



# Estrutura de Dados 2

## **Tabelas de Dispersão (Hash Tables)**



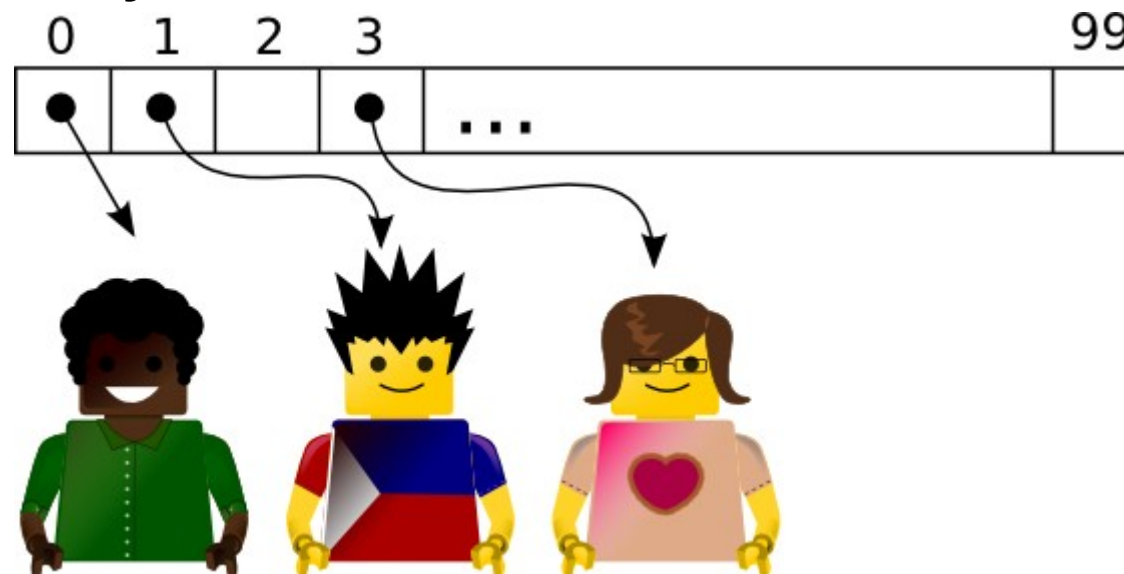
# Motivação

- Exemplo clássico: escaninho
  - Professores recebem correspondências, comunicados, memorandos, etc. no escaninho abaixo.
  - O que aconteceria se o número de professores fosse (menor, igual, maior) que o número de compartimentos?



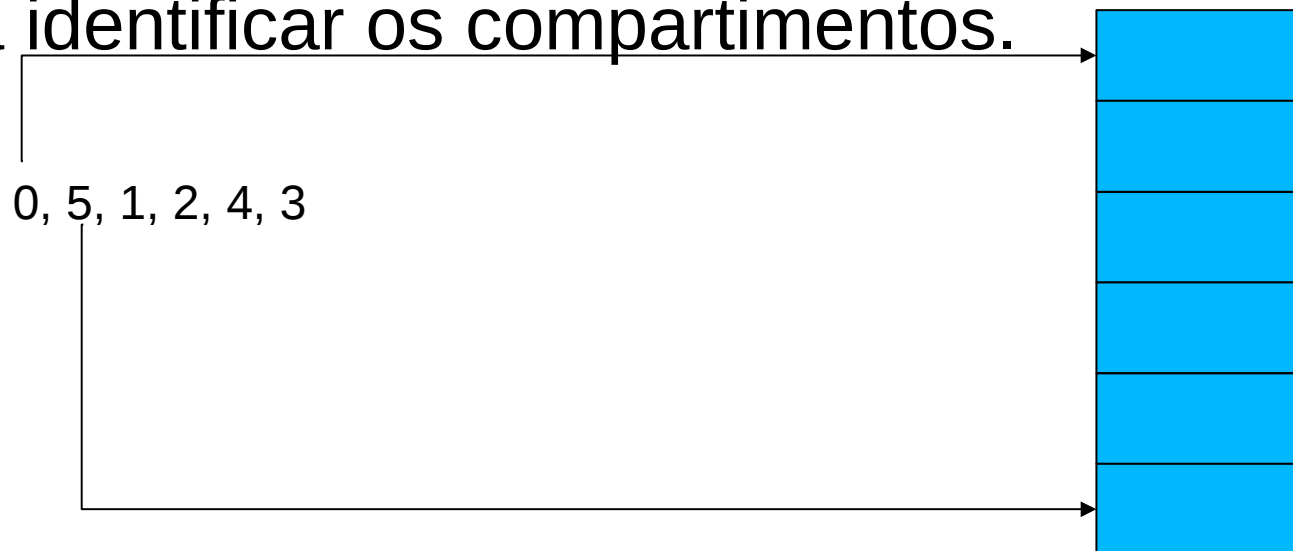
# Motivação

- Podemos pensar no escaninho como um array com  $m$  compartimentos
- Desta forma, os endereços possíveis são  $[0, m - 1]$
- Tarefa: distribuir correspondências de  $n$  professores neste array



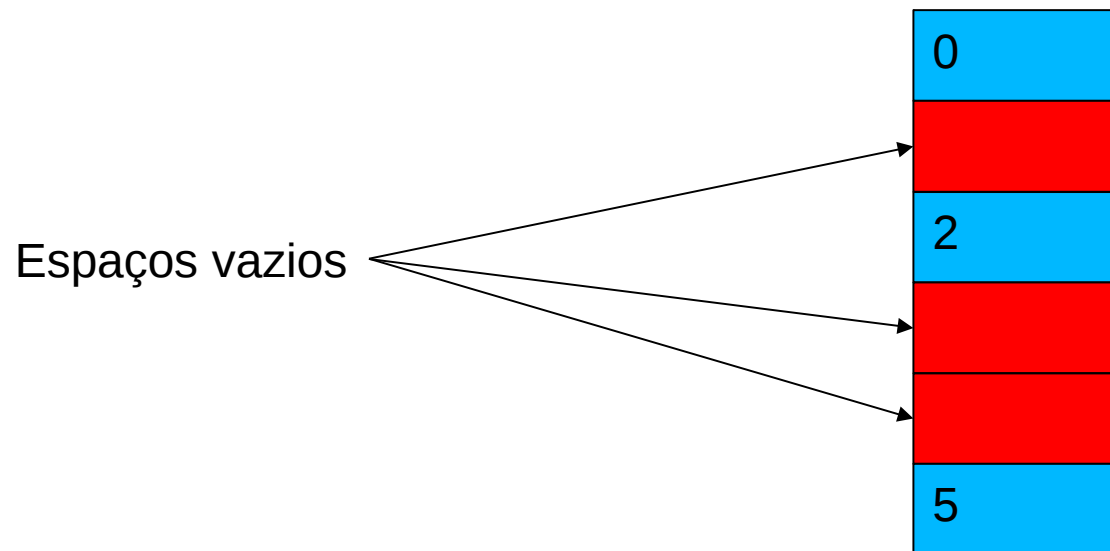
# Hashing

- Como definir o tamanho  $m$  do array?
- Como distribuir eficientemente as  $n$  chaves pelos  $m$  compartimentos?
- Se os valores que as chaves podem assumir variar entre  $[0, m - 1]$ , podemos usar as próprias chaves para identificar os compartimentos.



# Hashing

- Se o número de chaves  $n$  é menor que o número de compartimentos, a tabela pode conter espaços **vazios**.



# *Hashing*

- Exemplo:
  - Considere  $m = 1.000$
  - Insere-se somente as chaves 0 e 999
  - 998 compartimentos ociosos, desperdiçando precioso espaço em memória
- Pense no desperdício de espaço com um escaninho com 1.000 compartimentos, onde 998 deles ficam vazios a maior parte das vezes.

# *Hashing*

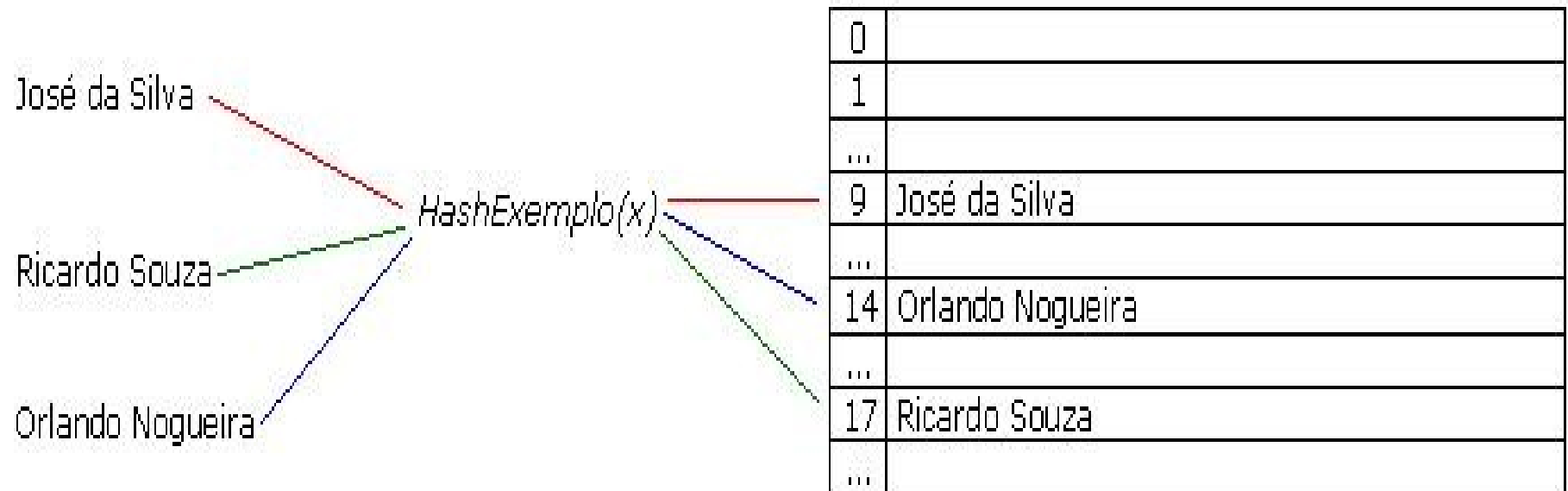
- A solução é criar uma tabela onde  $m$  é **menor** do que  $n$ .
- Elementos compartilharão compartimentos (Princípio da Casa dos Pombos)
- Desafio: manter o número de elementos em cada compartimento o mais uniforme possível

# Hashing

- Mas como mapear, neste caso, um elemento ao seu respectivo compartimento?
- Resposta: usando uma *função de dispersão* (hash function)  $h(x)$ .
- O objetivo de  $h(x)$  é distribuir os valores das chaves pelos compartimentos existentes
  - Diz-se que  $h(x)$  gera *endereço-base* para  $x$
  - $\text{Array}[x] \mapsto \text{Array}[h(x)]$
- A mesma função  $h(x)$  será utilizada para buscar registros



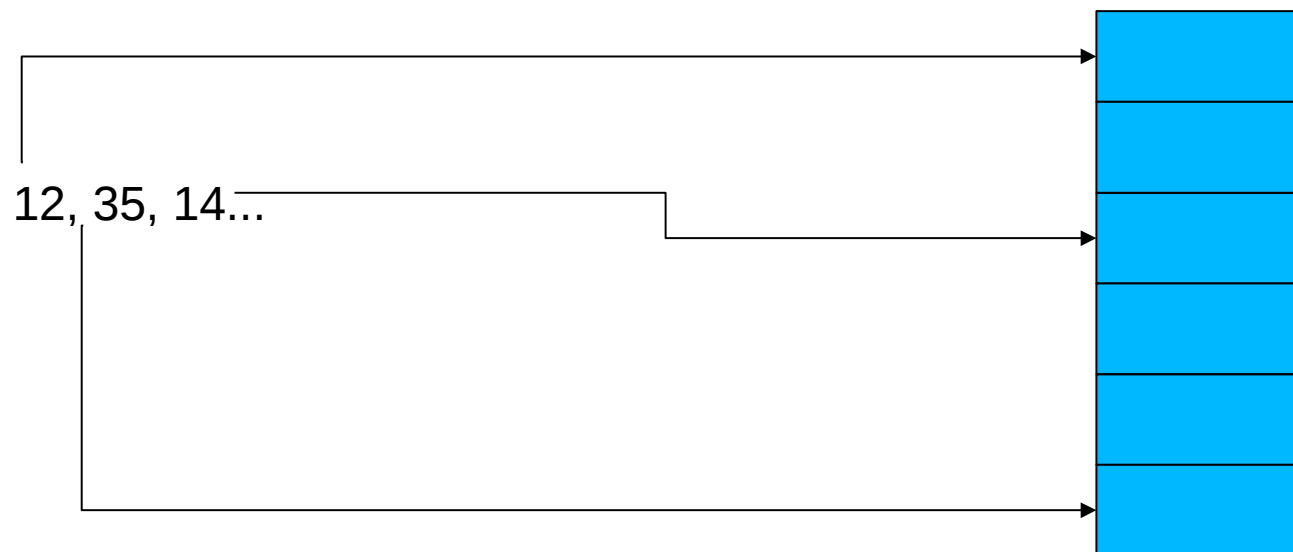
# Função de Dispersão



# Função de Dispersão

- Exemplo de função de dispersão: **mod**
- Fazer chave **mod**  $m$

$$h(x) = x \bmod 6$$



# Função de Dispersão

- Uma função de dispersão não garante a injetividade
- Ou seja, é possível  $h(x) = h(y)$  mesmo se  $x \neq y$
- Exemplo:
  - $h(x) = x \bmod 6$
  - $h(6) = h(0) = h(72) = \dots$
- Quando tenta-se inserir um registro em um compartimento já ocupado, ocorreu uma colisão
- Diz-se que  $x$  e  $y$  são sinônimos em relação a  $h$

# Função de Dispersão

- É desejável que as funções de dispersão:

- Criem um número baixo de colisões

- Sejam facilmente computáveis

- Sejam uniformes

Depende da distribuição dos valores das chaves

$h(x)$  deve garantir que todos os compartimentos possuem a mesma probabilidade de serem escolhidos

Fácil de garantir caso a tabela seja utilizada para armazenar ponteiros para registros em disco

# Função de Dispersão

- Métodos comuns para criação de funções de dispersão:
  - Método da Divisão
  - Método da Dobra
  - Método da Multiplicação
  - ...

# Método da Divisão

- Utiliza a função *mod* (resto de uma divisão)
  - $h(x) = x \bmod m$ 
    - $m$  é o tamanho da tabela
- Característica indesejável: dependência entre  $x$  e  $h(x)$  caso  $m$  seja par
  - $x$  par  $\Rightarrow h(x)$  par
  - $x$  ímpar  $\Rightarrow h(x)$  ímpar

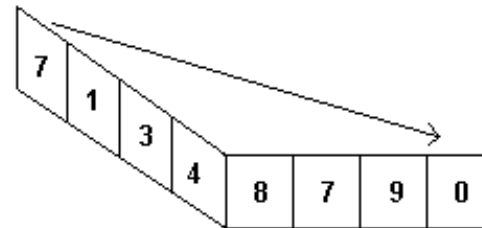
# Método da Divisão

- Estudos mostram bons valores de  $m$ :
  - Número primo distante de uma potência de 2
  - Não possua divisores primos menores que 20

# Método da Dobra

- Este método consiste em “dobrar” a chave ao meio sucessivamente, somando os dígitos sobrepostos sem o vai-um
- Exemplo:

7	1	3	4	8	7	9	0
---	---	---	---	---	---	---	---



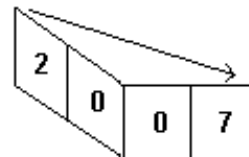
$$7 + 0 = 7$$

$$1 + 9 = \cancel{10}$$

$$3 + 7 = \cancel{10}$$

$$4 + 8 = \cancel{12}$$

2	0	0	7
---	---	---	---



$$2 + 7 = 9$$

$$0 + 0 = 0$$

0	9
---	---



# Método da Multiplicação

- Multiplica-se a chave por ela mesma
- Armazena-se o resultado em uma palavra de **b** bits
- Descarta-se os bits das extremidades direita e esquerda, sucessivamente, até que o resultado tenha o tamanho de endereço desejado

# Método da Multiplicação

1100

$$1100 * 1100 = 10010000$$

1 0 0 1 0 0 0 0  
 └──────────┘  
 4 bits

$$0100b = 4d$$

0	
	10010000
	⋮
15	

# Exercício

1. Implemente uma tabela de dispersão ( $m = 13$ ) em Java onde seja possível escolher a função de dispersão a ser utilizada (utilizando os métodos vistos)
  - Permitir que o usuário digite as chaves a serem armazenadas na tabela
  - Para cada chave armazenada, exibir a posição dela na tabela (resultado da função de dispersão)
  - Caso ocorra uma colisão, exibir uma mensagem de erro.