

# 第6章

## 频谱线性搬移电路的分析方法

金伟正

[jwz@whu.edu.cn](mailto:jwz@whu.edu.cn)



◎谱搬频移电路是通信系统中最基本的单元电路

振幅调制与解调、频率调制与解调、相位调制与解调、混频等电路

◎特点

将输入信号进行频谱变换，以获得具有所需频谱的输出信号

◎分类

频谱的线性搬移电路和频谱的非线性搬移电路



## 6.1 非线性电路的分析方法

要产生新的频率分量，必须使器件工作在非线性状态。在频谱的搬移电路中，输出的频率分量大多数情况下是输入信号中没有的，因此频谱的搬移必须用非线性电路来完成——其核心就是非线性器件

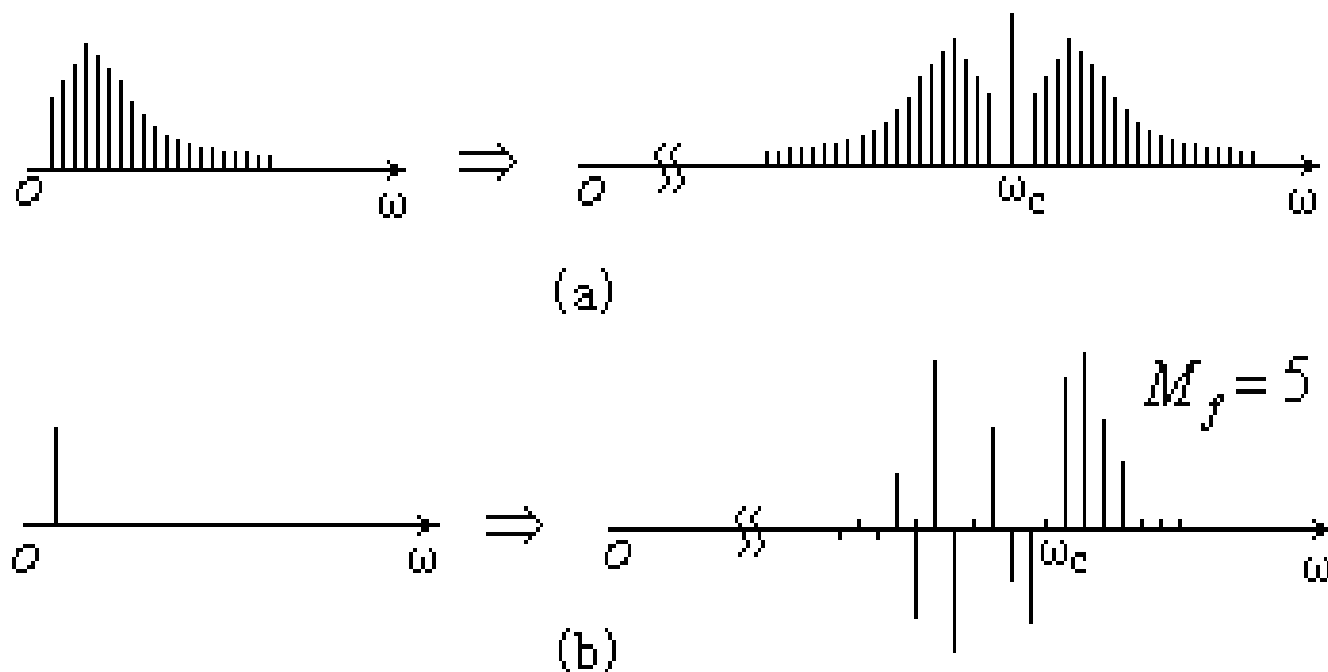


图6-1-1 频谱的搬移图示

(a) 频谱的线性搬移；(b) 频谱的非线性搬移

- ◎非线性器件的主要特点是它的参数（如电阻、电容、有源器件中的跨导、电路的放大倍数等）随电路中的电流或电压变化，也就是说，器件的电流、电压间不是线性关系；
- ◎线性电路的分析方法（齐次性和叠加性），已不适合非线性电路；
- ◎大多数非线性器件的伏安特性，可用幂级数、超越函数和多段折线三类函数逼近；
- ◎在一定的条件下，将非线性电路等效为线性时变电路的线性时变电路分析法

## 6.1.1 非线性器件的相乘作用及其特性



# 1. 幂级数法

$$i = f(v)$$

$u$  为加在非线性器件上的电压， $u = V_Q + u_1 + u_2$ ，其中  $V_Q$  为静态工作点电压， $u_1$  和  $u_2$  为两个输入电压。采用幂级数逼近时，泰勒级数的展开式为：

$$i = a_0 + a_1(v_1 + v_2) + a_2(v_1 + v_2)^2 + \cdots + a_n(v_1 + v_2)^n + \cdots$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} a_n (v_1 + v_2)^n$$

在  $Q$  点展开幂级数分析法

$$a_n = \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n f(v)}{dv^n} \right|_{v=V_Q} = \frac{1}{n!} f^{(n)}(V_Q)$$

$$(v_1 + v_2)^n = \sum_{m=0}^n \frac{n!}{m!(n-m)!} v_1^{n-m} v_2^m$$



$$i = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{n!}{m!(n-m)!} a_n v_1^{n-m} v_2^m$$

(1) 令  $u_2=0$ ，即只有一个输入信号，  $v_1 = V_{1m} \cos \omega_1 t$

$$i = \sum_{n=0}^{\infty} a_n v_1^n = \sum_{n=0}^{\infty} a_n V_{1m}^n (\cos \omega_1 t)^n$$

$$\cos^n x = \begin{cases} \frac{1}{2^n} \left[ C_n^{m/2} + \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} C_n^k \cos(n-2k)x \right] & n \text{ 为偶数} \\ \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{k=0}^{\frac{1}{2}(n-1)} C_n^k \cos(n-2k)x & n \text{ 为奇数} \end{cases}$$

$$i = \sum_{n=0}^{\infty} b_n V_{1m}^n \cos n\omega_1 t$$

$b_n$ 为  $a_n$ 和  $\cos n\omega_1 t$ 的分解系数的乘积

※在放大器中，由于工作点选择不当，工作到了非线性区，或输入信号的幅度超过了放大器的动态范围，就会产生这种非线性失真——输出信号中将产生输入信号频率的谐波分量，使输出波形失真

※可见得到输入信号频率的基波分量和各次谐波分量，但不能获得任意频率的信号，当然也不能完成频谱在频域上的任意搬移

(2)  $v_2$  不等于零

为分析方便，我们把 $v_1$ 称为输入信号，把 $v_2$ 称为参考信号或控制信号；



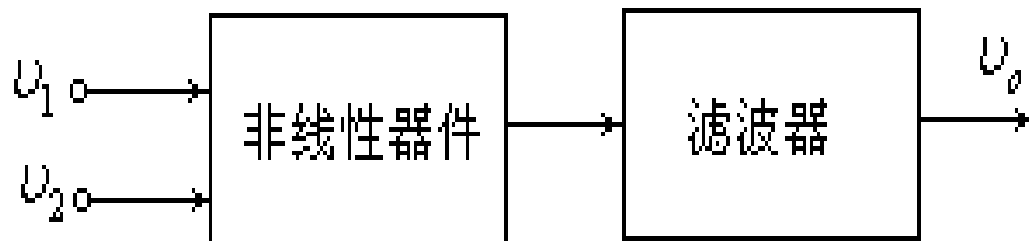


图6-1-2 非线性电路完成频谱搬移的方框图

◎  $u_1$  为要处理的信号它占据一定的频带， $u_2$  为一单频信号

线性电路（如放大器、滤波器等）、倍频器等都是四端（或双端口）网络，一个输入端口，一个输出端口；而频谱搬移电路一般情况下有两个输入，一个输出，因而是六端（三端口）网络。

$$i = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{n!}{m!(n-m)!} a_n v_1^{n-m} v_2^m$$

振幅调制与解调、混频电路将指出,要完成这些功能，关键在于这两个信号的乘积项

➡  $2a_1 v_1 v_2$



$$v_1 = V_{1m} \cos \omega_1 t \quad \cos x \cos y = \frac{1}{2} \cos(x-y) + \frac{1}{2} \cos(x+y)$$

$$v_2 = V_{2m} \cos \omega_2 t$$

$$\omega_{p, q} = |\pm p\omega_1 \pm q\omega_2|$$

※  $p+q$ 称为组合分量的阶数。其中  $p=1$ ,  $q=1$  的频率分量是二次项。在大多数情况下, 其它分量是不需要的。这些频率分量产生的规律是:

【1】凡是 $p+q$ 为偶数的组合分量, 均由幂级数中 $n$ 为偶数且大于等于 $p+q$ 的各次方项产生的

【2】凡是 $p+q$ 为奇数的组合分量均由幂级数中 $n$ 为奇数且大于等于 $p+q$ 的各次方项产生的。当 $V_{1m}$ 和 $V_{2m}$ 幅度较小时, 它们的强度都将随着 $p+q$ 的增大而趋向减小。



※当多个信号作用于非线性器件时，由于器件的非线性特性，其输出端不仅包含了输入信号的频率分量，还有输入信号频率的各次谐波分量以及输入信号频率的组合分量

$$\left( p\omega_1, q\omega_2, r\omega_3 \cdots \right) \quad \left( \pm p\omega_1 \pm q\omega_2 \pm r\omega_3 \pm \cdots \right)$$

频谱搬移电路必须具有选频功能，以滤除不必要的频率分量，减少输出信号的失真

※在实际中如何实现接近理想的乘法运算，减少无用的组合频率分量的数目和强度，一般可从以下三个方面考虑：

【1】从非线性器件的特性考虑。例如，**a** 选用具有平方律特性的场效应管作为非线性器件；**b** 选择合适的静态工作点电压 $V_Q$ 使非线性器件工作在特性接近平方律的区域；

【2】从电路考虑。例如，采用由多个非线性器件组成平衡电路，抵消一部分无用组合频率分量；



**【3】** 从输入信号的大小考虑。例如减小 $u_1$ 和 $u_2$ 的振幅，以便有效地减小高阶相乘项及其产生的组合频率分量的强度。

## 2. 线性时变电路分析法

对式（6-1-1）在 $\underline{V_Q} + \underline{u_1}$ 点上对 $u_2$ 用泰勒级数展开

$$\begin{aligned} i &= f(V_Q + v_1 + v_2) \\ &= f(V_Q + v_1) + f'(V_Q + v_1)v_2 + \frac{1}{2!}f''(V_Q + v_1)v_2^2 + \cdots \\ &\quad + \frac{1}{n!}f^{(n)}(V_Q + v_1)v_2^n + \cdots \end{aligned}$$

$$f(V_Q + v_1) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n v_1^n$$

$$f'(V_Q + v_1) = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n v_1^{n-1}$$

$$f''(V_Q + v_1) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n!}{(n-2)!} a_n v_1^{n-2}$$

若 $u_2$ 足够小，可以忽略 $u_2$ 的二次方及其以上各次方项

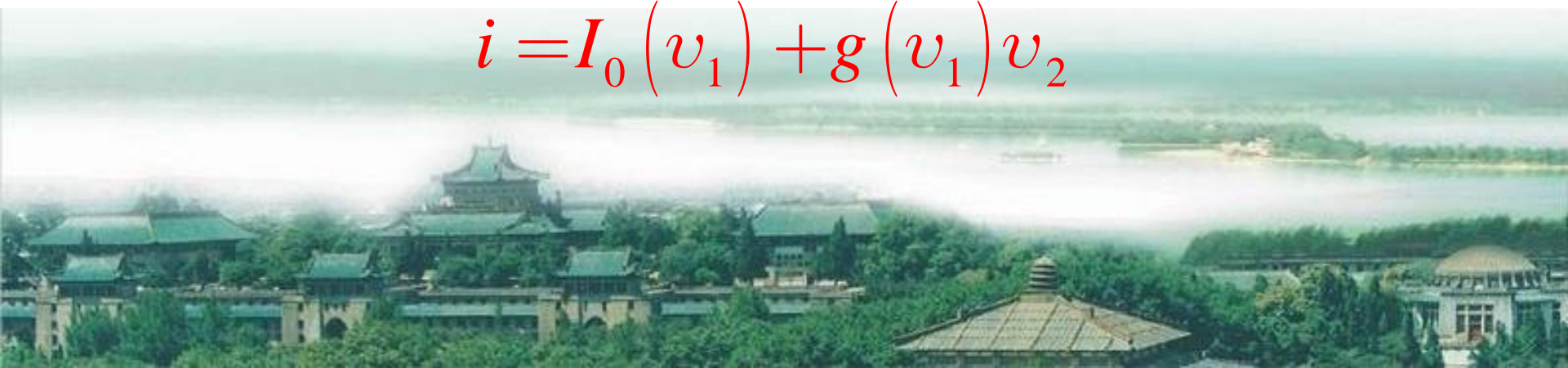
$$i \approx f(V_Q + v_1) + f'(V_Q + v_1)v_2$$

※可知， $f(V_Q + v_1)$  和  $f'(V_Q + v_1)$  是  $v_2$  与无关的系数，但是它们都是的非线性函数，随时间而变化，故称为：  
时变系数或时变参量

【1】  $f(V_Q + v_1)$  是当输入信号 $u_2=0$ 时的电流称为时变静态电流（所谓静态是指 $u_2=0$ 时的工作状态）用  $I_0(v_1)$  表示；

【2】  $f'(V_Q + v_1)$  是增量电导在 $u_2=0$ 时的数值，称为时变增量电导，用  $g(v_1)$  表示：

$$i = I_0(v_1) + g(v_1)v_2$$





**【3】线性时变电路：**器件的输出电流*i*与输入电压*u<sub>2</sub>*的关系是线性的，类似于线性器件；但是它们的系数是时变的。

$$v_1 = V_{1m} \cos \omega_1 t$$

$$g(v_1) = g(V_{1m} \cos \omega_1 t) = g_0 + g_1 \cos \omega_1 t + g_2 \cos 2\omega_1 t + \dots$$

$$g_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(v_1) d\omega_1 t$$

$$g_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(v_1) \cos n\omega_1 t d\omega_1 t \quad (n \geq 1)$$

$$v_2 = V_{2m} \cos \omega_2 t \quad \longrightarrow \quad |\pm p\omega_1 \pm \omega_2|$$

消除了*p*为任意值，*q*=0 和 *q*>1 的众多分量

**【4】**构成频谱搬移电路时，在的组合频率分量中，由于无用分量与所需有用分量之间的频率间隔很大，因而很容易用滤波器滤除无用分量，取出所需的有用分量；



◎构成振幅调制电路时:

$$v_1(t) = v_c(t) = V_{cm} \cos \omega_c t$$

$$v_2 = v_{\Omega}(t) = V_{\Omega m} \cos \Omega t$$

$$\omega_c \gg \Omega$$

$$\checkmark \quad (\omega_c \pm \Omega)$$

$$\times \quad (2\omega_c \pm \Omega, 3\omega_c \pm \Omega, \dots)$$

◎构成混频器时:

$$v_1(t) = v_L(t) = V_{Lm} \cos \omega_L t$$

$$\omega_L - \omega_c = \omega_I$$

$$v_2(t) = v_s(t) = V_{sm} \cos \omega_c t$$

除有用中频  $\omega_I$  分量外, 其它都是远离  $\omega_I$  的无用分量, 不存在角频率接近的组合频率分量。



## 6.1.2 二极管电路

- ※二极管电路用于通信设备中，特别是平衡电路和环形电路；
- ※优点：电路简单，噪声低、组合频率分量少，工作频带宽；
- ※采用肖特基表面势垒二极管(称热载流子二极管)，它的工作频率可扩展到微波波段；
- ※极宽工作频段（从几十千赫兹到几千兆赫兹）的环形混频器组件，它的应用已远远超出了混频的范围，作为通用组件，它可广泛应用于振幅调制、振幅解调、混频及实现其它的功能；
- ※二极管电路的主要缺点是无增益。



# 1. 单二极管电路

输入信号 $u_2$ 和控制信号(参考信号) $u_1$ 相加作用在非线性器件二极管上

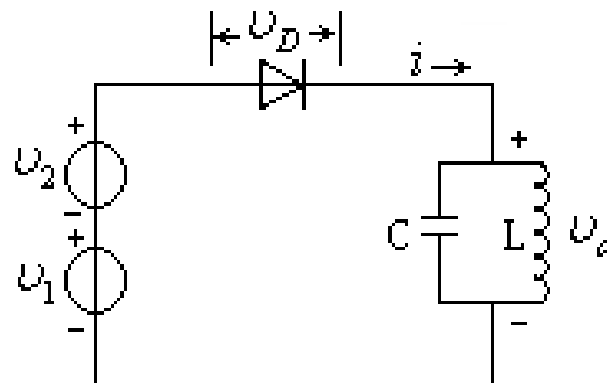


图6-1-3 单二极管电路的频率变换作用

$$g_D = 1/r_d$$

$$I_0(v_1) = I_0(t)$$

为半周余弦脉冲序列

$$g(v_1) = g(t)$$

为矩形脉冲序列

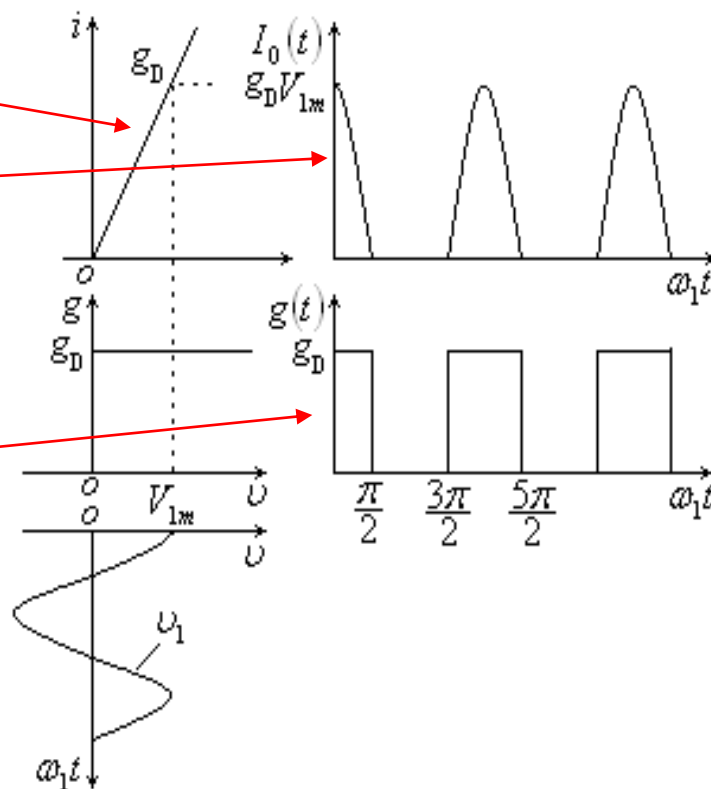
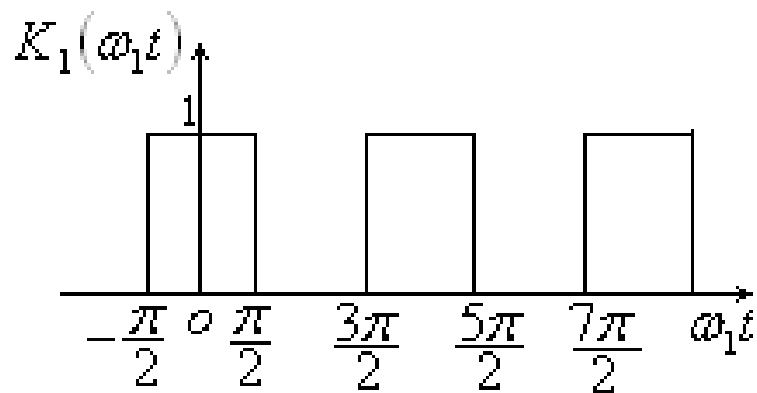


图6-1-4  $u_1(t)$ 作用下 $I_0(t)$ 和 $g(t)$ 的波形



点击演示

图6-1-5 单向开关函数

$$\begin{aligned}
 K_1(\omega_1 t) &= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos \omega_1 t - \frac{2}{3\pi} \cos 3\omega_1 t + \dots \\
 &= \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2}{(2n-1)\pi} \cos(2n-1)\omega_1 t
 \end{aligned}$$

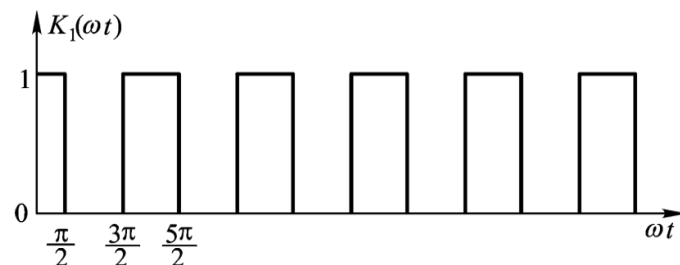
$$I_0(t) = I_0(v_1) = I_0(V_{1m} \cos \omega_1 t) = g_D v_1 K_1(\omega_1 t)$$

$$g(t) = g(v_1) = g(V_{1m} \cos \omega_1 t) = g_D K_1(\omega_1 t)$$

## ① 余弦型 若 $v_1 = V_{1m} \cos \omega_1 t$

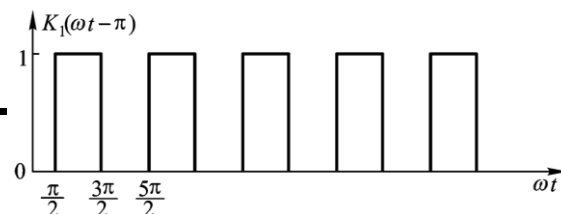
i 单向正相余弦开关函数

$$K_1(\omega_1 t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos \omega_1 t - \frac{2}{3\pi} \cos 3\omega_1 t + \dots$$



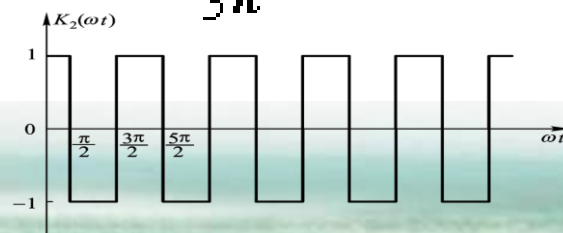
ii 单向反相余弦开关函数

$$K_1(\omega_1 t - \pi) = \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \cos \omega_1 t + \frac{2}{3\pi} \cos 3\omega_1 t - \dots$$



iii 双向开关函数

$$K_2(\omega_1 t) = K_1(\omega_1 t) - K_1(\omega_1 t - \pi) = \frac{4}{\pi} \cos \omega_1 t - \frac{4}{3\pi} \cos 3\omega_1 t + \dots$$



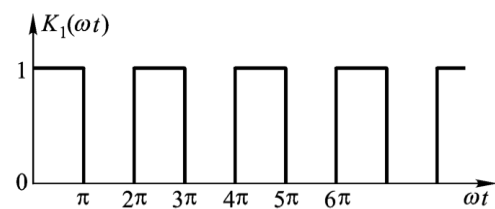
点击演示



## ② 正弦型 若 $v_1 = V_{1m} \sin \omega_1 t$

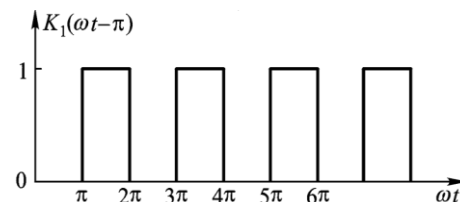
### i 单向正相正弦开关函数

$$K_1(\omega_1 t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin \omega_1 t + \frac{2}{3\pi} \sin 3\omega_1 t + \dots$$



### ii 单向反相正弦开关函数

$$K_1(\omega_1 t - \pi) = \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sin \omega_1 t - \frac{2}{3\pi} \sin 3\omega_1 t - \dots$$

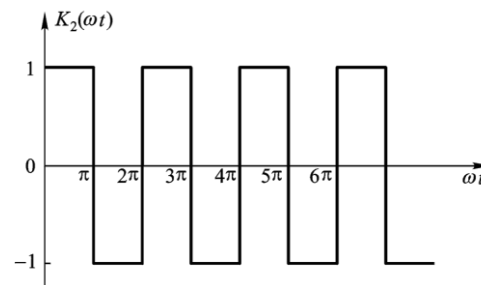


### iii 双向开关函数

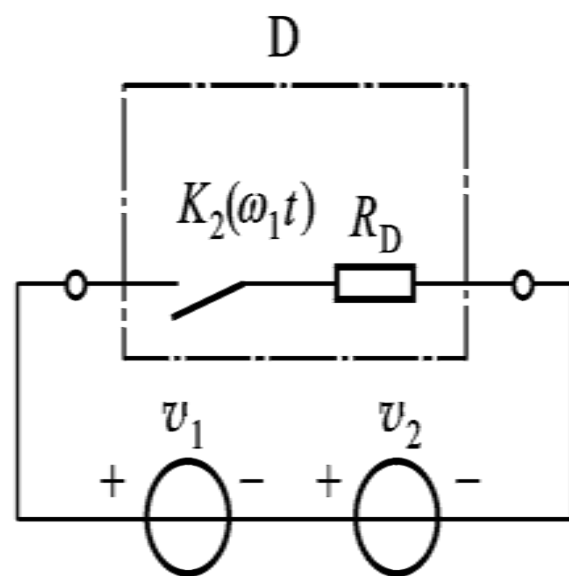
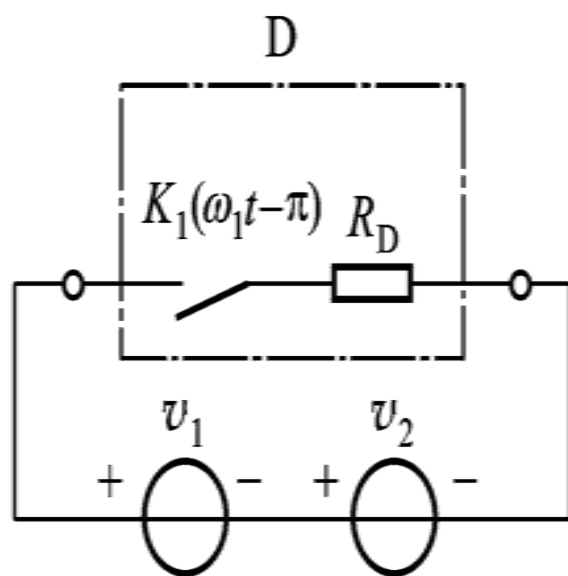
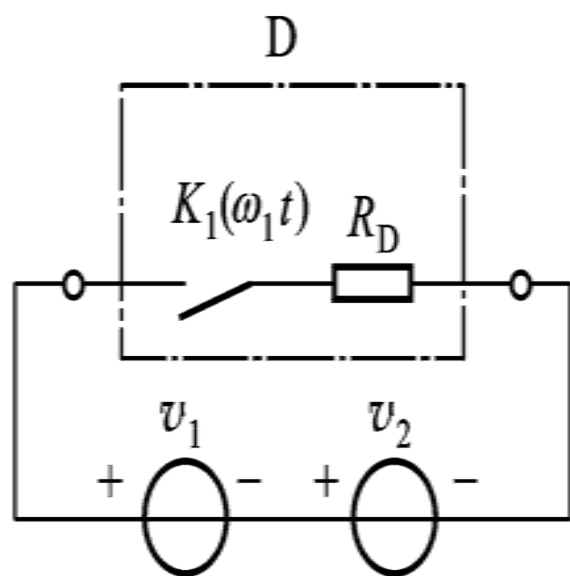
$$K_2(\omega_1 t) = \frac{4}{\pi} \sin \omega_1 t + \frac{4}{3\pi} \sin 3\omega_1 t - \dots$$



点击演示



★大信号控制二极管开关工作，二极管等效导通电阻  $R_D$  与开关  $K$  串联。



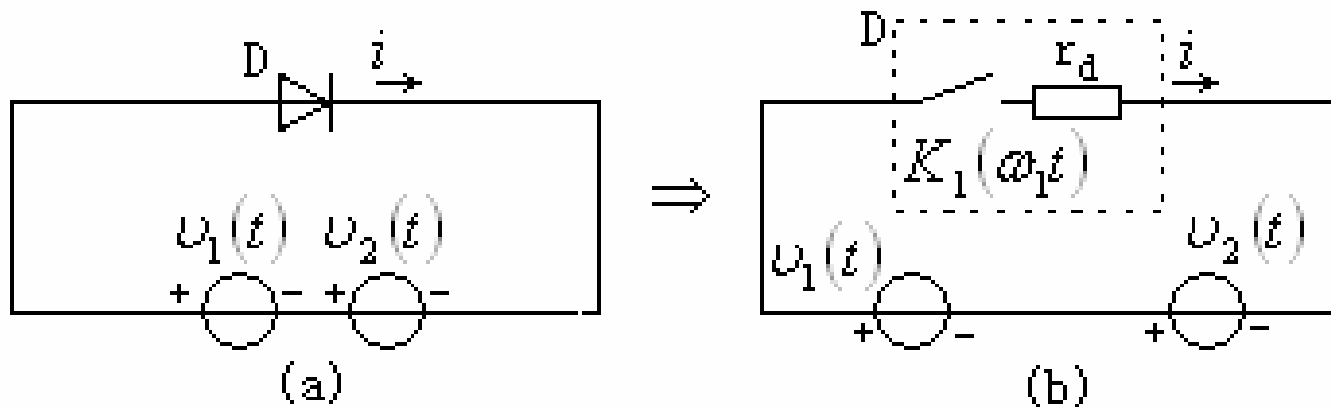
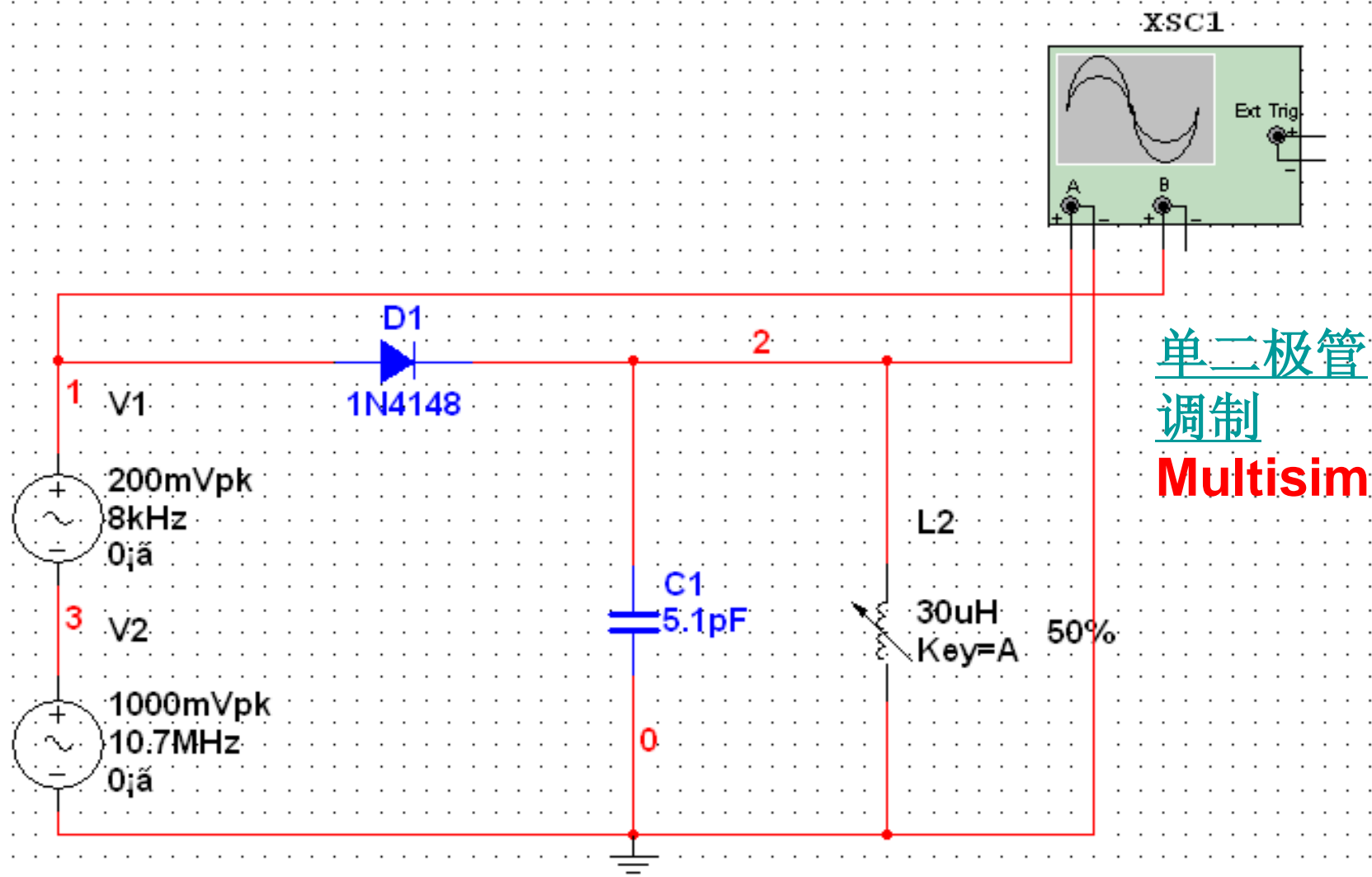


图6-1-6 二极管开关等效电路

※二极管用开关等效，开关受  $v_1$  控制，按角频率  $\omega_1$  做周期性的启闭，闭合时的导通电阻为  $r_d$ 。

$$i = I_0(t) + g(t)v_2 = g_D(v_1 + v_2) K_1(\omega_1 t)$$

※开关工作状态：二极管用受  $v_1(t)$  控制的开关等效是线性时变工作状态的一个特例，它除了  $v_2$  足够小外，还要求  $v_1$  足够大，以致二极管特性可用在 origin 处转折的两段折线逼近



单二极管  
调制  
Multisim

Carrier Frequency=10.7MHz Vpp=1000mV  
Modulation Frequency=8KHZ Vpp=200mV

## 2. 二极管平衡电路

- 变压器线圈匝数比  $N_1 : N_2 = 1 : 1$
- 加给  $V_{D1}$ 、 $V_{D2}$  两管的输入电压均为  $u_2$ ，其大小相等，方向相反
- $u_1$  同相加到两管上
- $V_{1m} > 0.5V$ ， $V_{1m} \gg V_{2m}$ ，二极管通断主要受  $u_1$  的控制

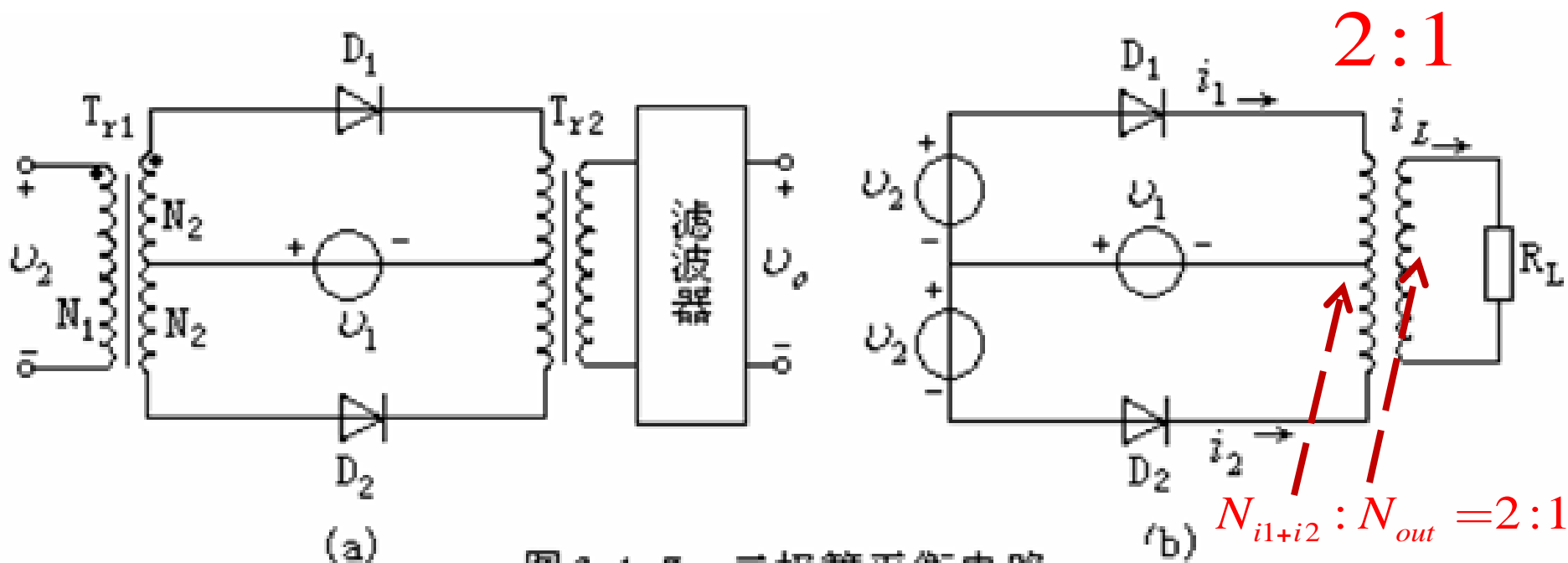


图6-1-7 二极管平衡电路

(a) 原理电路图；(b) 等效电路图



$$v_{D1} = v_1 + v_2 \quad i_1 = g_D(t) v_{D1} = g_D K_1(\omega_1 t) (v_1 + v_2)$$

$$v_{D2} = v_1 - v_2 \quad i_2 = g_D(t) v_{D2} = g_D K_1(\omega_1 t) (v_1 - v_2)$$

$i_1$ 、 $i_2$ 在 $T_{r2}$ 次级产生的电流分别为

$$i_{L1} = \frac{N_1}{N_2} i_1 = i_1$$

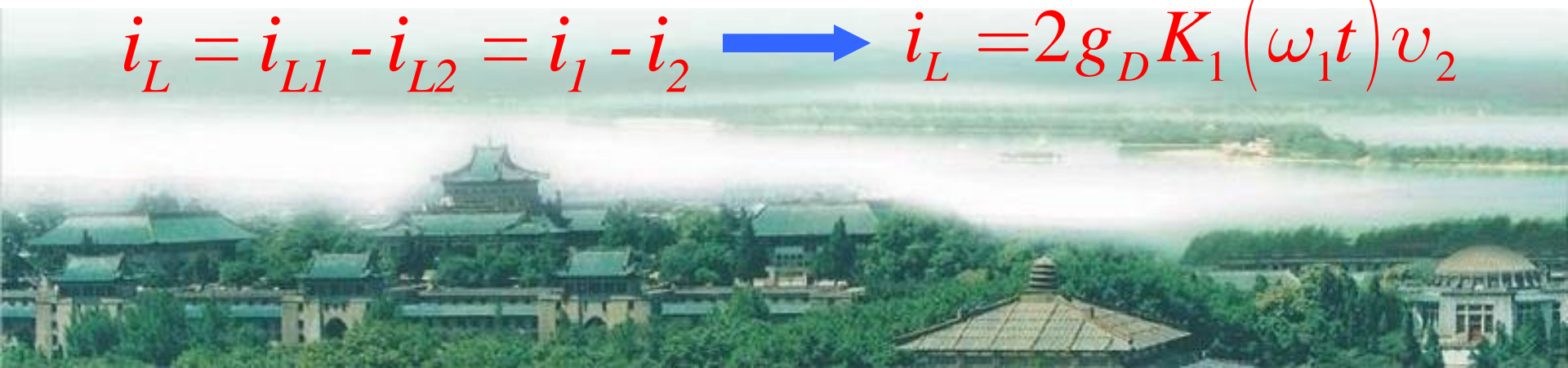


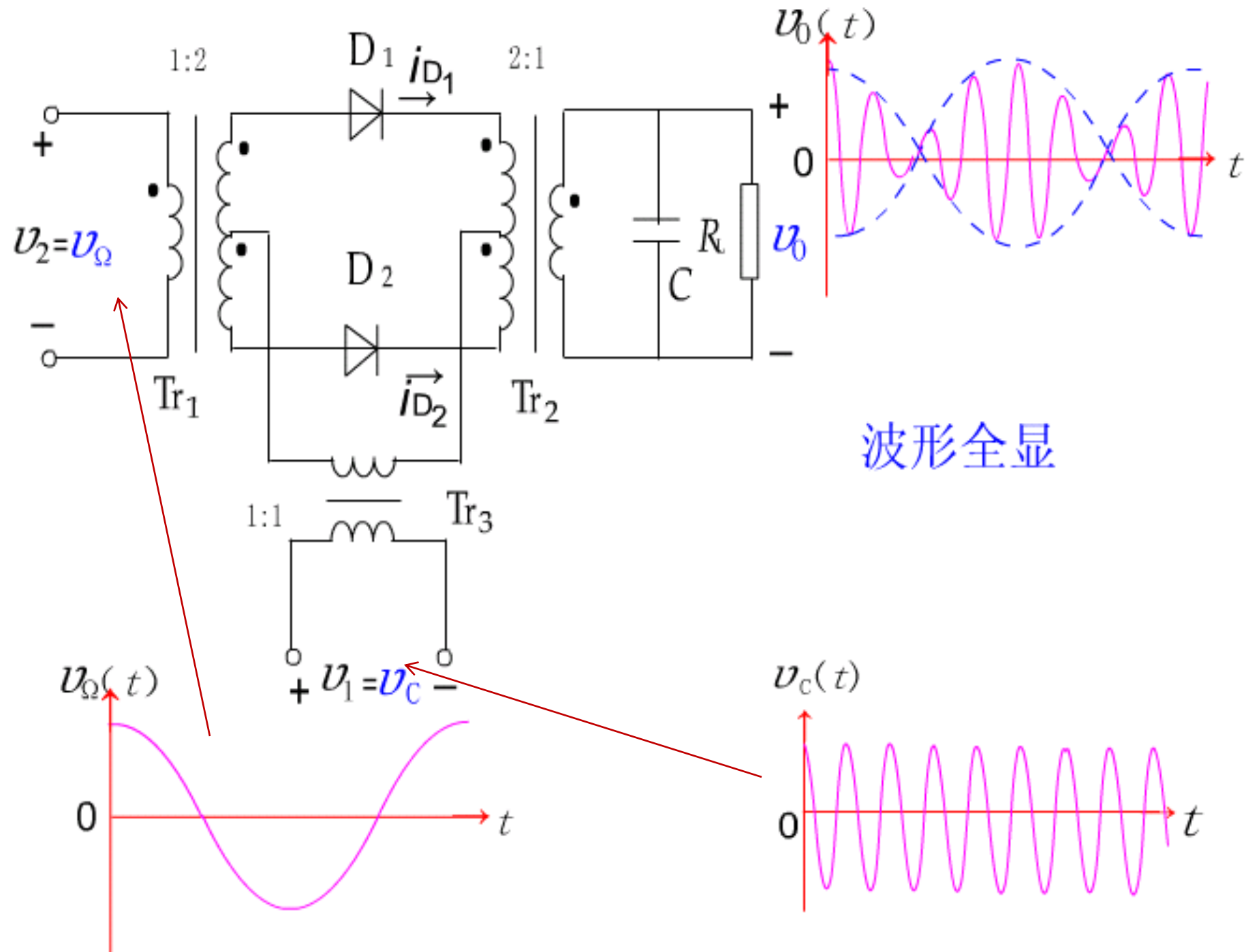
点击演示

$$i_{L2} = \frac{N_1}{N_2} i_2 = i_2$$

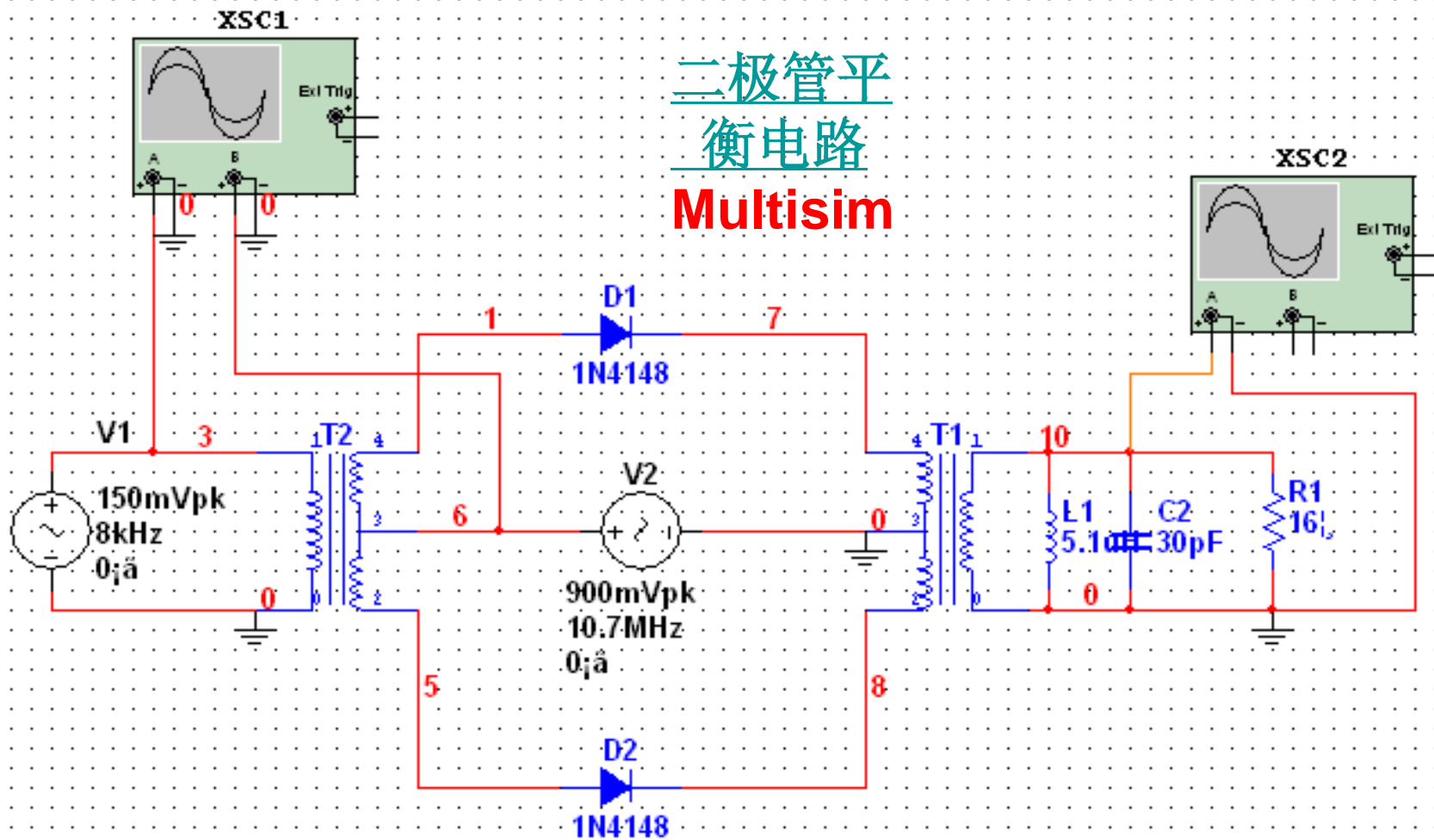
两电流在 $T_{r2}$ 次级流动的方向相反，故通过负载的总电流 $i_L$ 应

$$i_L = i_{L1} - i_{L2} = i_1 - i_2 \longrightarrow i_L = 2g_D K_1(\omega_1 t) v_2$$





# 二极管平衡电路 Multisim



Carrier Frequency=10.7MHZ  $V_{pp}$ =1000mV  
ModulationFrequency=8KHZ  $V_{pp}$ =200mV

$$i_L = g_D V_{2m} \cos \omega_2 t + \frac{2}{\pi} g_D V_{2m} \cos(\omega_1 + \omega_2) t + \frac{2}{\pi} g_D V_{2m} \cos(\omega_1 - \omega_2) t \\ - \frac{2}{3\pi} g_D \cos(3\omega_1 + \omega_2) t - \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_1 - \omega_2) t + \dots$$

输出电流  $i_L$  中的频率分量有

【1】输入信号的频率分量  $\omega_2$

【2】控制信号  $u_1$  的奇次谐波分量与输入信号  $u_2$  的频率  $\omega_2$  的组合分量  $(2n+1)\omega_1 \pm \omega_2$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ )

※当考虑  $R_L$  的反映电阻对二极管电流的影响时，要用包含反映电阻的总电导来代替  $g_D$ 。如果  $T_{r2}$  次级所接负载为宽带电阻，则初级两端的反映电阻为  $4R_L$ 。对  $i_1$ 、 $i_2$  各支路的电阻为  $2R_L$ 。此时用总电导

$$g = \frac{1}{r_D + 2R_L}$$

## 保证电路的对称性的方法：

- 【1】** 选用特性相同的二极管
- 【2】** 用小电阻与二极管串接，使二极管等效正、反向电阻彼此接近。但串接电阻后会使得电流减小，所以阻值不能太大，一般为几十至上百欧姆
- 【3】** 变压器中心抽头要准确对称，分布电容及漏感要对称，这可以采用双线并绕法绕制变压器，并在中心抽头处加平衡电阻
- 【4】** 注意两线圈对地分布电容的对称性。为了防止杂散电磁耦合影响对称性，可以采取屏蔽措施





# 二极管桥式斩波电路

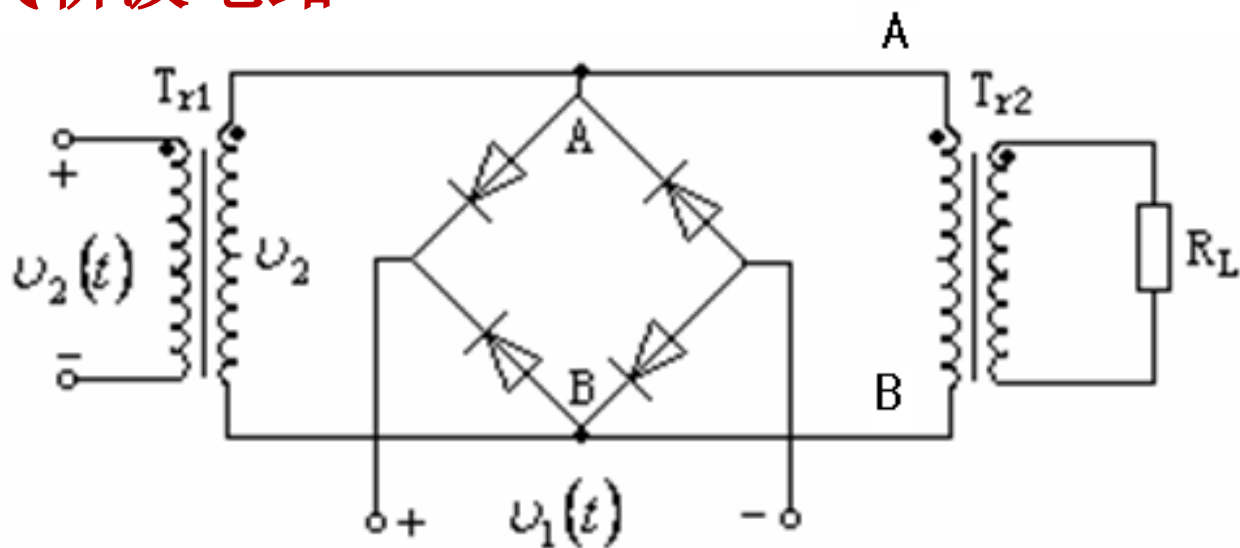


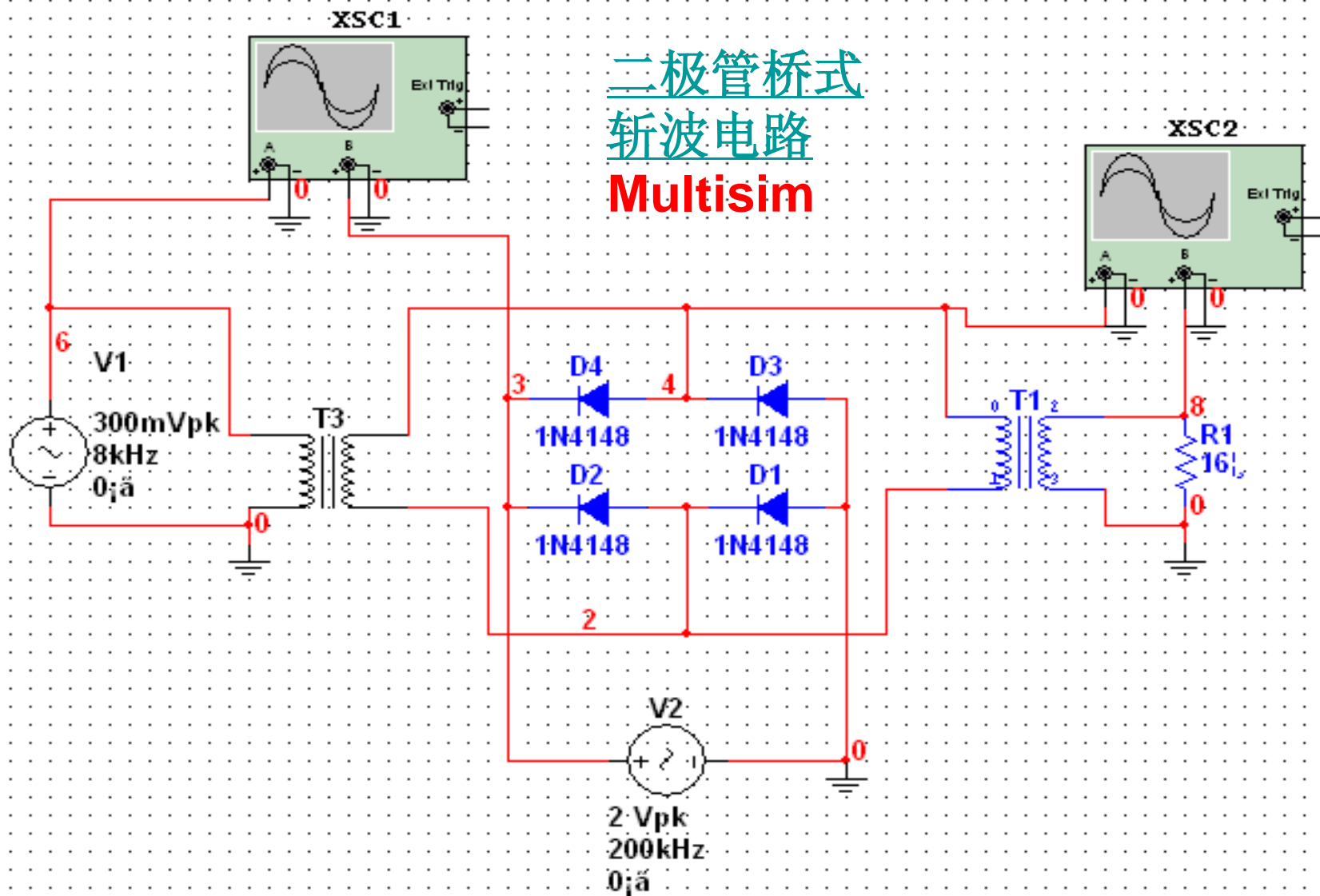
图6-1-8 二极管桥式斩波电路

当 $u_1 > 0$ 时，四个二极管同时截止， $u_2$ 直接加到Tr2上；当 $u_1 < 0$ 时，四个二极管导通，A、B两点短路，无输出

➡ 
$$v_{AB} = K_1(\omega_1 t) v_2$$

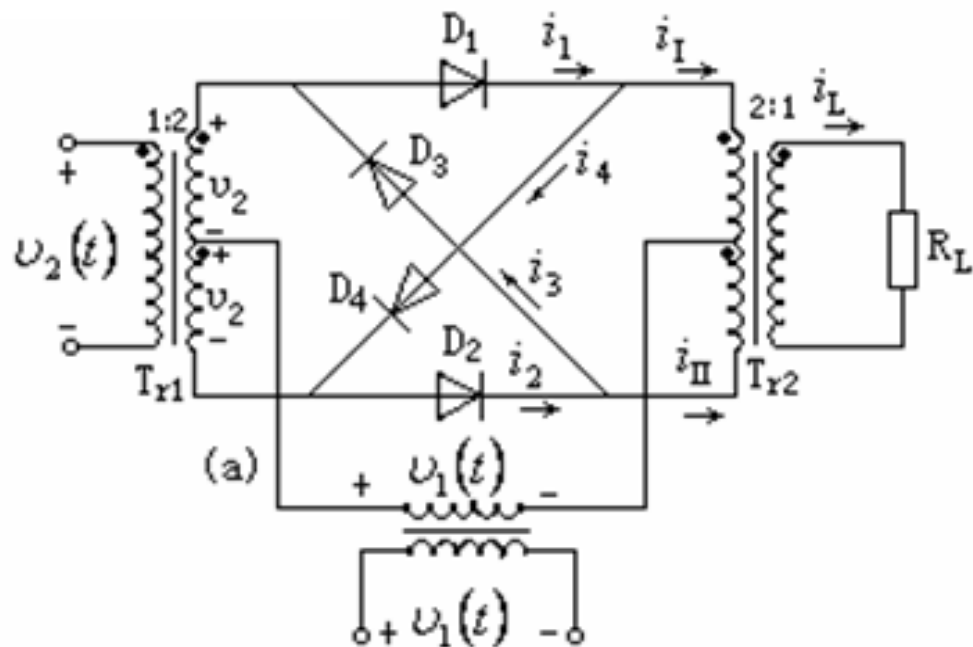
由于四个二极管接成桥形，若二极管特性完全一致，A、B端无 $u_1$ 的泄漏。

# 二极管桥式 斩波电路 Multisim



Carrier Frequency=200KHZ Vpp=1000mV  
Modulation Frequency=8KHZ Vpp=200mV

### 3、二极管环形电路



点击演示

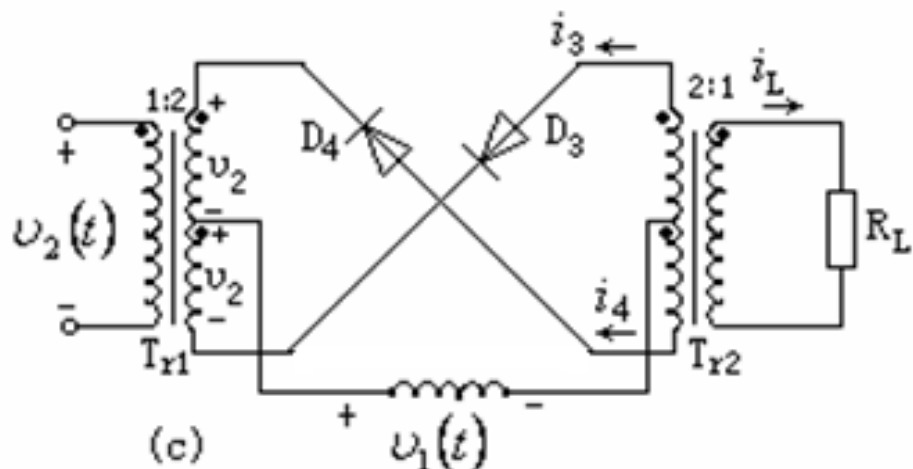
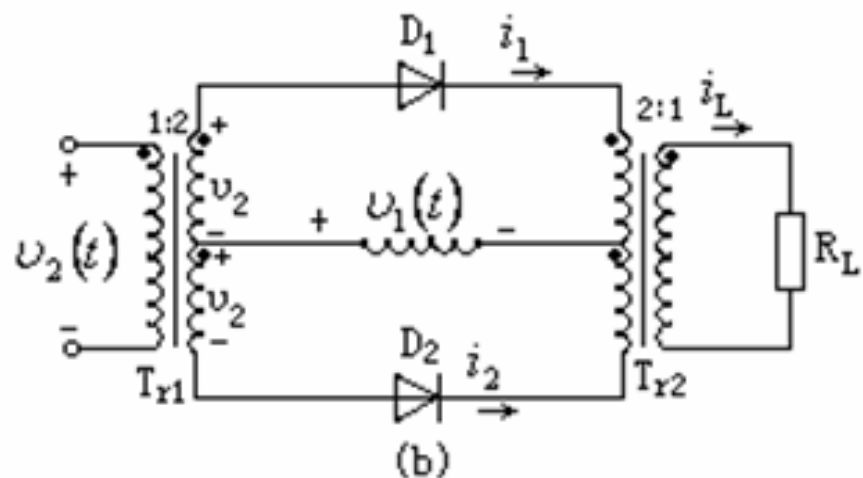
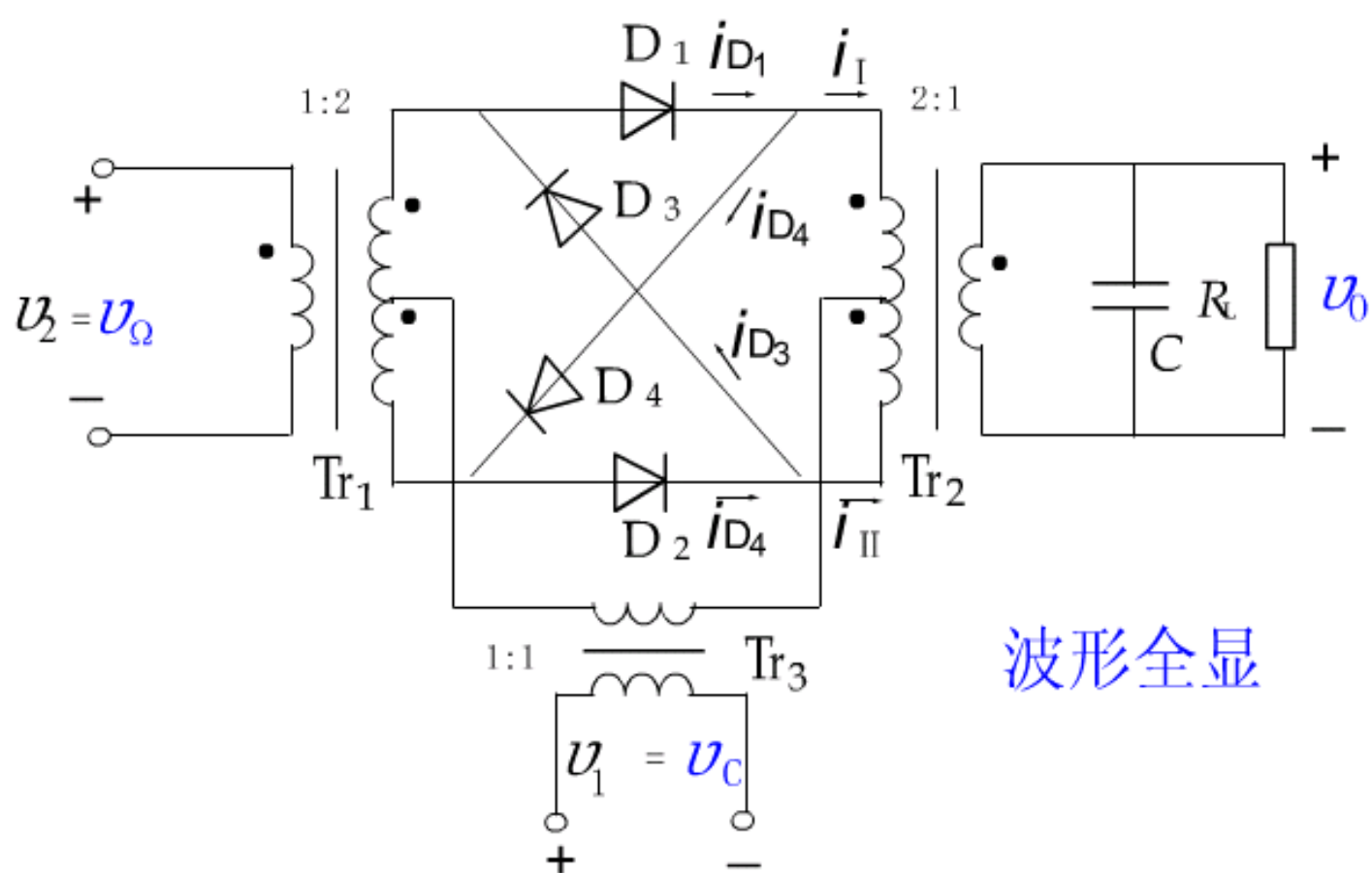
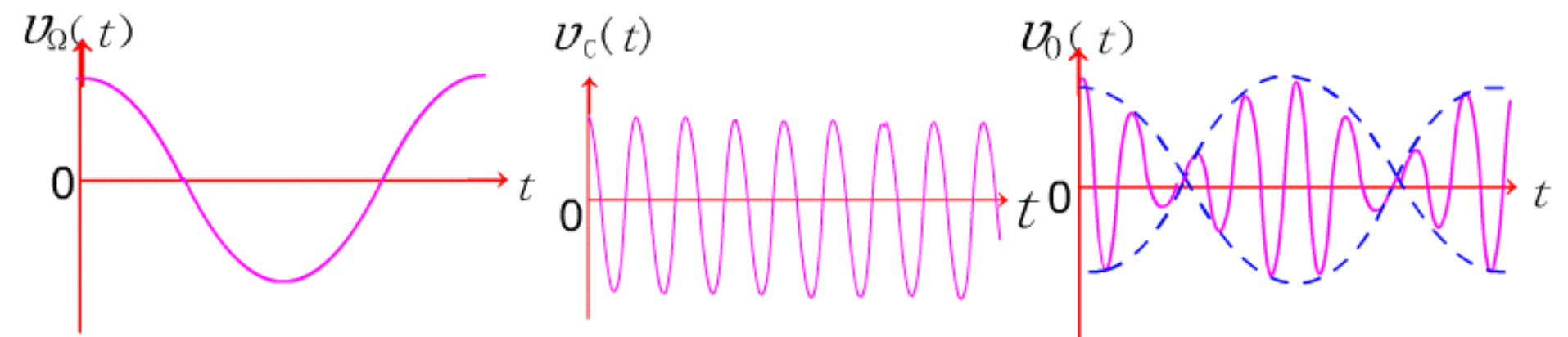


图6-1-9 二极管环形电路

(a) 基本电路； (b) 平衡电路 I； (c) 平衡电路 II



波形全显



当 $u_1 \geq 0$ 时, D1、D2导通, D3、D4截止;

当 $u_1 < 0$ 时, D1、D2截止, D3、D4导通。

在理想情况下, 它们互不影响, 因此, 二极管环形电路是由两个平衡电路组成:

D1与D2组成平衡电路 I

D3与D4组成平衡电路 II

$$i_L = i_{L1} + i_{L2} = (i_1 - i_2) + (i_4 - i_3)$$

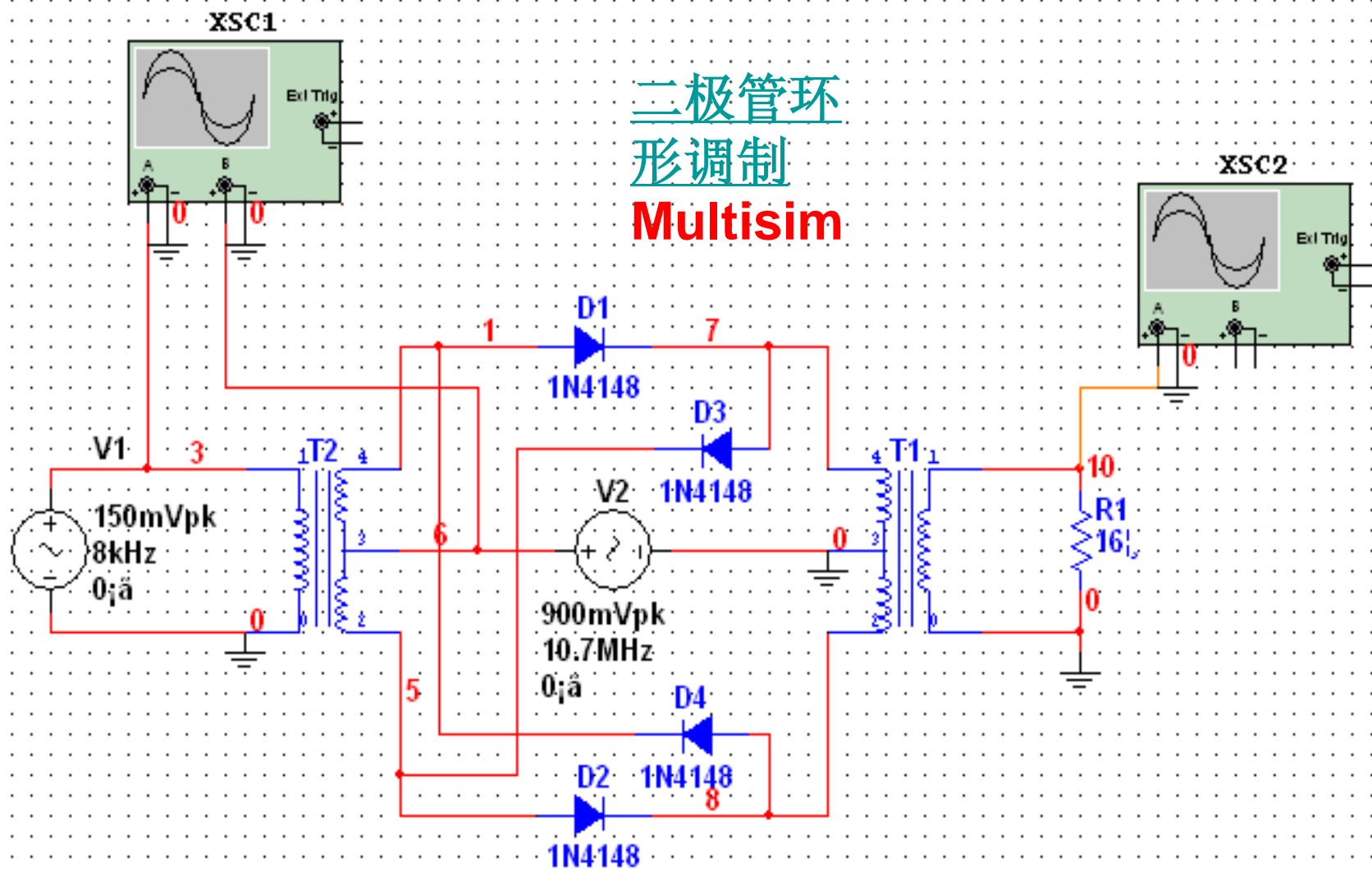
$$i_{L1} = 2g_D K_1 (\omega_1 t) v_2 \quad \longrightarrow$$

$$i_{L2} = -2g_D K_1 \left[ \omega_1 \left( t - \frac{T_1}{2} \right) \right] v_2 = -2g_D K_1 (\omega_1 t - \pi) v_2$$

$$i_L = 2g_D [K_1 (\omega_1 t) - K_1 (\omega_1 t - \pi)] v_2 = 2g_D K_2 (\omega_1 t) v_2$$



# 二极管环 形调制 Multisim



Carrier Frequency=10.7MHZ Vpp=1000mV  
ModulationFrequency=8KHZ Vpp=200mV

$K_1(\omega_1 t)$ 、 $K_1(\omega_1 t - \pi)$  为单向开关函数

$K_2(\omega_1 t)$  为双向开关函数

$$K_2(\omega_1 t) = K_1(\omega_1 t) - K_1(\omega_1 t - \pi) = \begin{cases} 1 & v_1 \geq 0 \\ -1 & v_1 \leq 0 \end{cases}$$

$$K_1(\omega_1 t) + K_1(\omega_1 t - \pi) = 1$$

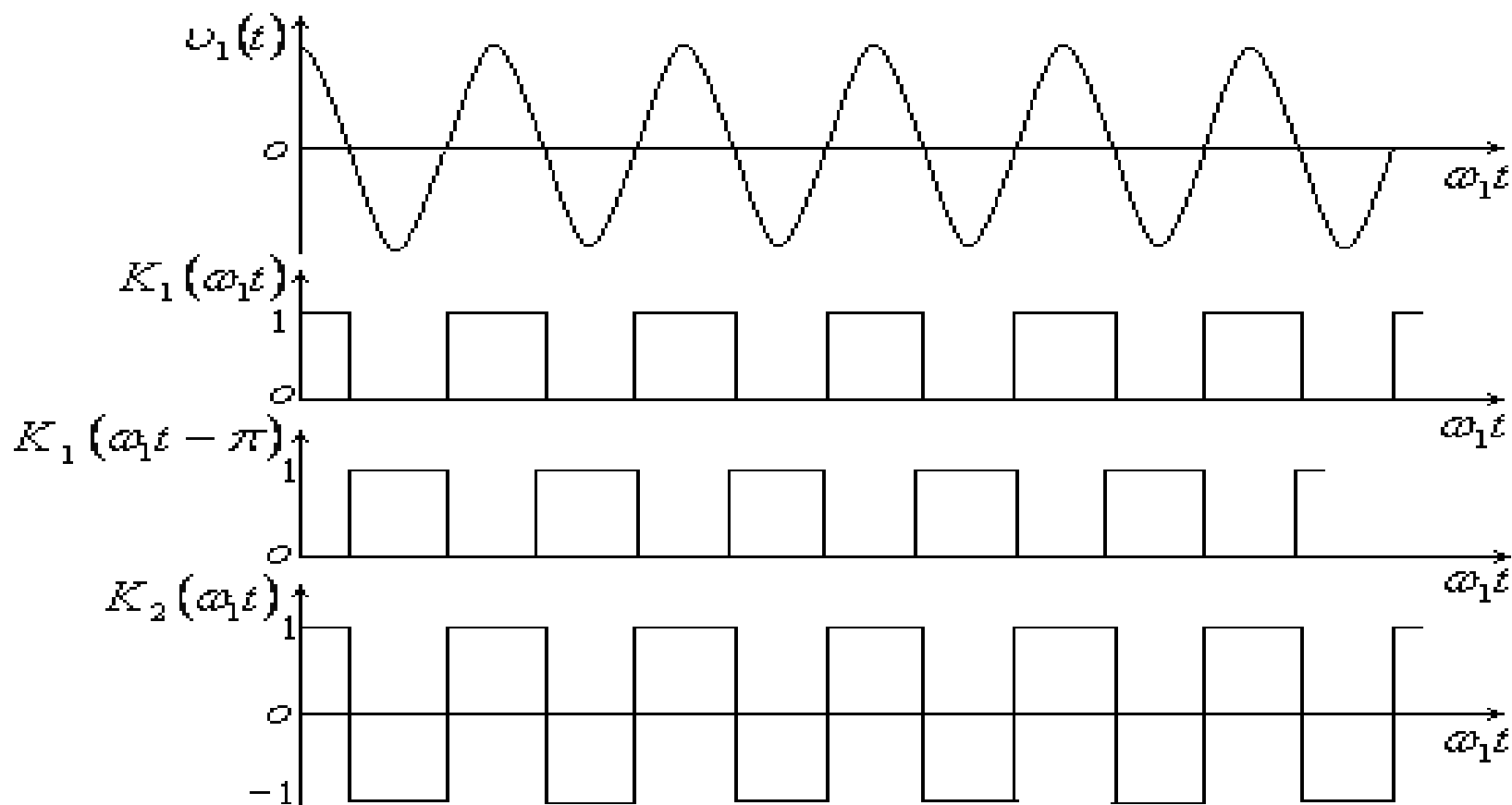


图 6-1-10 环形电路的开关函数波形图

傅里叶级数:  $K_1(\omega_1 t - \pi) = 1 - K_1(\omega_1 t)$

$$= \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \cos \omega_1 t + \frac{2}{3\pi} \cos 3\omega_1 t - \cdots (-1)^n \frac{2}{(2n+1)\pi} \cos(2n+1)\omega_1 t + \cdots$$

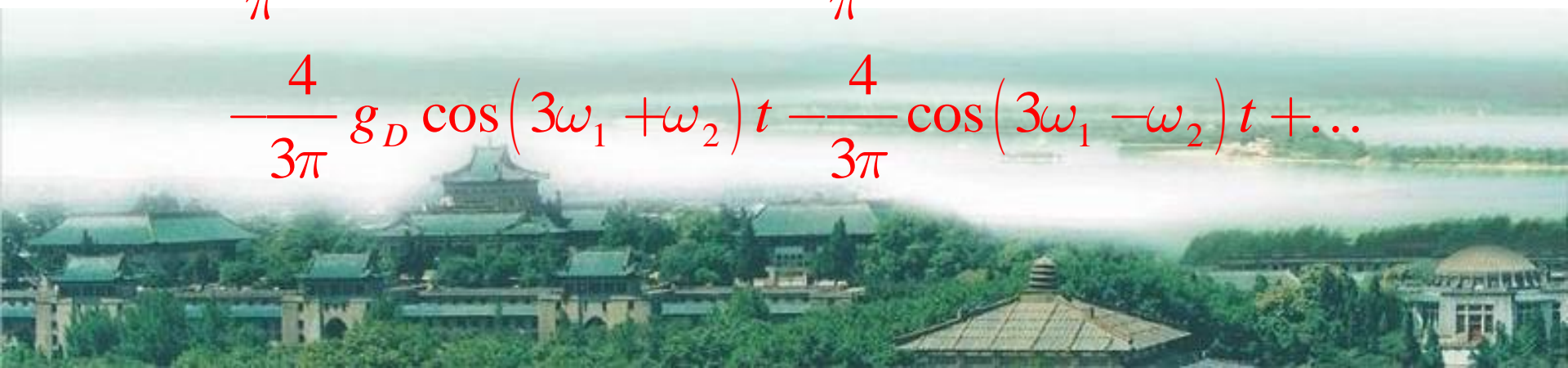
$$K_2(\omega_1 t) = \frac{4}{\pi} \cos \omega_1 t - \frac{4}{3\pi} \cos 3\omega_1 t + \cdots$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{4}{(2n-1)\pi} \cos(2n-1)\omega_1 t$$

$$v_2 = V_{2m} \cos \omega_2 t$$

$$i_L = \frac{4}{\pi} g_D V_{2m} \cos(\omega_1 + \omega_2) t + \frac{4}{\pi} g_D V_{2m} \cos(\omega_1 - \omega_2) t$$

$$- \frac{4}{3\pi} g_D \cos(3\omega_1 + \omega_2) t - \frac{4}{3\pi} \cos(3\omega_1 - \omega_2) t + \cdots$$



◎ 环形电路  $i_L$  中无  $\omega_2$  频率分量，这是两次平衡抵消的结果，每个平衡电路自身抵消  $\omega_1$  及其谐波分量，两个平衡电路抵消  $\omega_2$  分量。若  $\omega_1$  较高，则  $3\omega_1 \pm \omega_2$ ， $5\omega_1 \pm \omega_2$ ，... 等组合频率分量很容易滤除，故环形电路的性能更接近理想相乘器，而这是频谱线性搬移电路要解决的核心问题。

◎ 为了解决二极管的特性参差不齐的问题，可将每臂用两个二极管并联，另一种更为有效的办法是采用环形电路组件。



## 6.2 差分对电路

### ◎ 频谱搬移电路的核心部分是相乘器

对数—反对数相乘器、差分对模拟相乘器

### ◎ 差分对模拟相乘器特点与应用

电路简单、易于集成、工作频率高

应用：实现调制、解调、混频、鉴相及鉴频

原理：利用一个电压控制差分对管的偏置电流使其跨导  
随之变化从而达到与另一个输入电压相乘的目的

这种电路的核心单元是一个带恒流源的差分对电路





## 6.2.1 单差分对电路

※集电极负载为一滤波回路，滤波回路的种类和参数可根据完成不同的功能进行设计，对输出频率分量呈现的阻抗为 $R_L$ 。恒流源 $I_0$ 由 $T_3$ 管提供， $T_3$ 射极接有大电阻 $R_e$ 。 $R_e$ 大则可削弱 $T_3$ 的发射结非线性电阻的作用。

输出差值电流 $i$ 与差模输入电压 $u$ 成非线性关系

该通道称为非线性通道

输入差模电压

输出的差值电流 $i$ 与 $I_0$ 成线性关系

$$i = i_1 - i_2$$

该通道称为线性通道

电流源 $I_0$

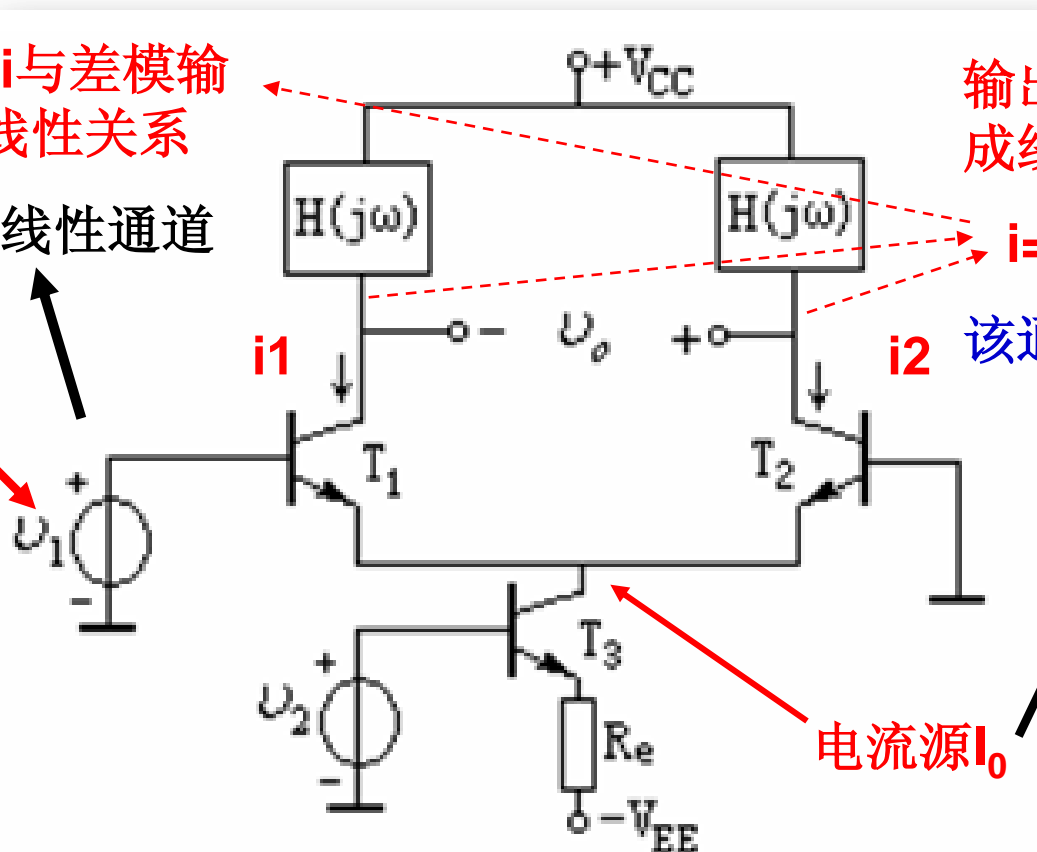
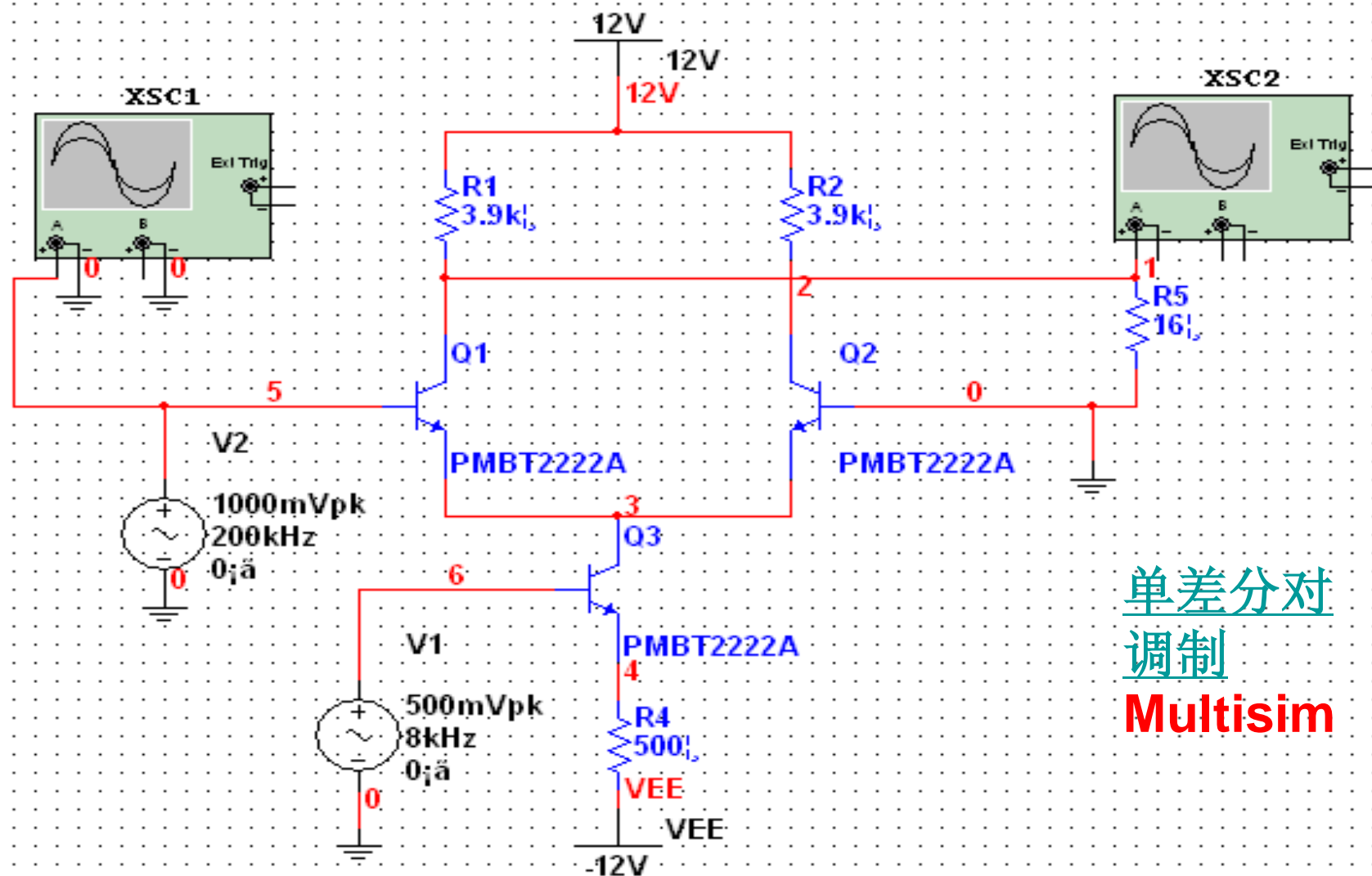


图 6-2-1 差分对频谱搬移电路



单差分对  
调制  
Multisim

Carrier Frequency=200KHZ Vpp=1000mV  
ModulationFrequency=8KHZ Vpp=200mV

$$v_2 = v_{be3} + i_{E3} R_e + V_{EE} \quad \text{当忽略 } v_{be3} \text{ 后, 得出}$$

$$I_o(t) = i_{E3} = \frac{V_{EE}}{R_e} + \frac{v_2}{R_e} = \left( I_0 + \frac{v_2}{R_e} \right) \quad I_0 = \frac{V_{EE}}{R_e}$$

电流源  $I_o(t)$  受  $v_2$  控制, 它们之间呈线性关系  $I_o(t) = A + Bv_2$

$$i = i_{C1} - i_{C2} = I_o(t) \operatorname{th} \left( \frac{v_1}{2V_T} \right)$$

$V_T = kT/q$ , 当  $T = 300K$  时,

$V_T = 26mV$ 。现令  $x_1 = v_1/V_T$

$$i = i_{C1} - i_{C2} = \left( A + Bv_2 \right) \operatorname{th} \left( \frac{v_1}{2V_T} \right)$$



$\text{th}\left(\frac{x_1}{2}\cos\omega_1 t\right)$  傅里叶级数展开 

$$\text{th}\left(\frac{x_1}{2}\cos\omega_1 t\right) = \sum_{n=1}^{\infty} 2\beta_{2n-1}(x_1)\cos(2n-1)\omega_1 t$$



(2n-1) 次谐波分量的分解系数：

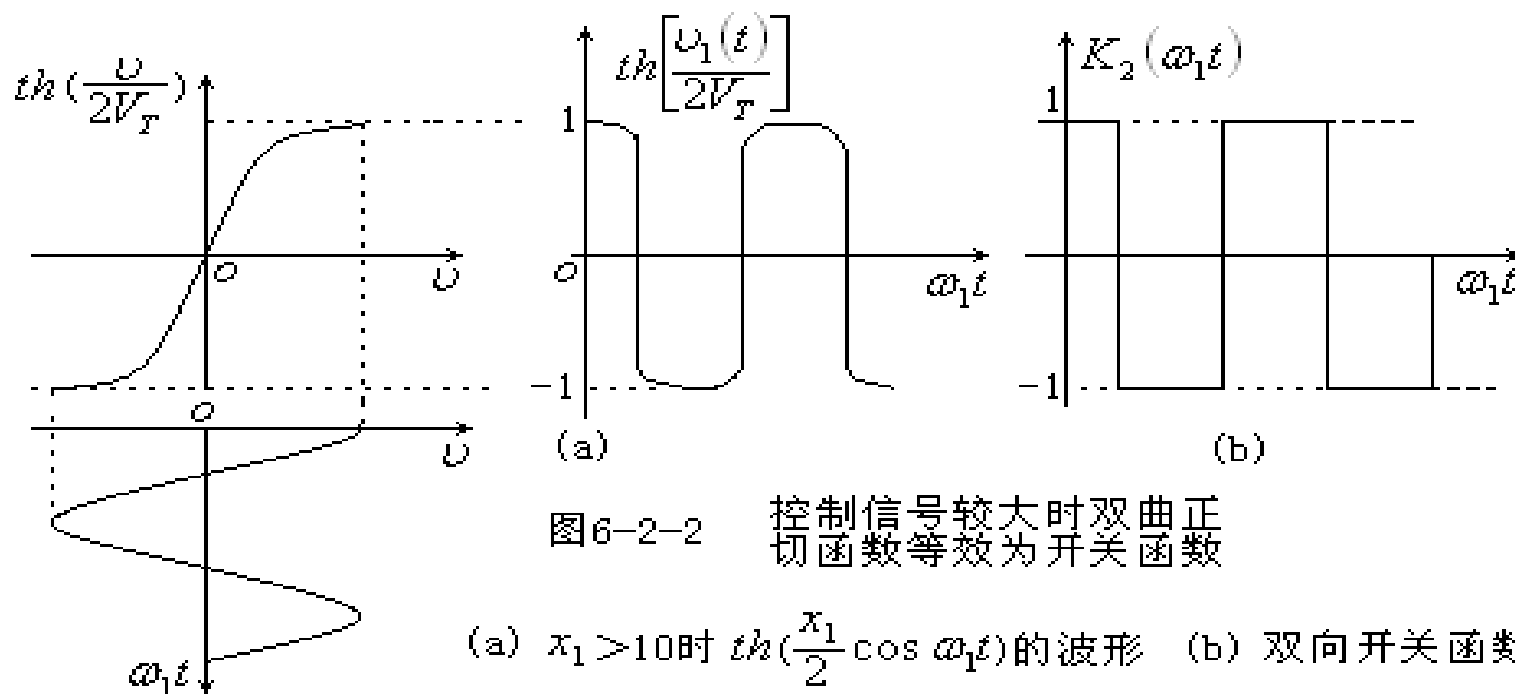
$$\beta_{2n-1}(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \text{th} \left\{ \frac{x_1}{2} \cos \omega_1 t \right\} \cos(2n-1)\omega_1 t d\omega_1 t$$

不同 $x_1$ 值时,  $\beta_1(x_1)$ 、 $\beta_3(x_1)$ 、 $\beta_5(x_1)$  的数值见表6-2-1

$$\left. \begin{aligned} I_0(t) &= A \text{th} \left\{ \frac{qv_1}{2kT} \right\} = 2A \sum_{n=1}^{\infty} \beta_{2n-1}(x_1) \cos(2n-1)\omega_1 t \\ g(t) &= B \text{th} \left\{ \frac{qv_1}{2kT} \right\} = 2B \sum_{n=1}^{\infty} \beta_{2n-1}(x_1) \cos(2n-1)\omega_1 t \end{aligned} \right\}$$







$$V_{1m} > 260\text{mV}$$

$$\text{th}\left(\frac{x_1}{2} \cos \omega_1 t\right) \approx K_2(\omega_1 t) \quad \text{可由两个相移 } 180^\circ \text{ 的单向开关函数表示}$$

$$\begin{aligned}
 K_2(\omega_1 t) &= K_1(\omega_1 t) - K_1(\omega_1 t - \pi) \\
 &= \frac{4}{\pi} \cos \omega_1 t - \frac{4}{3\pi} \cos 3\omega_1 t + \dots \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{4}{(2n-1)\pi} \cos(2n-1)\omega_1 t
 \end{aligned}$$

### ※结 论:

与晶体二极管不同，差分对管是由多个非线性器件组成的平衡式电路， $u_1$ 和 $u_2$ 分别加在不同器件的输入端，实现两个函数  $f_1(v_1)$ 和 $f_2(v_2)$ 相乘的特性。当工作在线性时变状态(包括开关状态)时，可以不必将 $u_2$ 限制在很小的数值内，只要保证 $I_0$ 受 $u_2$ 的控制是线性的就可以了。



表 6-2-1

$x_1$	$\beta_1(x_1)$	$\beta_2(x_1)$	$\beta_3(x_1)$
0.0	0.0000	0.0000	0.0000
0.5	0.1231	—	—
1.0	0.2356	-0.0046	—
1.5	0.3305	-0.0136	—
2.0	0.4058	-0.0271	—
2.5	0.4631	-0.0435	0.00226
3.0	0.5054	-0.0611	0.0097
4.0	0.5586	—	—
5.0	0.5877	-0.1214	0.0355
7.0	0.6112	-0.1571	0.0575
10.0	0.6257	-0.1827	0.0831
$\infty$	0.6366	-0.2122	0.1273



## 6.2.2 双差分对平衡调制器和模拟相乘器

### 1. 双差分对平衡调制器

#### 【1】电路组成原理

平衡调制器的输出电流 $i_I$ 和 $i_{II}$

由上面两差分对输出电流合成

$$i = i_I - i_{II} = (i_1 + i_3) - (i_2 + i_4)$$

$$i_1 - i_2 = i_5 \operatorname{th} \left( \frac{v_1}{2V_T} \right)$$

$$i_4 - i_3 = i_6 \operatorname{th} \left( \frac{v_1}{2V_T} \right)$$

$$i = (i_5 - i_6) \operatorname{th} \left( \frac{v_1}{2V_T} \right)$$

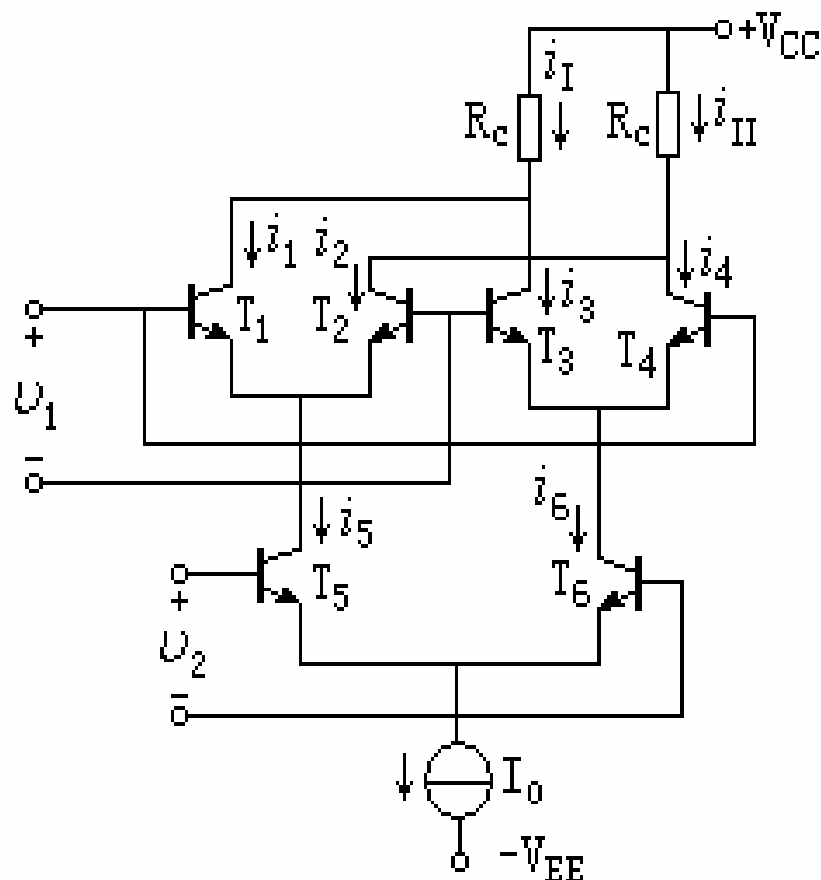


图6-2-3 双差分对平衡调制器原理电路

$$i_5 - i_6 = I_0 \operatorname{th} \left( \frac{v_2}{2V_T} \right) \longrightarrow i = I_0 \operatorname{th} \left( \frac{v_1}{2V_T} \right) \operatorname{th} \left( \frac{v_2}{2V_T} \right)$$

◎ 双差分对平衡调制器不能实现u1和u2的相乘运算，仅提供了两个非线性函数（双曲正切）相乘的特性

◎ 对于不同的u1和u2值的大小，下面分三种情况讨论

【1】 $|u_1| \leq 26\text{mV}$ ,  $|u_2| \leq 26\text{mV}$

当 $u \leq 26\text{mV}$ 时,  $u/(2V_T) \leq 0.5$

$$\operatorname{th} \left( \frac{v}{2V_T} \right) \approx \frac{v}{2V_T} \longrightarrow i = I_0 \frac{v_1 v_2}{4V_T^2}$$

【2】 $|u_2| \leq 26\text{mV}$ ,  $26\text{mV} < |v_1| < 260\text{mV}$

当 $u_2 \leq 26\text{mV}$ 时,

$$\longrightarrow i \approx \frac{I_0}{2V_T} v_2 \operatorname{th} \left( \frac{v_1}{2V_T} \right)$$

【3】 $|u_2| \leq 26\text{mV}$ ,  $|u_1| \geq 260\text{mV}$





当  $v_1 = V_{1m} \cos \omega_1 t$ ,  $V_{1m} \geq 260 \text{mV}$ , 即  $x_1 > 10$  时

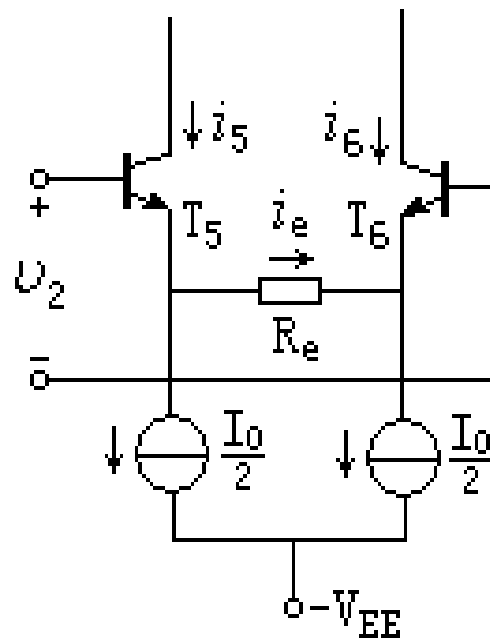
$$\text{th} \left\{ \frac{x_1}{2} \cos \omega_1 t \right\} \approx K_2(\omega_1 t) \longrightarrow i \approx \frac{I_0}{2V_T} v_2 K_2(\omega_1 t)$$

- ※上述三种工作特性都必须要求  $u_2$  为小值，这种要求将使它的使用范围受到限制。在实际电路中，往往采用负反馈技术来扩展  $u_2$  的动态范围；
- ※在第一种工作特性中扩展  $u_1$  动态范围，也可实现大动态范围内  $u_1$  与  $u_2$  直接相乘的模拟相乘运算；



## 【2】扩展 $u_2$ 的动态范围

$T_5$ 、 $T_6$ 管发射极之间接入负反馈电阻 $R_e$ 以扩展 $u_2$ 动态范围的电路。为便于集成化，图中还将电流源 $I_0$ 分成两个 $I_0/2$ 的电流源



$$u_2 = v_{BE5} + i_e R_e - v_{BE6}$$

$$v_{BE5} - v_{BE6} = V_T \ln(i_5/i_6)$$

$$u_2 = V_T \ln \left( \frac{i_5}{i_6} \right) + i_e R_e$$

$$i_5 \approx i_{E5} = I_0/2 + i_e, i_6 \approx i_{E6} = I_0/2 - i_e$$

$$\ln(i_5/i_6) = \ln(1 + 2i_e/I_0) - \ln(1 - 2i_e/I_0)$$

图6-2-4 用 $R_e$ 扩展 $u_2$ 动态范围的电路

根据  $\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \dots$  成立的条件是：

$$x = 2i_e / I_0 \leq 0.5$$

则  $x$  的三次方及其以上各次方项可忽略（误差小于10%）

$$\ln(i_5 / i_6) \approx 4i_e / I_0$$

$$v_2 = \frac{4V_T i_e}{I_0} + i_e R_e = i_e (R_e + 2r_e) \approx i_e R_e$$

式中  $r_e = \frac{V_T}{I_0/2}$  为T5、T6管发射结的动态电阻，通常满足  $R_e \gg 2r_e$

$$i_5 - i_6 = 2i_e = \frac{2v_2}{R_e + 2r_e} \approx \frac{2v_2}{R_e}$$

平衡调制器的输出差值电流为：

$$i = (i_5 - i_6) \operatorname{th} \left( \frac{v_1}{2V_T} \right) \approx \frac{2v_2}{R_e} \operatorname{th} \left( \frac{v_1}{2V_T} \right)$$

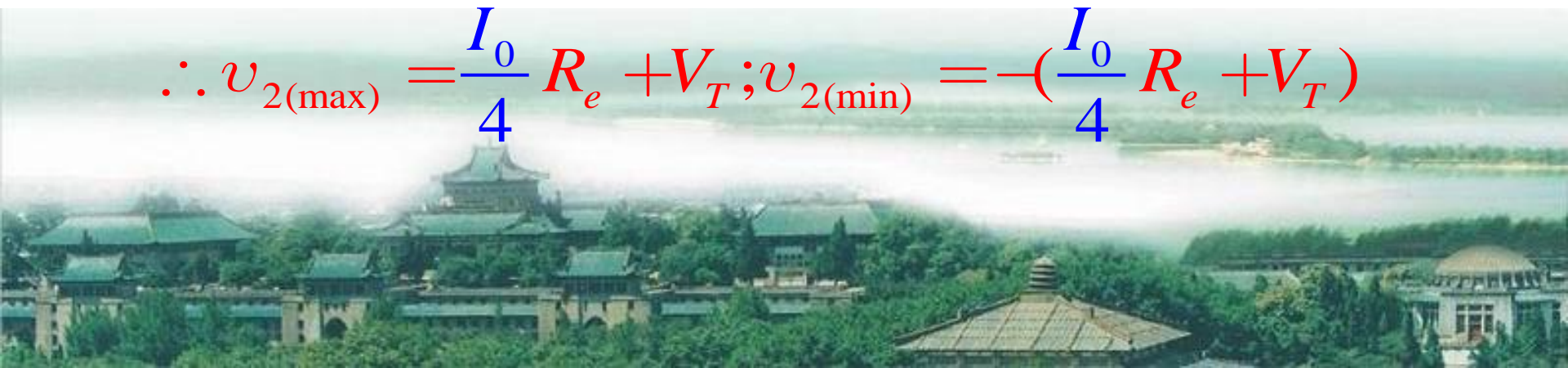
$$\because x = 2i_e / I_0 \leq 0.5 \quad \therefore i_e \leq \frac{I_0}{4}$$

$$\therefore |v_2| = \frac{4V_T i_e}{I_0} + i_e R_e \quad [\text{i}_e \text{取最大值时}]$$

$$= \frac{4V_T}{I_0} * \frac{I_0}{4} + \frac{I_0}{4} R_e$$

$$= \frac{I_0}{4} R_e + V_T$$

$$\therefore v_{2(\max)} = \frac{I_0}{4} R_e + V_T; v_{2(\min)} = -(\frac{I_0}{4} R_e + V_T)$$



允许的最大动态范围为:

$$-\left(\frac{1}{4}I_0R_e + V_T\right) \leq v_2 \leq \frac{1}{4}I_0R_e + V_T$$

例如，已知  $I_0 = 1\text{mA}$ ， $R_e = 1\text{k}\Omega$ ，则由上式求得  $u_2$  的最大动态范围为  $(-276\text{mV}, 276\text{mV})$ ，比不接  $R_e$  时扩大了10倍以上。

### 【3】集成平衡调制器

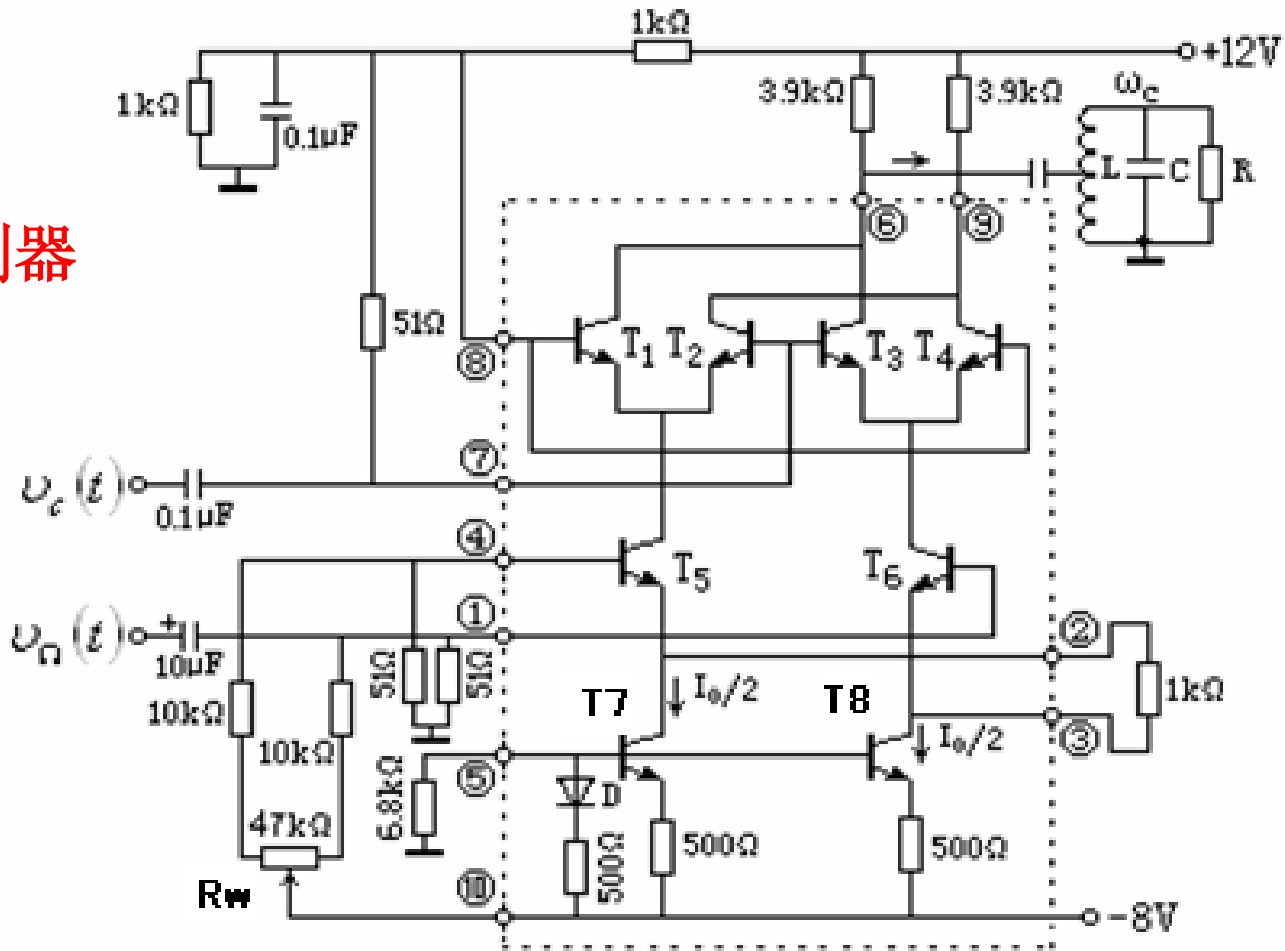


图 6-2-5 XFC1596 的内部电路及由它构成的双边带调制电路



端⑤到地的外接**6.8kΩ**电阻用来设定电流源**T7、T8**的电流 $I_0/2$ ，端②与③之间的外接**1kΩ**电阻用来扩展 $u_2$ 的动态范围，端⑥和⑨上的外接**3.9kΩ**电阻为两输出端的负载电阻。

平衡调制器为三层晶体管的电路结构，应用时，它的最高层和中间层三极管的基极均需外加偏置电压。其中，**T1~T4**管的基极偏压由+**12V**电源经两个**1kΩ**电阻分压供给，**T5、T6**管的基极偏压由-**8V**电源通过**47kΩ**电位器分别经**10kΩ**和**51Ω**电阻分压后供给。

## 2. 双差分对模拟相乘器

### 【1】电路组成原理

作为通用的模拟相乘器，还必须同时扩展 $u_1$ 的动态范围，为此，可在上述平衡调制器电路中增加图**6-2-6**所示由**T7~T10**组成的补偿电路。图中**T7、T8**是将集-基极短接的差分对管，它的输出差值电流为：



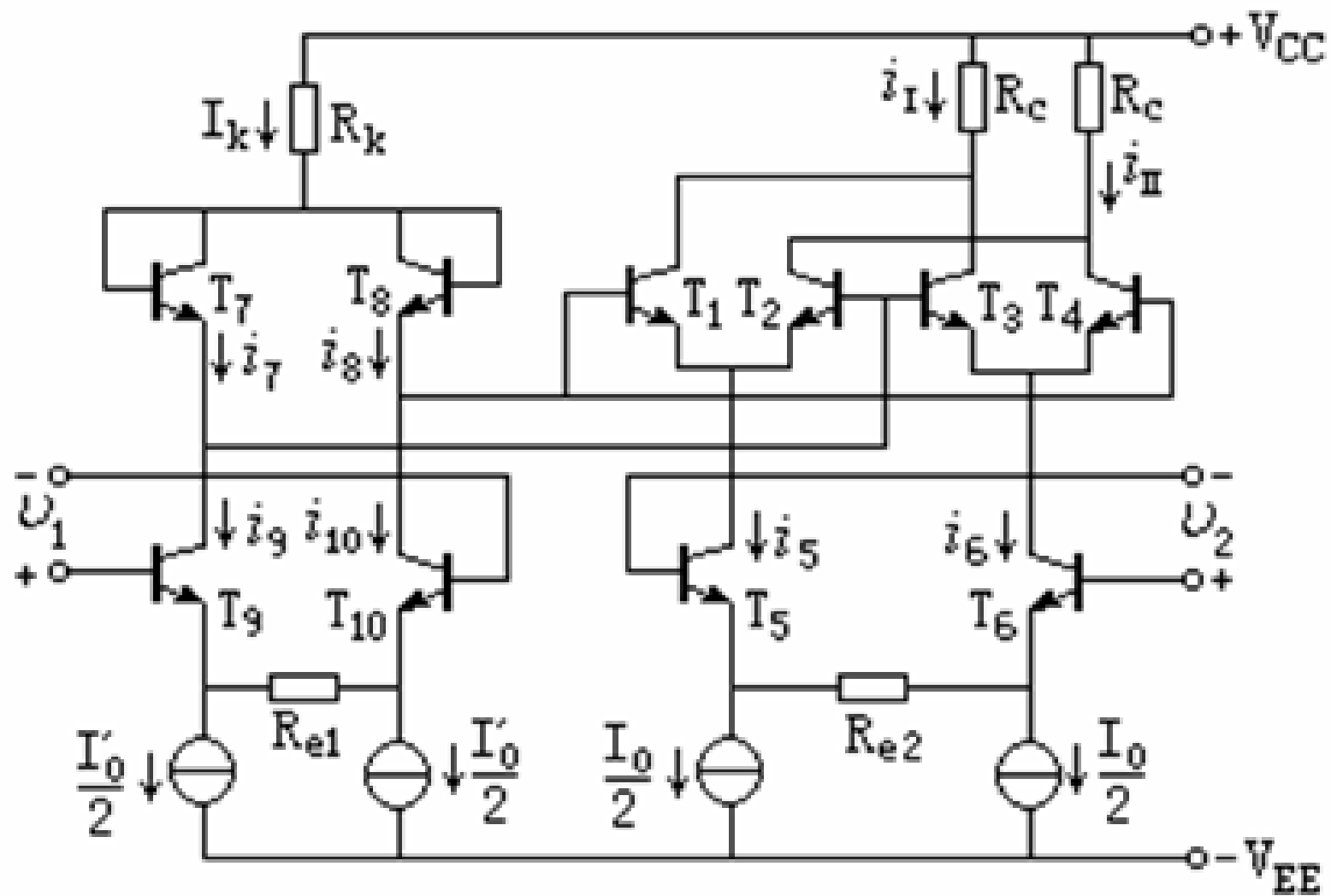


图 6-2-6 模拟相乘器原理电路

$$i_7 - i_8 = I_K \operatorname{th} \left( \frac{v_{BE7} - v_{BE8}}{2V_T} \right)$$

**T7、T8**又分别与**T1、T2**和**T3、T4**的发射结构成闭环环路，且满足：

$$U_{BE7} + U_{BE2} = U_{BE1} + U_{BE8},$$

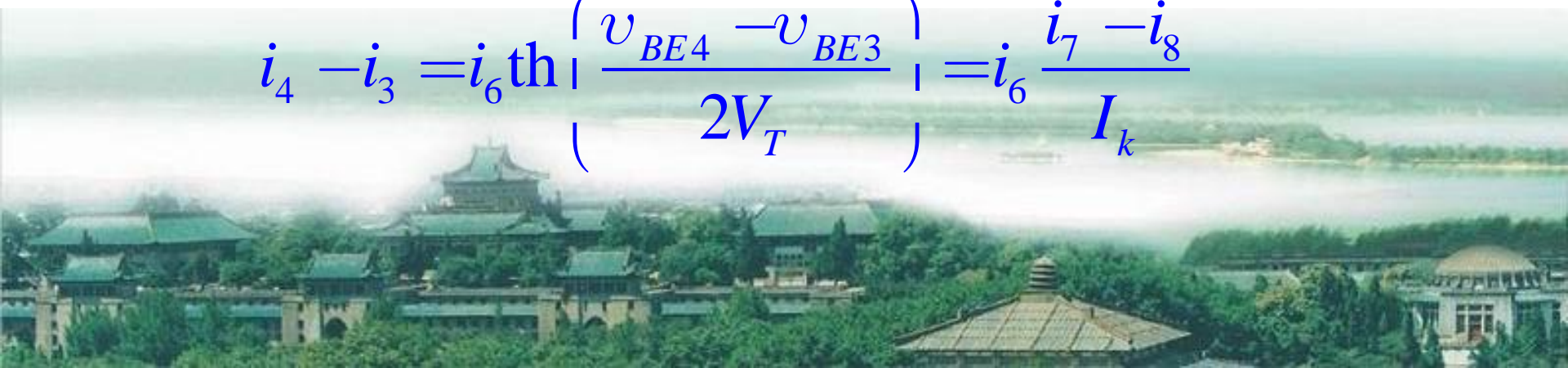
$$U_{BE7} + U_{BE3} = U_{BE8} + U_{BE4}, \text{ 即}$$

$$U_{BE7} - U_{BE8} = U_{BE1} - U_{BE2} = U_{BE4} - U_{BE3}$$

因而**T1、T2**和**T3、T4**两个差分对管的输出差值电流分别为

$$i_1 - i_2 = i_5 \operatorname{th} \left( \frac{v_{BE1} - v_{BE2}}{2V_T} \right) = i_5 \frac{i_7 - i_8}{I_k}$$

$$i_4 - i_3 = i_6 \operatorname{th} \left( \frac{v_{BE4} - v_{BE3}}{2V_T} \right) = i_6 \frac{i_7 - i_8}{I_k}$$



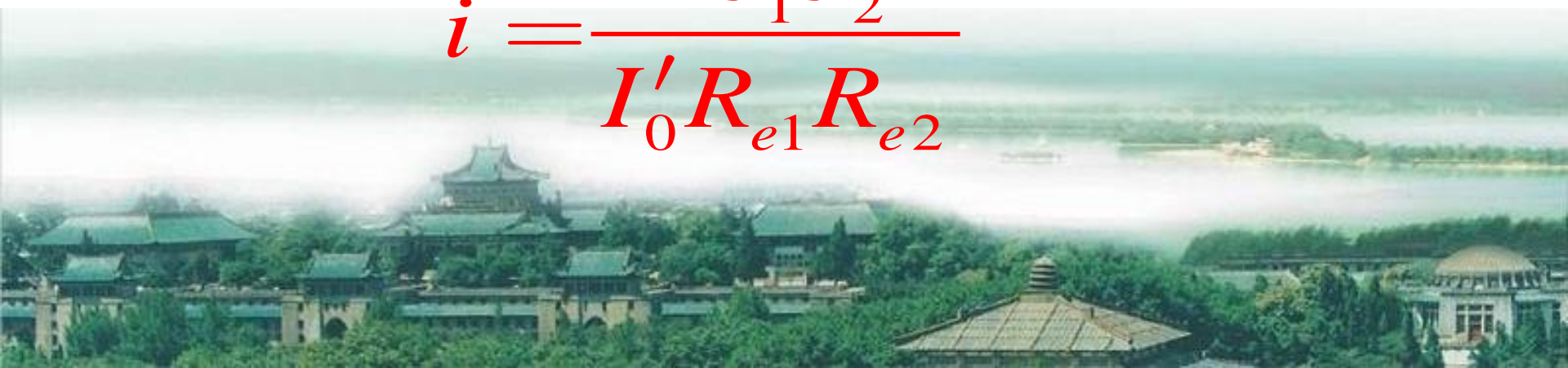
$$i = (i_1 - i_2) - (i_4 - i_3) = \frac{(i_5 - i_6)(i_7 - i_8)}{I_k}$$

**T9、T10、 $R_{e1}$** 构成与**T5、T6、 $R_{e2}$** 相同的电压—电流线性变换电路，它们各自将输入电压 $u_1$ 和 $u_2$ 在限定的范围内线性地变换为输出差值电流：

$$\begin{aligned} i_9 - i_{10} &\approx \frac{2v_1}{R_{e1} + 4V_T/I'_0} \approx \frac{2v_1}{R_{e1}} & -\left\{ \frac{1}{4} I'_0 R_{e1} + V_T \right\} \leq v_1 \leq \frac{1}{4} I'_0 R_{e1} + V_T \\ i_5 - i_6 &\approx \frac{2v_2}{R_{e2} + 4V_T/I_0} \approx \frac{2v_2}{R_{e2}} & -\left\{ \frac{1}{4} I_0 R_{e2} + V_T \right\} \leq v_2 \leq \frac{1}{4} I_0 R_{e2} + V_T \end{aligned}$$

若忽略**T1~T4**的基极电流，则 $i_9 - i_{10} \approx i_7 - i_8$ ，式（6-2-23）可为：

$$i = \frac{4v_1 v_2}{I'_0 R_{e1} R_{e2}}$$



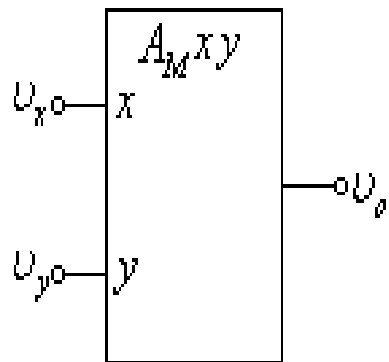
当相乘器两输出端接有直流负载电阻 $R_c$ 时，输出差值电压为：

$$v_o = (i_I - i_{II})R_c = iR_c = \frac{4R_c}{I'_0 R_{e1} R_{e2}} v_1 v_2 = A_M v_1 v_2$$

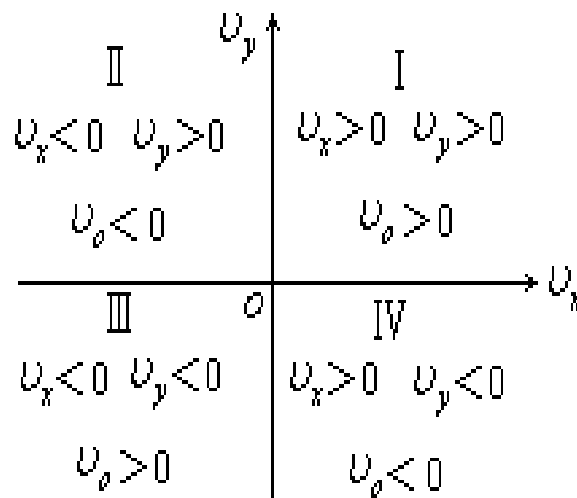
$A_M$ 为相乘器的相乘增益，单位为 $1/V$

## 【2】 集成模拟相乘器

$$v_o = A_M v_x v_y$$



(a)



(b)

图6-2-7 集成模拟相乘器的电路符号和工作象限

(a) 电路符号；(b) 工作象限



$u_x$ 和 $u_y$ 的极性是任意的，可正可负，如图6-2-7（b）所示，因而又将这种相乘器称为四象限相乘器。且当任一输入电压为零（ $u_x=0$ 或 $u_y=0$ 或 $u_x=u_y=0$ ）时输出电压为零（ $u_o=0$ ），任一输入电压为恒值（ $u_x=V_{REF}$ 或 $u_y=V_{REF}$ ）时，输出电压与另一输入电压之间呈线性关系，即

$$\left. \begin{aligned} v_o &= A_M V_{REF} v_y \\ v_o &= A_M V_{REF} v_x \end{aligned} \right\}$$

由于电路中存在固有的不对称性和非线性，实际模拟相乘器存在着如下的偏差：

※由失调而产生的偏差

Y馈通误差 $E_{YF}$  X 馈通误差 $E_{XF}$

※相乘特性非理想而产生的偏差

总误差 $E_{\Sigma}$  非线性误差 $E_{NL}$

※集成模拟相乘器的性能还受到电路动态特性的限制

小信号带宽BW、转移速度SR、全功率带宽 $BW_p$ 、建立时间等

双差分集成模拟相乘器的产品  
**BG314**

超高精度的**AD734**（总误差  
 $E_{\Sigma} < 0.1\%$ ）

超高频的**AD834**（ $BW > 500\text{MHz}$ ）

大动态范围平衡调制器：  
**AD630**用两只增益相同和反相放大器构成的平衡调制器,可以扩展 $V_2$ 的动态范围(高达100dB)

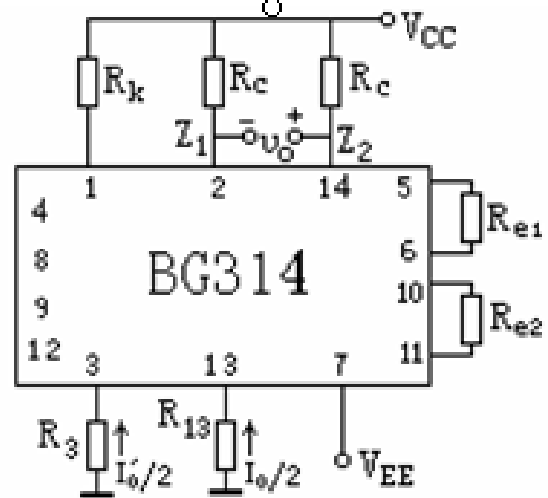
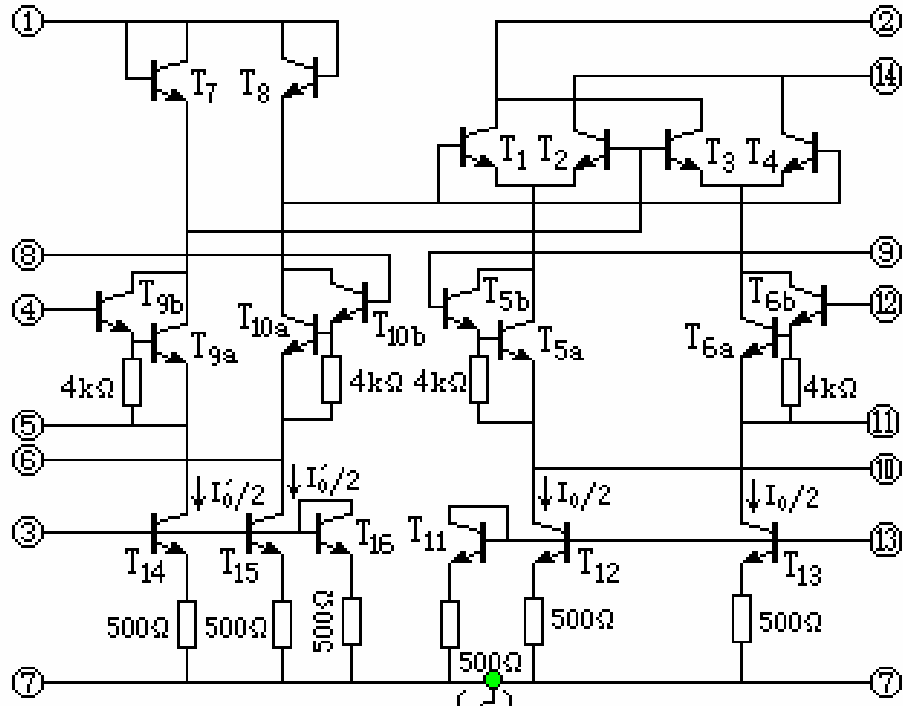


图6-2-8 BG314集成模拟乘法器的内部电路及相应的外接电路  
(a) 内部电路; (b) 外部电路

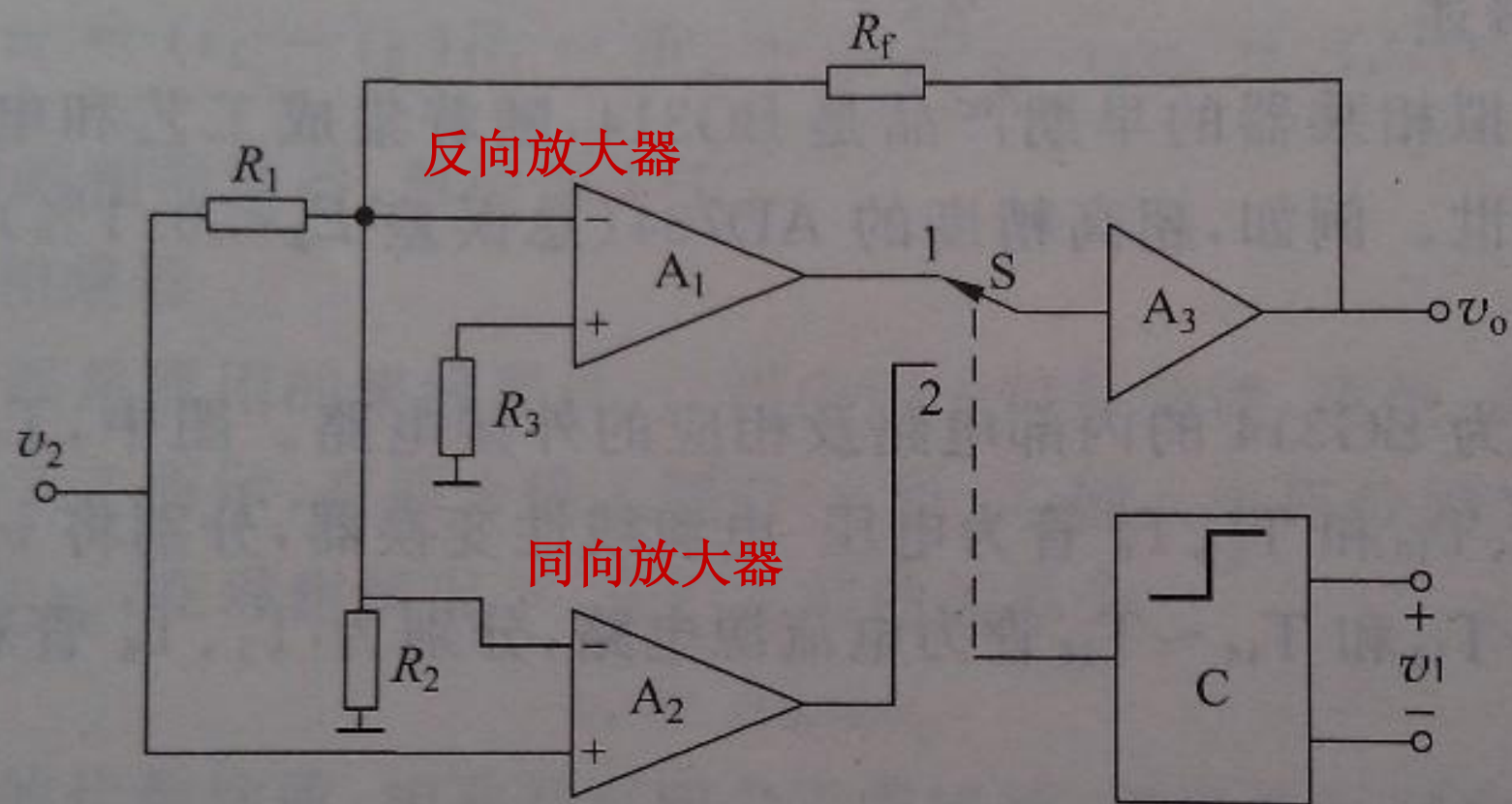
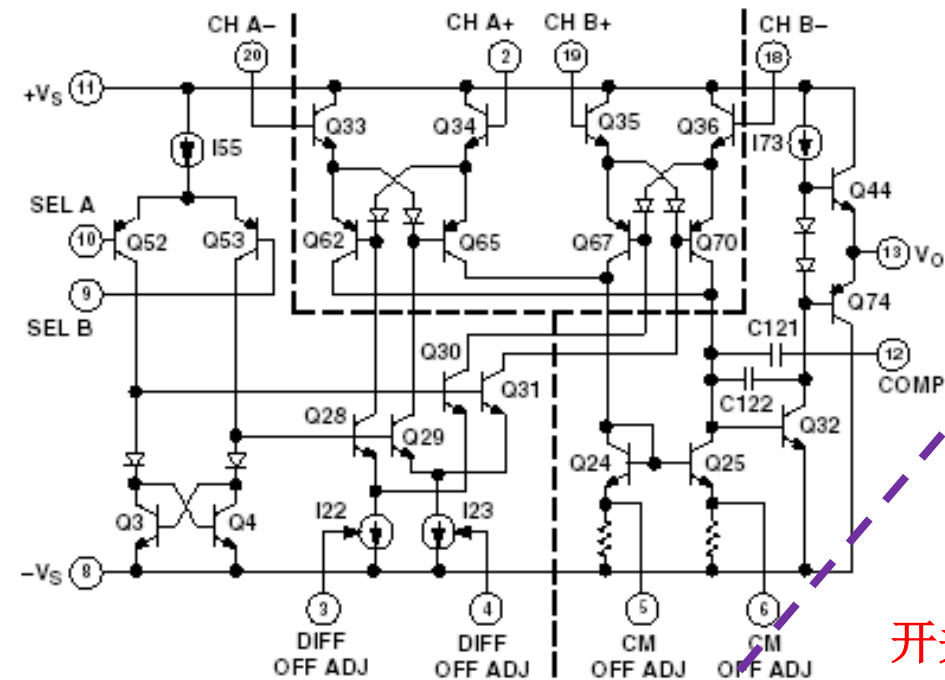
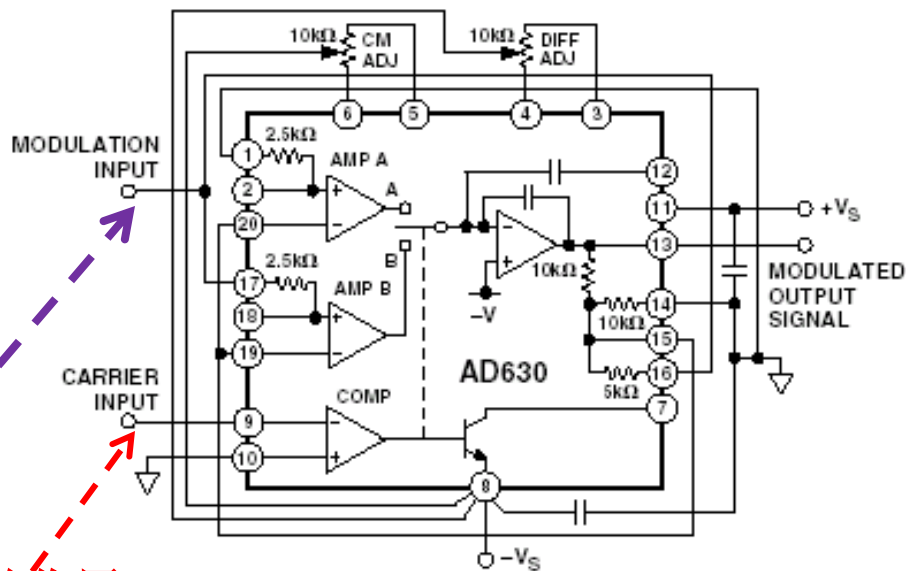


图 6-2-10 AD630 组成方框图



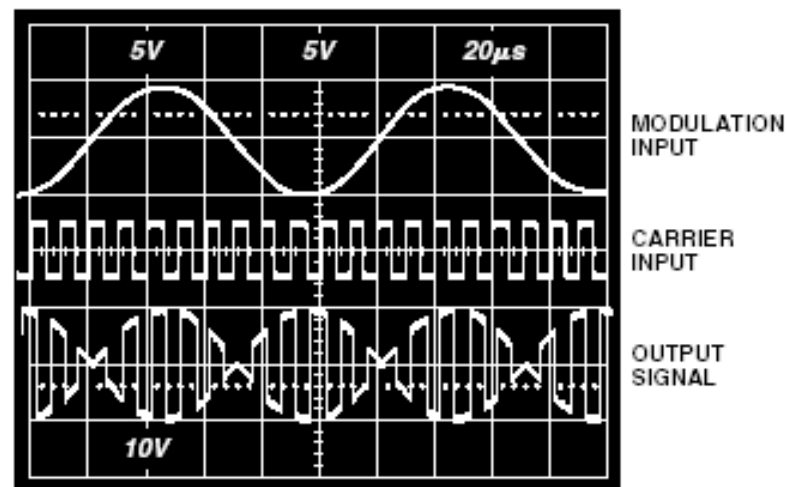


开关作用



$$1 + \frac{R_1}{R_f} = \frac{R_f}{R_1} \text{ 或 } R_1 = R_f // R_2$$

$$v_o = \frac{R_f}{R_1} v_2 K_2 (\omega_1 t)$$



Gain-of-Two Balanced Modulator Sample Waveforms



完

