MATEMÁTICA APLICADA À COMPUTAÇÃO

Daniela Rodrigues - Aula 01

PUCRS online

MAPA DA AULA

Neste material, você tem uma linha do tempo com os principais acontecimentos das videoaulas, organizados nas seguintes seções:

Para lembrar

Momentos importantes da disciplina. Conceitos e termos relevantes para o conteúdo da aula.

Para ir além

Curiosidades, personalidades e entretenimento.

Para exercitar

Dinâmicas, exercícios interativos e infográficos.

Esta é uma versão simplificada do Mapa da Aula, para impressão. Os recursos interativos disponíveis no material não funcionarão nesta versão. Para uma experiência mais enriquecedora, acesse a versão completa do Mapa da Aula na aba AULAS.

AULA 1 • PARTE 1

01:31

Proposição

Na lógica matemática, uma proposição pode ser definida como uma sentença declarativa à qual pode ser associado um valor lógico. Esse valor, por sua vez, pode assumir duas condições: verdadeiro ou falso. Uma proposição pode ser denotada por letras minúsculas (p, q, r...) ou por letras maiúsculas (A, B, C...), e a atribuição, por dois pontos (:).

> ***Estejam habituados com as duas terminologias. Eu vou usar aqui as letras minúsculas finais, mas, como falei, as duas notações são bem assumidas.***

Nesse sentido, podemos escrever uma proposição da seguinte maneira: "p: 3 é par". A proposição *p* é, portanto, uma proposição de valor lógico falso, tendo em vista que a afirmação a ela atribuída é inverídica do ponto de vista da lógica matemática. A proposição "q: 1<4", por sua vez, é verdadeira, já que a sua afirmação pode ser comprovada matematicamente.

> ***Para desenvolver qualquer algoritmo, vocês vão precisar usar a lógica matemática. Então, a lógica matemática serve como base para a área da computação.***

05:55

Função proposicional

Trata-se de uma afirmação na qual o valor lógico varia para cada sujeito. Ou seja, diferentemente das proposições, no caso da função proposicional o valor lógico não está bem definido. A título de exemplo, no caso da função proposicional "p(x): x é par", nota-se que não é possível tecer conclusões a respeito da atribuição. Logo, não podemos estabelecer um valor lógico para *p(x)*. Isso vale para a função proposicional "q(x): x>4". Só podemos definir o seu valor lógico se, antes, precisarmos a incógnita que reside na condição atribuída à função.

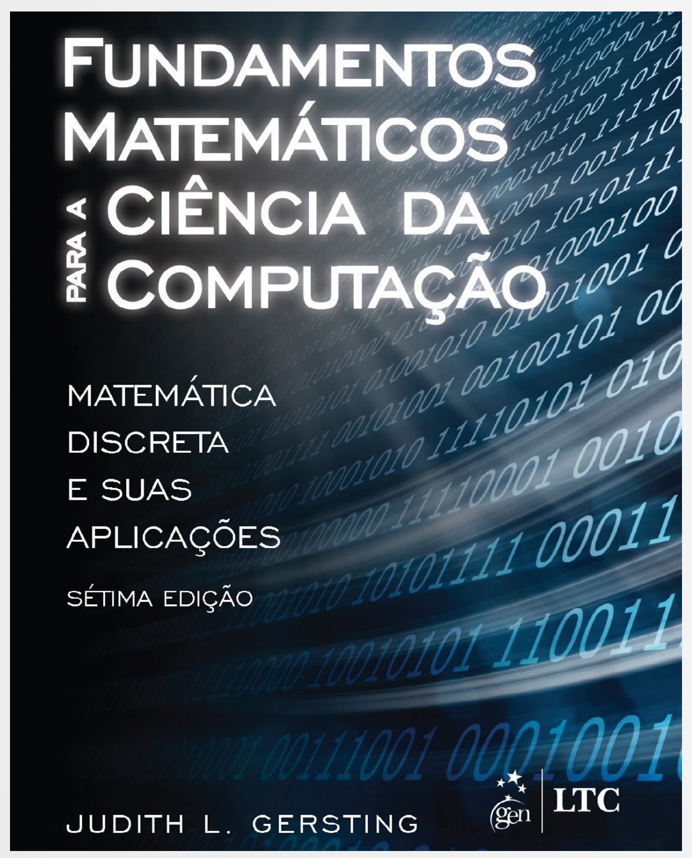
> ***Inicialmente, na função proposicional, não tenho como dizer o valor lógico dela. Então, o seu valor lógico não está bem definido, uma vez que depende de algo.***

Algumas proposições são resultantes de operações entre outras proposições. Assim, partindo de duas ou mais proposições e usando operadores lógicos, chegamos a uma nova proposição. Esses operadores nos permitem partir de proposições simples, básicas, a fim de chegar em outras proposições, maiores e mais complexas.

Números primos

Um número é primo quando ele é divisível exclusivamente por dois números: 1 e ele mesmo. O número 2 é o único número primo que é par.

Fundamentos matemáticos para a ciência da computação



Publicado em 2017 por Judith L. Gersting, o livro reúne explicações claras, muitos exemplos e auxílios para sua aprendizagem, como problemas práticos, lembretes, objetivos dos capítulos, revisões das seções e revisões dos capítulos. Trata-se de uma obra fundamental no estudo da matemática aplicada à computação.

Clique para acessar o livro.

Proposição

Assinale o valor lógico da seguinte proposição:

p: 2 é primo

Verdadeiro.

Falso.

Ou seja:

> *O que significa 'operar' em lógica proposicional? É estar operando com os valores lógicos das proposições. O que a gente opera aqui, na verdade, é com 'Vs' e 'Fs'.*

Operadores lógicos

Os operadores usados na lógica proposicional são: a) modificador: referente à negação, altera o valor lógico de uma proposição; b) conetivos: referente à conjunção, à disjunção, à condicional e à bicondicional, criam novas proposições através de proposições mais simples.

Vale destacar, ainda, que:

> *É ilimitada a quantidade de proposições que eu poderei utilizar e a quantidade de operadores.*

AULA 1 • PARTE 2

01:29

Tabelas-verdade

Uma tabela-verdade descreve todas as possibilidades de resultados que uma proposição pode assumir. Por meio desse recurso, é possível representar, de forma organizada, como os valores lógicos de proposições mais simples são combinados para gerar os valores lógicos de uma proposição maior e mais complexa. Assim, facilitamos a visualização dos valores lógicos de entrada e dos valores lógicos de saída em operações envolvendo proposições.

Vale destacar que, se uma proposição é formada por *n* proposições simples, então a tabela-verdade que a representa terá 2^n linhas de valores lógicos. Com uma única proposição, a tabela-verdade possui uma linha; com duas proposições, ela possui quatro linhas... Cada uma dessas linhas representa uma combinação possível de valores lógicos de entrada e resulta em um valor lógico de saída.

> *Se eu for pensar em escrever proposições, eu precisarei ver o que está acontecendo com o valor lógico de cada uma delas para que eu possa ter o valor lógico resultante.*

Princípio fundamental da contagem

Trata-se de uma técnica usada para calcular de quantas maneiras certas decisões podem ser combinadas. Se uma decisão pode ser tomada de *n* maneiras e outra decisão pode ser tomada de m maneiras, o número de maneiras que essas decisões podem ser tomadas simultaneamente é calculado pelo produto de n*m.

05:55

Negação

O operador de negação, ou operador modificador, converte uma proposição verdadeira em uma proposição falsa, e vice-versa. Isto é:

> *O operador lógico [da negação] simplesmente converte o valor lógico de entrada no valor lógico contrário. Se entrou um V, sai um F; se entrou um F, sai um V.*

É comumente representado pelos símbolos ¬ ou ~. Nesse sentido, se *p* denota uma proposição, então a negação de *p* é denotada por ¬p ou ~p, a qual é lida como “não p”.

Conjunção

08:57

O operador de conjunção reflete uma noção de simultaneidade para ser verdadeiro. É comumente denotado pelo símbolo ^. Nesse sentido, a conjunção de *p* e *q* é denotada por p^q, a qual é lida como “p e q”. A conjunção é verdadeira quando as duas proposições em questão são simultaneamente verdadeiras, e é falsa em qualquer outro caso.

11:33

Disjunção

O operador de disjunção reflete a noção de que pelo menos uma das proposições deve ser verdadeira para que a resultante seja verdadeira. Ele é comumente denotado pelo símbolo v. Nesse sentido, a disjunção de *p* e *q* é denotada por pvq, a qual é lida como “p ou q”. A disjunção é verdadeira quando pelo menos uma das proposições em questão for verdadeira, e só é falsa quando ambas forem simultaneamente falsas.

Tabelas-verdade

Assinale o resultado correto da tabela-verdade da seguinte proposição:

¬pvq

- V F V V
- F V F F
- F V F V

AULA 1 • PARTE 3

02:08

Condicional

O conetivo condicional estabelece uma relação de dependência entre duas afirmações de tal modo que a validade da primeira é colocada como condição para a verificação da validade da segunda. Ele é comumente denotado pelo símbolo →. Nesse sentido, a condicional de p e q é denotada por p→q, a qual é lida como "se p, então q". A condicional é falsa quando p é verdadeira e q é falsa, e é verdadeira em qualquer outro caso.

Ou seja:

> *No condicional, quando a primeira parte for falsa, quando for 'se p então q' e o p for falso, não me interessa o que vem depois, uma vez que já não aconteceu aquilo que era a minha hipótese.*

> *Na última coluna da minha tabela-verdade, eu tenho o valor lógico resultante de cada uma das linhas, de todas as cruzas possíveis de valores lógicos.*

11:33

Bicondicional

O operador bicondicional reflete a noção de condição "nos dois sentidos". Ou seja, considera simultaneamente p→q e q→p. Ele é comumente denotado pelo símbolo ⟷. Nesse sentido, a bicondicional de p e q é denotada por p⟷q, a qual é lida como "p se e somente se q". A bicondicional é verdadeira quando as duas proposições possuem o mesmo valor lógico, e é falsa quando ambas possuem valores lógicos diferentes.

Ou seja:

> *Dadas duas proposições quaisquer, 'p' e 'q', se ambas forem verdadeiras, ou se ambas forem falsas, com valores lógicos iguais, [a bicondicional] é verdadeira. Se eu tenho uma verdadeira e outra falsa, independentemente de qual for, com valores lógicos diferentes, [a bicondicional] é falsa.*

> *Em toda a matemática, nós temos conceitos que são chamados de 'definições'. O que é uma definição matemática? É um conceito no qual alguém chegou a uma conclusão, e do qual outros conceitos são derivados.*

Tabelas-verdade

Assinale o resultado correto da tabela-verdade da seguinte proposição:

$(\neg p) \to (p \wedge q)$

- V F V V
- F V F F
- V V F F

01:08

Precedência

Na lógica matemática, é respeitada a seguinte ordem de precedência entre os operadores:

1º) Negação;

2º) Conjução/disjunção (na ordem em que aparecerem);

3º) Condicional/bicondicional (na ordem em que aparecerem);

4º) Implicação/equivalência (na ordem em que aparecerem).

Vale destacar que operadores diferentes e de mesma prioridade devem ter a sua ordem indicada pelo uso de parênteses. Nesse sentido, a professora faz a seguinte observação:

> *Parênteses a mais não tem problema. Se eu quero deixar muito claro, mesmo tendo uma certa prioridade, que eu sei que vou respeitar, não tem problema colocar parênteses a mais.*

A ordem de prioridade de uma operação lógica somente pode ser alterada através do uso de parênteses. Portanto, a colocação dos parênteses pode alterar o valor lógico de uma proposição – o qual é denotado por V(p), sendo *p* a proposição em questão.

Valor lógico

Determine V(p) e V(q), sabendo que:

V(p↔q) é V e V(pvq) é V

V(p) é V e V(q) é V.	V(p) é F e V(q) é F.

Assim como a gente tem que respeitar uma ordem quando a gente está trabalhando na aritmética, quando a gente está trabalhando na álgebra, a gente tem que respeitar uma ordem de precedência quando a gente está trabalhando com a lógica matemática.

Agora que eu já troquei cada uma [das proposições] por qual é o seu valor lógico, eu tenho que cuidar de duas coisas: respeitar a ordem de precedência, a prioridade de cada operador ou, se tiver parênteses, a prioridade dos parênteses; depois, preciso lembrar como funciona aquele operador.

As tabelas-verdade me servem, aqui, de justificativa. É através das tabelas-verdade que eu vou fazendo toda a construção para que eu consiga fazer a cruza de valores lógicos.

AULA 1 • PARTE 5

01:29

Tautologia, contradição e contingência

A tautologia é uma proposição cujo valor lógico é sempre verdadeiro. Isto é, o seu resultado é verdadeiro para qualquer combinação de valores lógicos. A contradição, por sua vez, é uma proposição cujo valor lógico é sempre falso. Ou seja, o seu resultado é falso para qualquer combinação de valores lógicos.

> ***Se, na tautologia, é quando temos tudo verdadeiro, a contradição é quando temos tudo falso.***

Por fim, a proposição que não é nem uma tautologia, nem uma contradição, pode ser definida como "contingência". Essas três condições são observadas na última coluna de uma tabela-verdade.

06:40

Implicação

Quando p for causa de q, podemos dizer que a primeira proposição implica na segunda. Isto é, quando a proposição condicional $p \rightarrow q$ for uma tautologia, ela é denotada por $p \Rightarrow q$.

> ***Isto é uma tautologia: na minha última coluna, é tudo verdadeiro. Quando eu tenho uma tautologia, se é um 'se... então', ela é uma implicação.***

13:36

Equivalência

Quando duas proposições apresentam o mesmo valor lógico, podemos dizer que elas são equivalentes. Ou seja, quando a proposição bicondicional $p \leftrightarrow q$ for uma tautologia, ela é denotada por $p \Leftrightarrow q$. Assim,

> ***Se, na minha última coluna em que fiz o bicondicional, der tudo verdadeiro, esse bicondicional é uma tautologia. Se o bicondicional é uma tautologia, então ele é mais forte do que um bicondicional. Ele é uma equivalência.***

Equivalência

Faça a tabela-verdade da proposição abaixo e diga se ela é ou não uma equivalência:

$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \hat{} (q \rightarrow p)$

Vale a equivalência.

Não vale a equivalência.