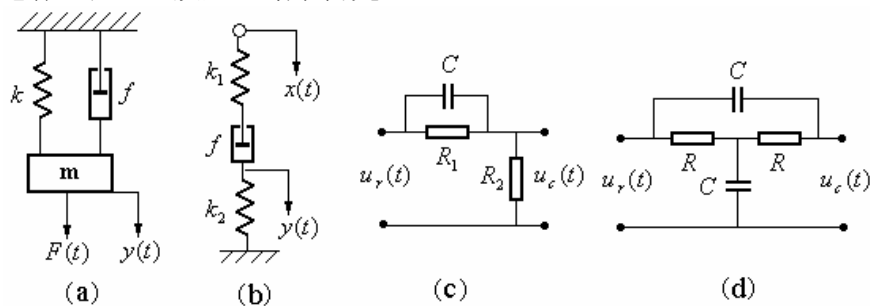


第二章习题及答案

2-1 试建立题2-1图所示各系统的微分方程 [其中外力 $F(t)$ ，位移 $x(t)$ 和电压 $u_r(t)$ 为输入量；位移 $y(t)$ 和电压 $u_c(t)$ 为输出量； k （弹性系数）， f （阻尼系数）， R （电阻）， C （电容）和 m （质量）均为常数]。



题2-1图 系统原理图

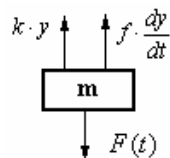
解

(a) 以平衡状态为基点，对质块 m 进行受力分析（不再考虑重力影响），如图解2-1(a)所示。根据牛顿定理可写出

$$F(t) - ky(t) - f \frac{dy}{dt} = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

整理得

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{f}{m} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{k}{m} y(t) = \frac{1}{m} F(t)$$



图解2-1(a)

(b) 如图解2-1(b)所示，取A、B两点分别进行受力分析。对A点有

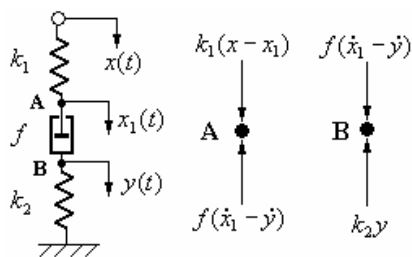
$$k_1(x - x_1) = f\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dy}{dt}\right) \quad (1)$$

对B点有

$$f\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dy}{dt}\right) = k_2 y \quad (2)$$

联立式 (1)、(2) 可得：

$$\frac{dy}{dt} + \frac{k_1 k_2}{f(k_1 + k_2)} y = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \frac{dx}{dt}$$



图解2-1(b)

(c) 应用复数阻抗概念可写出

$$U_r(s) = \frac{R_1 \frac{1}{cs}}{R_1 + \frac{1}{cs}} I(s) + U_c(s) \quad (3)$$

$$I(s) = \frac{U_c(s)}{R_2} \quad (4)$$

联立式 (3)、(4)，可解得：
$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{R_2(1 + R_1Cs)}{R_1 + R_2 + R_1R_2Cs}$$

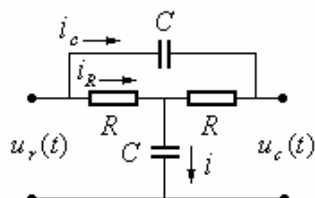
微分方程为：
$$\frac{du_c}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{CR_1R_2}u_c = \frac{du_r}{dt} + \frac{1}{CR_1}u_r$$

(d) 由图解2-1 (d) 可写出

$$\begin{cases} U_r(s) = RI_R(s) + [I_R(s) + I_c(s)] \frac{1}{Cs} \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} I_c(s) \frac{1}{Cs} = RI_R(s) - RI_c(s) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} U_c(s) = I_c(s)R + [I_R(s) + I_c(s)] \frac{1}{Cs} \end{cases} \quad (7)$$



图解2-1 (d)

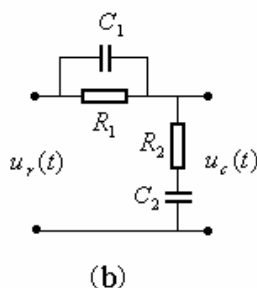
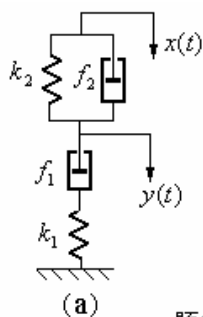
联立式 (5)、(6)、(7)，消去中间变量 $I_c(s)$ 和

$I_R(s)$ ，可得：

$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{R^2C^2s^2 + 2RCs + 1}{R^2C^2s^2 + 3RCs + 1}$$

微分方程为
$$\frac{du_c^2}{dt^2} + \frac{3}{CR} \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{C^2R^2}u_c = \frac{du_r^2}{dt^2} + \frac{2}{CR} \frac{du_r}{dt} + \frac{1}{C^2R^2}u_r$$

2-2 试证明题2-2图中所示的力学系统(a)和电路系统(b)是相似系统（即有相同形式的数学模型）。



题2-2图 系统原理图

解

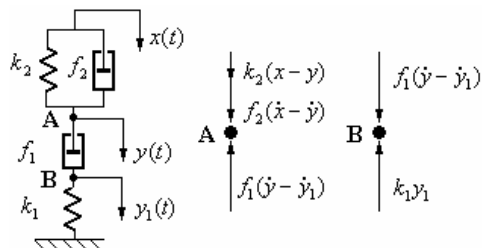
(a) 取A、B两点分别进行受力分析，如图

解2-2(a)所示。对A点有

$$k_2(x - y) + f_2(\dot{x} - \dot{y}) = f_1(\dot{y} - \dot{y}_1) \quad (1)$$

对B点有

$$f_1(\dot{y} - \dot{y}_1) = k_1y_1 \quad (2)$$



图解2-2(a)

对式（1）、（2）分别取拉氏变换，消去中间变量 y_1 ，整理后得

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{f_1 f_2}{k_1 k_2} s^2 + (\frac{f_1}{k_1} + \frac{f_2}{k_2})s + 1}{\frac{f_1 f_2}{k_1 k_2} s^2 + (\frac{f_1}{k_1} + \frac{f_2}{k_2} + \frac{f_1}{k_2})s + 1}$$

(b) 由图可写出

$$\frac{U_c(s)}{R_2 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{U_r(s)}{R_2 + \frac{1}{C_1 s} + \frac{R_1 \cdot \frac{1}{C_1 s}}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}}}$$

整理得

$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2)s + 1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2)s + 1}$$

2-3 假设某容器的液位高度 h 与液体流入量 Q_r 满足方程 $\frac{dh}{dt} + \frac{\alpha}{S} \sqrt{h} = \frac{1}{S} Q_r$,

式中 S 为液位容器的横截面积， α 为常数。若 h 与 Q_r 在其工作点 (Q_{r0}, h_0) 附近做微量变化，试导出 Δh 关于 ΔQ_r 的线性化方程。

解 将 \sqrt{h} 在 h_0 处展开为泰勒级数并取一次近似

$$\sqrt{h} = \sqrt{h_0} + \frac{d\sqrt{h}}{dt} \Big|_{h_0} \cdot \Delta h = \sqrt{h_0} + \frac{1}{2\sqrt{h_0}} \cdot \Delta h \quad (1)$$

代入原方程可得

$$\frac{d(h_0 + \Delta h)}{dt} + \frac{\alpha}{S} (\sqrt{h_0} + \frac{1}{2\sqrt{h_0}} \cdot \Delta h) = \frac{1}{S} (Q_{r0} + \Delta Q_r) \quad (2)$$

在平衡工作点处系统满足

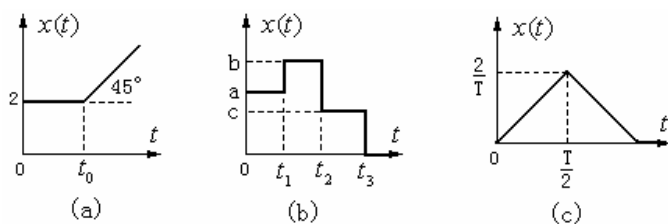
$$\frac{dh_0}{dt} + \alpha \sqrt{h_0} = Q_{r0} \quad (3)$$

)

式（2），（3）相减可得 Δh 的线性化方程

$$S \frac{d\Delta h}{dt} + \frac{\alpha}{2\sqrt{h_0}} \Delta h = \Delta Q_r$$

2-4 试求题2-3图所示各信号 $x(t)$ 的象函数 $X(s)$ 。



题2-3图 信号图

解

$$(a) \quad \because x(t) = 2 + (t - t_0)$$

$$\therefore X(s) = \frac{2}{s} + \frac{1}{s^2} e^{-t_0 s}$$

$$(b) \quad \because x(t) = a + (b - a)(t - t_1) - (b - c)(t - t_2) - c(t - t_3)$$

$$\therefore X(s) = \frac{1}{s} [a + (b - a)e^{-t_1 s} - (b - c)e^{-t_2 s} - ce^{-t_3 s}]$$

$$(c) \quad \because x(t) = \frac{4}{T^2} t - \frac{4}{T^2} (t - \frac{T}{2}) - \frac{4}{T^2} (t - \frac{T}{2}) + \frac{4}{T^2} (t - T)$$

$$\therefore X(s) = \frac{4}{T^2 s^2} (1 - 2e^{-\frac{T}{2}s} + e^{-Ts})$$

2-5 求下列各拉氏变换式的原函数。

$$(1) \quad X(s) = \frac{e^{-s}}{s - 1}$$

$$(2) \quad X(s) = \frac{1}{s(s+2)^3(s+3)}$$

$$(3) \quad X(s) = \frac{s+1}{s(s^2+2s+2)}$$

解

$$(1) \quad x(t) = e^{t-1}$$

$$(2) \quad \text{原式} = \frac{-1}{2(s+2)^3} + \frac{1}{4(s+2)^2} - \frac{3}{8(s+2)} + \frac{1}{24s} + \frac{1}{3(s+3)}$$

$$\therefore x(t) = \frac{-t^2}{4} e^{-2t} + \frac{t}{4} e^{-2t} - \frac{3}{8} e^{-2t} + \frac{1}{3} e^{-3t} + \frac{1}{24}$$

$$(3) \quad \text{原式} = \frac{1}{2s} - \frac{\frac{1}{2}s}{s^2+2s+2} = \frac{1}{2s} - \frac{1}{2} \cdot \frac{s+1}{(s+1)^2+1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(s+1)^2+1}$$

$$\therefore x(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-t} (\sin t - \cos t)$$

2-6 已知在零初始条件下，系统的单位阶跃响应为 $c(t) = 1 - 2e^{-2t} + e^{-t}$ ，试求系统的传递函数和脉冲响应。

解 单位阶跃输入时，有 $R(s) = \frac{1}{s}$ ，依题意

$$C(s) = \frac{1}{s} - \frac{2}{s+2} + \frac{1}{s+1} = \frac{3s+2}{(s+1)(s+2)} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\therefore G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{3s+2}{(s+1)(s+2)}$$

$$k(t) = L^{-1}[G(s)] = L^{-1}\left[\frac{-1}{s+1} + \frac{4}{s+2}\right] = 4e^{-2t} - e^{-t}$$

2-7 已知系统传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2}{s^2 + 3s + 2}$ ，且初始条件为 $c(0) = -1$ ， $\dot{c}(0) = 0$ ，试求系统在输入 $r(t) = 1(t)$ 作用下的输出 $c(t)$ 。

解 系统的微分方程为

$$\frac{d^2 c(t)}{dt^2} + 3 \frac{dc(t)}{dt} + 2c(t) = 2r(t) \quad (1)$$

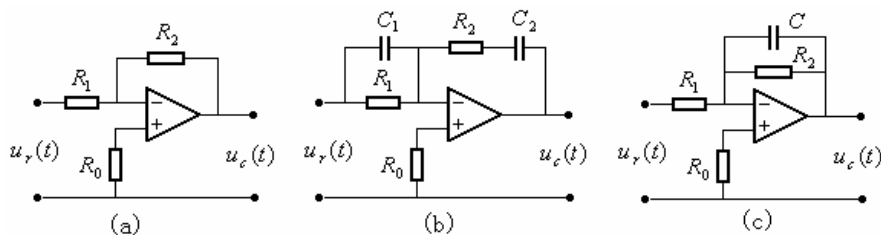
考虑初始条件，对式 (1) 进行拉氏变换，得

$$s^2 C(s) + s + 3sC(s) + 3 + 2C(s) = \frac{2}{s} \quad (2)$$

$$C(s) = -\frac{s^2 + 3s - 2}{s(s^2 + 3s + 2)} = \frac{1}{s} - \frac{4}{s+1} + \frac{2}{s+2}$$

$$\therefore c(t) = 1 - 4e^{-t} + 2e^{-2t}$$

2-8 求题2-8图所示各有源网络的传递函数 $\frac{U_c(s)}{U_r(s)}$ 。



题2-8图 有源网络

解

(a) 根据运算放大器“虚地”概念，可写出

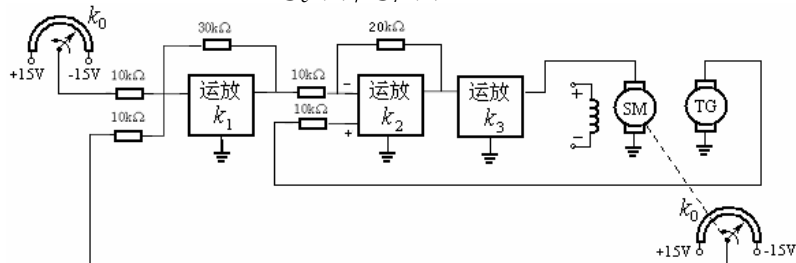
$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$(b) \quad \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = - \frac{R_2 + \frac{1}{C_2 s}}{R_1 \cdot \frac{1}{C_1 s}} = - \frac{(1 + R_1 C_1 s)(1 + R_2 C_2 s)}{R_1 C_1 C_2 s^2}$$

$$(c) \quad \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = - \frac{R_2 + \frac{1}{Cs}}{R_1} = - \frac{R_2}{R_1(1 + R_2 Cs)}$$

2-9 某位置随动系统原理框图如题2-9图所示，已知电位器最大工作角度 $Q_m = 330^\circ$ ，功率放大器放大系数为 k_3 。

- (1) 分别求出电位器的传递函数 k_0 ，第一级和第二级放大器的放大系数 k_1 ， k_2 ；
- (2) 画出系统的结构图；
- (3) 求系统的闭环传递函数 $Q_c(s)/Q_r(s)$ 。



题2-9图 系统原理框图

解

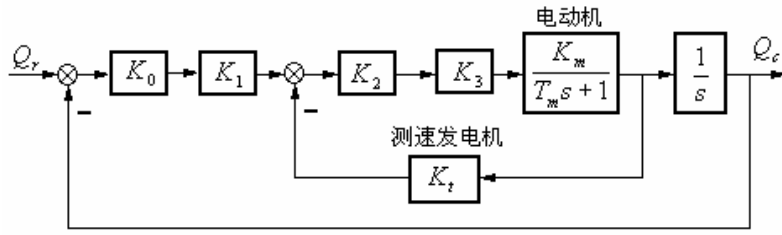
- (1) 电位器的传递函数

$$K_0 = \frac{E}{Q_m} = \frac{30}{330^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}} = \frac{180^\circ}{11\pi}$$

根据运算放大器的特性，可分别写出两级放大器的放大系数为

$$K_1 = - \frac{30 \times 10^3}{10 \times 10^3} = -3, \quad K_2 = - \frac{20 \times 10^3}{10 \times 10^3} = -2$$

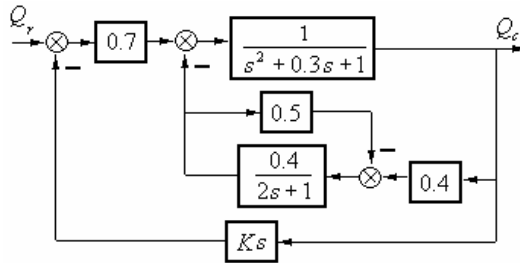
- (2) 可画出系统结构如图解2-9所示：



图解2-9 系统结构图

$$\begin{aligned}
 (3) \quad \frac{Q_c(s)}{Q_r(s)} &= \frac{\frac{K_0 K_1 K_2 K_3 K_m}{s(T_m s + 1)}}{1 + \frac{K_2 K_3 K_m K_t}{T_m s + 1} + \frac{K_0 K_1 K_2 K_3 K_m}{s(T_m s + 1)}} \\
 &= \frac{1}{\frac{T_m}{K_0 K_1 K_2 K_3 K_m} s^2 + \frac{1 + K_2 K_3 K_m K_t}{K_0 K_1 K_2 K_3 K_m} s + 1}
 \end{aligned}$$

2-10 飞机俯仰角控制系统结构图如题2-10图所示，试求闭环传递函数 $Q_c(s)/Q_r(s)$ 。



题2-10图 飞机俯仰角控制系统结构图

解 经结构图等效变换可得闭环系统的传递函数

$$\frac{Q_c(s)}{Q_r(s)} = \frac{0.7(s + 0.6)}{s^3 + (0.9 + 0.7K)s^2 + (1.18 + 0.42K)s + 0.68}$$

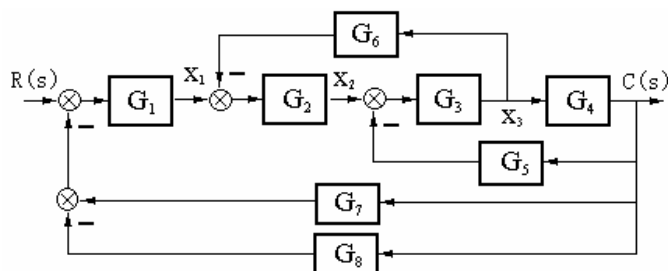
2-11 已知系统方程组如下，试绘制系统结构图，并求闭环传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 。

$$\begin{cases} X_1(s) = G_1(s)R(s) - G_1(s)[G_7(s) - G_8(s)]C(s) \\ X_2(s) = G_2(s)[X_1(s) - G_6(s)X_3(s)] \\ X_3(s) = [X_2(s) - C(s)G_5(s)]G_3(s) \\ C(s) = G_4(s)X_3(s) \end{cases}$$

解 系统结构图如图解2-11所示。

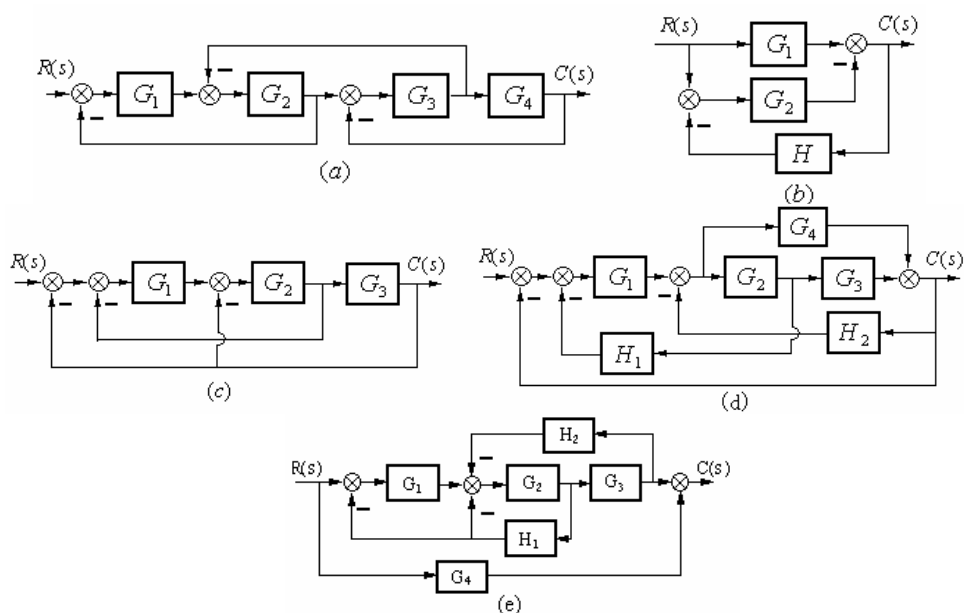
利用结构图等效化简或梅逊增益公式可求出系统的闭环传递函数为

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{1 + G_2 G_3 G_6 + G_3 G_4 G_5 + G_1 G_2 G_3 G_4 G_7 - G_1 G_2 G_3 G_4 G_8}$$



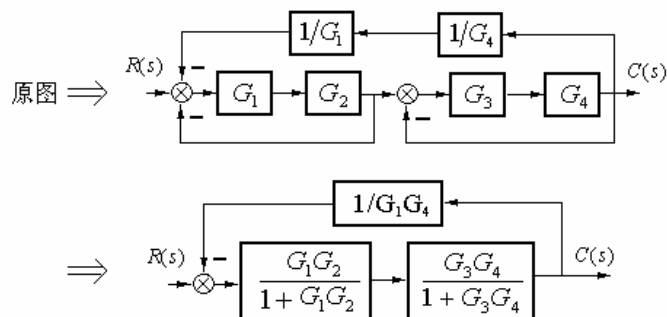
图解2-11 系统结构图

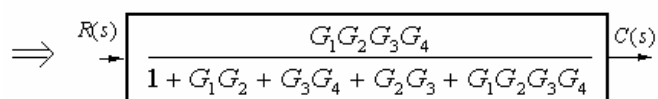
2-12 试用结构图等效化简求题2-12图所示各系统的传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 。



题 2-12 图

解 (a)



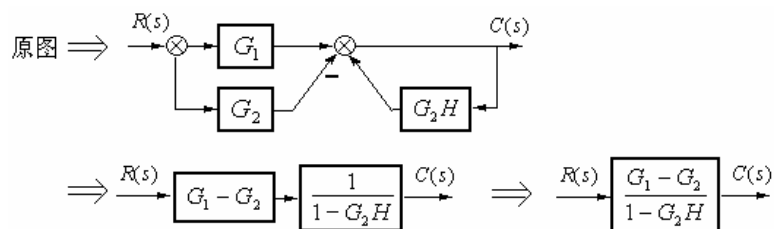


图解 2-12(a)

所以：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{1 + G_1 G_2 + G_3 G_4 + G_2 G_3 + G_1 G_2 G_3 G_4}$$

(b)

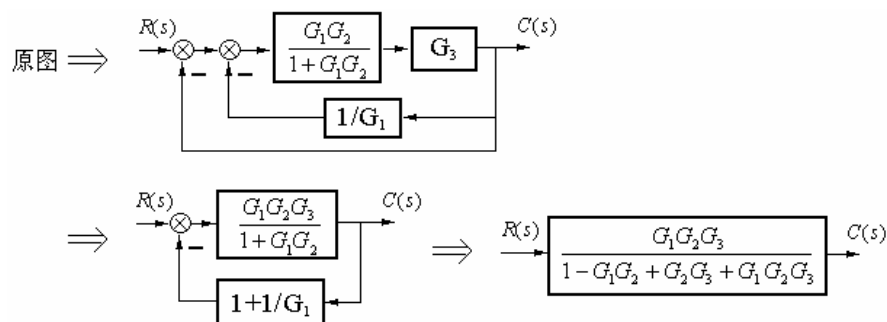


图解 2-12(b)

所以：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1 - G_2}{1 - G_2 H}$$

(c)

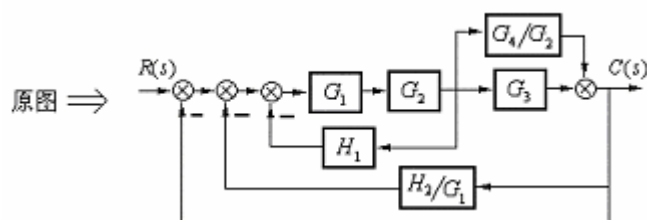


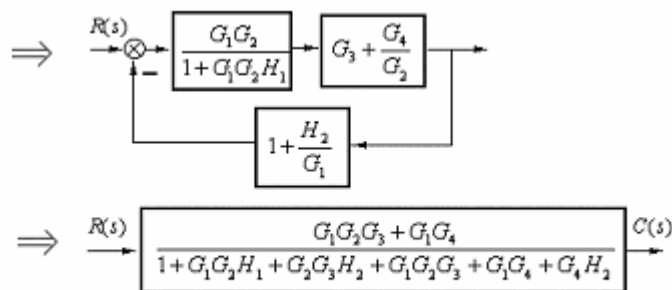
图解 2-12 (c)

所以：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_1 G_2 + G_2 G_3 + G_1 G_2 G_3}$$

(d)



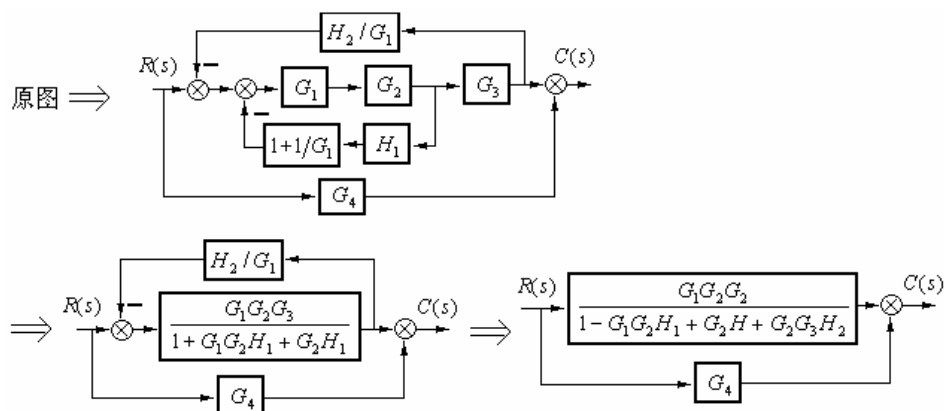


图解2-12 (d)

所以：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4}{1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4 + G_4 H_2}$$

(e)



图解2-12 (e)

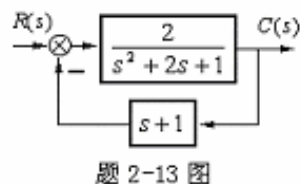
所以：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_4 + \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2}$$

2-13 已知控制系统结构图如题2-13图所示，求输入 $r(t) = 3 \cdot 1(t)$ 时系统的输出 $c(t)$ 。

解 由图可得

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{2}{s^2 + 2s + 1}}{1 + \frac{2}{s^2 + 2s + 1}(s+1)} = \frac{2}{(s+1)(s+3)}$$



又有

$$R(s) = \frac{3}{s}$$

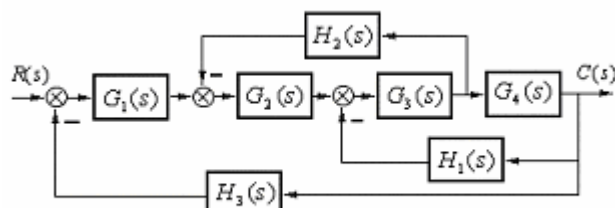
则

$$C(s) = \frac{2}{(s+1)(s+3)} \cdot \frac{3}{s} = \frac{2}{s} - \frac{3}{s+1} + \frac{1}{s+3}$$

即

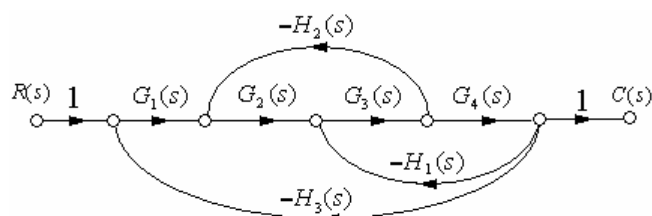
$$c(t) = L^{-1} \left[\frac{2}{s} - \frac{3}{s+1} + \frac{1}{s+3} \right] = 2 - 3e^{-t} + e^{-3t}$$

2-14 试绘制题2-14图所示系统的信号流图。



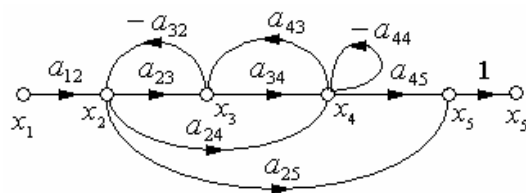
题2-14图

解



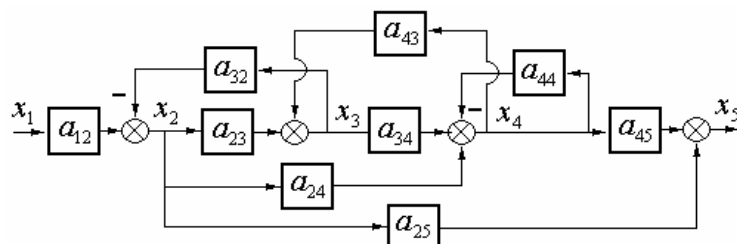
图解2-14

2-15 试绘制题2-15图所示信号流图对应的系统结构图。



题2-15图

解



图解2-15

2-16 试用梅逊增益公式求2-12题中各结构图对应的闭环传递函数。

解 (a) 图中有1条前向通路, 3个回路, 有1对互不接触回路

$$\begin{aligned} P_1 &= G_1 G_2 G_3 G_4, \quad \Delta_1 = 1, \quad L_1 = -G_1 G_2, \\ L_2 &= -G_3 G_4, \quad L_3 = -G_2 G_3, \quad \Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_2, \\ \frac{C(s)}{R(s)} &= \frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{1 + G_1 G_2 + G_3 G_4 + G_2 G_3 + G_1 G_2 G_3 G_4} \end{aligned}$$

(b) 图中有2条前向通路, 1个回路

$$\begin{aligned} P_1 &= G_1, \quad \Delta_1 = 1, \quad P_2 = -G_2, \quad \Delta_2 = 1, \quad L_1 = G_2 H, \\ \Delta &= 1 - L_1 \\ \frac{C(s)}{R(s)} &= \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1 - G_2}{1 - G_2 H} \end{aligned}$$

(c) 图中有1条前向通路, 3个回路

$$\begin{aligned} P_1 &= G_1 G_2 G_3, \quad \Delta_1 = 1, \quad L_1 = -G_1 G_2, \\ L_2 &= -G_2 G_3, \quad L_3 = -G_1 G_2 G_3, \quad \Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3), \\ \frac{C(s)}{R(s)} &= \frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_1 G_2 + G_2 G_3 + G_1 G_2 G_3} \end{aligned}$$

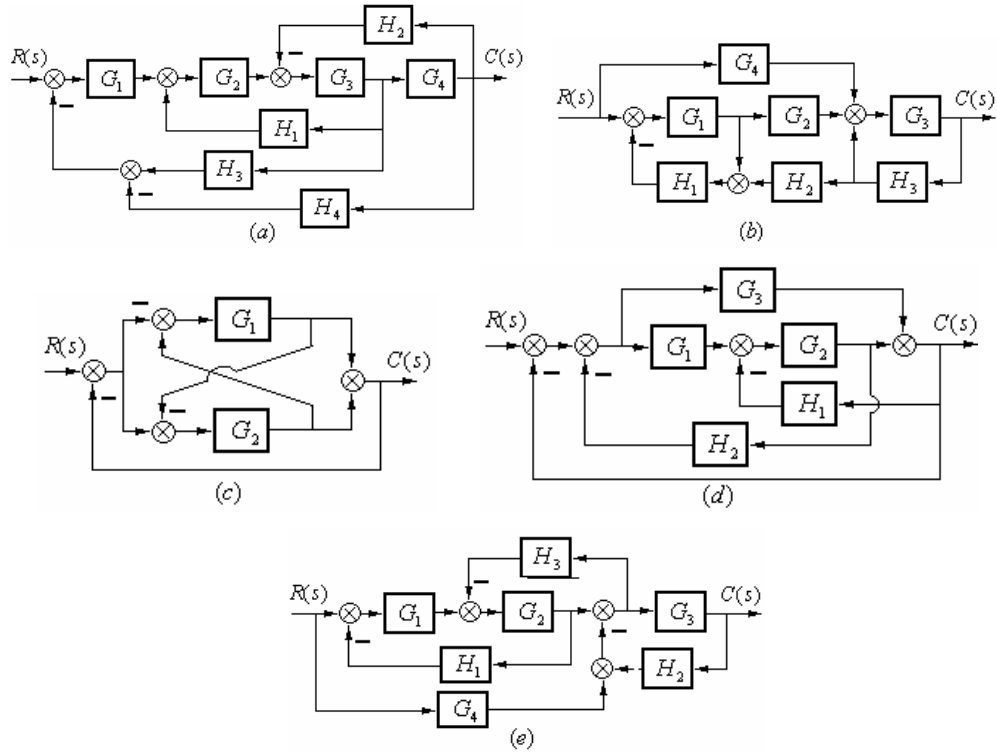
(d) 图中有2条前向通路, 5个回路

$$\begin{aligned} P_1 &= G_1 G_2 G_3, \quad \Delta_1 = 1, \quad P_2 = G_1 G_4, \quad \Delta_2 = 1, \\ L_1 &= -G_1 G_2 H_1, \quad L_2 = -G_2 G_3 H_2, \quad L_3 = -G_1 G_2 G_3, \quad L_4 = -G_1 G_4, \\ L_5 &= -G_4 H_2, \quad \Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5), \\ \frac{C(s)}{R(s)} &= \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4}{1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4 + G_4 H_2} \end{aligned}$$

(e) 图中有2条前向通路, 3个回路

$$\begin{aligned} P_1 &= G_1 G_2 G_3, \quad \Delta_1 = 1, \quad P_2 = G_4, \quad \Delta_2 = \Delta, \\ L_1 &= -G_1 G_2 H_1, \quad L_2 = -G_2 H_1, \quad L_3 = -G_2 G_3 H_2, \quad \Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3), \\ \frac{C(s)}{R(s)} &= \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta}{\Delta} = P_2 + \frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = G_4 + \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2} \end{aligned}$$

2-17 试用梅逊增益公式求题2-17图中各系统的闭环传递函数。



题 2-17 图

解 (a) 图中有1条前向通路，4个回路

$$P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4, \quad \Delta_1 = 1$$

$$L_1 = G_2 G_3 H_1 \quad L_2 = -G_1 G_2 G_3 H_3, \quad L_3 = G_1 G_2 G_3 G_4 H_4,$$

$$L_4 = -G_3 G_4 H_2, \quad \Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4)$$

则有

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{1 - G_2 G_3 H_1 + G_1 G_2 G_3 H_3 - G_1 G_2 G_3 G_4 H_4 + G_3 G_4 H_2}$$

(b) 图中有2条前向通路，3个回路，有1对互不接触回路

$$P_1 = G_1 G_2 G_3, \quad \Delta_1 = 1, \quad P_2 = G_3 G_4, \quad \Delta_2 = 1 - L_1 = 1 + G_1 H_1,$$

$$L_1 = -G_1 H_1, \quad L_2 = G_3 H_3, \quad L_3 = -G_1 G_2 G_3 H_1 H_2 H_3,$$

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_2,$$

则有

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 G_3 + G_3 G_4 (1 + G_1 H_1)}{1 + G_1 H_1 - G_3 H_3 + G_1 G_2 G_3 H_1 H_2 H_3 - G_1 H_1 G_3 H_3}$$

(c) 图中有4条前向通路, 5个回路

$$\begin{aligned} P_1 &= -G_1, \quad P_2 = G_1G_2, \quad P_3 = G_2, \quad P_4 = G_2G_1, \\ L_1 &= G_1, \quad L_2 = -G_1G_2, \quad L_3 = -G_2, \quad L_4 = -G_2G_1, \quad L_5 = -G_1G_2, \\ \Delta_1 &= \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4 = 1, \quad \Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4), \end{aligned}$$

则有
$$\begin{aligned} \frac{C(s)}{R(s)} &= \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2 + P_3\Delta_3 + P_4\Delta_4}{\Delta} \\ &= \frac{-G_1 + G_1G_2 + G_2 + G_2G_1}{1 - G_1 + G_1G_2 + G_2 + G_2G_1 + G_1G_2} = \frac{2G_1G_2 - G_1 + G_2}{1 - G_1 + G_2 + 3G_1G_2} \end{aligned}$$

(d) 图中有2条前向通路, 5个回路

$$\begin{aligned} P_1 &= G_1G_2, \quad \Delta_1 = 1, \quad P_2 = G_3, \quad \Delta_2 = 1, \\ L_1 &= -G_2H_1, \quad L_2 = -G_1G_2H_2, \quad L_3 = -G_1G_2, \quad L_4 = -G_3, \quad L_5 = G_3H_1G_2H_2, \\ \Delta &= 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5), \end{aligned}$$

则有
$$\begin{aligned} \frac{C(s)}{R(s)} &= \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2}{\Delta} \\ &= \frac{G_1G_2 + G_3}{1 + G_2H_1 + G_1G_2H_2 + G_1G_2 + G_3 - G_3H_1G_2H_2} \end{aligned}$$

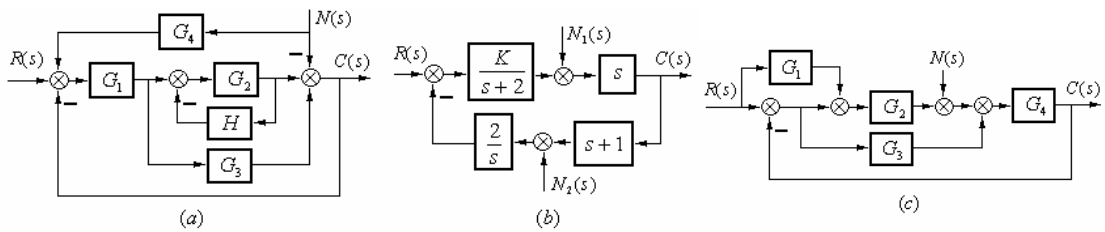
(e) 图中有2条前向通路, 3个回路, 有1对互不接触回路

$$\begin{aligned} P_1 &= G_1G_2G_3, \quad \Delta_1 = 1, \quad P_2 = -G_4G_3, \quad \Delta_2 = 1 - L_1, \\ L_1 &= -G_1G_2H_1, \quad L_2 = -G_3H_2, \quad L_3 = -G_2H_3, \\ \Delta &= 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1L_2, \end{aligned}$$

则有
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3 - G_4G_3(1 + G_1G_2H_1)}{1 + G_1G_2H_1 + G_3H_2 + G_2H_3 + G_1G_2G_3H_1H_2}$$

2-18 已知系统的结构图如题2-18图所示, 图中 $R(s)$ 为输入信号, $N(s)$ 为干扰信号,

试求传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$, $\frac{C(s)}{N(s)}$ 。



题 2-18 图

解 (a) 令 $N(s) = 0$, 求 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 。图中有 2 条前向通路, 3 个回路, 有 1 对互不接触回路。

$$P_1 = G_1 G_2, \quad \Delta_1 = 1, \quad P_2 = G_1 G_3, \quad \Delta_2 = 1 - L_1 = 1 + G_2 H,$$

$$L_1 = -G_2 H, \quad L_2 = -G_1 G_2, \quad L_3 = -G_1 G_3,$$

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_3,$$

$$\text{则有 } \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 + G_1 G_3 (1 + G_2 H)}{1 + G_2 H + G_1 G_2 + G_1 G_3 + G_1 G_2 G_3 H}$$

令 $R(s) = 0$, 求 $\frac{C(s)}{N(s)}$ 。有 3 条前向通路, 回路不变。

$$P_1 = -1, \quad \Delta_1 = 1 - L_1, \quad P_2 = G_4 G_1 G_2, \quad \Delta_2 = 1,$$

$$P_3 = G_4 G_1 G_3, \quad \Delta_3 = 1 - L_1,$$

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_3,$$

$$\text{则有 } \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2 + P_3 \Delta_3}{\Delta} = \frac{-1 - G_2 H + G_4 G_1 G_2 + G_4 G_1 G_3 (1 + G_2 H)}{1 + G_2 H + G_1 G_2 + G_1 G_3 + G_1 G_2 G_3 H}$$

(b) 令 $N_1(s) = 0$, $N_2(s) = 0$, 求 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 。图中有 1 条前向通路, 1 个回路。

$$P_1 = \frac{Ks}{s+2}, \quad \Delta_1 = 1, \quad L_1 = -\frac{2K(s+1)}{s+2}, \quad \Delta = 1 - L_1,$$

$$\text{则有 } \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{Ks}{(2K+1)s + 2(K+1)}$$

令 $R(s) = 0$, $N_2(s) = 0$, 求 $\frac{C(s)}{N_1(s)}$ 。图中有 1 条前向通路, 回路不变。

$$P_1 = s, \quad \Delta_1 = 1,$$

则有 $\frac{C(s)}{N_1(s)} = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{s(s+2)}{(2K+1)s+2(K+1)}$

令 $R(s) = 0$, $N_1(s) = 0$, 求 $\frac{C(s)}{N_2(s)}$ 。图中有1条前向通路, 回路不变。

$$P_1 = -\frac{2K}{s+2}, \quad \Delta_1 = 1,$$

则有 $\frac{C(s)}{N_2(s)} = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{-2K}{(2K+1)s+2(K+1)}$

(c) 令 $N(s) = 0$, 求 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 。图中有3条前向通路, 2个回路。

$$P_1 = G_2G_4, \quad \Delta_1 = 1, \quad P_2 = G_3G_4, \quad \Delta_2 = 1, \quad P_3 = G_1G_2G_4, \quad \Delta_3 = 1,$$

$$L_1 = -G_2G_4, \quad L_2 = -G_3G_4, \quad \Delta = 1 - (L_1 + L_2),$$

则有 $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2 + P_3\Delta_3}{\Delta} = \frac{G_2G_4 + G_3G_4 + G_1G_2G_4}{1 + G_2G_4 + G_3G_4}$

令 $R(s) = 0$, 求 $\frac{C(s)}{N(s)}$ 。有1条前向通路, 回路不变。

$$P_1 = G_4, \quad \Delta_1 = 1,$$

则有 $\frac{C(s)}{N(s)} = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{G_4}{1 + G_2G_4 + G_3G_4}$