Matemática Aplicada à Computação

GRADU PUCRS online

Aula 1 – Vídeo 1

- Lógica Proposicional

MARISTA

O que você vai aprender nessa aula

Nosso objetivo é introduzir os primeiros conceitos e a terminologia de Lógica Matemática, fundamentais para qualquer estudo em Computação. Para desenvolver qualquer algoritmo a Lógica é uma ferramenta fundamental.

Assim, nesse vídeo abordaremos os seguintes conceitos:

- Proposição X Função Proposicional: definições, terminologia e exemplos.
- O que são e quais são os Operadores Lógicos.

O que você vai precisar para acompanhar essa aula

- Materiais básicos para anotações.

Proposição

Uma ***proposição*** é uma sentença declarativa a qual podemos associar um ***valor lógico***: verdadeiro (**V**) ou falso (**F**).

Notação: Uma proposição pode ser denotada por letras minúsculas (p, q, r, ...) ou maiúsculas (A, B, C, ...) e a atribuição é feita por “dois pontos” (:).

Exemplos:

Função Proposicional

Uma afirmação onde o valor lógico varia para cada sujeito é dita ***Função proposicional***.

Exemplos:

Algumas proposições são resultantes de operações entre outras proposições. Assim, partindo de duas ou mais proposições e usando *operadores lógicos* chegamos a uma nova proposição. Os operadores utilizados em Lógica Proposicional são:

- **Modificador**: altera o valor lógico de uma proposição. É a *negação*.
- **Conectivos**: criam novas proposições através da agregação de proposições mais simples. São eles: *conjunção*, *disjunção*, *condicional* e *bicondicional*.

Dinâmica

Vamos praticar fazendo um exercício?

Dinâmica

Resumo do que vimos até agora

- A importância da Lógica Matemática na Computação.
- Proposição X Função Proposicional: definições, terminologia e exemplos.
- O que são e quais são os Operadores Lógicos.

GRADU PUCRS online

Matemática Aplicada à Computação

MARISTA

GRADU PUCRS online

Aula 1 – Vídeo 2

- Lógica Proposicional

MARISTA

Relembrando o conteúdo do vídeo anterior

- A importância da Lógica Matemática na Computação.
- Proposição X Função Proposicional: definições, terminologia e exemplos.
- O que são e quais são os Operadores Lógicos.

O que você vai aprender nessa aula

- O que é uma tabela-verdade e como construí-la.
- Operadores Lógicos e suas tabelas-verdade: negação, conjunção e disjunção.

O que você vai precisar para acompanhar essa aula

- Materiais básicos para anotações.

- **Tabelas-Verdade (T. V.)**

Uma tabela-verdade descreve todas as possibilidades de resultados que uma proposição pode assumir. Através de tabelas-verdade pode-se representar, de forma organizada, como os valores lógicos de proposições mais simples são combinados para gerar os valores lógicos de uma proposição mais complexa.

Observações importantes:

- Se uma proposição é formada por n proposições simples, então a tabela-verdade que a representa terá 2^n linhas de valores lógicos.
- Cada linha da tabela representa uma combinação possível de valores lógicos de entrada e resulta em um valor de saída.

Vejamos então cada um dos operadores lógicos e suas respectivas tabelas-verdade.

<u>Negação</u> – “não”

O operador de negação converte uma proposição verdadeira em uma falsa e vice-versa. Ele é comumente denotado pelos símbolos **¬** ou **~** .

Se **p** denota uma proposição, então a negação de p é denotada por **¬p** ou **~p** , a qual é lida como “não **p**” e interpretada da seguinte maneira:

- se **p** é verdadeira, então **¬p** é falsa;
- se **p** é falsa, então **¬p** é verdadeira.

Tabela-verdade:

p	¬p
V	
F	

<u>Conjunção</u> – “e”

O operador de conjunção reflete uma noção de simultaneidade para ser verdadeira. Seu significado é o mesmo usado na linguagem cotidiana. Ele é comumente denotado pelo símbolo $\wedge$.

A conjunção de **p** e **q** é denotada por **p $\wedge$ q** , a qual é lida como “**p** e **q**” e interpretada da seguinte maneira:

- verdadeira, apenas quando **p** e **q** são simultaneamente verdadeiras;
- falsa, em qualquer outro caso.

Tabela-verdade:

p	q	p $\wedge$ q
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Disjunção – “ou”

O operador de disjunção reflete a noção de que pelo menos uma das proposições deve ocorrer (ser verdadeira) para que a resultante seja verdadeira. Seu significado é similar mas não igual ao que usamos na linguagem cotidiana. Ele é comumente denotado pelo símbolo $\vee$.

A disjunção de **p** e **q** é denotada por **p** $\vee$ **q** , a qual é lida como “**p** ou **q**” e interpretada da seguinte maneira:

- verdadeira, quando **pelo menos uma** das proposições é verdadeira;
- falsa, somente quando simultaneamente **p** e **q** são falsas.

Tabela-verdade:

p	q	p $\vee$ q
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Dinâmica

Exercício: Construa a tabela-verdade das proposições a seguir.

$\neg p \vee q$	$p \wedge \neg q$

Resumo do que vimos até agora

- O que é uma tabela-verdade e como construí-la.
- Operadores Lógicos e suas tabelas-verdade: negação, conjunção e disjunção.

Matemática Aplicada à Computação

Aula 1 – Vídeo 3

- Lógica Proposicional

Relembrando o conteúdo do vídeo anterior

- O que é uma tabela-verdade e como construí-la.
- Operadores Lógicos e suas tabelas-verdade: negação, conjunção e disjunção.

O que você vai aprender nessa aula

- Operadores Lógicos e suas tabelas-verdade: condicional e bicondicional.

O que você vai precisar para acompanhar essa aula

- Materiais básicos para anotações.

<u>Condicional</u> – “se... então...”

Como o próprio nome indica, o conectivo condicional estabelece uma relação de dependência entre duas afirmações de tal modo que a validade da primeira é colocada como condição para a verificação da validade da segunda. O conectivo condicional, “se...então...”, é comumente denotado pelo símbolo **→**.

Assim, a proposição **p → q** , a qual é lida como “ se **p** então **q**”, é interpretada da seguinte maneira:

- falsa, quando **p** é verdadeira e **q** é falsa;
- verdadeira, em qualquer outro caso.

Tabela-verdade:

p	q	p → q
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Bicondicional – “... se e somente se...”

O operador bicondicional reflete a noção de condição “nos dois sentidos”. Ou seja, considera simultaneamente **p → q** e **q → p** . O conectivo bicondicional, “... se e somente se ...”, é comumente denotado pelo símbolo ↔.

Assim, a proposição **p ↔ q** , a qual é lida como “ **p** se e somente se **q**”, é interpretada da seguinte maneira:

- verdadeira, quando **p** e **q** possuem o mesmo valor lógico;
- falsa, quando **p** e **q** possuem valor lógico diferente.

Tabela-verdade:

p	q	p ↔ q
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Observação: associação do operador bicondicional com o operador condicional

Sendo p e q proposições quaisquer,

$p \leftrightarrow q$ é o mesmo que $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$.

Comprovaremos isto mais além...

Dinâmica

Vamos fazer um exercício com proposições envolvendo mais de um operador lógico, retomando os operadores do **Vídeo 2**?

Dinâmica

Exercício 1: Dada a proposição $p \wedge \neg p$, construa sua tabela-verdade.

Dinâmica

Exercício 2: Dada a proposição $p \vee \neg p$, construa sua tabela-verdade.

Dinâmica

Exercício 3:

Resumo do que vimos até agora

- Operadores Lógicos e suas tabelas-verdade: negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional.

GRADUPUCRSonline

Matemática Aplicada à Computação

MARISTA

GRADU PUCRS online

Aula 1 – Vídeo 4

- Lógica Proposicional

MARISTA

Relembrando o conteúdo do vídeo anterior

- Operadores Lógicos e suas tabelas-verdade: negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional.

O que você vai aprender nessa aula

- Ordem de precedência dos operadores lógicos.
- Proposições com múltiplos operadores lógicos.

O que você vai precisar para acompanhar essa aula

- Materiais básicos para anotações.

- **Ordem de Precedência dos Operadores Lógicos**

Na Lógica Matemática é respeitada a seguinte ordem de precedência entre os operadores:

1º) Negação

2º) Conjunção/Disjunção

3º) Condicional/Bicondicional

4º) Implicação/Equivalência

Operadores diferentes e de mesma prioridade devem ter sua ordem indicada pelo uso de parênteses. A ordem de prioridade de uma operação lógica somente pode ser alterada através do uso de parênteses. Portanto, a colocação de parênteses pode alterar o valor lógico (e o sentido) de uma proposição.

<u>Exemplo 1</u>: sabendo que o valor lógico de p é V e que o de q é F, compare o valor lógico das seguintes proposições:

$p \vee q \rightarrow q$

$V \vee F \rightarrow F$

$V \rightarrow F$

F

$p \vee (q \rightarrow q)$

$V \vee (F \rightarrow F)$

$V \vee V$

V

Exemplo 2: Determine V(p) (valor lógico de p), sabendo que:

V(q) é V e V(p ∧ q) é F

V(p) ?

p	q	$p \wedge q$
V	~~F~~	F
F	V	F
F	~~F~~	F

Resposta final: V(p) é F.

Exemplo 3: Determine V(p) e V(q), sabendo que:

$V(p \leftrightarrow q)$ é V e $V(p \vee q)$ é V

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
F	F	V

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V

?

?

R.: V(p) é V e V(q) é V.

Dinâmica

<u>Exercício</u>: Determine V(p) e V(q), sabendo que:

$V(p \rightarrow q)$ é V e $V(p \wedge q)$ é V

p	q	p → q
V	V	V
~~F~~	~~V~~	
~~F~~	~~F~~	

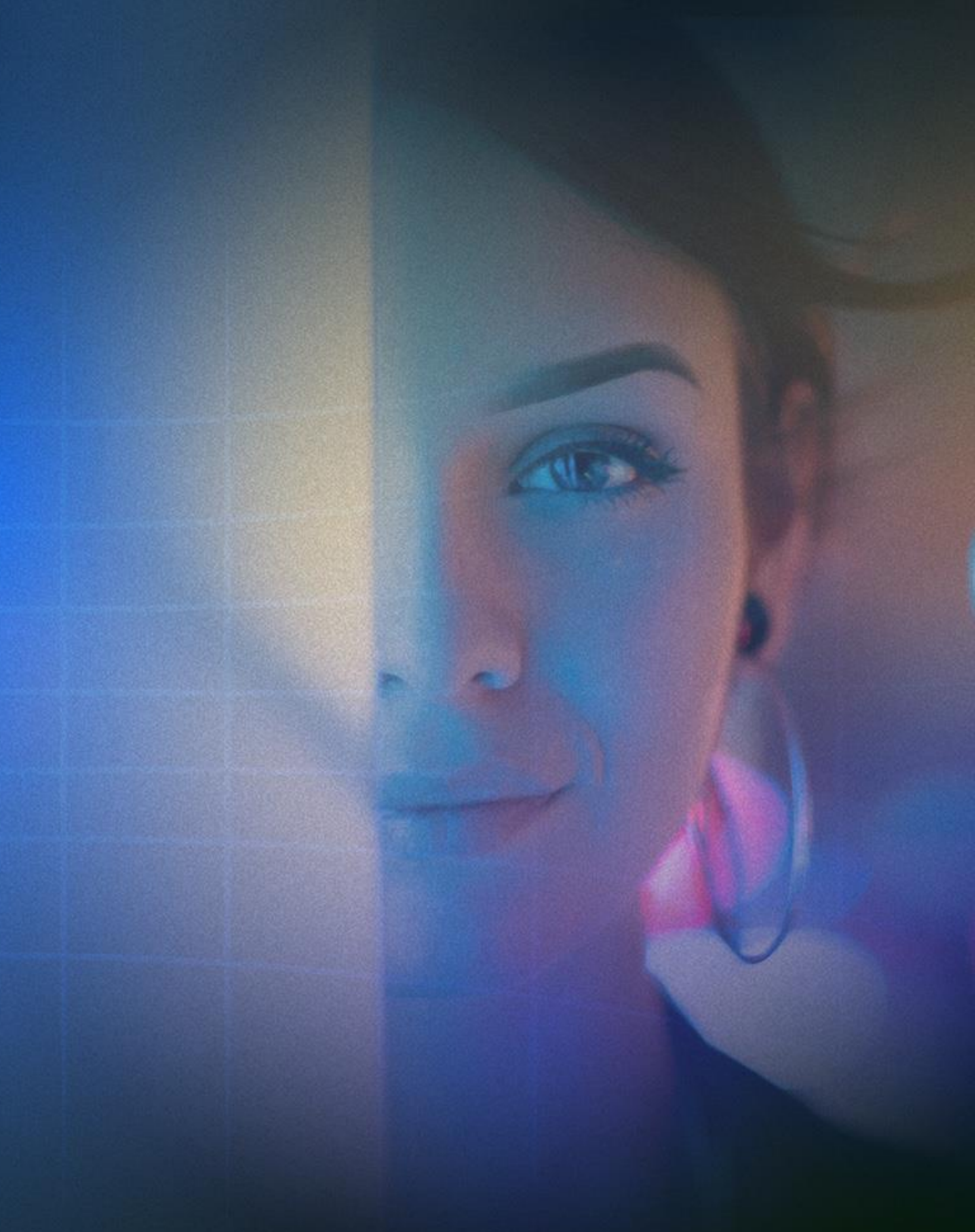
p	q	p ∧ q
V	V	V

R.: V(p) é V e V(q) é V.

Resumo do que vimos até agora

- Ordem de precedência dos operadores lógicos.
- Proposições com múltiplos operadores lógicos.

Matemática Aplicada à Computação



Aula 1 – Vídeo 5

- Lógica Proposicional

Relembrando o conteúdo do vídeo anterior

- Ordem de precedência dos operadores lógicos.
- Proposições com múltiplos operadores lógicos.

O que você vai aprender nessa aula

- Tautologia, contradição e contingência.
- Implicação e equivalência.
- Propriedades dos Operadores Lógicos.

O que você vai precisar para acompanhar essa aula

- Materiais básicos para anotações.

Tautologia é uma proposição cujo valor lógico é sempre **verdadeiro**.

Exemplo: a proposição $p \vee \neg p$ é verdadeira sempre, para qualquer combinação de valores lógicos, por isso é uma tautologia. Fizemos a construção de tal tabela-verdade no **Vídeo 3**.

Contradição é uma proposição cujo valor lógico é sempre **falso**.

Exemplo: a proposição p $\wedge$ $\neg$p é falsa sempre, para qualquer combinação de valores lógicos, por isso é uma contradição. Fizemos a construção de tal tabela-verdade no **Vídeo 3**.

Contingência é uma proposição que não é uma tautologia e nem é uma contradição.

Implicação

Dizemos que uma proposição, p, implica em outra, q, quando p for causa de q. Ou seja, quando a proposição $p \to q$ for uma tautologia, e então denotamos por $p \Rightarrow q$.

Exemplo: $p \Rightarrow \boxed{p \vee q}$

$(p) \to (p \vee q)$

Podemos comprovar tal implicação pela tabela-verdade, já que o condicional é uma tautologia.

$p \Rightarrow p \vee q$

p	q	$p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

É uma tautologia!

∴ Vale a implicação que foi dada.

Equivalência

Dizemos que duas proposições são equivalentes quando sempre apresentam o mesmo valor lógico. Ou seja, duas proposições, p e q, são ditas equivalentes quando a proposição $p \leftrightarrow q$ for uma tautologia, e então denotamos por $p \Leftrightarrow q$.

Exemplo: $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

$\leftrightarrow$

$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

p	q	p ∧ q	q ∧ p	(p ∧ q) ↔ (q ∧ p)
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

É uma tautologia!

∴ vale a equivalência que foi dada.

Dinâmica

Exercício: Comprove, usando tabela-verdade, a equivalência que envolve o operador bicondicional.

$$\boxed{p \leftrightarrow q} \Leftrightarrow \boxed{(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)}$$

Dinâmica

$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$	$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$
V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V

$\wedge$

É uma tautologia

$\therefore$ vale a equivalência

Resumo do que vimos até agora

- A importância da Lógica Matemática na Computação.
- Proposição X Função Proposicional: definições, terminologia e exemplos.
- O que são e quais são os Operadores Lógicos.
- O que é uma tabela-verdade e como construí-la.
- Operadores Lógicos e suas tabelas-verdade: negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional.
- Ordem de precedência dos operadores lógicos.
- Proposições com múltiplos operadores lógicos.
- Tautologia, contradição e contingência.
- Implicação e equivalência.