

Identidades trigonométricas

Trigonometric Identities

Olivia Vázquez-Bautista^a

Abstract:

Trigonometry is a part of mathematics that studies the relationships between the sides and angles of a triangle; which allows the study of trigonometric ratios as they are relations between the sides of a triangle and only depend on the angles of it. The basic trigonometric ratios are three: sine, cosine, tangent; and its importance lies in the study of the geometry of the triangles and in the representation of periodic phenomena.

Trigonometric reasons arise from the trigonometric identities which are the main theme of this article; which aims to define them, show the fundamental trigonometric identities and give some strategies on how to demonstrate them. Although it is well known that there is no defined procedure to perform such demonstrations and that the best strategy is to practice; The strategies mentioned here are a compendium of some books, articles and practice, which can be useful.

Keywords:

Trigonometry, angles, trigonometric ratios, sine, cosine, tangent, cosecant, cotangent, secant, trigonometric identities

Resumen:

La trigonometría es una parte de las matemáticas que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo; lo cual, permite el estudio de las razones trigonométricas ya que son relaciones entre los lados de un triángulo y solo dependen de los ángulos de este. Las razones trigonométricas básicas son tres: seno, coseno, tangente; y su importancia radica en el estudio de la geometría de los triángulos y en la representación de fenómenos periódicos.

De las razones trigonométricas surgen las identidades trigonométricas las cuales son el tema principal, de este artículo; el cual tiene como objetivo definir las, mostrar las identidades trigonométricas fundamentales y dar algunas estrategias de como demostrarlas. Aunque es bien sabido que no existe un procedimiento definido para realizar dichas demostraciones y que la mejor estrategia es practicar; las estrategias que aquí se mencionan es un compendio de algunos libros, artículos y de la práctica, que pueden ser de utilidad.

Palabras Clave:

Trigonometría, ángulos, razones trigonométricas, seno, coseno, tangente, cosecante, cotangente, secante, identidades trigonométricas

Introducción

En las matemáticas existen expresiones, ecuaciones y fórmulas complicadas de las funciones trigonométricas. Por ello, es importante lograr escribir una expresión matemática complicada en una más sencilla y fácil de manejar; para poder lograrlo se necesitan dos cosas:

- 1) Dominar el álgebra
- 2) Conocer las identidades trigonométricas fundamentales.

Identidades Trigonómicas

Son igualdades en las que intervienen funciones trigonométricas y son válidas para cualquier valor angular. En términos operativos, las identidades expresan

igualdades entre razones trigonométricas que permiten reducir expresiones trigonométricas.

Identidades Trigonómicas Fundamentales

PITAGÓRICAS	RECÍPROCAS	COCIENTE
$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	$\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$	$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
$\sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha = 1$	$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$	$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
$\csc^2 \alpha - \cot^2 \alpha = 1$	$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$	

AUXILIARES

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \sec \alpha \csc \alpha$$

$$\sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha = \sec^2 \alpha \csc^2 \alpha$$

$$\sec^4 \alpha + \csc^4 \alpha = 1 - 2 \sec^2 \alpha \csc^2 \alpha$$

$$\sec^6 \alpha + \csc^6 \alpha = 1 - 3 \sec^2 \alpha \csc^2 \alpha$$

$$(1 + \sec \alpha + \csc \alpha)^2 = 2(1 + \sec \alpha)(1 + \csc \alpha)$$

Demostración de Identidades Trigonométricas

Demostrar una identidad trigonométrica consiste en comprobar que la igualdad propuesta es cierta para cualquier valor del ángulo que aparece en ella.

Para realizar la demostración de una identidad trigonométrica se aplican procesos algebraicos, tales como: productos notables y factorización; fracciones comunes e identidades trigonométricas fundamentales.

La aplicación de estos procesos depende de la identidad en sí; esto significa que no existe un orden o procedimiento específico, sin embargo, se pueden dar unas estrategias o tips para la demostración de dichas identidades trigonométricas, esto no quiere decir que forzoso se tengan que seguir al pie de la letra.

Estrategias para la demostración de Identidades Trigonométricas

Empieza por el miembro más complicado para llegar al segundo miembro.

Si existen operaciones indicadas estas se deben realizar como primer paso.

A veces es recomendable expresar en función de senos y cosenos y simplificar.

Si ves un 1, sumando o restando a una función trigonométrica al cuadrado, es probable que se una identidad pitagórica.

Si uno de los miembros contiene más de una función (se considera primer miembro) y el otro miembro solo tiene una (se considera miembro dos), se convertiran las funciones del primer miembro en terminos de la función del segundo miembro.

Algunas veces, para obtener la conversión deseada, es necesario multiplicar el numerador y el denominador de un miembro por un mismo factor.

Siempre que se pueda reacomoda los terminos, así tendrás otra visión del problema.

A veces es recomendable factorizar uno de los miembros y quizás después se pueda visualizar el siguiente paso.

Es conveniente realizar artificios, de tal manera que se obtengan identidades conocidas, para beneficio propio del problema.

La mejor recomendación es practicar más algebra y realizar muchos ejercicios, ya que es la mejor forma en la que se puede dominar este tema y desarrollar la intuición.

Referencias

[1] Aguilar Márquez, A., & CONAMAT. (2009). Geometría y Trigonometría. CONAMAT.

[2] Raffino, M. E. (13 de julio de 2019). Para concepto.de. Obtenido de <https://concepto.de/buscar/#ixzz5tbFvqRIG>

[3] RYTE WIKI. (s.f.). Obtenido de https://es.ryte.com/wiki/B%C3%BAsqueda_en_Tiempo_Real

[4] Raffino, M. E. (13 de julio de 2019). Para concepto.de. Obtenido de

Bibliografía

Aguilar Marquez, A., & CONAMAT. (2009). *Geometría y Trigonometría*. CONAMAT.