武汉大学 2014-2015 学年第一学期期末考试

线性代数 B（A 卷答题卡）

姓名 ________ 班级 ________

考生学号

考	生	学	号									
[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

[1]

注意事项

1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。
2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题：字体工整、笔迹清楚。
3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4.保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破。

一、（8 分）计算行列式 $D_n=\begin{vmatrix} x & y & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & y & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & y \\ y & 0 & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix}$。

二、（8 分）设 $A^2+2A-B=0$，其中 B 是 n 阶矩阵 $|B|\neq 0$，证明矩阵方程 $2AX=BX+C$ 对任意 n 阶矩阵 C 都有唯一的解矩阵 X.

三、（8 分）设 $\alpha_1=(2,-1,3)^T$，$\alpha_2=(4,-2,5)^T$，$\alpha_3=(2,-1,2)^T$，试求一组不全为 0 的常数 k_1,k_2,k_3，使得 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+k_3\alpha_3=0$。

四、（10 分）问 λ 为何值时，线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_3=\lambda \\ 4x_1+x_2+2x_3=\lambda+2 \\ 6x_1+x_2+4x_3=3+2\lambda \end{cases}$ 有解，并求出解的一般形式。

五、（10 分）用初等变换求矩阵 $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ 的秩，并写出行向量组的一个最大线性无关组。

六、（8 分）设三阶方阵 A 有一特征值是 2，其相应的特征向量有 $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$；另一特征值为 -1，其相应的特征向量有 $\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$，求 $A\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -6 \end{bmatrix}$.

七、(10分) 设 A、B 是两个三阶矩阵，满足关系：$A^2-AB-2B^2=A-2BA-B+I$，且 $A-B=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}$，

I 为三阶单位矩阵，求 A.

八、(10分) 用正交变换化二次型 $f=3x_1^2+2x_2^2+3x_3^2+2x_1x_3$ 为标准形，写出所用正交变换及 f 的标准形，并判断二次型的正定性。

九、(8 分) 证明:线性方程组 $\begin{cases}a_{11}x_1+a_{1n}x_n=b_1\\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots\\ a_{n1}x_1+\cdots+a_{nn}x_n=b_n\end{cases}$ 对任何 $b_1,b_2,\cdots,b_n$ 都有解的充分必要条件是系数行列式不为 0, 即 $\begin{vmatrix}a_{11}&\cdots&a_{1n}\\ \vdots&&\vdots\\ a_{n1}&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}\neq 0$。

十、(10 分) 已知线性空间 R^3 的基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 到基 β_1,β_2,β_3 的过渡矩阵为 P，且

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\ \alpha_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\ \alpha_3=\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix};\ P=\begin{pmatrix}2&2&1\\3&2&-2\\4&3&0\end{pmatrix}$$

试求：(1) 基 β_1,β_2,β_3；(2) 在基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 与 β_1,β_2,β_3 下有相同坐标的全体向量。

十一、(10 分) 设 A 为 n 阶矩阵，且 $A^2-A=12E$，(1) 证明秩 $r(A+3E)+r(A-4E)=n$；

(2) 证明 A 可相似于对角阵； (3) 求行列式 $|A+4E|$。