<u>MODÉLISATION ET COMMANDE MULTIVARIABLES</u>

<u>GEI-720</u>

Jean de Lafontaine

PROJET no 2

Analyse de la dynamique d'un aéronef

<u>Connaissances et compétences</u>

- Modéliser la dynamique de translation et de rotation d'un aéronef.
- Exprimer des vecteurs dans différents référentiels.
- Utiliser des matrices de rotation.
- Utiliser les outils MATLAB/Simulink pour obtenir un modèle linéaire à partir du modèle non linéaire Simulink.
- Comparer les modèles linéaire et non linaire de la dynamique pour différents équilibres.

Contenu

1 DESCRIPTION DU PROJET

1.1 OBJECTIF

Dans ce projet, le modèle non linéaire de la dynamique de translation et de rotation d'un aéronef sera développée et implémentée sur Simulink. Les outils MATLAB/Simulink seront utilisés pour obtenir le modèle linéaire de la dynamique. Les deux modèles – non linéaires et linéaires – seront comparés par simulation.

1.2 DESCRIPTION DU MODÈLE NON LINÉAIRE

Un modèle Simulink de la dynamique non linéaire est livré dans le fichier **AVION_LONGITUDINAL_INC.mdl** et est illustré à la page suivante. Le suffixe *_INC indique que le modèle est incomplet. Ce suffixe devra être enlevé une fois le modèle complété. Les trois principaux modules sont :

AERO : Calcul des forces et des couples aérodynamiques
PROP : Calcul des forces et couples de propulsion
DYN : Calcul des équations différentielles de la dynamique

Le contenu de ces modules est décrit dans les sections suivantes.

1.3 MODÉLISATION DES FORCES ET DES COUPLES

On définit les paramètres et variables suivantes :

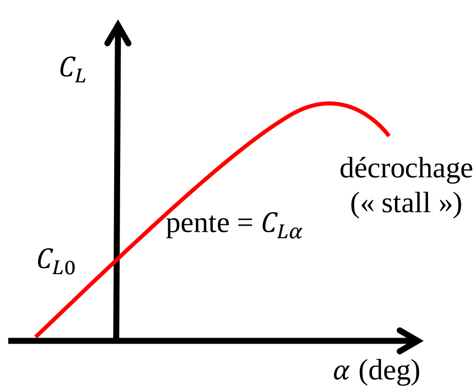
- pression dynamique : $\bar{q} = \frac{1}{2}\rho v^2$ (N/m^2) (Attention : $\bar{q} \neq q = \dot{\theta}$)
- surface de référence (≈ surface des ailes) : S (m^2)
- longueur de référence (≈ largeur de l'aile) : $\bar{c}$ (m)
- force aérodynamique de référence : $\bar{q}S$ (N)
- couple aérodynamique de référence : $\bar{q}S\bar{c}$ (Nm)

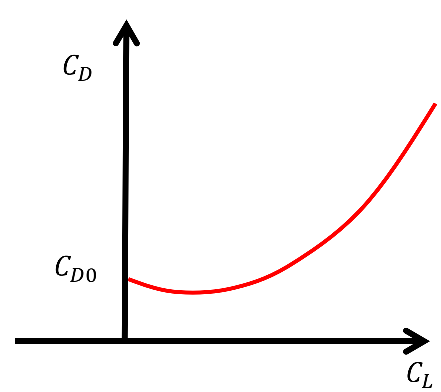
Les forces et couples de référence permettent de non dimensionaliser les forces et couples aérodynamiques et obtenir les coefficients aérodynamiques (sans dimensions) :

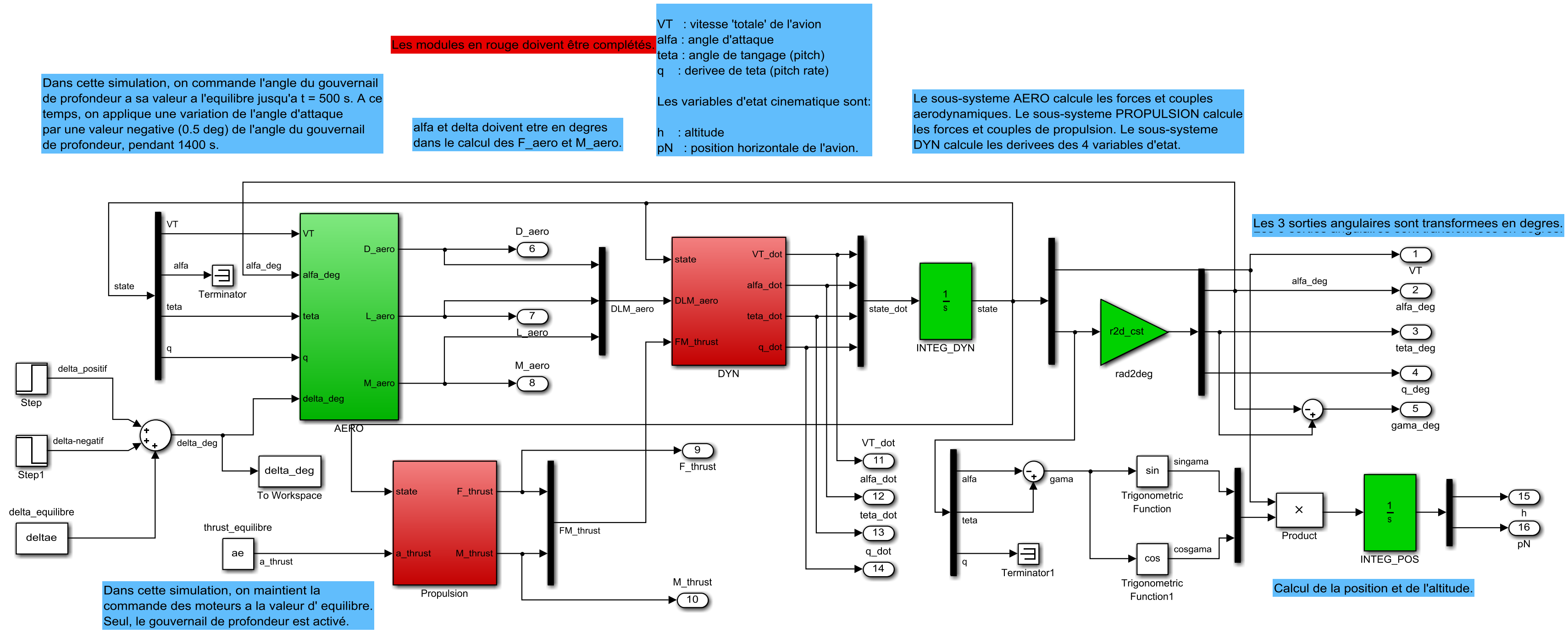
- coefficient de portance aérodynamique: $C_L = L/(\bar{q}S)$
- coefficient de trainée aérodynamique: $C_D = D/(\bar{q}S)$
- coefficient de moment aérodynamique: $C_M = L/(\bar{q}S\bar{c})$

Les coefficients non dimensionalisés C_L, C_D, C_M sont mesurés en soufflerie. Les modèles suivants seront utilisés.

- Modèle de la portance : $L = \bar{q}S\, C_L$ avec $C_L = C_{L0} + C_{L\alpha}\,\alpha$ ($C_{L0}, C_{L\alpha}$ = constantes)
- Modèle de la trainée : $D = \bar{q}S\, C_D$ avec $C_D = C_{D0} + C_{D1}C_L + C_{D2}\, C_L{}^2$ (C_{D0}, C_{D1}, C_{D2} = constantes)
- Modèle du moment : $M = \bar{q}S\bar{c}C_M$ avec $C_M = C_{M0} + C_{M\alpha}\alpha + C_{M\delta}\delta + \frac{\bar{c}}{2V_T}C_{Mq}q$ ($C_{M0}, C_{M\alpha}, C_{M\delta}, C_{Mq}$ =cstes)







Les variables d'état du système dynamique ('state') sont la vitesse (V_T), l'angle d'attaque (α), l'angle de tangage (θ) et la vitesse angulaire de tangage ($\dot{\theta} = q$). Les 5 sorties d'intérêts sont les 4 variables d'état et l'angle de vol (γ). Les autres variables (altitude h et position horizontale p_N) sont pour fins d'affichage et d'analyse du comportement de l'avion.

Il y deux façons habituelles d'exciter la dynamique d'un système : (1) on applique une perturbation (via les actionneurs ou une perturbation extérieure) pendant un certain temps ou (2) on initialise la dynamique du système en des conditions initiales différentes du point d'équilibre auquel le système a été réglé. Dans les deux cas, le système (asservi ou non) retournera (rapidement ou non) vers son état d'équilibre.

Dans le cas de la validation de l'asservissement (Projet no 3), on utilisera des conditions initiales différentes de l'état d'équilibre pour mesurer la performance de l'asservissement. Ici, pour les fins de validation du simulateur non linéaire, une perturbation est appliquée au gouvernail de profondeur pour déplacer le système de son état d'équilibre dynamique. Cette perturbation, déjà programmée dans le modèle Simulink livré, est un échelon de 0.5 deg qui est appliqué à t = 500 s et qui est enlevé à t = 1900 s pour permettre un retour à l'équilibre original. (Ne pas oublier d'enlever cette perturbation dans le Projet no 3.)

On peut remarquer que :

- Le coefficient de portance varie linéairement avec l'angle d'attaque jusqu'à l'angle de décrochage de l'avion. On supposera que la plage d'opération de l'avion sera dans la partie linéaire de la portance.
- Le coefficient de trainée varie de façon parabolique avec le coefficient de portance. La portance est générée avec un prix : la trainée aérodynamique, Celle-ci est compensée par la propulsion.
- Le coefficient de moment en tangage varie avec l'angle d'attaque mais aussi avec une des entrées de commande, l'angle du gouvernail de profondeur δ. Le gouvernail de profondeur cause une portance locale sur la queue de l'avion ce qui cause un couple par rapport au centre de masse de l'avion. Le dernier terme ($\frac{\bar{c}}{2V_T} C_{Mq} q$), appelé 'aerodynamic damping term' introduit de l'amortissement aérodynamique qui atténue la vitesse angulaire de tangage en s'y opposant.

Les modèles de la propulsion sont :

- Modèle de la force de propulsion: $F_T = F_{Tmax}\, a$ avec $0 \leq a \leq 1$
- Modèle du couple de propulsion: $T_T = F_T\, x_T$ (x_T = bras de levier de la force = constante).

La variable d'entrée a est le niveau d'application de la poussée ('throttle') et varie de 0% à 100% de la puissance maximale. La force maximale fournie (a = 100%) par un moteur est de la forme :

$$F_{Tmax} = F_{T80} + F_{TV}(V_T - 80)$$

où :

- F_{T80} = la force de propulsion maximale (en N) à la vitesse V_T de 80 m/s (une constante)
- F_{TV} = la variation de la puissance maximale du moteur (en N/(m/s)) en fonction de la vitesse (F_{TV} = constante).

Pour un avion à hélice, $F_{TV} < 0$ (les hélices deviennent moins efficaces avec l'augmentation de la vitesse de l'air).

1.4 DONNÉES NUMÉRIQUES

Les données numériques suivantes décrivent le modèle complet de la dynamique :

g	= 9.78 m/s^2	C_{L0}	= 0.20
ρ	= 1.225 kg/m^3	$C_{L\alpha}$	= 0.20
m	= 90 000 kg	C_{D0}	= 0.018
J_y	= 8 000 kg-m^2	C_{D1}	= 0.009
S	= 200 m^2	C_{D2}	= 0.040
$\bar{c}$	= 5 m	C_{M0}	= 0.050
x_T	= $-$ 0.3 m	$C_{M\alpha}$	= $-$ 0.001
F_{T80}	= 1.08e05 N	C_{Mq}	= $-$ 0.300
F_{TV}	= $-$ 200 N/(m/s)	$C_{M\delta}$	= $-$ 0.016

La densité atmosphérique ρ, la masse m et l'inertie J_y sont supposées constantes.

Ces données sont déjà introduites dans le fichier d'initialisation **iniAVION_LONGITUDINAL.m**.

NOTE IMPORTANTE :
Par convention, la valeur numérique des coefficients aérodynamiques suivants $C_{L\alpha}, C_{M\alpha}, C_{M\delta}$ est calculée de façon à ce que ces coefficients multiplient les angles α, δ exprimés en **degrés**. Cependant, les équations différentielles de ces variables angulaires sont toujours exprimées en radians. Ainsi, dans le calcul des forces et couples aérodynamiques, il faut faire attention aux unités pour assurer la cohérence.

Par contre, le coefficient C_{Mq} multiplie la vitesse angulaire de tangage $q = \dot{\theta}$ en radians.

2 CONSTRUCTION ET VALIDATION DU SIMULATEUR

Les modules du modèle Simulink **AVION_LONGITUDINAL_INC.mdl** en vert sont complets et fonctionnels. Ils servent d'exemples de programmation Simulink. Les tâches de construction du simulateur consistent à compléter les modules en rouge et à décrire les étapes de développement demandées ci-dessous. Ces étapes sont numérotées en rouge : **P2-n** où **n** est le numéro du problème. Les **P2-OPT** sont des problèmes optionnels. Une fois ces modules complétés, le simulateur sera renommé **AVION_LONGITUDINAL.mdl** pour qu'il puisse être exécuté par le script MATLAB **runAVION_LONGITUDINAL.m** déjà fourni.

P2-1 : Propulsion
Coder les équations qui complètent le modèle de la propulsion dans le module **PROP**.

P2-2 : Dynamique
Coder les équations qui complètent le modèle de la dynamique dans le module **DYN**.

Il est recommandé d'analyser le fichier d'initialisation **iniAVION_LONGITUDINAL.m** qui définit les conditions pour l'exécution du test de validation. À remarquer que les conditions initiales et les entrées initiales pour le test de validation sont choisies de façon à obtenir un vol pour un équilibre (appelé **Équilibre Test**) défini comme suit:

Équilibre TEST

- V_{Te} = 70 m/s
- α_e = 0.10941 rad (6.26845 deg)
- θ_e = 0.10941 rad (6.26845 deg)
- q_e = 0 deg/s
- δ_e = 2.29707 deg
- a_e = 0.63467.

On peut déduire que ce vol en équilibre est un vol horizontal puisque l'angle de vol est zéro: $\gamma_e = \theta_e - \alpha_e = 0$.

Il est important de noter que ces conditions d'équilibre ne sont utilisées que pour le test de validation **P2-3** ci-dessous. Des conditions d'équilibres et initiales différentes seront définies et utilisées plus tard dans ce document.

P2-3 : Validation
Pour les fins de validation du simulateur non linéaire, une perturbation est appliquée au gouvernail de profondeur pour déplacer le système de son état d'équilibre dynamique. Cette perturbation est un échelon de 0.5 deg qui est appliqué à t = 500 s et qui est enlevé à t = 1900 s pour permettre un retour à l'équilibre original.

Exécuter le fichier **runAVION_LONGITUDINAL.m**. Comparer les résultats avec le fichier **valAVION_LONGITUDINAL_70.docx** pour valider les résultats et confirmer que le simulateur est sans erreur.

3 DÉVELOPPEMENT ANALYTIQUE DU MODÈLE LINÉAIRE

Dans la synthèse d'un système de commande multivariable, un modèle linéaire sous forme variable d'état de la dynamique est requis. Le compensateur est calculé à partir de ce modèle. Le compensateur est ensuite appliqué au modèle non linéaire de la dynamique pour en valider la stabilité et la performance. Le modèle linéaire A, B, C, D n'est donc qu'un outil qui permet la conception du compensateur. Cependant, pour en valider la qualité, le modèle linéaire est souvent simulé en parallèle avec le système non linéaire. C'est ce qui sera fait ici dans la Section 5.

Dans cette comparaison des systèmes linéaires et non linéaires, il faut prendre en considération que le premier n'est qu'une approximation du deuxième. Cette approximation se dégrade à mesure que les conditions de simulation s'éloignent du point d'équilibre autour duquel la linéarisation a été effectuée, selon le principe d'approximation de la série Taylor. Pour valider le système linéaire, la simulation de ce dernier doit se rapprocher de la simulation du système non linéaire à mesure que les conditions d'opération se rapprochent des conditions d'équilibre. Dans le cas présent, le degré de déviation de l'état d'équilibre est proportionnel à l'amplitude de la perturbation appliquée au gouvernail de profondeur. Plus cette amplitude diminue, plus la dynamique du système linéaire doit se rapprocher de celle du système non linéaire. C'est une façon de valider le système linéaire.

Le modèle linéaire de la dynamique a été développé analytiquement au Chapitre 3 du cours. Ce modèle comprend :

- des équations algébriques non linéaires qui définissent les conditions d'équilibre
- des équations différentielles linéaires qui définissent la dynamique linéaire de l'avion sous la forme multivariable (variables d'état) A, B, C, D.

Pour obtenir le modèle linéaire, il faut premièrement solutionner les équations d'équilibre pour trouver les variables d'état (constantes) qui définissent l'équilibre désiré où $\dot{V}_T = \dot{\alpha} = \dot{\theta} = \dot{q} = 0$. La solution de ces équations d'équilibre donne les valeurs des variables d'état $V_{Te}, \alpha_e, \theta_e, q_e$ et les variables d'entrée à l'équilibre δ_e, a_e qui déterminent ainsi les variables de sortie à l'équilibre $V_{Te}, \alpha_e, \theta_e, q_e, \gamma_e$. Ces équations d'équilibre ont été développées en B19. Elles sont très non linéaires. Un algorithme itératif de type Newton-Raphson est nécessaire pour les solutionner. Il y a plusieurs façons d'utiliser ces équations d'équilibre :

1. On peut choisir l'état d'équilibre désiré $V_{Te}, \alpha_e, \theta_e, q_e$ et on calcule les entrées δ_e, a_e qui le génèrent.
2. On peut choisir les commandes δ_e, a_e et on calcule les états à l'équilibre $V_{Te}, \alpha_e, \theta_e, q_e$ qu'elles génèrent.
3. On peut aussi prendre une approche mixte, par exemple, on désire un angle de montée de γ_e = 1 deg à vitesse constante : on fixe donc la sortie $\gamma_e = \theta_e - \alpha_e$ à 1 deg et la variable d'état V_{Te} à la vitesse désirée.

Étant donné la complexité analytique de trouver les conditions d'équilibre, un outil MATLAB ('**TRIM**') itératif est utilisé pour les solutionner. Cet outil sera expliqué plus loin à la Section 4. Il a été utilisé pour générer les conditions du vol horizontal à 70 m/s qui est déjà donné dans le fichier d'initialisation **iniAVION_LONGITUDINAL.m**.

Une fois les conditions d'équilibre obtenues analytiquement ou avec **TRIM**, on remplace ces valeurs à l'équilibre dans les équations linéarisées obtenues en B20, Eqs. 3-11. On obtient ainsi le modèle linéaire sous forme A, B, C, D.

P2-OPT : Développement analytique du modèle linéaire A, B, C, D

Ce développement est optionnel. Il donne analytiquement ce que la fonction **TRIM** de MATLAB donnera numériquement à la Section 4. Cela permet (avec un peu de patience) de comparer les deux modèles.

À partir du modèle des forces et des couples de la Section 1.3, démontrer que les dérivées partielles sont données par :

$$\frac{\partial F_T}{\partial V_T} = F_{TV}\, a_e \qquad \frac{\partial T_T}{\partial V_T} = F_{TV}\, x_T a_e$$

$$\frac{\partial F_T}{\partial a} = F_{Tmax\,e} \qquad \frac{\partial T_T}{\partial a} = F_{Tmax\,e} x_T$$

avec $F_{Tmax\,e} = F_{T80} + F_{TV}(V_{Te} - 80)$ et :

$$\frac{\partial D}{\partial V_T} = \frac{2}{V_{Te}} D_e \qquad \frac{\partial L}{\partial V_T} = \frac{2}{V_{Te}} L_e \qquad \frac{\partial M}{\partial V_T} = \frac{2}{V_{Te}} M_e$$

$$\frac{\partial D}{\partial \alpha} = \bar{q}_e S C_{D\alpha} \qquad \frac{\partial L}{\partial \alpha} = \bar{q}_e S C_{L\alpha} \qquad \frac{\partial M}{\partial \alpha} = \bar{q}_e S \bar{c} C_{M\alpha}$$

$$\frac{\partial D}{\partial \delta} = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \delta} = 0 \qquad \frac{\partial M}{\partial \delta} = \bar{q}_e S \bar{c} C_{M\delta}$$

$$\frac{\partial D}{\partial q} = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial q} = 0 \qquad \frac{\partial M}{\partial q} = \bar{q}_e S \bar{c}^2 \frac{1}{2V_{Te}} C_{Mq}$$

avec

$$D_e = \bar{q}_e S\left[C_{D0} + C_{D1}C_{Le} + C_{D2}{C_{Le}}^2\right]$$
$$L_e = \bar{q}_e S[C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha_e]$$
$$M_e = \bar{q}_e S\bar{c}[C_{M0} + C_{M\alpha}\alpha_e + C_{M\delta}\delta_e]$$
$$C_{D\alpha} = [C_{D1}L_e + 2C_{D2}C_{Le}]C_{L\alpha}.$$

Avec ces équations et paramètres, les matrices A et B du modèle linéaire peuvent être obtenues. Il est rappelé que ce modèle donne les variations dynamiques $\Delta V_T, \Delta\alpha, \Delta\theta, \Delta q$ autour des valeurs d'équilibre $V_{Te}, \alpha_e, \theta_e, q_e$ quand l'avion est soumis à des variations d'entrées $\Delta a, \Delta\delta$ autour de leur valeur d'équilibre a_e, δ_e :

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{V}_T \\ \Delta\dot{\alpha} \\ \Delta\dot{\theta} \\ \Delta\dot{q} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \Delta V_T \\ \Delta\alpha \\ \Delta\theta \\ \Delta\dot{q} \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta\delta \end{bmatrix}.$$

La notation en variation (avec les Δ) n'est pas toujours utilisée mais il faut toujours se rappeler qu'un système linéarisé ne donne que des valeurs relatives par rapport à un point donné et non pas la valeur absolue des variables (sauf si le point de linéarisation est justement à l'origine).

P2-OPT : Développement numérique du modèle linéaire A, B, C, D à partir du modèle analytique ci-dessus

À partir des résultats de l'exercice précédent et des données numériques de la Section 1.4, calculer (optionnellement) les valeurs numériques des matrices A et B pour un équilibre défini par un vol horizontal à 80 m/s:

$$V_T = 80 \text{ m/s}$$
$$\gamma = 0 \text{ deg.}$$

C'est un exercice assez long, donc optionnel, mais qui est utile pour démontrer que le modèle linéaire, obtenu numériquement ici à partir des équations analytiques, et celui obtenu numériquement dans la Section 5 avec les outils itératifs de MATLAB, donnent les mêmes résultats.

Dans cet exercice, il faut faire attention aux variables en degrés vs celles en radians. Voir à ce sujet la note importante à la fin de la Section 1.4.

4 LINÉARISATION NUMÉRIQUE

4.1 INTRODUCTION

L'approche analytique de la section précédente pour développer le modèle linéaire est plutôt longue et complexe à cause de la solution itérative des équations d'équilibre, le calcul des dérivées partielles et le calcul des termes des matrices A et B. Cette complexité est déjà présente dans ce modèle simplifié de la dynamique i.e. vol longitudinal seulement. Pour la dynamique complète de l'avion (i.e. tous les degrés de liberté), l'approche analytique est encore plus ardue.

Il existe des outils MATLAB/Simulink qui permettent de faire ce travail numériquement. On perd la visibilité que donne une solution analytique, puisque la réponse est numérique, et on perd aussi la flexibilité de pouvoir calculer le modèle linéaire en temps réel dans un microprocesseur, puisqu'elle requiert le modèle non linéaire sous forme Simulink, mais on peut quand même obtenir rapidement plusieurs modèles linéarisés en différent points de l'enveloppe de vol (qui sont aussi utilisés dans la conception d'asservissements). Les outils MATLAB sont :

- la fonction **TRIM** : elle permet de trouver la solution aux équations d'équilibre
- la fonction **LINMOD** : elle permet de calculer les matrices A, B, C, D du modèle linéaire.

TRIM et **LINMOD** fonctionnent en succession : les sorties de **TRIM** (variables à l'équilibre) sont les entrées de **LINMOD** (linéarisation à cet équilibre).

4.2 UTILISATION DE TRIM

La fonction **TRIM** utilise le modèle non linéaire représenté sous forme Simulink pour calculer itérativement le point d'équilibre. Dans ce modèle Simulink, il faut donner à TRIM l'accès aux variables d'entrées et de sorties via des « inport » et des « outport ». Il faut donc enlever les signaux d'entrée et les blocs de sortie du modèle original. Cela a été fait dans la version **AVION_TRIM_INC.mdl** déjà fournie. Le suffixe « INC » indique qu'ici aussi, il faut compléter le modèle dynamique comme cela a été fait dans la version originale (pour **PROP** et **DYN**).

L'utilisation de TRIM peut être obtenue avec **help trim**. Des détails sont fournis ci-dessous. La commande est :

[Xe, Ue, Ye, DXe, OPTIONS] = trim('MODELE',X0,U0,Y0,IX,IU,IY,DX0,IDX,OPTIONS)

Xe, Ue, Ye, DXe	: valeurs à l'équilibre des états, des entrées, des sorties et des dérivées, respectivement
'MODELE'	: nom du modèle Simulink (**'AVION_TRIM'** ici, sans le « **INC** » une fois complété)
X0, U0, Y0	: valeurs initiales des états, des entrées et des sorties, respectivement
IX, IU, IY	: indices des états, des entrées et des sorties, respectivement, qui sont fixés (forcés)
DX0, IDX	: valeurs initiales des dérivées et indices des dérivées qui sont fixées (forcées)
OPTIONS	: choix d'options (voir plus loin).

Il est important de noter que les paramètres **X0, U0, Y0, IX, IU, IY, DX0, IDX** sont tous des matrices-colonnes de dimensions appropriées.

Utilisé seulement sous la forme **trim('MODELE',X0,U0,Y0)**, la fonction va trouver l'état d'équilibre le plus près des conditions initiales **X0, U0, Y0** et retourner cet équilibre dans les matrices colonnes **Xe, Ue, Ye, DXe**. Le choix des conditions initiales est donc important puisque plusieurs équilibres différents peuvent être obtenus selon le point de départ. Si on veut forcer l'atteinte d'un équilibre désiré, on utilise les paramètres **IX, IU, IY**. Ces paramètres contiennent des indices de position dans les matrices correspondantes **X0, U0, Y0** que l'on veut forcer à l'équilibre. Par exemple, pour un système d'ordre 3 avec 2 entrées et 2 sorties, si on utilise :

X0 = [30, 50, 70]' ;	**IX = [2,3]**
U0 = [0.1, 0.3]' ;	**IU = [ ]**
Y0 = [45,0] ;	**IY = [1]**

TRIM va tenter de trouver un équilibre où les 2e et 3e variables d'état à l'équilibre **Xe(2:3)** seront égale à **X0(IX) = X0(2:3) = [50 ;70]** et où la sortie à l'équilibre **Ye(1)** sera égale à **Y0(IY) = Y0(1) = 45** sans aucune contrainte sur les autres états et sorties qui sont libres de varier. Dans cet exemple, il n'y a pas de contraintes sur les entrées, d'où la matrice vide **[ ]** pour **U0**. Essentiellement, les valeurs initiales **X0, U0, Y0** qui ne sont pas figées par des **IX, IU, IY** sont libres d'être variées par **TRIM** de façon itérative, à partir de leur valeur initiale, vers l'atteinte de l'équilibre.

Les paramètres **DX0, IDX** permettent de spécifier des valeurs initiales pour les dérivées et de forcer une valeur fixe à l'équilibre pour certaines dérivées. C'est en fait le cas d'un point de non équilibre pour la linéarisation. Dans le présent problème, on recherche un équilibre et donc, on aura toujours : **DX0 = [ ], IDX = [ ]**.

Pour les **OPTIONS**, il est recommandé d'utiliser les 4 premières ainsi :

OPTIONS = [1; tolerance; tolerance; tolerance];

Le 1er paramètre spécifie le type d'information affichée dans l'espace de travail MATLAB :

- 0 : rien d'affiché
- 1 : affiche les étapes des itérations (recommandé)
- -1 : supprime les messages d'avertissement.

Il est recommandé d'utiliser l'affichage puisqu'il faut toujours s'assurer que les itérations aient bien convergé et se sont terminées avec un message du type « **Optimization Converged Successfully** » et que les **DXe** à l'équilibre sont bien près de zéro. Les trois autres options sont des mesures de précision pour les itérations et une valeur autour de **tolerance = 1e-8** est recommandée.

4.3 Conseils utiles

1. **TRIM** donne beaucoup de degrés de liberté pour choisir un équilibre. Cependant, il faut s'assurer d'être cohérent dans le choix des variables figées et des variables libres d'évoluer vers l'équilibre. Par exemple, dans le cas de l'avion, la variable d'état X(1) est la vitesse V_T et la sortie Y(1) est aussi la vitesse. Si on force X0(1) à 80 et Y0(1) à 90, **TRIM** essaiera de minimiser l'erreur et donnera à l'équilibre Xe(1) = Ye(1) = 85. Dans ce cas, il est préférable de seulement contraindre la sortie ou l'état mais pas les deux. Ce cas est trivial et facile à éviter. Cependant, dans des cas plus complexes, il est difficile de s'assurer que l'on demande un équilibre cohérent. Dans ce cas, les itérations peuvent converger vers un minimum local qui n'est pas celui que l'on recherchait ou vers un équilibre impossible en réalité. Par exemple, si on essaie d'obtenir un vol horizontal avec le gouvernail de profondeur δ_e à zéro pour minimiser la trainée, on voit que l'avion doit voler avec un fort angle d'attaque et que la propulsion doit vraiment se surpasser…

2. **Ne jamais transférer manuellement** des résultats de TRIM vers d'autres fonctions MATLAB ou Simulink, toujours utiliser les variables MATLAB. Par exemple, si on veut transférer les variables à l'équilibre **Xe, Ue, Ye** obtenues avec **TRIM** comme conditions initiales vers un modèle Simulink, utiliser les variables MATLAB **Xe, Ue, Ye** calculées par **TRIM** dans le code plutôt que de réécrire à la main ('*hardcoder*') les données dans Simulink. Il y a deux raisons pour cela :

   (1) c'est une bonne pratique de coder ainsi puisque les états d'équilibre peuvent changer et cela évite des manipulations inutiles,

   (2) MATLAB maintient beaucoup plus de chiffres significatifs en mémoire que ceux qu'on entre à la main. Une des validations fondamentales du modèle Simulink est de faire une simulation avec les conditions initiales et les entrées à l'équilibre. Si le modèle est bien fait, rien ne bouge dans les sorties de la simulation (par définition de l'équilibre). S'il y a de légères oscillations ou variations dans les sorties, cela veut dire que le système n'a pas été initialisé à l'équilibre. C'est ce qui arrive quand les données sont entrées manuellement avec un nombre insuffisant de chiffres significatifs. Cela sera noté dans le projet.

4.4 UTILISATION DE **LINMOD**

Une fois l'état d'équilibre obtenu avec **TRIM**, on peut calculer le modèle linéaire A, B, C, D avec **LINMOD**:

[A, B, C, D] = linmod('MODELE', Xe, Ue)

où :

A, B, C, D : matrices du modèle variables-d'état
'MODELE' : nom du modèle Simulink (**'AVION_TRIM'** ici)
Xe, Ue : états et entrées à l'équilibre, obtenus avec **TRIM**.

On peut ensuite trouver les valeurs propres du système avec :

vp = eig(A) ;

Dans le fichier d'initialisation **iniAVION_LONGITUDINAL.m**, des conditions d'équilibre avaient été définies pour valider le simulateur pour un vol horizontal à 70 m/s (**Équilibre Test**). Ces données peuvent être utilisées ici pour valider la convergence de **TRIM** et **LINMOD** vers le même équilibre.

5 SIMULATION ET ANALYSE

5.1 MODÈLE LINÉAIRE À L'ÉQUILIBRE 0

Un état d'équilibre (**Équilibre 0**) est défini par un vol horizontal à 80 m/s:

$$\underline{\textbf{Équilibre 0}}: \; V_{Te} = 80 \text{ m/s}, \gamma_e = 0 \text{ deg.}$$

P2-4 : Développement numérique du modèle linéaire A, B, C, D à partir de Simulink pour l'**Équilibre 0**

Calculer le modèle linéaire de l'avion pour l'**Équilibre 0** avec **TRIM** et **LINMOD**. Donner les matrices A, B, C, D. Calculer les valeurs propres du système à l'**Équilibre 0** et calculer la période des oscillations amorties.

P2-OPT : Si les problèmes optionnels précédents ont été faits, comparer le modèle numérique obtenu à partir des équations analytiques avec celui obtenu ici avec **TRIM** et **LINMOD** pour vérifier que les deux solutions donnent les mêmes résultats. [Cela a déjà été fait et ça fonctionne…]

P2-5 : Comparaison et validation des systèmes linéaire et non linéaire pour l'**Équilibre 0**

(a) Insérer les nouvelles valeurs de l'**Équilibre 0** dans le simulateur (rappel du Conseil no 2 à la Section 4.3) et faire une simulation avec cet équilibre comme condition initiales et comme entrées. Vérifier que rien ne bouge en début de simulation. Mesurer sur le dernier graphique la période des oscillations observées et les comparer avec celles calculées en **P2-5** à partir des valeurs propres du système linéaire. Commenter les différences.
(b) En utilisant un module « **state space** » de Simulink, insérer le modèle linéaire A, B, C, D de l'**Équilibre 0** dans le modèle Simulink **AVION_LONGITUDINAL.mdl** en parallèle avec le modèle non linéaire déjà développé. Ajouter les sorties du système linéaire (sorties 17 à 32 dans le même ordre) et refaire les mêmes graphiques du fichier **iniAVION_LONGITUDINAL.mdl** mais cette fois, en mettant sur un même graphique les variables issues des deux systèmes, linéaire et non linéaire pour fins de comparaison. Les lignes de code sont déjà prêtes pour afficher les sorties du système linéaire, simplement enlever les %. Valider que le système linéaire représente bien le système non linéaire.

NOTE IMPORTANTE:
Pour comparer les modèles non linéaire et linéaire par simulation, il faut faire attention au fait que les entrées, états et sorties du premier sont de la forme u, x, y alors que les entrées, états et sorties du deuxième sont des variations $\Delta u, \Delta x, \Delta y$ autour de l'équilibre défini par u_e, x_e, y_e. Dans la simulation et les comparaisons sur graphique, il ne faut pas oublier d'avoir des entrées cohérentes ($u = u_e + \Delta u$), des conditions initiales cohérentes $x_0 = x_e + \Delta x_0$ et des sorties graphiques cohérentes ($y = y_e + \Delta y$) pour les deux systèmes. En particulier, si la simulation part à l'équilibre, les conditions initiales du système linéaire sont $\Delta x_0 = 0$ et celles du système non linéaire sont $x_0 = x_e$.

5.2 MODÈLE LINÉAIRE À L'ÉQUILIBRE 1

Un autre état d'équilibre (**Équilibre 1**) est défini par un vol ascendant de 1 deg à 80 m/s :

$$\underline{\textbf{Équilibre 1}}: \; V_{Te} = 80 \text{ m/s}, \gamma_e = 1 \text{ deg.}$$

P2-6 : Développement numérique du modèle linéaire A, B, C, D à partir de Simulink pour l'**Équilibre 1**

Répéter **P2-4** avec l'**Équilibre 1**.

P2-7 : Comparaison et validation des systèmes linéaire et non linéaire pour l'**Équilibre 1**

Répéter **P2-5** avec l'**Équilibre 1**. Vérifier sur un graphique de l'altitude h en fonction de la position p_N que l'avion monte en effet à un angle de vol de 1 deg.