

# 自动控制原理实验二

## ——线性系统的频域分析

小组成员：潘鑫海（2015301200201）

夏可为（2015301200168）

指导教师：王泉德 教授

# 一、线性系统的频域分析

## 1.1 一阶惯性环节的频率特性曲线

### 1.1.1 基本原理

如图 1.1 所示，为本实验的电路图。由两级放大器构成，前级放大器（A1）为一个一阶惯性环节，后级放大器（A8）用于隔离电路，连接成射极跟随器。

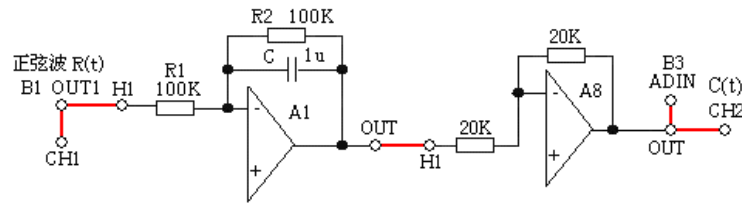


图 1.1 实验电路图

已知一阶惯性环节的传递函数为： $G(j\omega) = \frac{1}{j\omega + \frac{1}{T}} = \frac{1}{1 + jT\omega}$ ，则其幅频响应

函数为  $|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$ 。

具体到本电路，计算前级放大器（A1）的传递函数为：

$$G(j\omega) = \frac{R_2 \parallel C}{R_1} = \frac{1}{1 + jR_1 C \omega}$$

根据传递函数可得惯性时间常数  $T=0.1s$ ，转折频率： $\omega = \frac{1}{T} = 10\text{rad/s}$

### 1.1.2 实验步骤

- （1）根据实验指导书安置短路套，插孔连线；
- （2）电脑端注意合理选择扫频点，由于理论计算可得该电路的转折频率为  $10\text{rad/s}$ ，故在转折频率附近取点间隔较小，在转折频率外取点间隔较大，并添加较高频率的点，从而让整个曲线的趋势更加明显；
- （3）选完扫频点之后点击开始，等待曲线的绘制；
- （4）测试结束后，选择显示模式为伯德图（对数幅频、相频特性曲线）；
- （5）在频率特性曲线界面上移动标尺测量出该一阶惯性环节的转折频率。

### 1.1.3 实验结果与效果分析

如图 1.2 所示，为该实验结果的伯德图显示。根据标尺标定可以看到转折频率（-3dB 点）为 10rad/s。与理论计算一致。

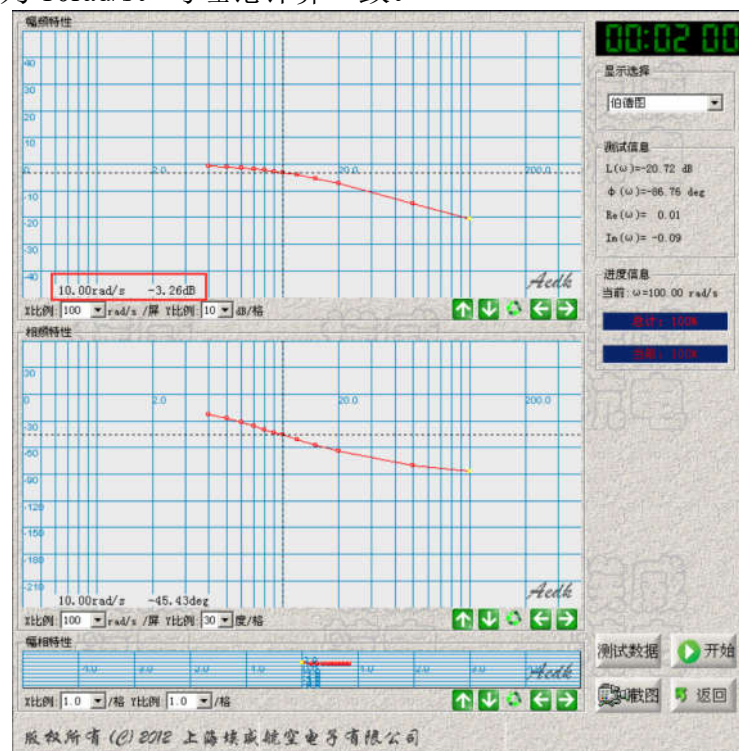


图 1.2 实验结果（伯德图）

## 1.2 二阶闭环系统的频率特性曲线

### 1.2.1 基本原理

如图 1.3 所示，为本实验电路图。由一个加法器（A1），一个积分环节（A2），一个惯性环节（A3）和一个射极跟随器（A10）构成。

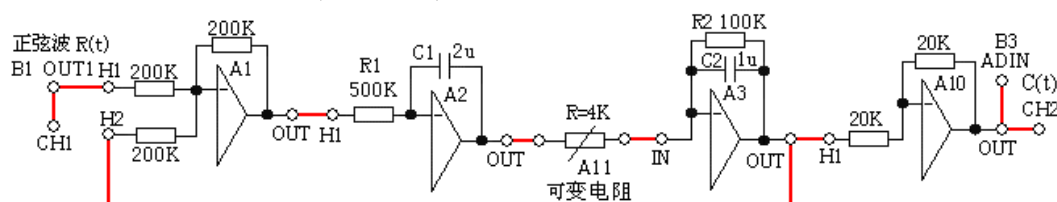


图 1.3 实验电路图

A1 为一个 1:1 的加法器，一端为信号输入，另一端为输出反馈；

A2 为一积分环节，其传递函数为  $G_1(j\omega) = \frac{1}{j\omega R_1 C_1}$ ，积分时间常数为  $\tau = R_1 C_1 = 1$

秒；

A3 为一惯性环节，其传递函数为  $G_2(j\omega) = \frac{R_2 \parallel C_2}{R} = \frac{25}{1 + j\omega R_2 C_2}$ ，惯性时间常

数  $\tau = R_2 C_2 = 0.1$  秒；

A4 为射极跟随器，用于将该电路与后端的测量电路（示波器等.....）隔离；

该电路为单位反馈，即反馈通道传递函数  $H(s)=1$ ；故该电路的闭环传递函数

为  $\frac{G_1(s)G_2(s)H(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}$ 。

### 1.2.2 实验步骤

（1）根据实验指导书安置短路套，插孔连线；

（2）电脑端注意合理选择扫频点，由于理论计算可得该电路的转折频率为  $10\text{rad/s}$ ，故在转折频率附近取点间隔较小，在转折频率外取点间隔较大，并添加较高频率的点，从而让整个曲线的趋势更加明显；

（3）选完扫频点之后点击开始，等待曲线的绘制；

（4）测试结束后，选择显示模式为伯德图（对数幅频、相频特性曲线）；

（5）谐振频率  $\omega_r$  和谐振峰值  $L(\omega_r)$  的手动测试：

在闭环对数幅频曲线中，移动  $L$  标尺和  $\omega$  标尺到曲线峰值处可读出谐振频率  $\omega_r$ 、谐振峰值  $L(\omega_r)$ 。

在闭环对数相频曲线中，移动移动  $\varphi$  标尺到  $\omega$  标尺线与曲线相交处，可读出该角频率的  $\varphi$  值。

（6）谐振频率  $\omega_r$  和谐振峰值  $L(\omega_r)$  的自动搜索：点击搜索谐振频率键，将自动搜索并补充搜索过的点，直到搜索到谐振频率。

### 1.2.3 实验结果与效果分析

如图 1.4 所示，为本实验结果的闭环对数幅频曲线，根据游标手工测量可得谐振频率  $\omega_r \approx 14.59\text{rad/s}$ ，谐振峰值  $L(\omega_r) \approx 4.48\text{dB}$ 。

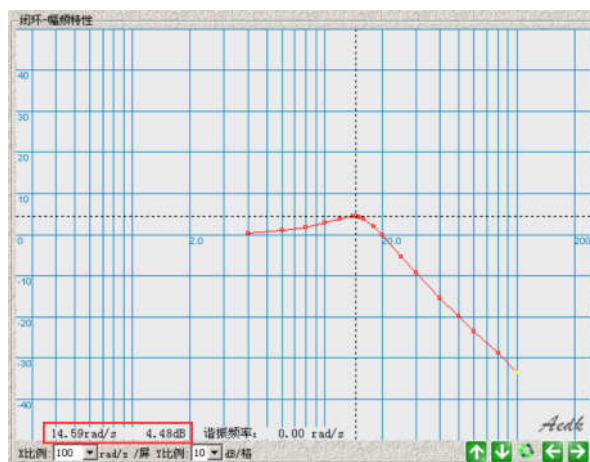


图 1.4 闭环对数幅频曲线

如图 1.5 所示，为本实验结果的闭环对数相频曲线，根据游标手工测量可得谐振频率对应的  $\varphi$  值约为  $-75.17^\circ$ 。

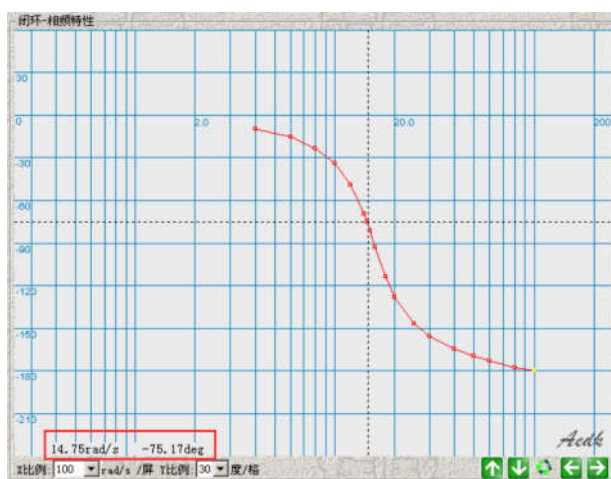


图 1.5 闭环对数相频曲线

如图 1.6 所示，为本实验结果的闭环对数幅频曲线，根据自动搜索的结果可知，谐振频率  $\omega_r \approx 14.03 \text{ rad/s}$ ，谐振峰值  $L(\omega_r) \approx 4.41 \text{ dB}$ ，对应角度  $\varphi = -71.05^\circ$ ；可以看到与游标手工测量结果基本一致。

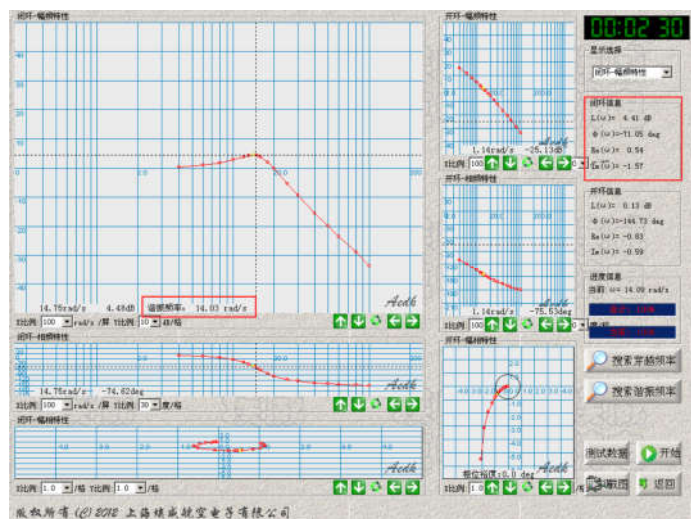


图 1.6 闭环对数幅频曲线（自动搜索）

## 1.3 二阶开环系统的频率特性曲线

### 1.3.1 基本原理

电路图与实验 1.2 电路图一致，测量方法也一致，不同的是待测量。已知该电路的闭环传递函数为  $\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}$ ；则其开环传递函数为  $G_1(s)G_2(s)$

### 1.3.2 实验步骤

前面步骤同二阶闭环系统的频率特性测试。

测试结束后，数据显示界面分别选择“开环-伯德图”和“奈氏图”。

幅频穿越频率  $\omega_c$  的游标手工测量：

在开环对数幅频曲线中，移动 L 标尺和  $\omega$  标尺到曲线  $L(\omega)$  处，可读出幅频穿越频率  $\omega_c$ 。

穿越频率  $\omega_c$  自动搜索：

点击搜索穿越频率键，将自动搜索并补充搜索过的点，直到搜索到谐振频率。

相位裕度  $\gamma$  的手工测量：

显示界面选择“开环幅相特性”，在空白区域内任意点击鼠标则会出现相位裕度的标尺，然后拖动该标尺使之与单位圆和系统奈奎斯特曲线的交点相交，标尺与负实轴的夹角，即为系统的开环相位裕度  $\gamma$ 。

### 1.3.3 实验结果与效果分析

如图 1.7 所示，为本实验结果的开环对数幅频曲线，根据游标的度数我们可以知道系统穿越频率  $\omega_c \approx 14.42 \text{ rad/s}$

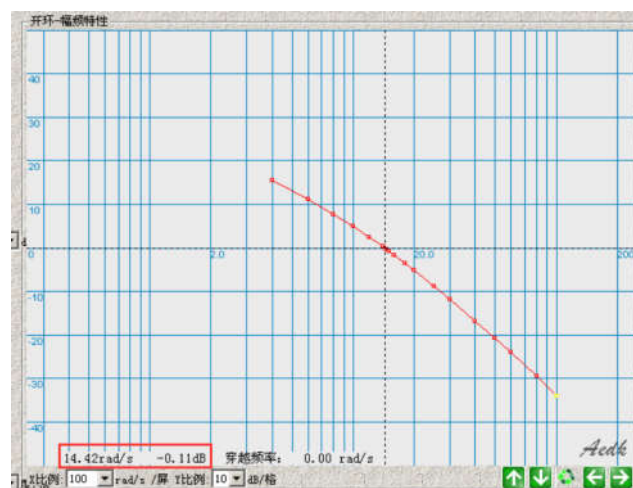


图 1.7 开环-幅频特性曲线

如图 1.8 所示，为本实验结果的开环对数幅频曲线，根据自动搜索的结果我们可以知道系统穿越频率  $\omega_c \approx 14.25 \text{ rad/s}$ ，与手工测量结果基本一致。

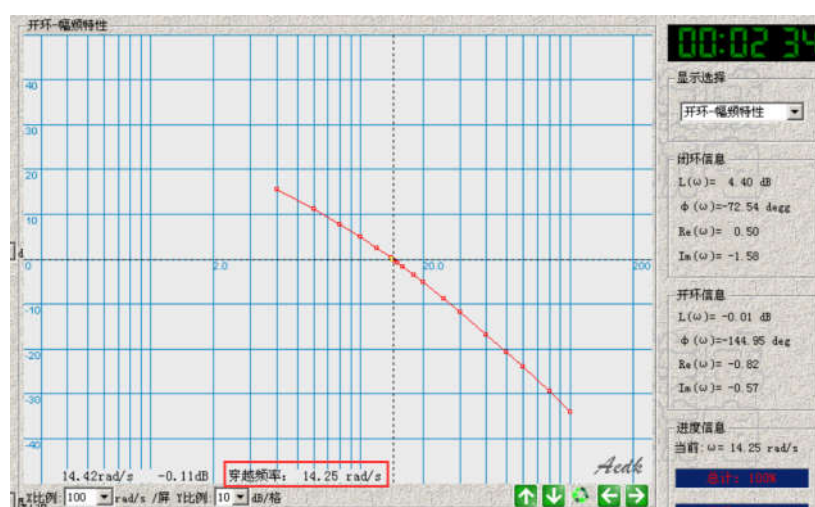


图 1.8 开环-幅频特性曲线（自动搜索）

如图 1.9 所示，为本实验结果的开环幅相特性曲线，根据游标手工测量我们可以知道系统的相位裕度  $\gamma = 34.5^\circ$ 。穿越频率  $\omega_c \approx 14.42 \text{ rad/s}$



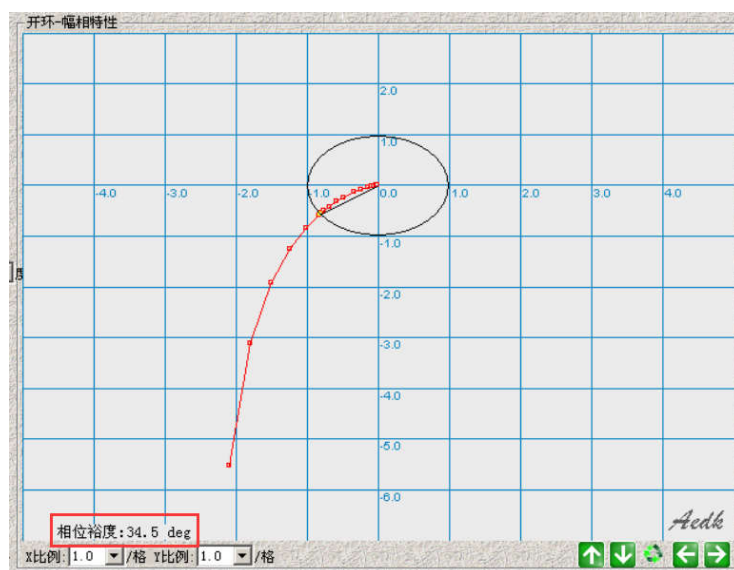


图 1.9 开环-幅相特性曲线

## 二、线性系统的校正与状态反馈

控制系统的校正与状态反馈就是在被控对象已确定，在给定性能指标的前提下，要求设计者选择控制器（校正网络）的结构和参数，使控制器和被控对象组成一个性能满足指标要求的系统。频域法校正主要是通过对被控对象的开环对数幅频特性和相频特性（伯德图）观察和分析实现的。

### 2.1 频域法串联超前校正

#### 2.1.1 基本原理

如图 2.1 所示，为本实验电路图。由一个加法器（A1），一个积分环节（A2），一个惯性环节（A3）和一个射极跟随器（A10）构成。电路图的构成与实 1.2（二阶闭环系统的频率特性曲线）一致，只有个别参数不同，这里不重复分析。

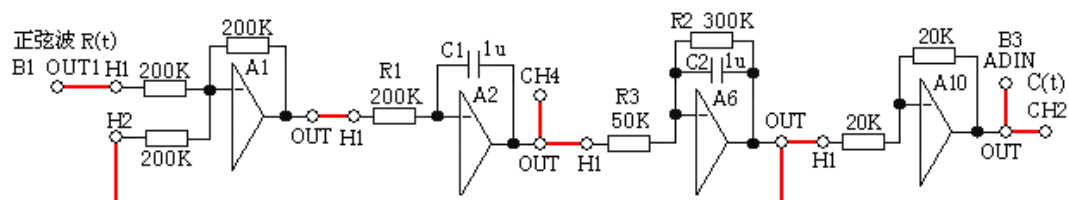


图 2.1 未校正电路

先测量未校正之前电路的超调量、调节时间、峰值时间（时域），穿越频率、相位裕度（频域）的值（测量方法与之前实验相同）。然后根据校正后电路的相关参数的要求，计算校正电路的参数。



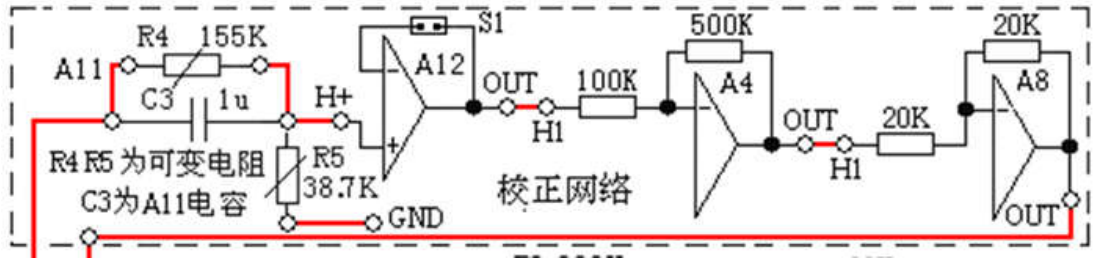


图 2.2 校正网络

如图 2.1 所示，为本实验的校正网络。其中 R4，C3，R5 为计算出来的网络参数；A12 为射极跟随器，用于隔离前后级；A4 为幅度补偿模块，增益为 5；A8 为射极跟随器，用于隔离校正网络和未校正网络。

### 2.1.2 实验步骤

未矫正网络的参数测量与前面一致，这里不再赘述。

在未校正系统模拟电路的开环伯德图上测得未校正系统的相位裕度  $\gamma=19^\circ$ 。

如果设计要求校正后系统的相位裕度  $\gamma'=52^\circ$  则网络的最大超前相位角必须为：

$\varphi_m = \gamma' - \gamma + \Delta = 52^\circ - 19^\circ + 9^\circ = 42^\circ$  （其中  $\Delta$  为考虑  $\gamma(\omega_c < \omega_c')$  所减的角度，一般取

$(5^\circ \sim 10^\circ)$   $\sin \varphi_m = 0.67$ 。

计算出网络的参数：
$$a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} = \frac{1 + 0.67}{1 - 0.67} = 5$$

计算出网络的最大超前相位角  $\varphi_m$  处的对数幅频值为：

$$L_c(\varphi_m) = 10 \lg a = 10 \lg 5 = 7 \text{ dB}$$

在系统开环幅频特性曲线上，移动 L 标尺到  $L(\omega) = -7 \text{ dB}$  处，再移动  $\omega$  标尺到曲线与  $L(\omega) = -7 \text{ dB}$  相交处，从曲线图左下角可读出角频率  $\omega_m = 14.4 \text{ rad/s}$ ，见图 2.3，该角频率应是网络的最大超前角频率，这亦是串联超前校正后系统的零分贝频率  $\omega_c'$ 。

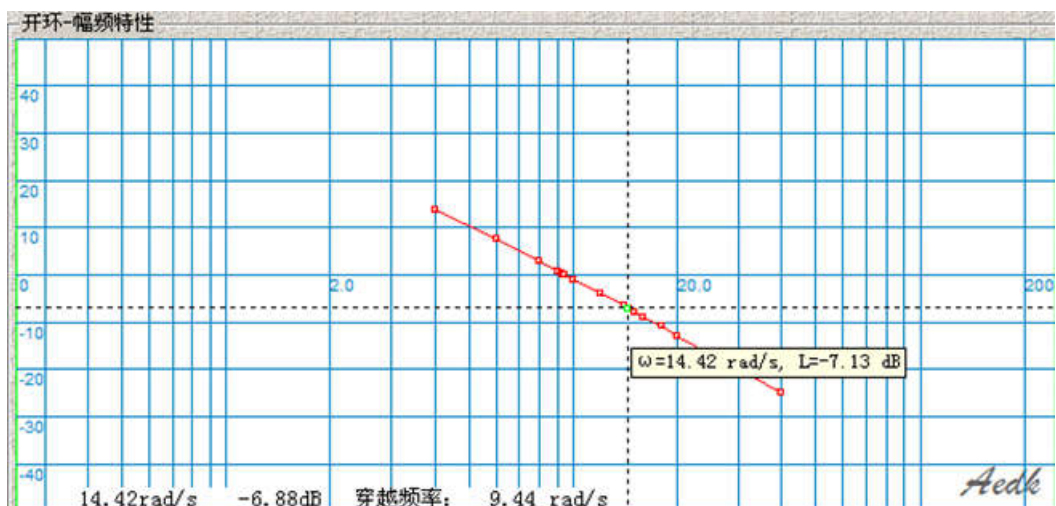


图 2.3 开环幅频特性曲线

计算出计算串联超前校正网络参数:  $T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}} = \frac{1}{14.4 \times 2.24} = 0.031$

令  $C=1\mu$ , 计算出:  $R_4=155K$ ,  $R_5=38.7K$

超前校正网络传递函数为:  $G_C(S) = \frac{1}{5} \times \frac{1+0.155S}{1+0.031S}$

为了补偿接入超前校正网络后, 被校正系统的开环增益要下降  $a$  倍, 必须另行提高系统的开环增益增益  $a$  倍。因为  $a=5$ , 所以校正后系统另行串入开环增益应等于 5 的运放。

### 2.1.3 实验结果与效果分析

如图 2.4 所示, 为未校正电路的时域阶跃响应曲线。

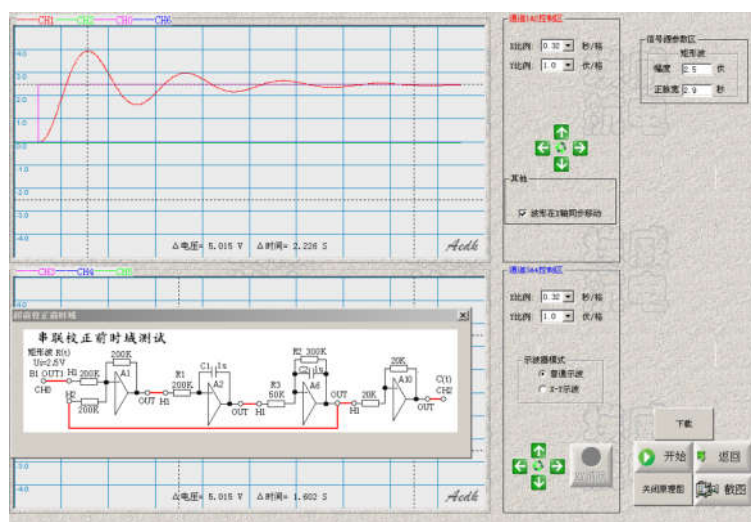
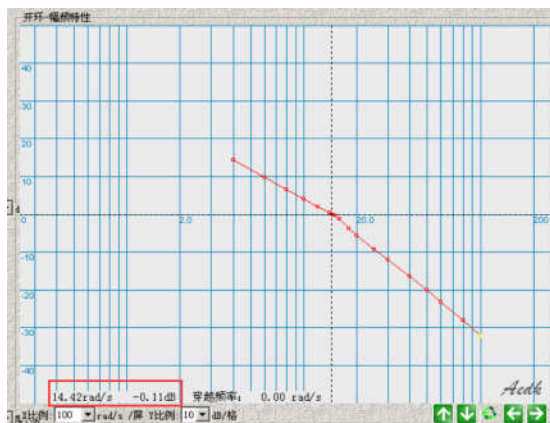


图 2.4 未校正电路的时域阶跃响应

如图 2.5 所示, 为未校正电路的频域阶跃响应曲线。根据图 (a) 可得穿越频率  $\omega_c \approx 14.42 \text{ rad/s}$ ; 根据图 (b) 可得相位裕度  $\gamma=34.5^\circ$ 。



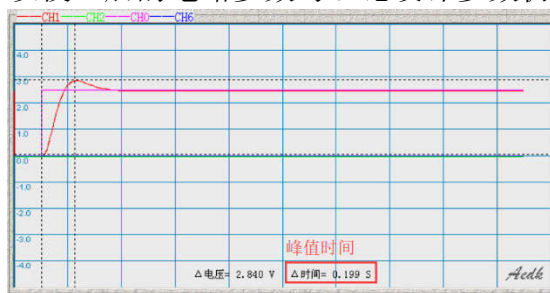
(a) 开环幅频曲线



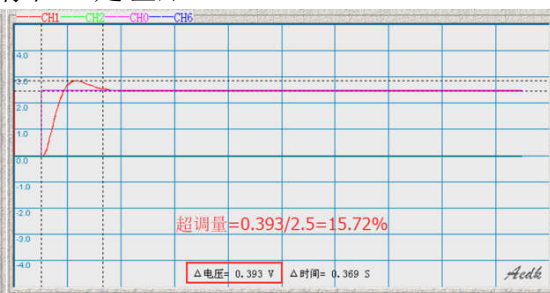
(b) 开环幅相曲线

图 2.5 未校正电路的频域相应

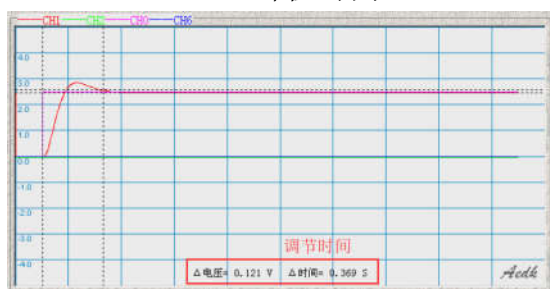
如图 2.6 所示，为校正后电路的时域阶跃响应曲线。根据图 (a) 可得峰值时间为 0.199s；根据图 (b) 可得超调量约为 15.72%；根据图 (c) 可得调节时间约为 0.369s。由于校正网络里面使用了两个滑动变阻器和一个电容，而其中有一个需要通过旋钮调节阻值，无法做到十分精确，并且其余器件的精度同样有限，所以校正后的电路参数与理论设计参数仍存在一定差距。



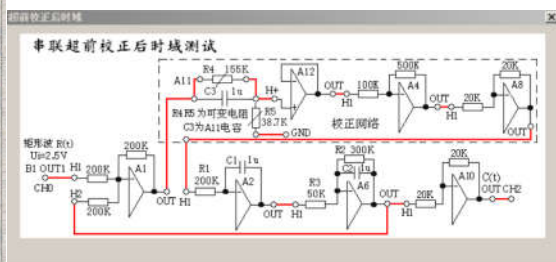
(a) 峰值时间



(b) 超调量



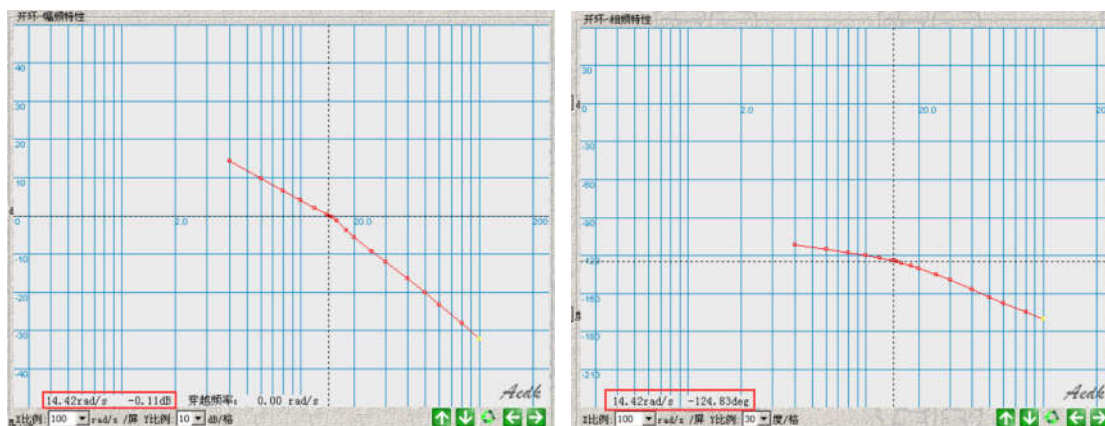
(c) 调节时间



(d) 校正后电路图

图 2.6 校正后电路的时域阶跃响应曲线

如图 2.7 所示，为校正后电路的频域响应曲线。根据图 (a) 可得系统穿越频率  $\omega_c \approx 14.42 \text{ rad/s}$ ；根据 (b) 可得系统穿越频率对应的角频率为  $-124.83^\circ$ ，则相位裕度  $\gamma = 180^\circ - 124.83^\circ = 55.17^\circ$ 。



(a) 开环幅频 (b) 开环相频

图 2.7 校正后电路的频域响应曲线

## 2.2 频域法串联迟后校正

### 2.2.1 基本原理

基本原理与串联超前校正一致，这里不再赘述。如图 2.8 所示，为本实验的校正网络，其中 R4, R5, C3 为计算出来的网络参数，A12 为射极跟随器，用于将校正网络与电路相隔离，避免原电路的阻值对校正网络参数产生影响。

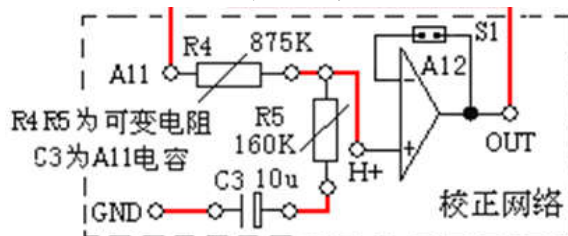


图 2.8 校正网络

### 2.2.2 实验步骤

未校正电路的时域和频域测量方式与之前实验一致，这里不再赘述。

如果设计要求校正后系统的相位裕度  $\gamma' = 52^\circ$ ，考虑到迟后校正网络在新的截止频率  $\omega_c'$  处会产生一定的相角迟后  $\varphi(\omega_c')$ ，因此， $\gamma' = \gamma(\omega_c') + \varphi(\omega_c')$ ，

取  $\varphi(\omega_c') = -11^\circ$ ，则  $\gamma(\omega_c') = 52^\circ + 11^\circ = 63^\circ$ 。

在未校正系统开环相频特性曲线中，移动  $\varphi$  标尺到  $\varphi(\omega) = 63^\circ - 180^\circ = -117^\circ$  处，再移动  $\omega$  标尺到曲线与  $\varphi(\omega) = -117^\circ$  相交处，可测得角频率  $\omega_c' = 6.29 \text{ rad/s}$ ，即为系统校正后期望穿越频率  $\omega_c'$ 。

在未校正系统开环幅频特性曲线中，移动 L 标尺到曲线与  $\omega_c' = 6.29 \text{ rad/s}$  相交处，从曲线图左下角可读出迟后校正网络对数幅频值为： $L(\omega_c') = -16.3 \text{ dB}$ 。

计算出网络的参数： $-20 \lg b = L(\omega_c')$ ， $b = 0.154$

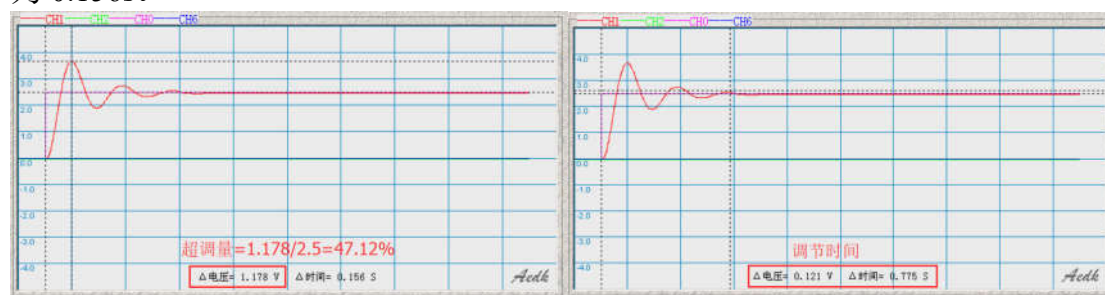
计算出： $T = \frac{1}{0.1 \omega_c' \times b} = 10.34$

令  $C = 10 \mu$ ，计算出： $R_4 = 159 \text{ K}$ ， $R_5 = 875 \text{ K}$

迟后校正网络传递函数为： $G_c(s) = \frac{1 + 1.59s}{1 + 10.34s}$

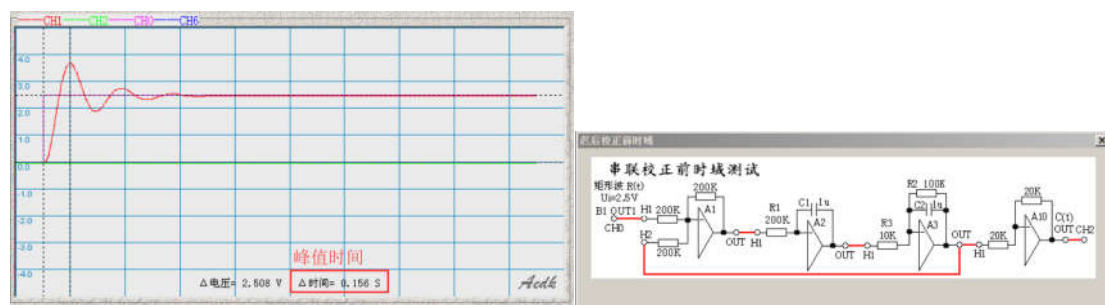
### 2.2.3 实验结果与效果分析

如图 2.9 所示，为未校正电路的时域阶跃响应曲线。根据图（a）可得超调量约为 47.12%；根据图（b）可得调节时间约为 0.775s；根据图（c）可得峰值时间为 0.156s。



(a) 超调量

(b) 调节时间



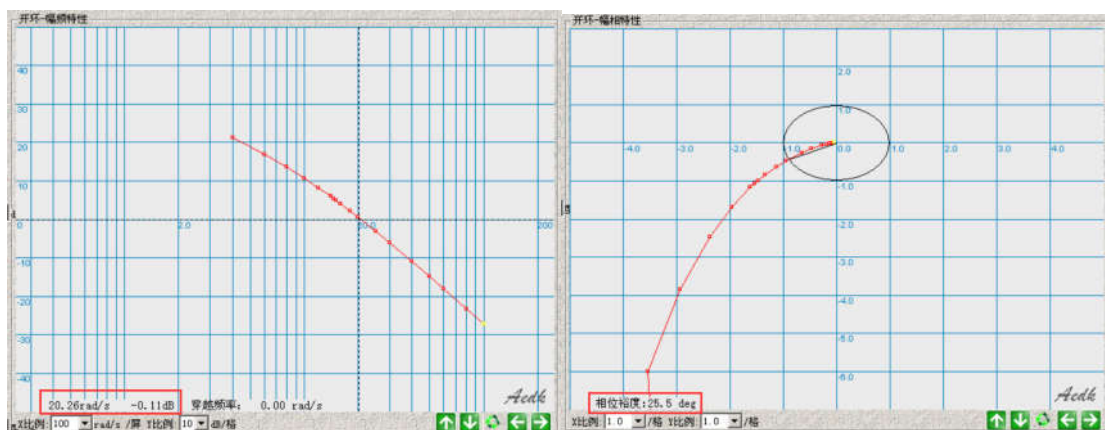
(c) 峰值时间

(d) 未校正电路

图 2.9 未校正电路的时域阶跃响应

如图 2.10 所示，为未校正电路的频域响应曲线。根据图（a）可得穿越频率  $\omega_c \approx 20.26 \text{ rad/s}$ ；根据图（b）可得相位裕度  $\gamma = 25.5^\circ$ 。



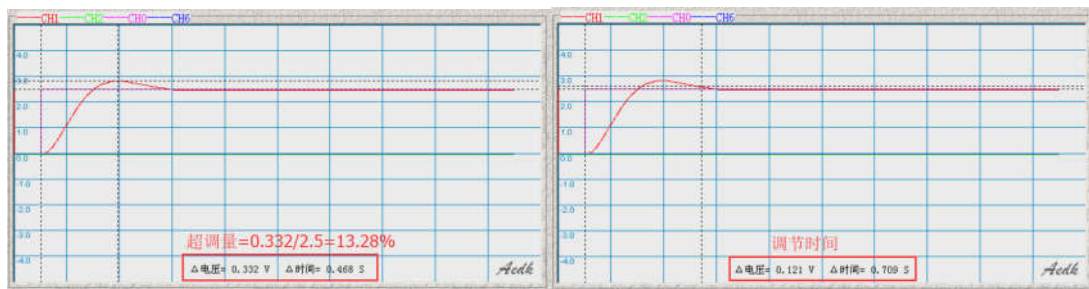


(a) 开环幅频曲线

(b) 开环幅相曲线

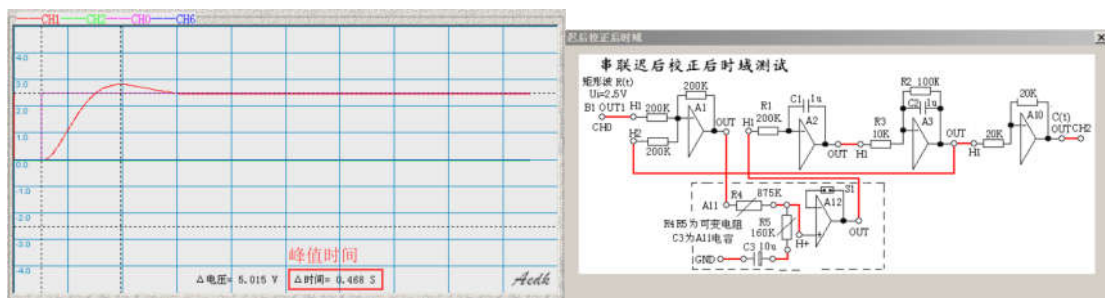
图 2.10 未校正电路的频域响应

如图 2.11 所示，为校正后电路的时域阶跃响应曲线。根据图 (a) 可得超调量约为 13.28%；根据图 (b) 可得调节时间约为 0.709s；根据图 (c) 可得峰值时间为 0.468s。由于校正网络里面使用了两个滑动变阻器和一个电容，而其中有一个需要通过旋钮调节阻值，无法做到十分精确，并且其余器件的精度同样有限，所以校正后的电路参数与理论设计参数仍存在一定差距。



(a) 超调量

(b) 调节时间

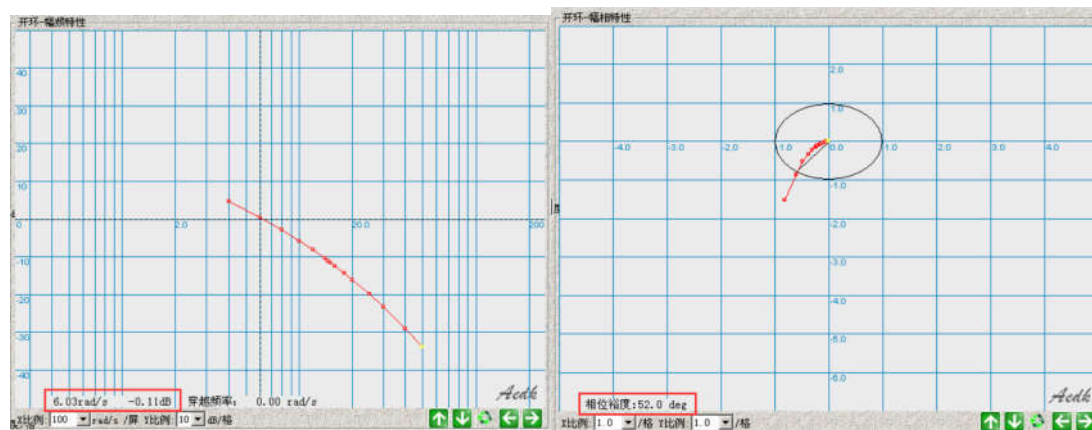


(c) 峰值时间

(d) 校正后电路

图 2.11 校正后电路的时域阶跃响应

如图 2.12 所示，为校正后电路的频域响应曲线。根据图 (a) 可得系统穿越频率  $\omega_c \approx 6.03 \text{ rad/s}$ ；根据 (b) 可得系统相位裕度  $\gamma = 52^\circ$ 。



(a) 开环幅频曲线

(b) 开环幅相曲线

图 2.12 校正后电路的频域响应