电子信息学院 2014-2015 学年度第 2 学期

《电磁场理论》试卷（A）

__________专业________班　　学号__________姓名__________

注意：所有答题内容必须写在答题纸上，凡写在试题或草稿纸上的一律无效。

一、（60 分）写出介质空间中 Maxwell 方程组的微分式，完成如下问题：

（1） 写出方程组中电磁场的激励源，分析其产生的电磁场的有散或有旋特性；

（2） 分析 Maxwell 在创建方程组时各个方程依据的实验定律或假设，评述其合理性；

（3） 方程组中各个方程是否独立？如不独立是否可将其从方程组中删去，为什么？

（4） 直接从 Maxwell 方程组出发，简述为什么说时变电磁场运动具有波动特点；

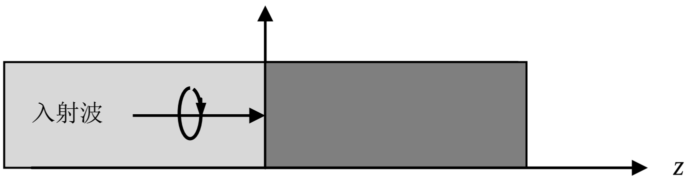
（5） 以天线辐射为例，说明天线外电磁场由那两部分组成，它们各有什么显著特点。

三（18 分）频率为 f 的圆极化平面波自介质Ⅰ入射介质Ⅱ，如图所示；完成如下问题：

（1） 描述在两介质的交界面上发生现象，简述产生这些现象的物理原因；

（2） 入射波沿 z 轴正向传播，其电场 x 分量的振幅为 E_0，求该入射波的表达式；

（3） 若介质Ⅰ、Ⅱ均为理想介质，求出透射波表达式，并讨论透射波的极化特性；



介质Ⅰ (ε_1,μ_1)　　介质Ⅱ (ε_2,μ_2)

三、（12 分）设空间电磁波信号的电场表达式为：

$$\boldsymbol{E}(z,t)=\hat{x}e^{\mathrm{j}(\omega_0 t-k_0 z)}\int_{\omega_0-\frac{1}{2}\delta\omega}^{\omega_0+\frac{1}{2}\delta\omega}E_0 e^{\mathrm{j}\left[(\omega-\omega_0)t-(k-k_0)z\right]}\mathrm{d}\omega \quad , \quad \delta\omega\ll\omega_0$$

（1） 上述电磁信号的波包由式中的那一部分描述，求出波包中心传播的群速度；

（2） 简要说明如何用简谐电磁波获得上述电磁波信号，求出该信号的频带宽度；

（3） 分析上述电磁波包在何类介质中传播将发生波包形变。

四、（10 分）简述理想导体的物理模型，证明带电理想导体内部净余电荷密度为零，所带电荷只分布于导体表面；求出理想导体面电荷密度的表达式。

《电磁场理论》试卷（A）解答

一、写出介质空间中 Maxwell 方程组的微分式，完成如下问题：

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)=\rho(\boldsymbol{r},t)$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)=0$$
$$\nabla\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=-\frac{\partial\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}$$
$$\nabla\times\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r},t)+\frac{\partial\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}$$

（1） 指出方程中激励电磁场的源，分析其所产生的电磁场的（有散和有旋）属性；
电荷密度，电流密度矢量，电场和磁场的时间变化率。其中电荷激发无旋电场，变化的磁场激发无散电场；电流和变化的电场激发无散的磁场。

（2） 指出 Maxwell 建立方程组时各个方程依托的实验定律或假设，评述其合理性；

电场高斯定理依托库仑定律；利用库仑定律定义电场可以直接推出电场高斯定理。磁场高斯定理依托毕澳-沙伐尔定律或安培定律；磁场高斯定理是其直接推论。法拉第电磁感应定律依托法拉第电磁感应定律；这是实验结果的直接数学表达。广义毕澳-沙伐尔定律依托毕澳-沙伐尔定律和麦克斯韦位移电流假设。其中毕澳-沙伐尔定律是电流产生磁场的直接结果；而位移电流假设，一方面是解决电磁场实验定律若干矛盾直接需要，另一方面也是期待电磁现象相互联系哲学思想的预测。

（3） 方程组中各个方程是否独立？如不独立是否可将其从方程组中删去，为什么？
不独立。从矢量场构成原理知，矢量场只有在旋度和散度都确知的情形下才唯一确定。因此不能从方程组中删去。

（4） 直接从方程出发分析并简要说明为什么时变电磁场运动具有波动特点。
时变电磁场的相互激发预示了电磁场的波动性。

（5） 天线外部空间电磁场由两部分组成，其中一部分为天线体上的电流或电荷直接激发的电磁场，该部分电磁场具有静态电磁场结构特点，不形成天线的电磁场辐射；另一部分为时变电磁场相互激发的具有波动特性的电磁场，该部分作为天线的辐射场在空间以电磁波传播。

二、频率为 *f* 的圆极化平面波自介质 I 入射到介质 II，交界面为平面；求如下问题：

（1） 描述在介质交界面上可能出现的现象，解释所发生现象的物理原因；
介质的交界面处将可能发生反射、透射。其物理原因是入射波在两介质的界面处极化出现束缚电荷、磁化出磁化电流，束缚电荷与磁化电流的二次辐射形成反射和透射波。

（2） 入射波沿 *z* 轴正向传播，其电场 *x* 分量的振幅为 E_0，求该入射波的表达式；

$$\boldsymbol{E}_i(z)=E_0(\hat{x}\pm \mathrm{j}\hat{y})e^{-\mathrm{j}2\pi f\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}z}$$

（3） 两介质的特性参数为 (ε_1,μ_1) 和 (ε_2,μ_2)，求入射波全部透射满足的条件；

$$\eta_1=\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}=\eta_2=\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}$$

（4） 若介质Ⅰ、Ⅱ均为理想介质，讨论透射波的极化特性,并求出透射波表达式。

透射波仍为圆极化，$\boldsymbol{E}_t(z)=\dfrac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_1}E_0(\hat{x}\pm \mathrm{j}\hat{y})e^{-\mathrm{j}2\pi f\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}z}$

三、设空间电磁波信号的电场表达式为：

$$\boldsymbol{E}(z,t)=\hat{x}\,e^{\mathrm{j}(\omega_0 t-k_0 z)}\int_{\omega_0-\frac{\delta\omega}{2}}^{\omega_0+\frac{\delta\omega}{2}}E_0\,e^{\mathrm{j}\left[(\omega-\omega_0)t-(k-k_0)z\right]}\mathrm{d}\omega$$

（1）　求出上述电磁波包信号的相位传播速度和波包中心传播的群速度；

$$v_p=\frac{\omega_0}{k_0},\qquad v_g=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}$$

（2）　求出电磁波信号的频带宽度；

$$\delta f=\frac{\delta\omega}{2\pi}$$

（3）　简述如何利用简谐电磁波来获得上述信号；

将中心频率为 $f_0=\dfrac{\omega_0}{2\pi}$ 带宽 $\delta f=\dfrac{\delta\omega}{2\pi}$ 内的均匀平面电磁波线性叠加即得。

（4）　分析上述电磁信号在什么样的介质中传播将发生形变。

如果介质特性参数 $\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\mu}$ 是频率的函数，该信号在其中传播将发生形变。

四、(简述理想导体物理模型， 证明带电理想导体内部净余电荷密度为零，所带电荷只分布于导体表面；并求出理想导体面电荷密度的表达式。

理想导体是这样一类导电物质，组成导体的基本单元（原子或分子团）对其核外层电子的约束力几乎趋于零。因此，导体中充满了数量巨大的自由电子。理想导体中数量巨大的自由电子确保了理想导体中的电场恒为零。因为只要导体中电场不为零，导体中不为零的电场将驱使电子运动，使得导体中自由电子重新分布，形成能够抵消电场的附加电场。这一过程直到导体达到静电平衡（导体内部电场与导体表面电场切向分量为零）为止。当导体不带电时，导体呈现电中性。如果导体内部带电，按照电场高斯定理，

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=\rho(\boldsymbol{r},t)\rightarrow\nabla\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\neq 0\rightarrow\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\neq 0$$

则导体内部的电场不恒为零。然而在导体达到静电平衡时，导体内部电场恒为零，从而要求导体内部净余电荷密度为零。

$$\rho_s=\varepsilon E_n$$