# 自动控制原理实验一
# ——线性系统的时域分析

小组成员：潘鑫海（2015301200201）

夏可为（2015301200168）

指导教师：王泉德 教授

# 一、线性系统的时域分析

## 1.1 典型环节的模拟研究

### 1.1.1 基本原理

（1）比例环节

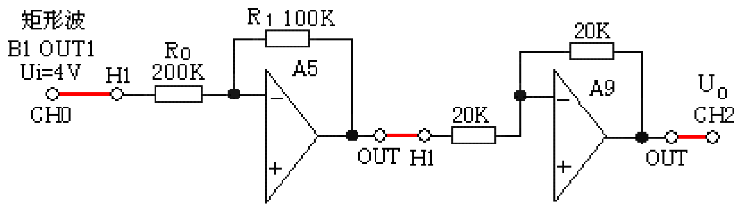


图 1.1.1 比例环节

传递函数：$G(S)=\dfrac{U_O(S)}{U_i(S)}=K$　　$K=\dfrac{R_1}{R_0}$ ；　　单位阶跃响应：$U(t)=K=0.5$

（2）惯性环节

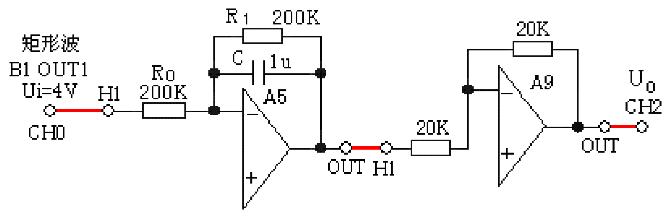


图 1.1.2 惯性环节

传 递 函 数： $G(S)=\dfrac{U_O(S)}{U_i(S)}=\dfrac{K}{1+TS}$　　$K=\dfrac{R_1}{R_0}$　　$T=R_1C$　　单 位 阶 跃 响 应：

$U_0(t)=K(1-e^{-\frac{t}{T}})$

（3）积分环节

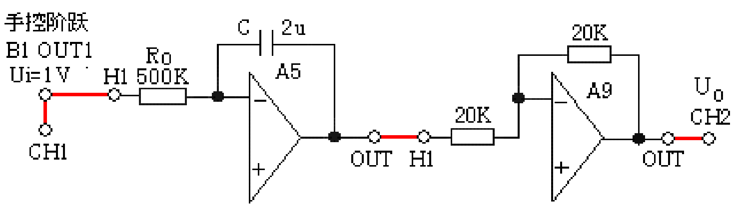


图 1.1.3 积分环节

传递函数：$G(S)=\dfrac{U_O(S)}{U_i(S)}=\dfrac{1}{TS}$　　$T_i=R_0C$　　单位阶跃响应：$\mathrm{U}_0(\mathrm{t})=\dfrac{1}{Ti}t$

（4）比例积分环节

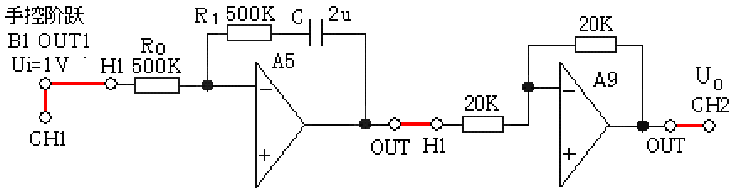


图 1.1.4 比例积分环节

传递函数：$G(S)=\dfrac{U_O(S)}{U_i(S)}=K(1+\dfrac{1}{TiS})\qquad K=\dfrac{R_1}{R_0}\qquad T_i=R_1C$

单位阶跃响应：$U_O(t)=K\left(1+\dfrac{1}{T}t\right)$

（5）比例微分环节

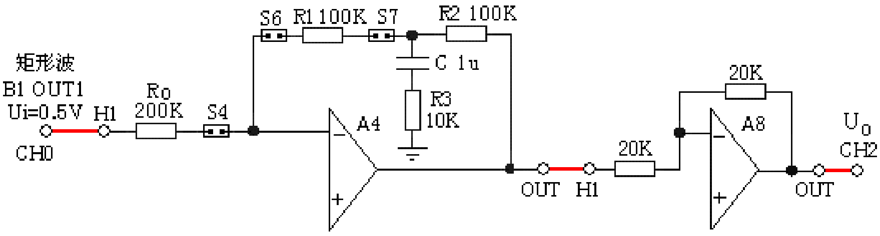


图 1.1.5 比例微分环节

比例微分环节+惯性环节的传递函数：$G(S)=\dfrac{U_O(S)}{U_i(S)}=K(\dfrac{1+TS}{1+\tau S})$

微分时间常数：$T_D=(\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3)C$ 惯性时间常数：$\tau=R_3C$

$K=\dfrac{R_1+R_2}{R_0}\qquad K_D=\dfrac{(R_1//R_2)+R_3}{R_3}\qquad T_D=K_D\times\tau=0.06S$

单位阶跃响应：$U_0(t)=KT\delta(t)+K$

（6）PID 环节

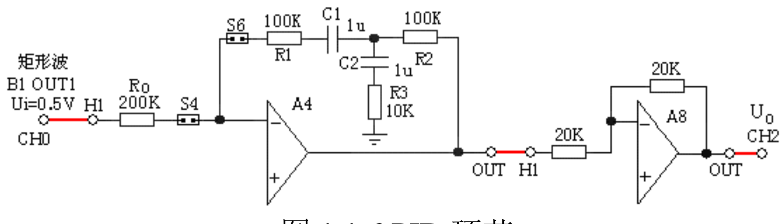


图 1.1.6 PID 环节

典型比例积分环节的传递函数：$G(S)=\dfrac{U_O(S)}{U_i(S)}=K_P+\dfrac{K_P}{T_iS}+K_PT_dS$

$$T_d=(\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3)C_2\quad,\quad T_i=(R_1+R_2)C_1\quad,\quad K_P=\frac{R_1+R_2}{R_0}$$

$$K_D=\frac{(R_1//R_2)+R_3}{R_3}$$

惯性时间常数：$\tau=R_3C_2\qquad T_d=K_D\times\tau$

单位阶跃响应：$U_0(t)=K_pT_D\delta(t)+K_P+\dfrac{K_p}{T}t$

### 1.1.2 实验步骤

按照电路图将实验箱上面对应的模块连接起来，并插好跳线帽。电脑端先点击下载（配置信号源和示波器），再点击开始，观察绘制出来的单位阶跃响应曲线。

### 1.1.3 实验结果与效果分析

（1）比例环节

如图 1.7 所示为比例环节的阶跃响应，由于 K=0.5，故输入阶跃幅值为 4V，输出阶跃响应幅值为 2V。

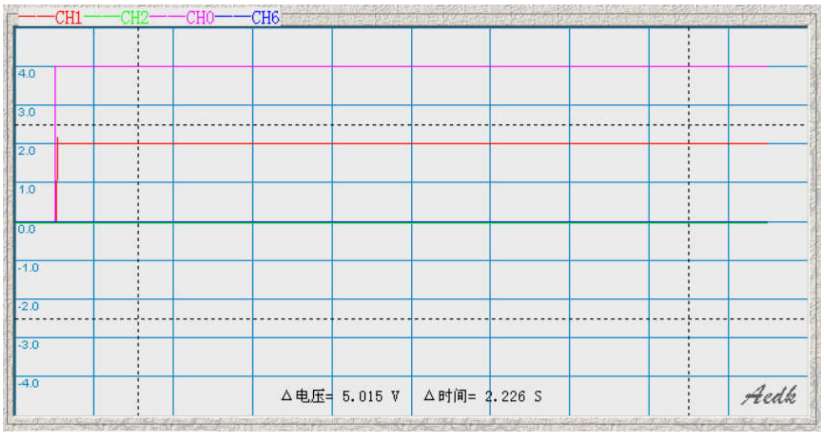


图 1.1.7 比例环节阶跃响应

（2）惯性环节

如图 1.8 所示为惯性环节的阶跃响应，由于 K=1，故输出阶跃响应的最后的稳态值与输入一致。

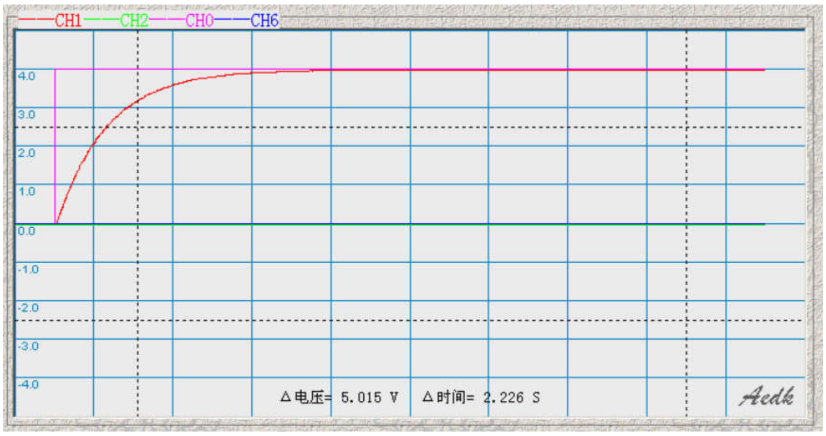


图 1.1.8 惯性环节阶跃响应

（3）积分环节

如图 1.9 所示为积分环节的阶跃响应，此处没有采用手控阶跃信号作为输入，而是选取了阶跃信号作为输入，系统对输入进行积分（不断累加），故输出应为一条斜线，受制于供电电压，所以最后会稳定于 5V（供电电压）。

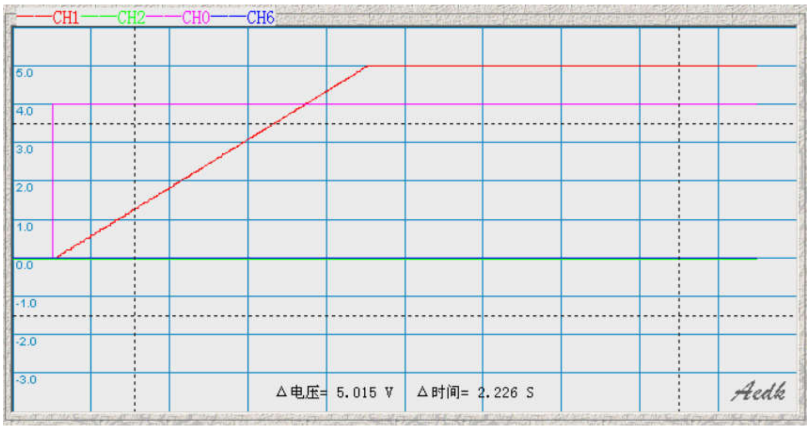


图 1.1.9 积分环节

（4）比例积分环节

如图 1.10 所示为比例积分环节的阶跃响应，分析与积分环节基本相同。

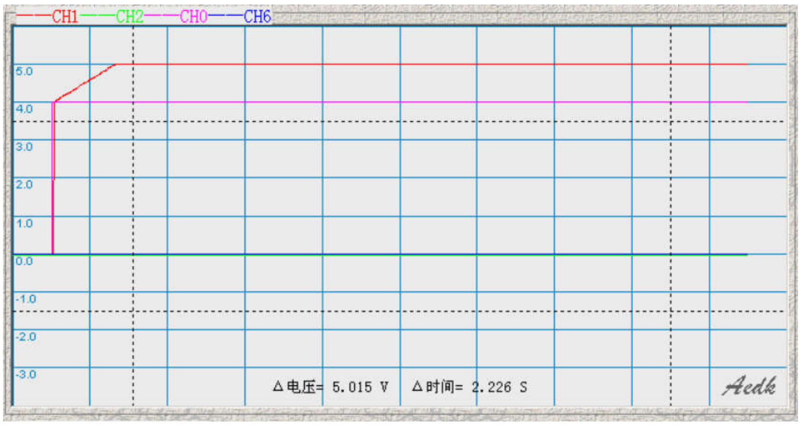


图 1.1.10 比例积分环节

（5）比例微分环节

如图 1.11 所示为比例微分环节的阶跃响应。移动虚拟示波器两根横游标，从最高端开始到ΔV=0.82V 处为止，得到与微分的指数曲线的交点，再移动虚拟示波器两根纵游标，从阶跃开始到曲线的交点，量得 τ＝Δt=0.011S。

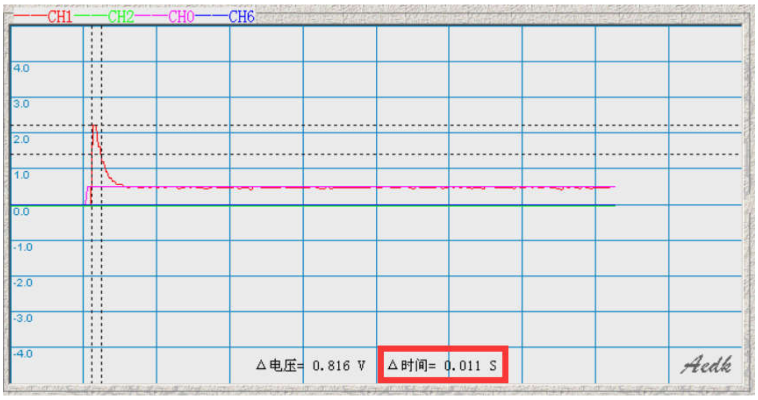


图 1.1.11 比例微分环节

（6）PID 环节

如图 1.12 所示为 PID 环节的阶跃响应。移动虚拟示波器两根横游标使之 $\Delta V=K_p$*输入电压=输入电压，得到与积分的曲线的两个交点。再分别移动示波器两根纵游标到积分的曲线的两个交点，量得积分环节模拟电路时间常数 $T_i$=0.216s。

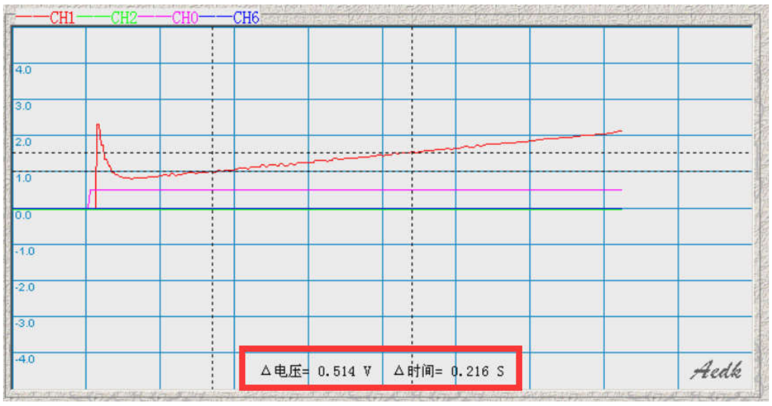


图 1.1.12 PID 环节_积分时间常数

将 A4 单元的 S7 短路套套上，重新测试。移动虚拟示波器两根横游标，从最高端开始到ΔV=0.82V 处为止，得到与微分的指数曲线的交点，再移动虚拟示波器两根纵游标，从阶跃开始到曲线的交点，量得 $\tau=\Delta t$=0.011S 已知 $K_D$=6，则 PID 环节模拟电路微分时间常数： $T_d = K_D \times \tau = 0.066S$

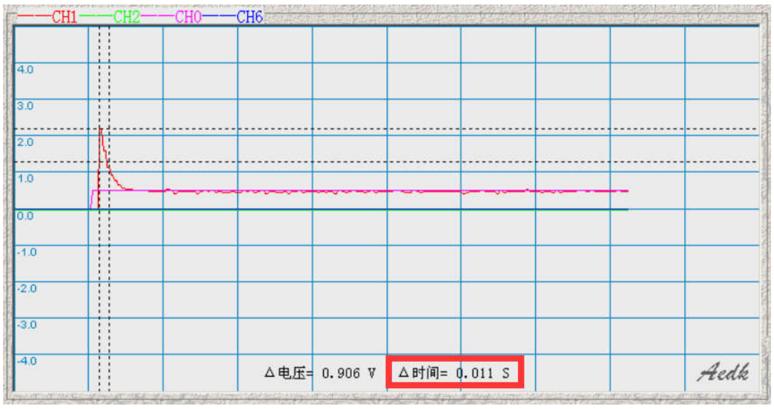


图 1.1.13 PID 环节_微分时间常数

## 1.2 二阶系统瞬态响应和稳定性

### 1.2.1 基本原理

如图 1.2.1 所示，为本实验电路图。由一个加法器（A1），一个积分环节（A2），一个惯性环节（A3）和一个射极跟随器（A10）构成。

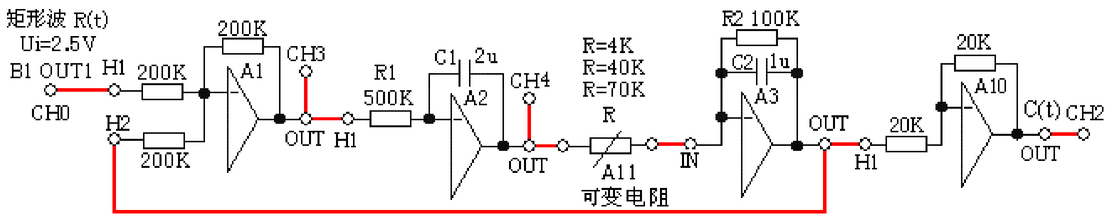


图 1.2.1 I型二阶闭环系统

A1 为一个 1:1 的加法器，有两个输入，一个为信号输入，另一个为输出反馈；

A2 为一积分环节，其传递函数为 $G_1(j\omega)=\frac{1}{j\omega R_1C_1}$，积分时间常数为 $\tau=R_1C_1=1$ 秒；

A3 为一惯性环节，其传递函数为 $G_2(j\omega)=\frac{R_2||C_2}{R}=\frac{R_2/R}{1+j\omega R_2C_2}$，惯性时间常数 $\tau=R_2C_2=0.1$ 秒；

A4 为射极跟随器，用于将该电路与后端的测量电路（示波器等…..）隔离；

故该电路的开环传递函数为 $G(S)=\frac{K}{TiS(TS+1)}=\frac{K}{S(0.1S+1)}$　　其中 $K=\frac{R_2}{R}=\frac{100k}{R}$

该电路为单位反馈，即反馈通道传递函数 H(s)=1；故该电路的闭环传递函数

为 $\phi(s)=\dfrac{\omega_n^2}{S^2+2\xi\omega_n S+\omega_n^2}=\dfrac{10K}{S^2+10S+10K}$。则 $\xi=\dfrac{5}{\sqrt{10K}}$，即可通过改变系统开环增益来改变系统的阻尼系数。

### 1.2.2 实验步骤

（1）根据实验指导书安置短路套，插孔连线；

（2）分别将（A11）中的直读式可变电阻分别调整为 4K、40K、70K，运行后观察运行结果。

### 1.2.3 实验结果与效果分析

（1）R = 4k（$\xi$最小）

如图 1.2.2 所示，为 R=4k 是本实验电路的阶跃响应曲线。可见由于 R=4k 时$\xi$较小，系统处于欠阻尼状态，存在超调量和峰值时间，需要震荡一段时间才能进入稳态。

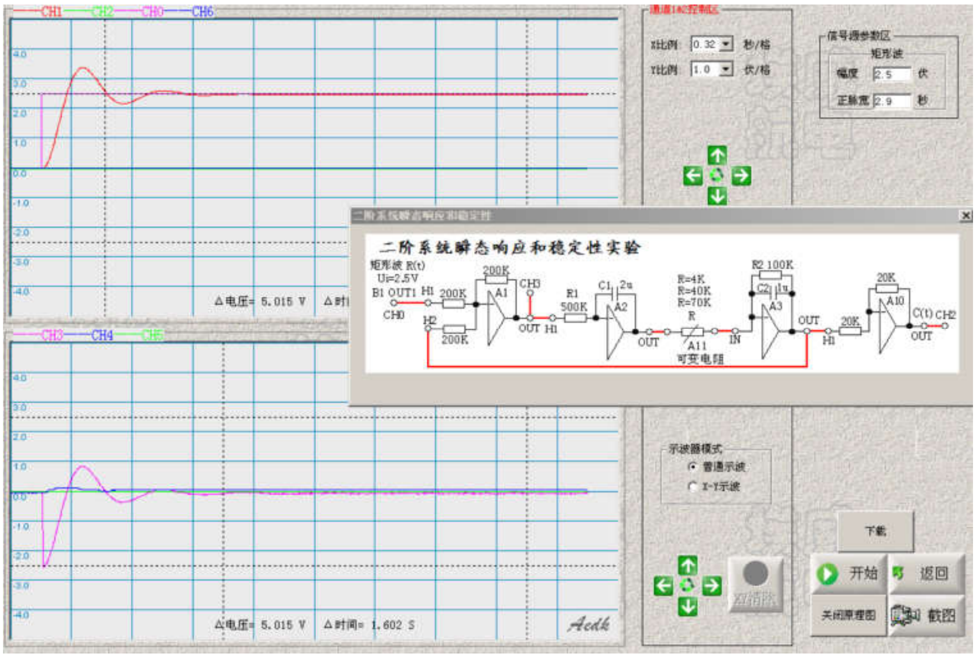


图 1.2.2 R 为 4k 时系统阶跃响应

（2）R = 40k（$\xi$居中）

如图 1.2.3 所示，为 R=40k 是本实验电路的阶跃响应曲线。可见由于 R=40k 时$\xi$较大，系统处于过阻尼状态，不会出现震荡和过冲，超调量为零，但是调节时间过长。

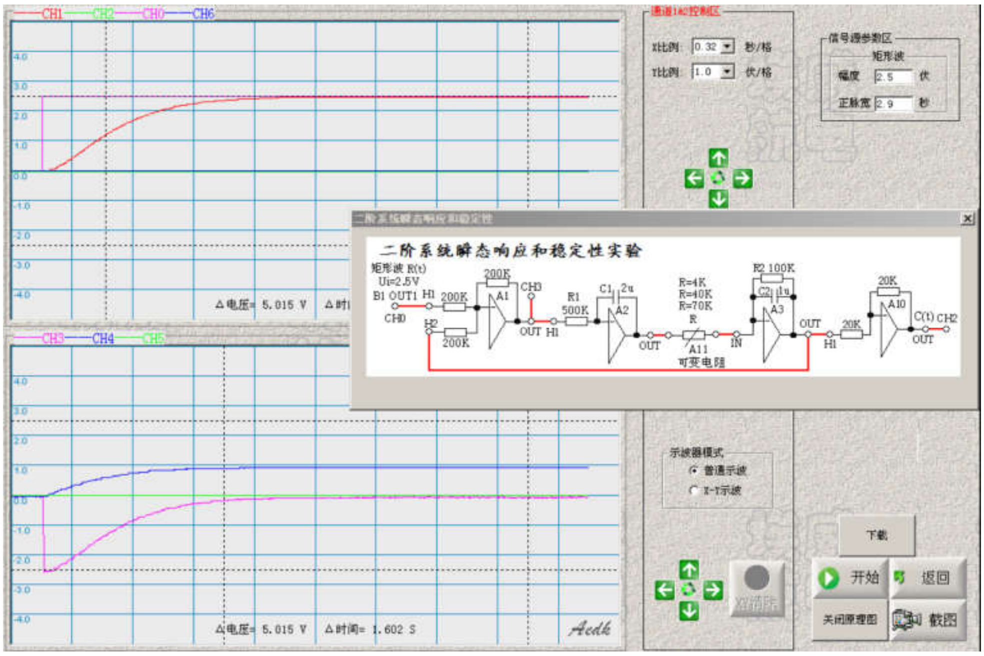

图 1.2.3 R 为 40k 时系统阶跃响应

（3）R = 70k（ξ最大）

如图 1.2.4 所示，为 R=70k 是本实验电路的阶跃响应曲线。可见由于 R=70k 时ξ较大，系统处于过阻尼状态，不会出现震荡和过冲，超调量为零，

但是调节时间过长（R 越大，ξ越大，所需调节时间越长）。

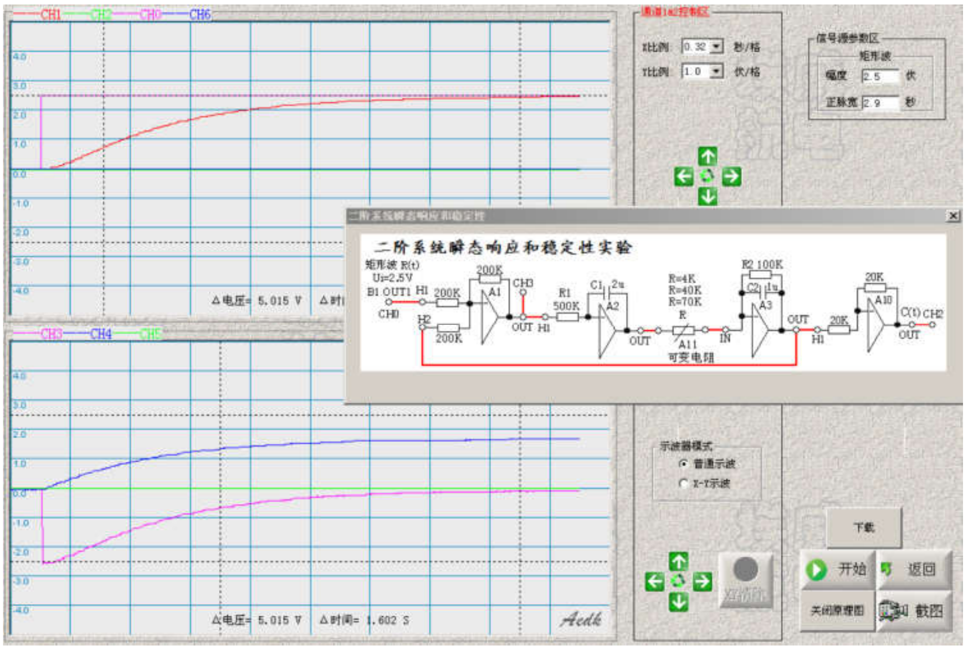

图 1.2.4 R 为 70k 时系统阶跃响应

## 1.3 三阶系统的瞬态响应和稳定性

### 1.3.1 基本原理

如图 1.3.1 所示，为本实验电路图。由一个加法器（A1），一个积分环节（A2），两个惯性环节（A3、A6）和一个射极跟随器（A8）构成。

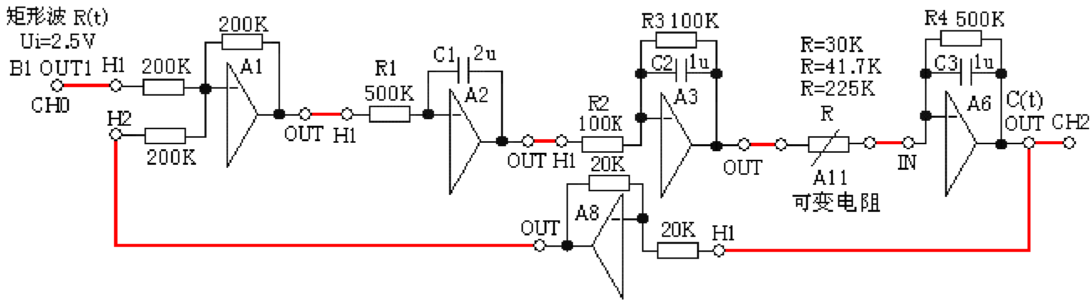


图 1.3.1　I型三阶闭环系统

A1 为一个 1:1 的加法器，有两个输入，一个为信号输入，另一个为输出反馈；

A2 为一积分环节，其传递函数为 $G_1(j\omega)=\dfrac{1}{j\omega R_1C_1}$，积分时间常数为 $\tau=R_1C_1=1$ 秒；

A3 和 A6 均为惯性环节；A3 的惯性时间常数 $T_1$=R3*C2=0.1 秒，$K_1=R_3/R_2=1$，A6 的惯性时间常数 $T_2=R_4*C_3=0.5$ 秒，$K=R_4/R$=500K/R；

该电路的开环传递函数为：

$$G(S)=\frac{K}{S(0.1S+1)(0.5S+1)}=\frac{K}{0.05S^3+0.6S^2+S}$$

该电路的闭环传递函数为：

$$\phi(S)=\frac{K}{S(0.1S+1)(0.5S+1)+K}=\frac{K}{0.05S^3+0.6S^2+S+K}$$

### 1.3.2 实验步骤

（1）根据实验指导书安置短路套，插孔连线；

（2）分别将（A11）中的直读式可变电阻分别调整为 30k（K=16.7）、41.7k（K=12）、225.2k（K=2.22），运行后观察运行结果。

### 1.3.3 实验结果与效果分析

（1）R = 30k（ξ最小）

如图 1.3.2 所示，为 R=30k 是本实验电路的阶跃响应曲线。可见由于 R=30k 时ξ太小，阶跃响应呈现震荡趋势，并且幅度逐渐变大，系统处于不稳定状态（由于供电电压限制，故震荡波形的上半周存在截止失真）。

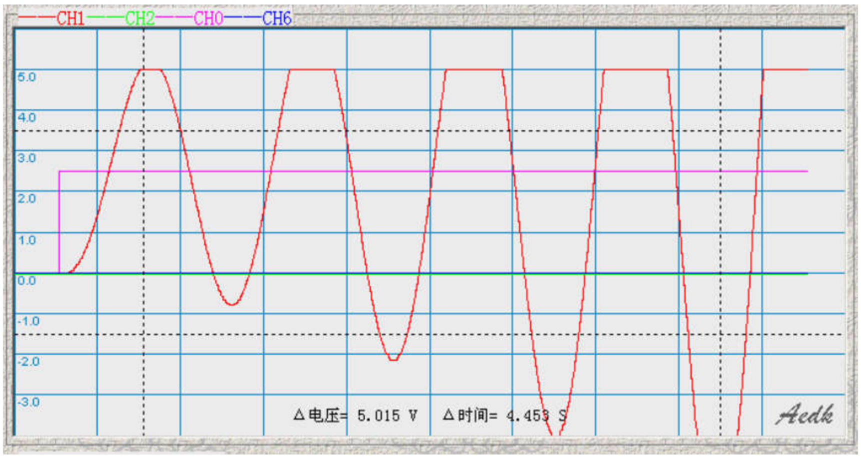


图 1.3.2 R 为 30k 时系统阶跃响应

（2）R = 41.7k（ξ居中）

如图 1.3.4 所示，为 R=41.7k 是本实验电路的阶跃响应曲线。可见由于 R=41.7k 时ξ较大，系统处于临界阻尼状态，系统的阶跃响应为一正弦波（幅度保持不变），系统处于临界稳定（实际工程中振荡器的工作状态）。

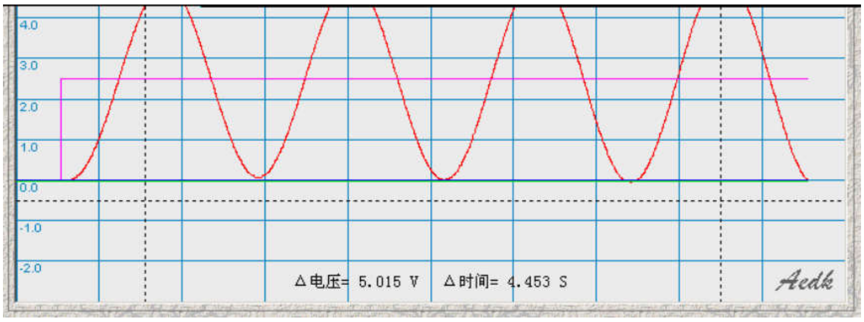


图 1.3.3 R 为 41.7k 时系统阶跃响应

（3）R = 225.2k（ξ最大）

如图 1.3.4 所示，为 R=225.2k 是本实验电路的阶跃响应曲线。可见由于 R=225.2k 时ξ较大，系统处于过阻尼状态，不会出现震荡和过冲，超调量为零，但是调节时间过长（R 越大，ξ越大，所需调节时间越长）。（做实验的时候图片保存出现了问题，这张图片无法打开……所以就没有配图了）