

2015 年电子信息学院考试试题 (B)

科目: 电磁场理论 年级: _____ 姓名: _____ 学号: _____

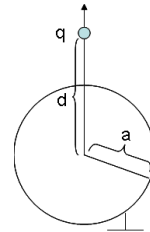
注意: 所有答题内容必须写在答题纸上, 凡写在试题或草稿纸上的一律无效。

一、(40 分) 请简述或证明如下问题:

- (1) 写出介质中 Maxwell 方程组的微分形式并简述各式的物理意义;
- (2) 证明无源线性各向同性均匀无界空间中, Maxwell 方程的基本解为平面横电磁波;
- (3) 证明在静态和时变场情况下, 理想导体内部都不存在净余电荷分布;
- (4) 通常采用多股细导线代替单股粗导线来传导高频电磁波, 试解释其原因。

二、(30 分) 正电荷 q 位于半径为 a 的接地薄理想导体球壳外, 距球心距离为 d , 请使用镜像法求解:

- (1) 写出球外部电势满足的泊松方程和边界条件;
- (2) 求解球外任意点的电势;
- (3) 写出导体球壳两侧电势满足的连续性和跃变关系式;
- (4) 求导体球壳表面的感应电荷面密度;
- (5) 求感应电荷受到的总电场力。



三、(10 分) 某平面电磁波以布鲁斯特 (Brewster) 角从一种介质空间入射到另一种介质空间, 已知入射波电场有平行和垂直入射面分量, 请判断反射波电场的方向及其极化特性。

四、(20 分) 电力部门利用双导线传输电能, 如图所示。①请利用电磁场的基本原理分析能量是通过什么途径传输到用户家中的; ②导线的作用是什么?



2015 年电子信息学院考试试题答案 (B)

科目: 电磁场理论 年级: _____ 姓名: _____ 学号: _____

注意: 所有答题内容必须写在答题纸上, 凡写在试题或草稿纸上的一律无效。

一、参考答案:

(1) 介质中 Maxwell 方程组为:

$$\text{微分形式: } \begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, t) \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mu_0(\mathbf{J} + \mathbf{J}_D) \end{cases}$$

- 1) 电场的高斯定理, 说明总的电场和电荷的联系
- 2) 磁通连续定理, 说明磁场是无源场, 磁力线是闭合的, 目前自然界没有磁荷存在
- 3) 法拉第电磁感应定律, 说明总的电场和磁场的联系, 变化的磁场产生电场
- 4) 安培环路定理, 说明磁场与电流以及变化电场的联系, 变化的电场激发磁场

(2) 在无源理想介质空间中, 时谐电磁波的波动方程为:

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2(\omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0,$$

$$\text{该方程的解为平面电磁波: } \begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \exp(-\mathbf{j}\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0 \exp(-\mathbf{j}\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \end{cases}$$

根据 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ 和 $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$, 可知电场和磁场在波传播的方向 (\mathbf{k}) 上没有分量, 故为横波。

(3) 在静电情形下, 由于静电屏蔽, 导电介质内不存在自由电荷分布, 自由电荷只分布在导体的表面。在时变电磁场中, 假设导电介质内有自由电荷分布, 密度为 ρ 。利用电场的 Gauss 定理和 Ohm 定律得到电荷与传导电流之间满足如下方程:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{J} &= \sigma \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{J} &= -\frac{\partial \rho}{\partial t} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= -\frac{\sigma}{\varepsilon} \rho \\ \rho(t) &= \rho_0 \exp\left(-\frac{\sigma}{\varepsilon} t\right) = \rho_0 \exp(-\pi) \end{aligned}$$

该结果表明, 导电介质中自由电荷密度随时间按指数规律衰减, 与电磁波的形式和变化规律无关, 只与导电媒质本身电磁特性参数 (ε, σ) 有关。由于初始时导电介质内电荷密度一般为零, 因此导电介质中不存在自由电荷。

(4) 由于导体的趋肤效应, 导体中高频电流集中于表面, 内部的电流则随深度的增加而迅速减小。尽管导体的截面很大, 但真正用于电流传输的有效面积则很小。导致导体的高频电阻必然大于低频或直流电阻, 高频电磁波的这一特性是金属导线不宜用于传导高频电流的重要原因之一, 采用多股细导线可以增大传输的有效面积。

二、(30 分) 参考答案:

(1)

$$\begin{cases} \nabla^2 \varphi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{q}{\varepsilon_0} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') , & r, r' > 0 \\ \varphi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{r=a} = 0 \end{cases}$$

(2) 利用镜像法求解像电荷的位置和电量分别为

$$\begin{cases} d' = \frac{a^2}{d} \\ q' = -\frac{a}{d} \end{cases},$$

电势为:

$$\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R_2}, R_1 = \sqrt{r^2 + d^2 - 2ad\cos\theta}, R_2 = \sqrt{r^2 + d'^2 - 2ad'\cos\theta}$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_0 (\text{常数})$$

$$(3) \quad \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = -\rho_s$$

(4) 根据 (3) 得到的电势函数在理想导体-理想介质交界面满足的关系式

$$\rho_s = -\varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} \Big|_{r=a} \text{ 求解}$$

$$(5) \text{ 直接利用库伦定律求解 } \vec{F} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon R} \vec{e}_z, R = d - d'$$

三、(10 分) 平行极化平面波以布鲁斯特 (Brewster) 角入射时, 反射波为零, 故反射波只有垂直极化分量, 为线极化波。

四、(20 分) 略