第2章习题解答

2-1 已知某一并联谐振回路的谐振频率 $f_0 = 1MH_Z$,要求对 990kHz 的干扰信号有足够的衰减,问该并联回路应如何设计?

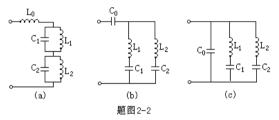
【解】

为了有效地滤除 990KHz 的干扰信号,应使它位于通频带之外,若取 $2\Delta f_{0z} = 20$ KHz,回路的 Q 值应为:

$$Q = \frac{f_0}{2\Delta f_{0.7}} = \frac{1000}{20} = 50;$$

因此,应设计0 > 50的并联谐振回路。

2-2 试定性分析题图 2-2 所示电路在什么情况下呈现串联谐振或并联谐振状态。



【解】

题图 2-1(a)中, L_1C_1 或 L_2C_2 之一呈并联谐振状态时,则整个电路即为并联谐振状态。或 L_1C_1 与 L_2C_2 呈现容性时,则整个电路可能成为串联谐振状态。

题图 2-1(b)中,可能呈现并联谐振状态,不可能呈现串联谐振状态。

题图 2-1(c)中,可能呈现串联谐振状态,不可能呈现并联谐振状态。

2-3 题图 2-3 所示电路,设给定串联谐振回路的 f_0 =1MHz, Q_0 =50,若输出电流超前信号源电压相位 45°,试求:

题图2-3

- a) 此时信号源频率f是多少?输出电流相对于谐振时衰减了 多少分贝?
- b) 现要在回路中再串联一个元件,使回路处于谐振状态, 应该加入何种元件,并定性分析元件参数的求法。

【解】

①串联谐振回路中,输出电流为

$$\dot{I} = \frac{V_s}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

因此有

$$45^{\circ} = -\arctan\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

 $\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = -1$

当回路处于谐振状态时,

$$\vec{I}_{o} = \frac{\vec{V}_{s}}{R}$$

因正

$$\left| \frac{\dot{I}}{\dot{I}_o} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right)}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

 $\left| \frac{\dot{I}}{\dot{I}_o} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 正好是定义通频带 BW 的条件,即信号源频率处于回路通频带边缘,由

通频带的定义可知

$$\triangle f = \frac{1}{2}B$$
 W

由已知条件 f_0 =1MHz, Q_0 =50, 得

$$BW = \frac{f_0}{Q_0} = \frac{1}{50} = 0.02MHz$$

新じ

$$\triangle f = \frac{1}{2}BW = 0.01MHz$$

又由已知条件可知回路失谐状态时, ω L<1/ ω C,故 ω < ω ₀,即f<f₆,从而可得 f=f₀ $-\Delta f$ =0.99MHz=990kHz

因为
$$\left| \frac{\dot{I}}{\dot{I}_0} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
,根据分贝定义,有

$$201g \left| \frac{\dot{I}}{\dot{I}_0} \right| = 201g \frac{1}{\sqrt{2}} = -3dB$$

即输出电流相当于谐振时衰减了 3dB。

②由上一问可知 $\omega < \omega_0$,回路呈现容性,根据题设,为使回路达到谐振状态, 只需 需回路中增加一个电感元件即可。

根据谐振条件,假设加入的电感为L',则有

$$\omega_0'(L+L') = \frac{1}{\omega_0'C}$$

由此即可根据谐振频率和原回路中的各参数确定L'。

2-4 有并联回路在某频段内工作, 频段最低频率为 535kHz, 最高频率为 1605kHz。现有两个

可变电容器,一个电容器的最小电容量为 12pF,最大电容量为 100pF;另一个电容器的最小电容量为 15pF,最大电容量为 450pF。试问:

- 1) 应采用哪一个可变电容器,为什么?
- 2) 回路电感应等于多少?
- 3)绘出实际的并联回路图。

【解】

①
$$\frac{f_{\text{min}}}{f_{\text{max}}} = \sqrt{\frac{C'_{\text{max } f}}{C'_{\text{min } f}}} = \frac{1605}{535} = 3$$

因而

$$\left(\frac{100}{12} < 9, \frac{450}{15} = 30 > 9 \right)$$

因此应采用 $C_{\max}=450\,pF$, $C_{\min}=15\,pF$ 的电容。当因为 $\frac{C_{\max}}{C_{\min}}=9$, 远大于 9,因此还应

该在可变电容旁并联一个电容 Cx,以使 $\sqrt{\frac{C_{\max}+C_x}{C_{\min}+C_x}}=3$,解之得 $C_x\approx 40\,pF$ 。

② 将 $C_{\text{max}} = C_{\text{max}} + C_x = 490 \, pF$ 代入 $L = \frac{1}{\omega^2 C}$, $\omega = 2\pi \times 535 \, kHz$ 解之得回路电感

 $L = 180 \mu H$

③略

2-5 给定串联谐振回路的 $f_a = 1.5 MHz$, $C_0 = 100 pF$, 谐振时电阻 $R = 5\Omega$ 。试求 Q_0 和 L_0 。

又若信号源电压振幅 $V_{am}=1mV$,求谐振时回路中的电流 I_0 以及回路元件上的电压 V_{Lom} 和

$$V_{\scriptscriptstyle Com}$$
 .

【解】

$$Q_0 = \frac{1}{R\omega_0 C_0} = 212; L_0 = \frac{1}{\omega_0 C_0} = 113\mu H$$

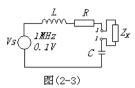
谐振时, 回路电流:

$$I_0 = \frac{\dot{V}_{sm}}{R} = 0.2mA;$$

 $V_{L0} = Q_0 V_s = 212mV = V_{C0};$

2-6 申联回路如图(2-3)所示。信号源频率 $f_0=1MH_Z$,电压振幅 $V_{om}=0.1V$ 。将 11 端短接,电容 C 调用 100pF 时谐振。此时,电容 C 两端的电压为 10V。如 11 端开路再串接

一阻抗Zx(电阻与电容串联),则回路失谐,C 调到 200pF 时重新谐振,电容两端电压变成 2.5V。试求线圈的电感量 L、回路品质因数 O。的值以及未知阻抗Z。



【解】

①11 端短路时, C=100pF, 因此求得:

$$L = \frac{1}{\omega_{0}^{2}C} = 253\mu H$$

$$Q_{0} = \frac{V_{C0}}{V_{sm}} = \frac{10}{0.1} = 100$$

②11 端开路时, 加入 $Z_x = R_x - j \frac{1}{\omega_0 C_x}$ 后, 要使恢复谐振, 原电容 C 应调至 200pF。

因而 C 与 C_x 串联后的总电容量仍应该为 100pF。因此, $C_x=200pF$ 。此时回路的 O 值降为:

$$Q_L = \frac{2.5}{0.1} = 25$$

因而:
$$\frac{Q_L}{Q_0} = \frac{R}{R + R_*} = \frac{25}{100}$$

干是求得:

$$Rx = 3R = 3\frac{\omega_0 L}{Q_0} = 47.7\Omega .$$

故未知阻抗是由 47.7Ω 的电阻与200pF的电容串联组成的。

PS:

若第二次测量的仅是 C 两端的电压,则 Cx 两端的电压也应为 2.5V。此时总电压 应为 5V,Q_L=50。 这样得的结果 Rx=15.9 欧姆。

2-7 给定并联谐振回路的 $f_0=5MHz, C=50\,pF$, 通频带 $2\Delta f_{0.7}=150kHz$ 。 试求电感 L、

品质因数 Q_0 以及对信号源频率为 5.5MHz 时的失调。又若把 $2\Delta f_{0.7}$ 加宽至 300kHz,应在 回路两端再并联上一个阻值多大的电阻。

【解】

回路电感值为:

$$L = \frac{1}{\omega^2 \cdot C} = \frac{1}{(2\pi \times 5 \times 10^6)^2 \times 50 \times 10^{-6}} H = 20.2 \mu H$$

失谐:

$$\xi = 2Q \frac{\Delta f}{f_0} = 2 \times 33.3 \frac{5.5 - 5}{5} = 66.6$$

$$Q_0 = \frac{f_p}{2\Delta f_{0.7}} = \frac{5 \times 10^6}{150 \times 10^3} = 33.3$$

由于原 $2\Delta f = 150kHz$, 现要使 $2\Delta f$ 加宽300kHz, 则Q值应减半, 即:

$$Q_L = \frac{1}{2}Q_0 = 16.7$$

设回路并联等效电导为 g_p ,则由:

当Q下降为 Q_L 后, g_p 变为

 $g_{\Sigma} = 2 \times 47 \times 10^{-6} S$ 因而并联电导值为:

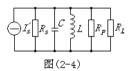
$$g = g_{\Sigma} - g_{p} = 47 \times 10^{-6} S$$

则并联电阻为:
$$R = \frac{1}{g} = 21.3k\Omega$$

2-8 并联谐振回路如图(2-4)所示。已知通频带 $2\Delta f_{0.7}$, 电容 C。若回路总电导为

$$g_{\Sigma}(g_{\Sigma} = g_s + G_P + G_L)$$
 试证明: $g_{\Sigma} = 4\pi\Delta f_{0,7}C$.

若给定C = 20 pF, $2\Delta f_{07} = 6MHz$, $R_p = 10k\Omega$, $R_q = 10k\Omega$, 求 $R_L = ?$



【解】

但

$$g_{\Sigma} = \frac{\omega_{p}C}{Q_{L}} = \frac{\omega_{p}C2\Delta f_{0.7}}{f_{p}}$$
$$= \frac{2\pi f_{p}C2\Delta f_{0.7}}{f_{p}} = 4\pi \Delta f_{0.7}C$$

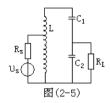
将已知数据代入上式: $g_{\Sigma} = 754 \times 10^{-16} S$

$$G_L = g_{\Sigma} - g_s - g_p = (754 \times 10^{-6} - \frac{1}{10^4} - \frac{1}{10^4})S$$
$$= 554 \times 10^{-6} S$$
$$R_L = \frac{1}{G_s} = 1.8k\Omega$$

2-9 图 (2-5) 所示,,并联谐振回路、信号源与负载都是部分接入的,已知 R_s 、 R_L ,并知回路参数 L、 C_1 、 C_2 和空载品质因数 Q_0 ,求:

a) fo和 2 Δ fo7;

b)R_L不变,要求总负载与信号源匹配,如何调整回路参数。



【解】

①计算 fo 和 Bo7

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

对于 $2\Delta f_{0.7}$, 先考虑空载时的情况,

$$2\Delta f_{0.7} = \frac{f_0}{Q_0}$$

再考虑有载时的情况,这时不考虑信号源,并设 R_L 对回路的接入系数 P_2 ,则:

$$p_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$
 ,把 R_L 折合到回路两端变为 $R_L^{'}$:
$$R_L^{'} = \frac{1}{P_2^2} R_L$$

回路本身的并联谐振电阻 $R_n = Q_0 \omega_0 L$,它对 R'_L 并联,构成总的负载 R'_0 ,即:

$$R_0' = R_p / / R_L' = \frac{Q_0 \omega_0 L R_L}{p^2 \cdot (Q_0 \omega_0 L R_L + R_L / p^2)}$$

因此:

$$Q_{L} = \frac{R_{0}^{'}}{\omega_{0}L} = \frac{Q_{0}R_{L}}{p_{2}^{2}(Q_{0}\omega_{0}LR_{L} + R_{L}/p_{2}^{2})}$$
$$2\Delta f_{0.7L} = \frac{f_{0}}{Q_{0}}$$

考虑 Rs, 也可求出考虑 Rs 影响的回路带宽。

②设信号源对回路的接入系数为批 p₁,则总负载折合到信号源处为:

$$R''_{0} = p^{2} R'_{0}$$

若要使 R_0^i 与 R_o 匹配,即 R_0^i = R_o ,则需要调整 R_0^i 。由于 R_L 不变, R_0^i 中可调整的参数有 p_1 、 p_2 、 Q_0 和L。但实际上L与Q一般不变,而且回路的 f_0 也不变。因此,只有通过调整 p_1 和 p_2 来实现。调整 p_1 就是调整L的抽头位置,调整 p_2 就是调整 C_1 和 C_2 。需要注意的是,调整 C_1 和 C_2 时,要保持C不变。

2-10 为什么耦合回路在耦合大到一不定程度时,谐振曲线出现双峰?

【解】

出现双峰的原因是反射阻抗 $(\omega M)^2/Z_{22}$ 所引起的。当耦合弱时,即 ωM 小时,反射阻抗值小,因此对初级电路的影响小。初级回路在谐振点为串联谐振。初级电流随频率的变化为串联谐振曲线(单峰曲线),因而次级电流的谐振曲线也是单峰的。

随着(*ωM*)²↑,反射阻抗对初级回路的影响逐渐加大。当*ωM* 达到某一临界值时,次级电流可达到最大值。当*ωM* 超过临界值后,由于反射电阻大,导致初、次级电流下降,而在左右偏离谐振点处,由于反射电抗和初级电路的电抗符号相反,二者可以抵消,因而初级电流出现两个峰值,进而引起次级电流出现双峰。

- 2-11 如何解释 $\omega_{01} = \omega_{02}$, $Q_1 = Q_2$ 时,耦合回路呈现下列物理现象:
 - 1) η < 1 时, I_{∞} 在 ξ = 0 处是峰值,而且随着耦合加强,峰值增加;
 - 2) $\eta > 1$ 时, I_{∞} 在 $\xi = 0$ 处是谷值,而且随着耦合加强,谷值下降;
 - 3) $\eta > 1$ 时,出现双峰而且随着 η 值增加,双峰之间距离增大。

【解】

1) η <1是欠耦合状态,次级回路反射到初级回路的反射阻抗小,初级回路呈现串联谐振状态。在谐振点 ξ =0处,初级回路与次级回路电流均达到峰值。随着耦合因数的增加,次级回路的感应电流也增加。

2) η>1为过耦合状态, 此时次级回路电流在谐振点出现谷值得原因如 2.4.2 节(3)

所述。随着耦合的加强,次级回路反射到初级回路的反射阻抗会加大,因而谷值 会下降。

- 3) η>1次级回路电流出现双峰原因如 2.4.2 节(3)所述。随着耦合的加强,次级 回路反射阻抗的电抗部分与初级回路电抗相抵消的点偏离谐振点越远,因而双峰 之间距离增大。
- 2-12 假设有一中频放大器等效电路如图 (2-6) 所示。试回答下列问题:
 - 1)如果将次级线圈短路,这时反射到初级的阻抗等于什么?初级等效电路(并联型)应该怎么画?
 - 2) 如果次级线圈开路,这时反射阻抗等于什么?初级等效电路应该怎么画?
 - 3) 如果 $\omega L_2 = \frac{1}{\omega C_2}$,反射到初级的阻抗等于什么?

【解】

1) 次级线圈短路后, 反射到初级的阻抗为:

$$Z_{f1} = \frac{(\omega M)^2}{j\omega L_2} = -j\frac{\omega M^2}{L_2}$$
 $(R_{22} = 0)$

这是一个与 L_I 串联的容性阻抗 $(-j\frac{\omega M^2}{L_D} = -j\frac{1}{\omega C})$ 。为了变为并联型的,可利

$$R_{s} = \frac{X_{p}^{2}}{R_{p}^{2} + X_{p}^{2}} R_{p} = \frac{X_{p}^{2}}{Z_{p}^{2}} R_{p} = \frac{1}{1 + Q^{2}} R_{p}$$
用公式:
$$X_{s} = \frac{R_{p}^{2}}{R_{p}^{2} + X_{p}^{2}} X_{p} = \frac{R_{p}^{2}}{Z_{p}^{2}} X_{p} = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q^{2}}} X_{p}$$

 L_1 与C的串联形式改为并联形式,其值未变。

- 2) 次级回路断路时, $Z_{22} = \infty, ∴ Z_{f1} = 0$
- 3) 当 $\omega L_2 = \frac{1}{\omega C_2}$ 时,先将 C_2 与 G_2 化为串联形式

$$R_{s} = \frac{1}{1+Q^{2}}R_{p}$$
 利用
$$X_{s} = \frac{1}{1+\frac{1}{Q^{2}}}X_{p} = X_{p} \quad \text{在本題中} R_{p} = \frac{1}{G_{2}}, R_{s} = R, X_{p} = \frac{1}{\omega C_{2}} = Xs = \frac{1}{\omega C}$$

次级回路阻抗 $Z_{22} = R + j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}) = R = \frac{1}{O_1^2 \omega}$

因此得出反射到初级回路的反射阻抗为:

$$Z_{f1} = \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}} = (\omega M)^2 Q_L^2 G_2$$

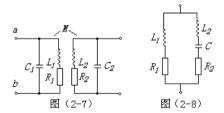
但
$$Q_L = \frac{R_p}{X_p} = \frac{\omega C_2}{G_2}$$
,代入上式,最后得

$$Z_{f1} = \frac{(\omega^2 M C_2)^2}{G_2}$$

2-13 有一耦合回路如图(2-7)所示。已知 $f_{01} = f_{02} = 1MHz$, $\rho_1 = \rho_2 = 1k\Omega$,

$$R_1 = R_2 = 20\Omega, \eta = 1$$
。 试求:

- 1) 回路参数 $L_1, L_2, C_1, C_2, \pi M$;
- 2) 图中 a、b 两端的等效谐振阻抗 Z_{0} ;
- 3)初级回路的等效品质因数 Q_i ;
- 4) 回路的通频带 BW:
- 5) 如果调节 C_2 使 f_{02} = 950 kH_Z (信号源频率仍为 1MHz)。求反射到初级回路的串联阻抗。
- 它呈感性还是容性?



【解】

已知回路的元件参数全相同, $L_1 = L_2, C_1 = C_2, R_1 = R_2$,

1) 由 $\rho = \omega_0 L$ 得

$$L_1 = L_2 = \frac{\rho}{\omega_0} = \frac{1000}{2\pi * 10^6} H = 159 \mu H;$$

$$C_1 = C_2 = \frac{1}{\omega_0^2 L} = 159 pF$$

在临界时:
$$(\omega_0 M)^2 = R_1 R_2$$
; $M = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{R_1 R_2} = 3.18 \mu H$

2) 次级反射到初级的反射阻抗(两个回路都处于谐振状态)为:

$$R_{f1} = \frac{(\omega_0 M)^2}{R_2}$$

此时, ab 两端的等效谐振阻抗为纯阻:

$$Z_{ab} = Z_p = R_p = \frac{(\omega_0 L)^2}{R_c} = \frac{\rho^2}{R_1 + R_{f1}} = \frac{(1000)^2}{20 + 20} \Omega = 25k\Omega$$

3) 初级回路的等效品质因数为:

$$Q_1' = \frac{\omega_0 L}{R_c} = \frac{\rho_1}{R_1 + R_{c1}} = \frac{1000}{20 + 20} = 25$$

4) 初级回路的品质因数为: $Q_1 = \frac{\omega_0 L}{R_1} = \frac{\rho_1}{R_1} = 50$

$$\therefore 2\Delta f_{0.7} = \sqrt{2} \frac{f_0}{Q_1} = 28.3 kHz$$

5) 当 f_{02} = 950 kH_Z 时,信号源频率仍为 1MHz,此时,次级回路对信号源频率呈现感性,因而反射到初级的串联阻抗应呈现电容性。此时:

$$C_2' = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(2\pi * 950 * 10^3)^2 * 159 * 10^{-6}} F = 177 pF$$

所以在 1MHz 时回路电抗为:

$$X_2' = \omega_{01}L - \frac{1}{\omega_{01}C_2'} = (2\pi * 10^6 * 159 * 10^{-6} - \frac{1}{2\pi * 10^6 * 177 * 10^{-12}})\Omega = 100\Omega$$

故反射到初级回路的阻抗为

电阻:
$$R_{f1} = \frac{(\omega M)^2}{R_2^2 + X_2^2} R_2 = \frac{(2\pi * 10^6 * 3.18 * 10^{-6})^2}{20^2 + 100^2} * 20\Omega = 0.768\Omega$$

电抗::
$$X_{f1} = -\frac{(\omega M)^2}{R_2^2 + X_2^2} X_2 = \frac{(2\pi * 10^6 * 3.18 * 10^{-6})^2}{20^2 + 100^2} * 100\Omega = -3.84\Omega$$

2-14 如图 (2-8) 所示的电路形式,已知 $L_1 = L_2 = 100 \mu H$, $R_1 = R_2 = 5 \Omega$, $M = 1 \mu H$,

$$\omega_{01} = \omega_{02} = 10^7 \, rad \, / \, s$$
,电路处于全谐振状态。试求:

- 1) a、b两端的等效谐振阻抗;
- 2) 两回路的耦合因数;
- 3) 耦合回路的相对通频带。

【解】

$$R_{f1} = \frac{(\omega M)^2}{R_2} = \frac{(10^7 * 10^{-6})^2}{5} \Omega = 20\Omega$$

$$R_c = R_1 + R_{f1} = 25\Omega$$

因此 ab 两端的谐振阻抗为:

$$Z_{ab} = Z_p = R_p = \frac{(\omega_0 L_1)^2}{R_c} = \frac{(10^7 * 100 * 10^{-6})^2}{25} \Omega = 40 k\Omega$$

2)
$$Q_1 = Q_2 = \frac{\omega_0 L_1}{R_1} = \frac{10^7 * 100 * 10^{-6}}{5} = 200$$

耦合系数
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{10^{-6}}{100*10^{-6}} = 0.01$$

因此。耦合因数 $\eta = kQ = 2$

3) 由
$$\alpha = \frac{2\eta}{\sqrt{(1+\eta^2)^2 + 2(1-\eta^2)\xi^2 + \xi^4}}$$
, 令 $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$, 以计算通频带

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2\eta}{\sqrt{(1+\eta^2)^2 + 2(1-\eta^2)\xi^2 + \xi^4}}$$

满足上式的广义失谐为:

$$\left|\xi\right| = \sqrt{\eta^2 + 2\eta - 1}$$

因此,回路的通频带为:

$$2\Delta f_{0.7} = \sqrt{\eta^2 + 2\eta - 1} \, \frac{f_0}{Q}$$

将
$$\eta = 2, Q = 200, f_0 = \frac{10^7}{2\pi} Hz$$
代入上式,即:

得
$$2\Delta f_{0.7} = 21kHz$$

相对通频带为:
$$\frac{2\Delta f_{0.7}}{f_{0.7}} = \frac{21*10^3}{10^7/2\pi} = 0.0131$$

2-15 如图 (2-8) 有一双电感复杂并联回路如图 (2-8)。已知 $L_1=L_2=500\mu H, C=500pF$,为使电源中的二次谐波能被回路滤除,应如何分配 L_1 和 L_2 ?

【2-15解】

对于电源基波频率,回路应呈现并联谐振状态。此时认为:

$$R_1 << \omega L_1, R_2 << \left| \omega L_2 - \frac{1}{\omega C} \right|, \omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}$$

要想滤去二次谐波,就应使L,C支路处于串联谐振状态,即

$$\omega_{02} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}} = 2\omega_{01}$$

亦艮

$$2\frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}} = \frac{1}{\sqrt{L_2C}}$$

解得
$$4L_2 = L_1 + L_2 = 500 \mu H$$

因此
$$L_2 = 125 \mu H, L_1 = 375 \mu H$$