GEI-720
Automne 2016

PRÉPARATION À L'EXAMEN FINAL

<u>COMMANDE MULTIVARIABLE DE L'ORIENTATION D'UN SATELLITE</u>

1. Notation

- *k* : indice qui indique le numéro de la roue à réaction (k = 1, 2, 3)
- h : moment angulaire en Nms du satellite (hsc) ou des roues (hrw*k*, k = 1, 2, 3)
- w : vitesse angulaire absolue en rad/s du satellite (wsc) ou des roues (wrw)
- wrel : vitesse angulaire relative en rad/s des roues (wrel*k*, k = 1, 2, 3)
- inertie : matrice 3x3 d'inertie pour le satellite (SCinertie) ou inertie de rotation d'une roue à réaction (RW*k*inertie, k = 1, 2, 3)
- q : quaternion (pas d'unité)
- ε : 3 premières composantes du quaternion = q(1:3)
- η : dernière composante du quaternion = q(4)
- SC ou sc : fait référence à la structure du satellite, exemple: hsc, wsc, qsc, SCinertie
- RW ou rw : fait référence aux roues à réaction, exemple hrw, wrw, RWinertie
- xxx_B : quantité xxx exprimée dans le référentiel B, exemple hsc_B, wsc_B, RWaxe_B quand la quantité xxx n'a pas de référentiel associé, xxx devient le module de la quantité vectorielle, exemple hsc = norm(hsc_B)
- www_mes : valeur mesurée de la variable www
- xxx_I : quantité xxx exprimée dans le référentiel I, exemple hsc_I
- yyy_ini : valeur initiale de la variable yyy
- zzz_inv : inverse de la quantité zzz, exemple SCinertie_inv = inv(SCinertie)

2. Préparation du fichier d'initialisation : *iniSATELLITE.m*

- Définir les paramètres dynamiques des 3 roues à réaction :

RW*k*inertie	= inertie en rotation de la roue *k* (Js dans les notes) en kg m^2
RW*k*inertie_inv	= inverse de l'inertie de la roue *k*
wrw*k*_ini	= vitesse angulaire absolue initiale de la roue *k* en **rad/s**
hrw*k*_ini	= moment angulaire initial calculé à partir des paramètres ci-dessus, le "ha" dans le notes de cours, page 4-23, éq. (4-58)
RW*k*axe_B	= axe de rotation de la roue *k* (k = 1, 2, 3) dans le référentiel B
RWaxe_B	= matrice des 3 axes de rotation des roues = [RW1axe_B, RW2axe_B, RW3axe]
hrw*k*_B_ini	= moment angulaire initial de la roue *k* exprimé dans B en Nms
hrw_B_ini	= moment angulaire initial total des 3 roues exprimé dans B en Nms

	Roue *k*=1	**Roue *k*=2**	**Roue *k*=3**
inertie (RW*k*inertie)	4.10 e –04	4.11 e –04	4.12 e –04
vitesse initiale (wrw*k*_ini)	20 RPM	30 RPM	40 RPM
axe de rotation (RW*k*axe_B)	$[1, 0, 0]^T$	$[0, 1, 0]^T$	$[0, 0, 1]^T$

Ces conditions initiales seront utilisées pour valider le modèle non-linéaire.
Attention: Les unités à mettre dans le logiciel sont des rad/s et non pas des RPM…

- Définir les paramètres dynamiques du satellite :

  SCinertie = matrice d'inertie du satellite dans B (3x3) (le J_B^* dans le notes de cours)
  SCinertie_inv = inverse de l'inertie du satellite
  wsc_B_ini = vitesse angulaire absolue du satellite (ω_B dans les notes de cours), (3x1) exprimée dans B
  hsc_B_ini = moment angulaire initial du satellite (sans les roues) calculé à partir des paramètres ci-dessus (3 x 1) (le h_B^* de l'éq. 4.67, 4-25)
  htot_B_ini = moment angulaire total du satellite donné par éq. (4.70) des notes

  NOTE : Pour calculer htot_B_ini, il faut réutiliser les paramètres déjà calculés : hrw1_B_ini, hrw2_B_ini et hrw3_B_ini des 3 roues et le hsc_B_ini du satellite.

  qsc_I_ini = quaternion donnant l'attitude initiale du satellite par rapport au référentiel inertiel

SCinertie	$\begin{bmatrix} 8.0 & 0.2 & -0.4 \\ 0.2 & 10.0 & 0.5 \\ -0.4 & 0.5 & 7.0 \end{bmatrix}$ kg m^2
wsc_B_ini	$[\ 0,\ 0,\ 0\ ]^T$ rad/s
qsc_I_ini	$[0, 0, 0, 1]]^T$

- Il faudra calculer les matrices A, B, C, D du système linéarisé, telles que décrites dans la section 4 ci-dessous. Avant, il faut terminer et valider le simulateur non linéaire.
- Ces données seront utilisées pour valider le logiciel de simulation du satellite. À l'examen, les paramètres et conditions initiales du satellite et de ses roues pourraient être différentes.

3. Préparation du modèle non linéaire sur MATLAB / Simulink

- **Les fichiers fournis sont :**
  Le présent énoncé (Preparation_Examenfinal_AUT16)
  Fichiers MATLAB/Simulink (à compléter) (fichier zip)
  Fichier de validation (***valSATELLITE***)

- **Initialisation:** L'initialisation se fera avec le fichier ***iniSATELLITE.m*** preparé selon les consignes ci-dessus.

- **Exécution du test:** L'exécution du test de validation se fera avec le fichier ***runSATELLITE.m*** déjà fourni. Les résultats obtenus seront comparés avec les courbes du fichier ***valSATELLITE.pdf***.

- Utiliser le sous-système incomplet (en rouge) ***SATELLITE*** qui est dans le fichier ***TST_SATELLITE_A_FAIRE.mdl*** pour construire la version non linéaire "exacte" de la dynamique du satellite. Les blocs en rouge doivent être complétés avec les équations du Chapitre 4, éqs. (4-69) à (4-76). Une fois les additions complétées, il faut renommer le fichier pour ***TST_SATELLITE.mdl*** puisque c'est le nom de fichier appelé par le fichier d'exécution déjà fourni ***runSATELLITE.m***.

- **Dynamique du satellite au complet : Sous-système SATELLITE**
  C'est le sous-système à compléter. Les 6 entrées sont:
  – ***tor_RW(1:3)*** : les 3 couples de commande aux roues no 1, 2 et 3, T_{ck}, k = 1, 2, 3
  – ***tor_mag_B(1:3)*** : les 3 couples de commande externes T_{ex} (***tor_ext***) appliqués par les bobines magnétiques pour contrôler le moment angulaire total, exprimés dans B.

- **Dynamique des actionneurs (roues à réaction) : Sous-systèmes ROUE**
  Les équations de la page 4-26 s'appliquent ici.
  Les roues sont dans trois sous-systèmes qui ont le même code mais qui sont associés à différents paramètres. Les entrées sont dans l'ordre : ***tor_RW*** = T_{ck} le couple commandé à la roue et ***wsc_B(1:3)*** la vitesse angulaire du satellite qu'il faut soustraire à celle de la roue pour avoir la vitesse relative ***wrel*** (éq. 4.74). Les sorties sont dans l'ordre : ***hrw_B(1:3)*** le moment angulaire de cette roue exprimée dans B et ***wrel*** la vitesse angulaire relative de cette roue.
  Ne pas oublier de mettre la condition initiale des roues (hrw_ini) dans le bloc intégrateur.

- **Modèle des tachymètres : Sous-système TACHO**
  Les 3 variables ***wrel*** qui sortent des blocs sont les vraies vitesses relatives. On leur ajoute du bruit pour en faire des mesures. Le bruit a une déviation standard de 1 RPM (valeur typique). NB: tjrs traduire les unités en radians. Les sorties sont les vitesses mesurées ***wrel_mes***.

- **Dynamique du satellite : Sous-système DYNSAT**
  Les équations (4-69) et (4-70) s'appliquent. Le schéma-bloc de la page 4-22, tel que modifié en classe (dans l'exercice C-14) pour les roues à réaction sera utile. Le bloc de la cinématique des quaternions est donné. Son entrée est ***wsc_B***, la vitesse angulaire du satellite. Ne pas oublier de mettre la condition initiale ***htot_B_ini*** dans le bloc intégrateur.

- **Modèle du détecteur d'étoile : Sous-système DETECTEUR**
  Le quaternion qui sort de DYNSAT est le "vrai" quaternion. Pour en faire une mesure, on y ajoute du bruit. Pour ajouter ce bruit, on change le quaternion en matrice de rotation, on applique une rotation pour les erreurs de mesures aléatoires et on ramène sous forme de quaternion (code fourni gratuitement mais avec copyright "JdeL"...). La sortie est le quaternion mesuré ***qsc_I_mes***.

- **Validation : Modèle TST_SATELLITE**
  Valider le modèle ***SATELLITE.mdl*** avec le fichier ***TST_SATELLITE.mdl*** fourni, le fichier d'exécution ***runSATELLITE.m*** et les courbes dans ***valSATELLITE.pdf***.

4. Préparation des matrices A, B, C, D du modèle linéaire

- On suppose une linéarisation autour de l'équilibre défini par :

$$\underline{h}_{TOT}^{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad h_{RW1} = 0, \quad h_{RW2} = 0, \quad h_{RW3} = 0, \quad \underline{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

  ou, dans la notation du logiciel, htot_B = $[0, 0, 0]^T$, hrw_B = $[0, 0, 0]^T$, qsc = $[0, 0, 0, 1]^T$. Dans cet équilibre, le satellite et les roues ne tournent pas et le repère satellite B est orienté selon les axes du repère inertiel I. Répondre aux questions suivantes dans le cahier d'examen.

- P4-1 Démontrer que les équations linéarisées du système dynamique sont données par:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{h}}_{TOT}^{B} &= T_{ex}^{B} \\ \dot{h}_{RWk} &= T_{ck} \;\; k = 1,2,3 \\ \dot{\underline{\varepsilon}} &= \frac{1}{2}\omega_B \;\; (\dot{\eta} = 0) \end{aligned}$$

  où T_{ex} sont les couples magnétiques externes, T_{ci} le couple de commande sur la roue i et:

$$\underline{\omega}_B = \left(\underline{J}_B^*\right)^{-1}\left[\underline{h}_{TOT}^{B} - \underline{h}_{RW}^{B}\right]$$

$$\underline{h}_{RW}^{B} = h_{RW1}\underline{a}_1^B + h_{RW2}\underline{a}_2^B + h_{RW3}\underline{a}_3^B.$$

  <u>Donner les détails du développement mathématique.</u>
  Rappel: le quaternion q est décomposé en $q = [\varepsilon;\ \eta]$ comme indiqué à la page 4-27. On n'utilisera pas l'équation pour η puisqu'elle est superflue (pour de petits angles, $\eta = 1$).

- P4-2 Préparer les matrices des équations d'état A, B avec les 9 états et les 6 entrées:

$$\left[\underline{h}_{TOT}^{B};\ h_{RW1};\ h_{RW2};\ h_{RW3};\ \underline{\varepsilon}\right] \qquad \left[\underline{T}_{ex}^{B};\ T_{c1};\ T_{c2};\ T_{c3}\right]$$

  Bien noter l'ordre des entrées… sur Simulink aussi.

- P4-3: Préparer les matrices des équations de sortie C, D pour les 6 mesures dans cet ordre:

$$\left[\omega_{REL1};\ \omega_{REL2};\ \omega_{REL3};\ \underline{\varepsilon}_{mes}\right]$$

  – ω_{RELk} = vitesse angulaire relative des roues mesurées par les tachymètres (éq. 4-74))
  – $\underline{\varepsilon}_{mes}$ = orientation du satellite mesurée par le détecteur d'étoile

- **Note** : Pour le calcul des matrices A, B, C, la matrice des axes des roues $\underline{a}$ (3x3) sera utile et sera calculé dans le fichier d'initialisation (RWaxe_B): $\underline{a} = \left[\underline{a}_1^B \;\; \underline{a}_2^B \;\; \underline{a}_3^B\right]$.