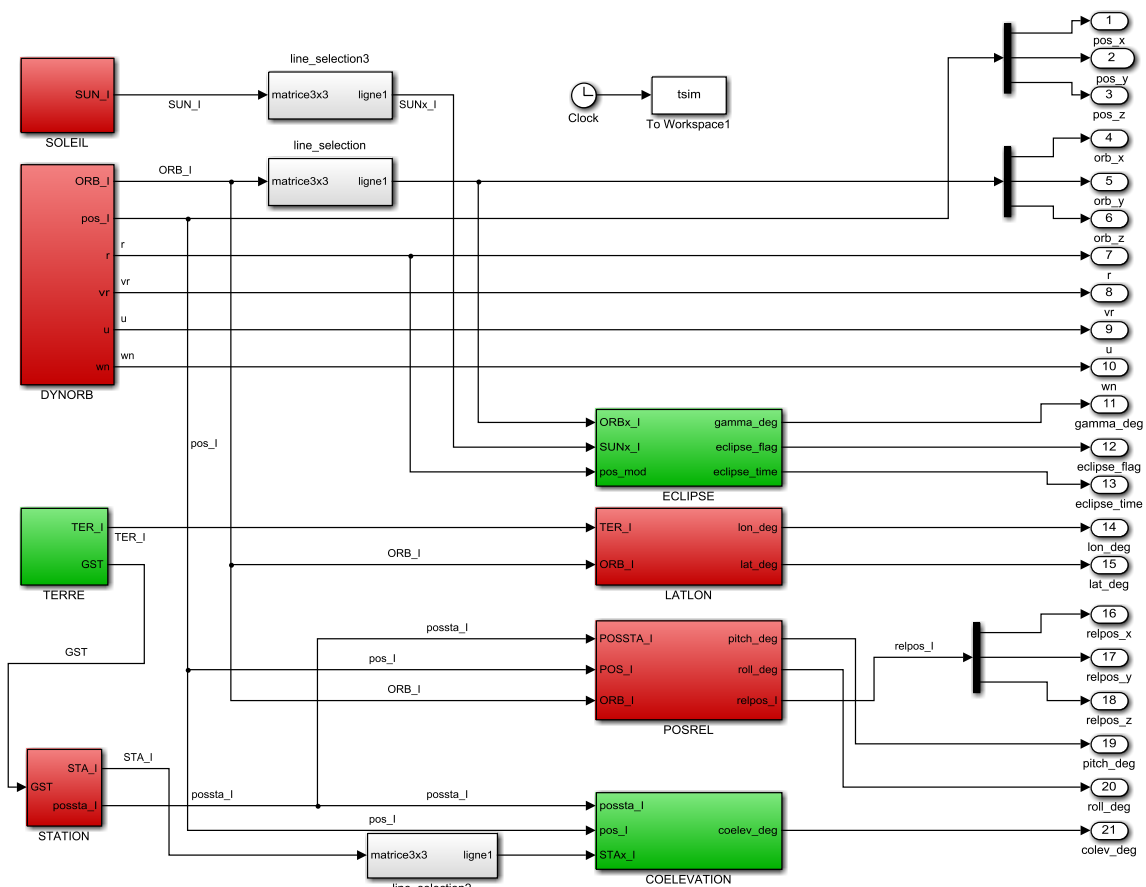
## 1.1 OBJECTIF

Dans ce projet, la loi de guidage de l'orientation d'un satellite sera développée et implémentée sur un simulateur MATLAB/Simulink. Une loi de guidage consiste à définir la consigne qui prescrit les états dynamiques désirés (ici l'orientation désirée) qu'une loi de commande réalise par la suite en agissant sur la dynamique du satellite (ici avec des couples). Dans le cas présent, la loi de guidage calculera les angles de roulis et de tangage du satellite permettant de pointer la ligne de visée de sa caméra vers une cible au sol. Cette cible sera le centre sportif de l'UdeS (ci-après appelée la « station »). D'autres variables importantes à la gestion des sous-systèmes du satellite seront calculées :

- sous-système de génération de puissance : le simulateur devra déterminer quand le satellite est en éclipse (côté nuit de la Terre, donc aucune génération de puissance) et quand il est en illumination (côté illuminé de la Terre, pleine génération de puissance) ;
- sous-système de communication : le simulateur devra déterminer si le satellite peut communiquer avec une antenne située sur la station (i.e. s'il est au-dessus ou au-dessous de l'horizon, tel que vu de la station) ;
- sous-système de navigation : le simulateur devra déterminer la trace au sol du satellite en termes de longitude et de latitude.

## 1.2 DESCRIPTION DU MODÈLE

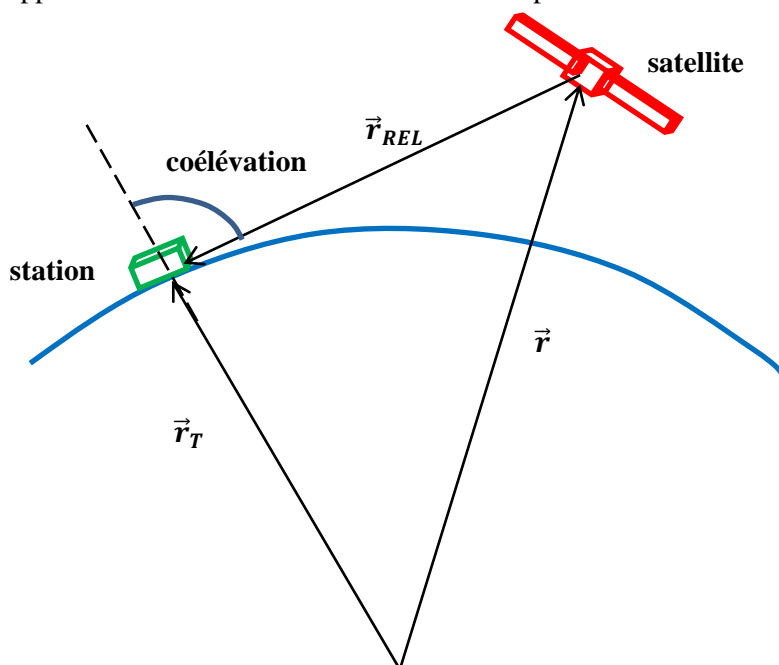
Le modèle Simulink qui vous est livré dans le fichier [SATELLITE\\_ORBITE\\_INC.mdl](#) est illustré ci-dessous. Le suffixe \*\_INC indique que le modèle est incomplet. Ce suffixe devra être enlevé une fois le modèle complété.



Note : Les termes en caractères **bleus** sont des variables ou noms de modules utilisés dans MATLAB/Simulink.

Le rôle de chaque module est décrit ci-après :

- **SOLEIL**  
Calcul de la matrice de rotation  $C_{SI}$  du repère inertiel (I) vers le repère Soleil (S), représenté par la matrice **SUN\_I** sur Simulink (vecteurs unitaires de SUN exprimés dans I).
- **DYNORB**  
Calcul de la matrice de rotation  $C_{OI}$  du repère inertiel (I) vers le repère Orbital (O), représenté par la matrice **ORB\_I** sur Simulink (vecteurs unitaires de ORB exprimés dans I). Calcul des variables d'état orbital.
- **TERRE**  
Calcul de la matrice de rotation  $C_{TI}$  du repère inertiel (I) vers le repère Terre (T), représenté par la matrice **TER\_I** sur Simulink (vecteurs unitaires de TER exprimés dans I).
- **STATION**  
Calcul de la matrice de rotation  $C_{PI}$  du repère inertiel (I) vers le repère Station (P), représenté par la matrice **STA\_I** sur Simulink (vecteurs unitaires de STA exprimés dans I).
- **ECLIPSE**  
Calcul de la géométrie d'éclipse pour déterminer quand le satellite est au Soleil et quand il ne l'est pas.
- **LATLON**  
Calcul de la longitude et de la latitude de la trace au sol du satellite.
- **POSREL**  
Calcul de la position relative de la station  $\vec{r}_{REL}$  par rapport au satellite et des angles de roulis et de tangage permettant de pointer la caméra du satellite vers la station.
- **COELEVATION**  
Calcul de la coélévation du satellite par rapport à la station. L'angle de coélévation est l'angle entre la verticale à la station et la direction du vecteur pointant de la station vers le satellite. Une coélévation de 0 deg indique que le satellite est directement au-dessus (au zénith) de la station. Une coélévation de 90 deg indique que le satellite est à l'horizon tel que vu par la station. Une coélévation  $> 90$  deg indique que le satellite est sous l'horizon (donc pas visible) par rapport à la station et aucune communication possible.



### 1.3 CONSTANTES

Le script MATLAB **CONSTANTS.m** (déjà fourni) calcule toutes les constantes requises par les autres scripts et par les modules Simulink.

### 1.4 ROTATIONS ÉLÉMENTAIRES

Les scripts MATLAB **C\_1.m**, **C\_2.m** et **C\_3.m** (déjà fournis) de même que les modules Simulink « Interpreted MATLAB Fcn » correspondants calculent les matrices de rotation élémentaires.

### 1.5 DÉFINITION DES REPÈRES

Repère inertiel  $\vec{\mathcal{F}}_I$ :

$\vec{I}_x$  vecteur unitaire du centre de la Terre vers le point vernal où se trouve le Soleil à l'équinoxe du printemps (ce vecteur pointe vers le nœud ascendant apparent du Soleil)

$\vec{I}_z$  vecteur unitaire du centre de la Terre vers le Pôle Nord terrestre

$\vec{I}_y = \vec{I}_z \times \vec{I}_x$

Repère Soleil  $\vec{\mathcal{F}}_S$ :

$\vec{S}_x$  vecteur unitaire du centre de la Terre vers le Soleil

$\vec{S}_z$  vecteur unitaire du centre de la Terre vers le Pôle Nord de l'écliptique (normale au plan de l'orbite solaire)

$\vec{S}_y = \vec{S}_z \times \vec{S}_x$

Repère Orbital  $\vec{\mathcal{F}}_O$ :

$\vec{O}_r$  direction radiale, vecteur unitaire du centre de la Terre vers le satellite (aussi :  $\vec{O}_x$ )

$\vec{O}_n$  direction normale, vecteur unitaire du centre de la Terre vers la normale au plan orbital (aussi :  $\vec{O}_z$ )

$\vec{O}_t$  direction transverse  $\vec{O}_n \times \vec{O}_r$  (aussi :  $\vec{O}_y$ ) ; direction vers laquelle le satellite se déplace

Repère Terre  $\vec{\mathcal{F}}_T$ :

$\vec{T}_x$  vecteur unitaire du centre de la Terre vers le méridien de Greenwich

$\vec{T}_z$  vecteur unitaire du centre de la Terre vers le Pôle Nord terrestre

$\vec{T}_y = \vec{T}_z \times \vec{T}_x$

Repère Station  $\vec{\mathcal{F}}_P$ :

$\vec{P}_x$  vecteur unitaire du centre de la Terre vers la station

$\vec{P}_y$  vecteur unitaire dans le plan équatorial à un angle  $\lambda$  (longitude) de  $\vec{T}_x$

$\vec{P}_z = \vec{T}_x \times \vec{T}_y$

Repère Roulis-Tangage-Lacet (RPY)  $\vec{\mathcal{F}}_Q$ :

Le repère Orbital permet de localiser le satellite à partir du centre de la Terre ( $\vec{O}_r$ ) et de spécifier la direction de la normale à l'orbite ( $\vec{O}_n$ ). C'est un repère dont l'origine est au centre de la Terre. Il est parfois utile de faire l'inverse, c'est-à-dire de positionner le centre de la Terre et la normale à l'orbite à partir d'un repère dont l'origine est au centre de masse du satellite. C'est le repère Roulis-Tangage-Lacet (RPY pour « *roll, pitch, yaw* »).

$\vec{Q}_z$  vecteur unitaire pointant du satellite vers le centre de la Terre ( $= -\vec{O}_r$ )

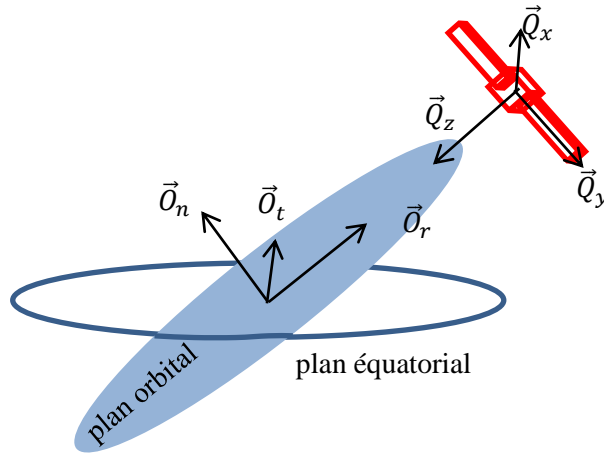
$\vec{Q}_y$  vecteur unitaire pointant vers l'anti-normale de l'orbite ( $= -\vec{O}_n$ )

$\vec{Q}_x$  direction transverse  $\vec{Q}_y \times \vec{Q}_z (= +\vec{O}_t)$  ; direction vers laquelle le satellite se déplace

L'orientation de  $\vec{\mathcal{F}}_Q$  par rapport à  $\vec{\mathcal{F}}_O$  est constante. Selon les équations ci-dessus, il est facile de démontrer que la matrice de rotation entre les deux repères (**RPY\_O**) est donnée par :

$$\underline{C}_{QO} = \begin{bmatrix} 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Cette matrice est calculée dans le script **CONSTANTS.m**.



Repère Satellite  $\vec{\mathcal{F}}_B$ :

Le repère satellite est défini par les trois vecteurs unitaires  $\vec{B}_x, \vec{B}_y, \vec{B}_z$  fixés au satellite avec origine au centre de masse du satellite. Dans son orientation nominale de pointage terrestre (« nadir pointing »), le repère satellite  $\vec{\mathcal{F}}_B$  est aligné avec le repère RPY  $\vec{\mathcal{F}}_Q$ . Dans ce projet, il est supposé que l'axe de visée de la caméra est selon  $\vec{B}_z$ . Dans son orientation nominale, la caméra pointe donc vers le centre de la Terre ( $\vec{B}_z // \vec{Q}_z // -\vec{O}_r$ ).

## 1.6 NOMENCLATURE DES VARIABLES MATLAB/SIMULINK

\*\_ini            valeur initiale  
\*\_deg            angle en degrés  
\*\_mod            module d'un vecteur

var\_A            variable « var » exprimée dans le repère A  
AAA\_B           vectrice AAA exprimée dans repère B = matrice de rotation du repère B vers le repère AAA

iniMODULE.m    script d'initialisation du MODULE Simulink  
runMODULE.m    script d'exécution du MODULE Simulink

## 2 CONSTRUCTION DU SIMULATEUR

Les modules du modèle Simulink **SATELLITE\_ORBITE\_INC.mdl** en vert sont complets et fonctionnels. Ils sont fournis ‘gratuitement’ comme exemples de programmation Simulink. Les tâches de construction du simulateur consistent à compléter les modules en rouge et à décrire les étapes de développement demandées ci-dessous. Ces étapes sont numérotées en rouge : **P1-n** où **n** est le numéro du problème. Une fois ces modules complétés, le simulateur sera renommé **SATELLITE\_ORBITE.mdl** pour qu’il puisse être exécuté par le script MATLAB **runSATELLITE\_ORBITE.m** déjà fourni.

### 2.1 SOLEIL

Les variables sont (voir les notes de cours):

$\dot{L}$  = « Sun mean motion » (**Sun\_mmot**) en rad/s qui est la dérivée de  $L$  ( $\dot{L} = 2\pi/(365.2422 * 24 * 3600)$ )

$L$  = « Sun mean longitude » (**Sun\_meanlong**) en rad, l’intégrale de  $\dot{L}$  à partir de **Sun\_meanlong\_ini**

$\epsilon$  = « obliquity of ecliptic » (**Sun\_incl**) en rad, l’inclinaison du plan orbital apparent du Soleil (une constante)



**P1-1** : Coder les équations qui génèrent la matrice de rotation  $C_{SI}$  (**SUN\_I**) du repère inertiel (I) vers le repère Soleil (S) selon les équations du Chapitre 2. La première rangée de cette matrice forme la matrice-colonne **SUNx\_I** ( $S_x^I$ ) qui donne les coordonnées du vecteur unitaire pointant vers le Soleil, exprimé dans le repère inertiel. Le module SOLEIL est initialisé par le script MATLAB **SOLEIL.m** déjà fourni.

### 2.2 DYNORB

Les variables sont (voir les notes de cours):

$\dot{u} = \omega_n$  « mean motion » (**mmot**) en rad/s, vitesse angulaire du satellite sur son orbite dérivée de  $u$

$u$  « argument of latitude » (**u**) en rad qui donne la position angulaire du satellite dans son plan

$i$  inclinaison de l’orbite (**incl**) en rad, une constante

$\Omega$  « right ascension of ascending node » (**raan**) en rad, ascension droite du nœud ascendant (une constante)

$h$  altitude de l’orbite (**h**)

$r$  rayon de l’orbite (**r** ou **pos\_mod**)

$v_r = \dot{r}$  dérivée temporelle du rayon (**vr**)

**P1-2** : Coder les équations pour générer la matrice de rotation  $C_{OI}$  (**ORB\_I**) du repère inertiel (I) vers le repère Orbital (O) selon les équations du Chapitre 2. La première rangée de cette matrice forme la matrice-colonne **ORBx\_I=Or\_I** ( $O_r^I$ ) qui donne les coordonnées du vecteur unitaire pointant vers le satellite, exprimé dans le repère inertiel. Une fois ce vecteur unitaire multiplié par le rayon **r**, on obtient la matrice-colonne des coordonnées de la position du satellite dans le repère inertiel (**pos\_I**). Les équations dynamiques qui gèrent le mouvement orbital du satellite sont déjà codées. Elles seront présentées au Chapitre 4.

Le module DYNORB est initialisé par le script MATLAB **DYNORB.m** déjà fourni.

### 2.3 TERRE

Les variables sont :

$\omega_e$  vitesse angulaire de la rotation de la Terre (**we**) en rad/s, la dérivée de GST ( $\omega_e = 2\pi/(23.56 * 3600)$ )

**GST** « Greenwich Solar Time » (**GST**) en rad, l’intégrale de  $\omega_e$  à partir de **GST\_ini**

GST donne l’ascension droite du méridien de Greenwich, i.e. la position angulaire de la Terre

Le calcul de la matrice de rotation  $C_{TI}$  (**TER\_I**) du repère inertiel (I) vers le repère Terre (T) est déjà codé. Le module TERRE est initialisé par le script MATLAB **TERRE.m** déjà fourni.

## 2.4 STATION

Les variables sont (voir les notes de cours):

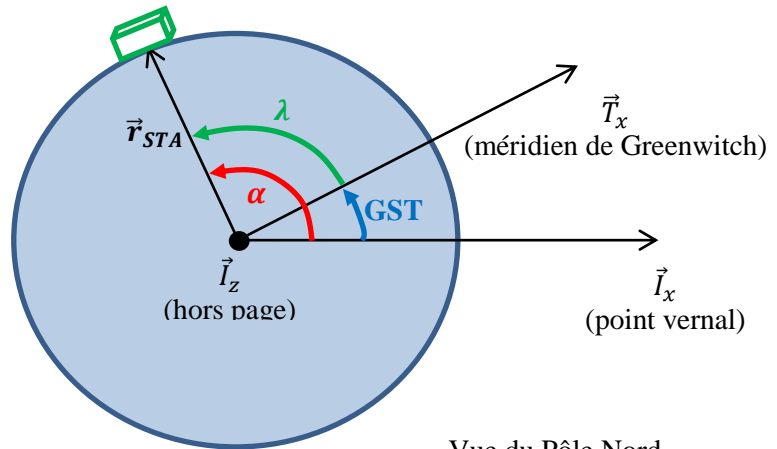
$\alpha$	l'ascension droite d'un point (ici la station), en rad, mesurée dans le plan équatorial à partir de $\vec{I}_x$
$\delta$	la déclinaison du point (la station), en rad, mesurée à partir du plan équatorial (positive vers le Nord)
$\lambda$	la longitude de la station, en rad, mesurée dans le plan équatorial à partir de Greenwich ( <b>lonsta</b> )
$\varphi$	la latitude de la station, en rad, mesurée à partir du plan équatorial (positive vers le Nord) ( <b>latsta</b> )
$\vec{r}_{STA}^I$	coordonnées de la position de la station dans le repère inertiel ( <b>possta_I</b> )

Comme indiqué dans les notes de cours, l'ascension droite  $\alpha$  et la déclinaison  $\delta$  permettent de positionner s'importe quel objet (étoile, Soleil, Lune, satellite, site terrestre) à partir de la référence inertielle  $\vec{I}_x$  et du plan équatorial terrestre. Dans le cas d'un site terrestre, son ascension droite  $\alpha$  est toujours changeante dans le temps due à la rotation de la Terre. On préfère localiser les sites terrestres à partir du méridien de Greenwich (fixe dans le repère terrestre), avec la longitude  $\lambda$ , plutôt qu'à partir de point vernal  $\vec{I}_x$  (fixe dans le repère inertiel). Ainsi, la coordonnée angulaire mesurée dans le plan équatorial, la longitude, est constante pour un site terrestre donné. Il ne reste qu'à y ajouter l'ascension droite du méridien de Greenwich (GST) pour récupérer son ascension droite :

$$\alpha = GST + \lambda.$$

La latitude géographique  $\varphi$  (telle que lue sur une carte) est légèrement différente de la déclinaison à cause de l'aplatissement de la Terre (le rayon polaire de la Terre est 21.6 km plus court que le rayon équatorial). Par contre, si on suppose que la Terre est parfaitement sphérique, on fait ainsi l'approximation que la déclinaison est égale à la latitude :

$$\delta = \varphi.$$



Vue du Pôle Nord

**P1-3** : Coder les équations pour générer la matrice de rotation  $C_{PI}$  (**STA\_I**) du repère inertiel (I) vers le repère Station (P) selon les équations du Chapitre 2. La première rangée de cette matrice forme la matrice-colonne **STAx\_I** ( $\vec{P}_x^I$ ) qui donne les coordonnées du vecteur unitaire pointant vers la station, exprimé dans le repère inertiel. Une fois ce vecteur unitaire multiplié par le rayon terrestre à la station (**possta\_mod**), on obtient la matrice-colonne des coordonnées de la position de la station dans le repère inertiel (**possta\_I**). Le rayon terrestre à la station est la somme du rayon moyen de la Terre (**re**, le niveau moyen des mers) et de l'altitude de la station (**altsta**) au-dessus du niveau moyen des mers (**possta\_mod = re+altsta**).

Le module STATION est initialisé par le script MATLAB **STATION.m** déjà fourni.

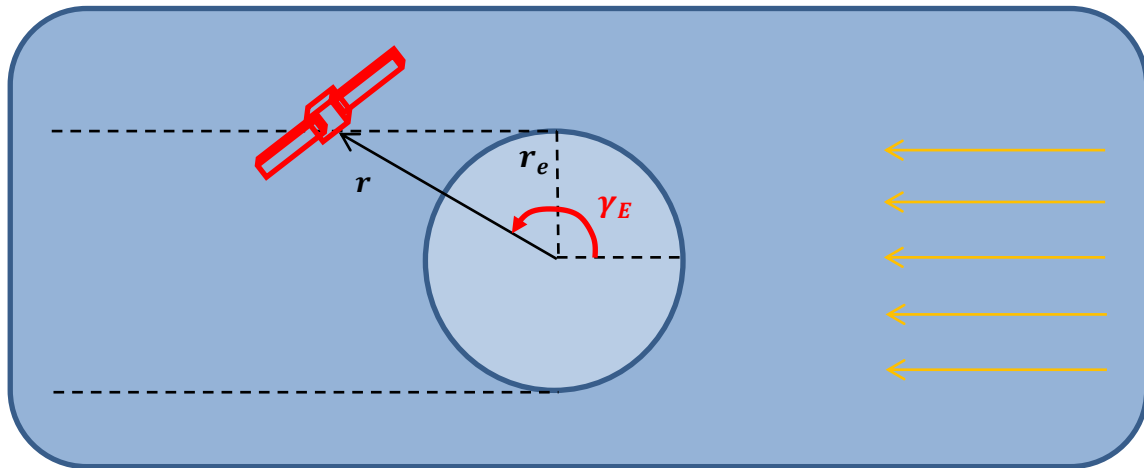
## 2.5 ECLIPSE

Les variables sont (voir les notes de cours):

$\gamma_S$	angle ( <b>gamma</b> ) entre la direction vers le Soleil ( $\vec{S}_x$ ) et la direction vers le satellite ( $\vec{O}_r$ )
$\gamma_E$	angle ( <b>gamma_eclipse</b> ) qui détermine la valeur de $\gamma_S$ à la limite de l'éclipse

La géométrie de l'éclipse est représentée à la figure suivante. Il est facile de déduire que l'angle  $\gamma_E$  à partir duquel le satellite entre en éclipse est donné par :

$$\gamma_E = \cos^{-1}\left(\frac{r_e}{r}\right) + \frac{\pi}{2}$$



Quand  $\gamma_S > \gamma_E$ , le satellite est dans la zone d'éclipse et la variable **eclipse\_flg** est mise à 1 (100 dans le graphique). L'intégrale de cette variable donne le temps pendant lequel le satellite est dans l'ombre de la Terre. Une fois hors éclipse, la variable **eclipse\_flg** est remise à 0. Ces équations sont déjà codées dans le module **ECLIPSE** qui sert ainsi de référence pour d'autres calculs similaires ailleurs.

## 2.6 LATLON

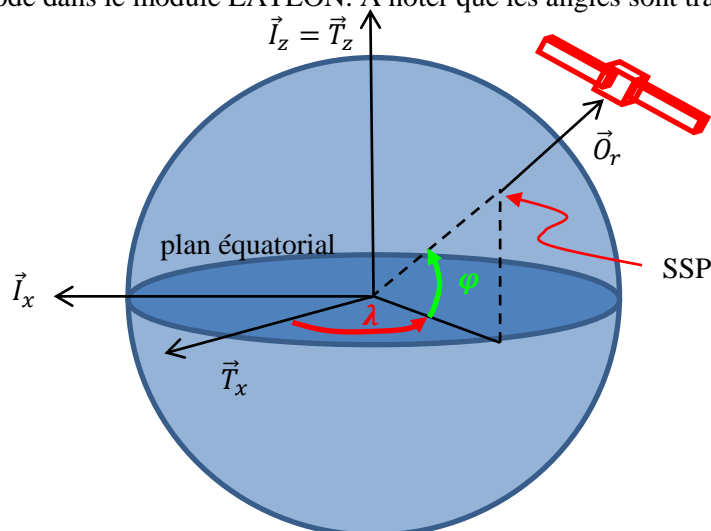
Ce module calcule les coordonnées géographiques (longitude, latitude) de la trace au sol du satellite. Le point à la surface de la Terre sous le satellite, le SSP (« sub-satellite point »), est l'intersection du vecteur de position  $\vec{O}_r$  avec la surface de la Terre (supposée sphérique). En exprimant  $\vec{O}_r$  dans  $\vec{\mathcal{F}}_T$ , on obtient  $\underline{O}_r^T$  (**ORBx\_T** dans le code) qui sont les coordonnées du vecteur unitaire dirigé vers le SSP, exprimé dans le repère terrestre. On peut ensuite calculer les angles qui orientent  $\underline{O}_r^T$  dans  $\vec{\mathcal{F}}_T$ . On utilise la longitude et la latitude :

longitude,  $\lambda$       angle dans le plan équatorial entre Greenwich ( $\vec{T}_x$ ) et la projection de  $\underline{O}_r^T$  sur l'équateur (**LON**)  
latitude,  $\varphi$       angle entre  $\underline{O}_r^T$  et le plan équatorial (**LAT**)

Le vecteur  $\vec{O}_r$  est donc orienté dans  $\vec{\mathcal{F}}_T$  par deux rotations de type ascension-droite-déclinaison (voir notes de cours) mais par rapport au repère terrestre plutôt qu'inertiel :

- rotation  $\lambda$  (**LON**) autour de  $\vec{T}_z$
- rotation  $\varphi$  (**LAT**) autour de  $-\vec{T}_y'$  (ou  $-\varphi$  autour de  $+\vec{T}_y'$ )

**P1-4** : Par analogie à l'exercice A22, il est possible de calculer  $\lambda$  et  $\varphi$  à partir des composantes de  $\underline{O}_r^T$ . Donner ces équations. Insérer ce code dans le module LATLON. À noter que les angles sont transformés en degrés à la sortie.





## 2.7 POSREL

Ce module calcule position relative de la station  $\vec{r}_{rel}$  par rapport au satellite et, à partir de ce vecteur, calcule les angles de roulis et de tangage permettant de pointer la caméra du satellite vers la station i.e. le long de ce vecteur. Ces angles forment la loi de guidage qui servira à asservir l'orientation de la caméra vers la station. La géométrie relative du satellite et de la station est illustrée à la figure de la page 3 :

$$\vec{r}_{rel} = \vec{r}_T - \vec{r}$$

où  $\vec{r}_T$  (**possta**) est le vecteur position de la station par rapport au centre de la Terre et  $\vec{r}_{rel}$  (**relpos**) est le vecteur position de la station par rapport au satellite. Inversement, le vecteur  $-\vec{r}_{rel}$  (**posrel**) est le vecteur position du satellite par rapport à la station.

Les angles de roulis  $\phi$  et de tangage  $\theta$  (angle de lacet  $\psi = 0$ ) sont les deux angles qui définissent une matrice de rotation à partir du repère RPY  $\vec{\mathcal{F}}_Q$  vers un repère relatif  $\vec{\mathcal{F}}_R$  dont le vecteur unitaire  $\vec{R}_z$  pointe vers la station, i.e. selon la direction du vecteur de position relative  $\vec{r}_{rel}$ . La commande (non traitée ici) permettra ensuite d'orienter le satellite  $\vec{\mathcal{F}}_B$  selon ces deux angles pour pointer la caméra vers la station.

La procédure pour obtenir ces deux angles est en trois étapes (c'est classique):

1. **La voie analytique** : une matrice de rotation  $\underline{C}_{RQ}$  entre le repère de départ,  $\vec{\mathcal{F}}_Q$ , et le repère de destination,  $\vec{\mathcal{F}}_R$ , contenant les deux angles  $\phi$  et  $\theta$  est développée de façon analytique. Cette rotation permet d'orienter le vecteur  $\vec{B}_z$ , l'axe de la caméra, le long de la direction  $\vec{r}_{rel}$  i.e. le long du vecteur unitaire  $\vec{R}_z = \vec{r}_{rel}/r_{rel}$  de la vectrice  $\vec{\mathcal{F}}_R$ . La dernière rangée de cette matrice de rotation donne les coordonnées de  $\vec{R}_z$  dans  $\vec{\mathcal{F}}_Q$  en fonction des deux angles inconnus  $\phi$  et  $\theta$  :

$$\begin{bmatrix} \vec{R}_x \\ \vec{R}_y \\ \vec{R}_z \end{bmatrix} = \underline{C}_{RQ}(\phi, \theta) \begin{bmatrix} \vec{Q}_x \\ \vec{Q}_y \\ \vec{Q}_z \end{bmatrix}$$

Par définition, la séquence de rotation est :

- rotation  $\theta$  (tangage) autour de  $\vec{Q}_y$  (quand  $\theta > 0$ ,  $\vec{B}_z$  pointe vers l'avant)
- rotation  $\phi$  (roulis) autour de  $\vec{Q}'_x = \vec{R}_x$  (quand  $\phi > 0$ ,  $\vec{B}_z$  pointe vers la gauche).

Le tangage permet de pointer  $\vec{B}_z$  dans le plan de l'orbite (« *in-plane pointing* ») et le roulis permet de pointer de côté, hors plan de l'orbite (« *cross-track pointing* »).

2. **La voie numérique** : avec les matrices de rotation connues cette fois, donc calculables numériquement, le vecteur  $\vec{r}_{rel}$  est exprimé dans le repère  $\vec{\mathcal{F}}_Q$  sous forme numérique :

$$\underline{r}_{rel}^Q = \vec{\mathcal{F}}_Q \cdot \vec{r}_{rel} = \vec{\mathcal{F}}_Q \cdot (\vec{r}_T - \vec{r})$$

où  $\vec{r}_T$  et  $\vec{r}$  sont connus numériquement dans leur repère 'naturel'  $\vec{\mathcal{F}}_T$  et  $\vec{\mathcal{F}}_O$  respectivement.

3. **L'égalité des deux voies** : les coordonnées du vecteur unitaire  $\vec{R}_z$  dans  $\vec{\mathcal{F}}_Q$ , obtenues analytiquement en fonction des deux angles inconnus  $\phi$  et  $\theta$  à la première étape, sont maintenant mises égales à la version numérique  $\underline{r}_{rel}^Q / r_{rel}$  des coordonnées obtenues à la deuxième étape. Les valeurs numériques de  $\phi$  et  $\theta$  peuvent être extraites.

**P1-5** : Donner le développement mathématique et les équations qui permettent de calculer les angles de roulis et de tangage. Mettre ce code dans le module **POSREL**.

## 2.8 COELEVATION

Selon la géométrie de la figure à la page 3, l'angle de coélévation est le produit scalaire du vecteur unitaire pointant de l'origine vers la station ( $\vec{r}_T/r_T$ ) et le vecteur unitaire relatif  $-\vec{r}_{rel}/r_{rel}$ . Ce code est déjà fourni dans le module **COELEVATION** qui sert ainsi de référence pour d'autres calculs similaires ailleurs.

## 3 CALCULS, SIMULATION ET INTERPRÉTATION

Une fois les modules en rouge complétés (et changés en vert), le modèle Simulink **SATELLITE\_ORBITE\_INC.mdl** est renommé **SATELLITE\_ORBITE.mdl**. Il peut ensuite être exécuté par le script **runSATELLITE\_ORBITE.m** qui appelle le modèle ainsi renommé.

**P1-6 :** Avec les données numériques fournies dans les scripts **CONSTANTS** et **DYNORB**, démontrer que l'angle de tangage  $\theta$  maximum requis pour pointer vers une cible terrestre, quand celle-ci apparaît à l'horizon du satellite, est d'environ **66 deg**. Démontrer que l'angle de tangage minimum est de **-66 deg** quand la cible disparaît à l'horizon. Ces deux angles seront observés sur les simulations dans **P1-7**. C'est une façon de valider le simulateur.

Où pointe la caméra quand  $\theta > 66 \text{ deg}$  et quand  $\theta < -66 \text{ deg}$  ?

**P1-7 :** Après initialisation avec le script **iniSATELLITE\_ORBITE.m**, faire exécuter les simulations avec le script **runSATELLITE\_ORBITE.m**. Deux simulations s'exécutent. La première simulation (figures 1 à 5) sur 5 orbites représente une orbite circulaire non perturbée avec rayon constant. La deuxième simulation (figures 6 à 10) sur 6 orbites représente une orbite initialement circulaire mais avec une perturbation de type trainée aérodynamique qui modifie l'évolution de l'orbite.

Commenter les résultats obtenus pour la première simulation (orbite non perturbée, figures 1 à 5) comme suit :

- (a) Analyser la trace au sol du satellite en termes de longitude et de latitude. À partir des données orbitales du satellite (dans **DYNORB**), expliquer comment on aurait pu prédire les latitudes minimum et maximum observées sur le graphique. Quel est le lien entre les paramètres orbitaux du satellite et ces latitudes extrêmes ?
- (b) La trace du satellite au sol se déplace d'Est en Ouest à cause de la rotation de la Terre. Connaissant la période de rotation de la Terre et la période orbitale du satellite (dans **DYNORB**), calculer le changement de longitude à l'équateur entre deux orbites. Valider ensuite ce résultat sur les simulations (une autre façon de valider les simulations).
- (c) Analyser la trace au sol du satellite, cette fois par rapport à la position de la station (indiquée par un cercle). À partir de cette analyse, interpréter l'historique des angles de roulis (pointage gauche-droite) et de tangage (pointage avant-arrière). Expliquer le profil de ces angles en fonction de la trace au sol.
- (d) Expliquer pourquoi le taux de variation du tangage n'est pas constant (le graphique illustre des pentes douces qui s'alternent avec des pentes abruptes).
- (e) Toujours à partir de la trace au sol du satellite, interpréter ensuite l'historique de l'angle de coélévation. Déterminer quand la station peut communiquer avec le satellite.
- (f) Déterminer si le satellite est au Soleil ou en éclipse quand il peut communiquer avec la station.

La deuxième simulation (orbite perturbée par la trainée aérodynamique, figures 6 à 10) représente le cas d'un satellite sans contrôle (débris orbital) initialement à une altitude de 600 km.

- (g) Par rapport à la simulation sans perturbation ci-dessus, commenter les principaux changements dans les caractéristiques déjà analysées. Quelle est l'altitude finale de l'orbite après les 6 orbites simulées ?