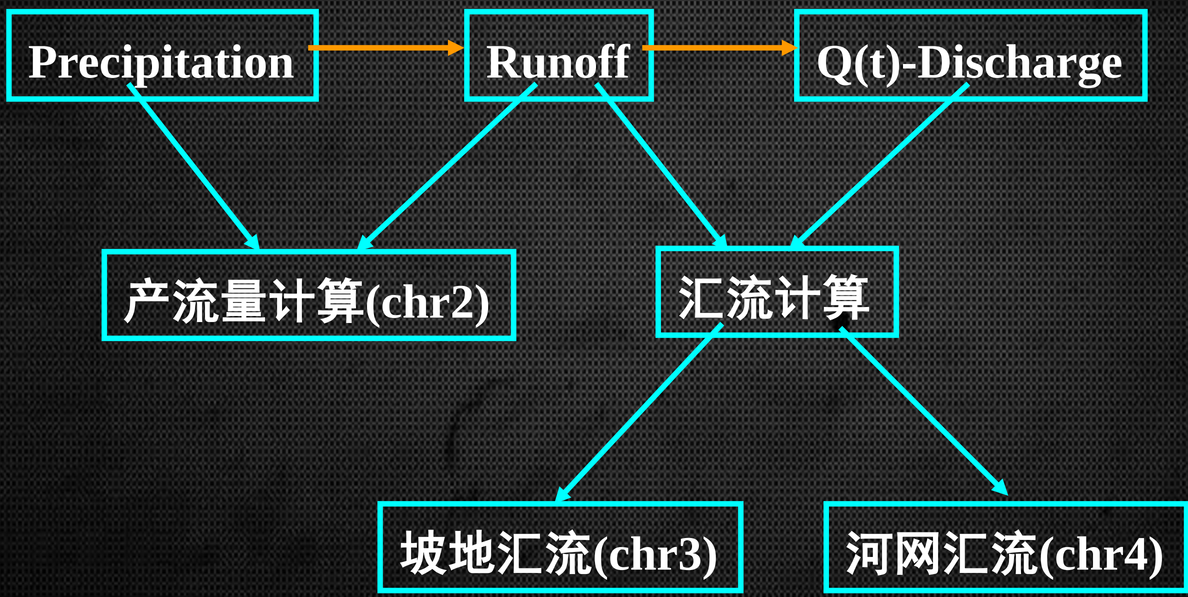
第三章 流域汇流预报

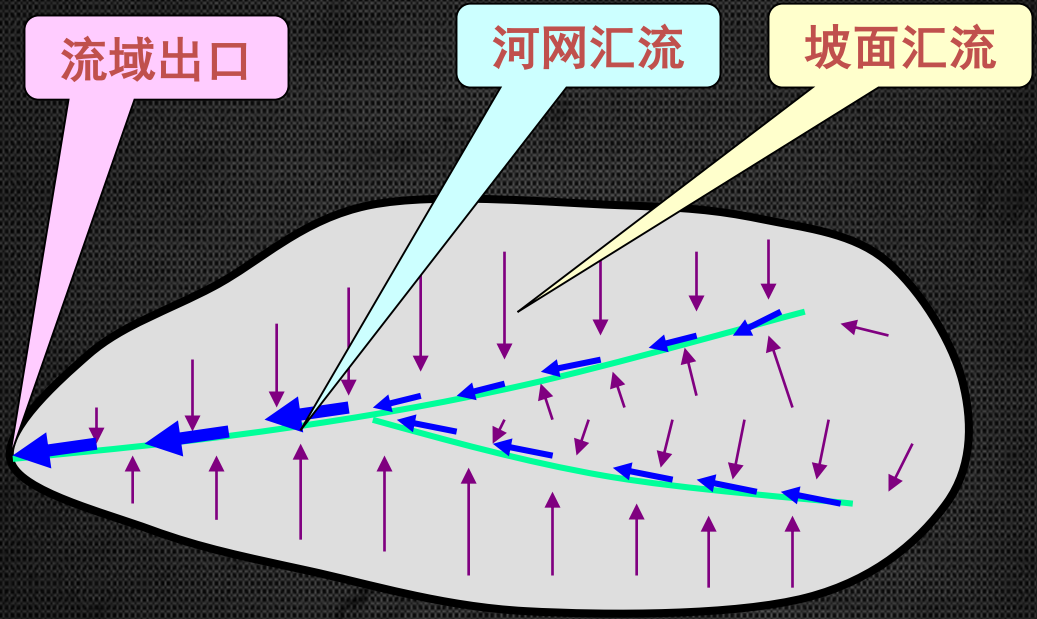
刘 攀　教授

目录

第一节 流域汇流的基本概念



流域汇流预报是指由净雨量预报流域出口断面的洪水流量过程



流域汇流过程

坡地汇流阶段：

地面径流
- 汇流速度快
- 流程短
- 汇流历时短

地下径流
- 汇流速度慢
- 流程最长
- 汇流历时长

壤中流：介于两者之间。

河网汇流阶段：

- 各种水源受河槽水力条件的制约作用是相同的；
- 因注入河网的地点不同，流经河网所受的调蓄作用不同。

- 在防洪工作中，洪水过程预报常注重于洪峰流量值预报。
- 除壤中流和地下水特别丰富地区外，洪峰流量主要由地面径流形成，与流域河网汇流的调蓄性能有关。
- 相同径流量，空间分布不均匀性越强，洪峰流量也越大；通常把流域划分为若干单元计算面积以考虑不均匀性的影响。

地面径流

快速壤中流

直接径流

(地面径流)

壤中流

慢速壤中流

地下径流

地下径流

单位线

瞬时单位线

地貌单位线

等流时线

地面径流汇流计算

坡地

汇流

计算

地下径流汇流计算

线性水库

汇

流

计

算

河网汇流计算

第二节 单位过程线法

一、方法的原理

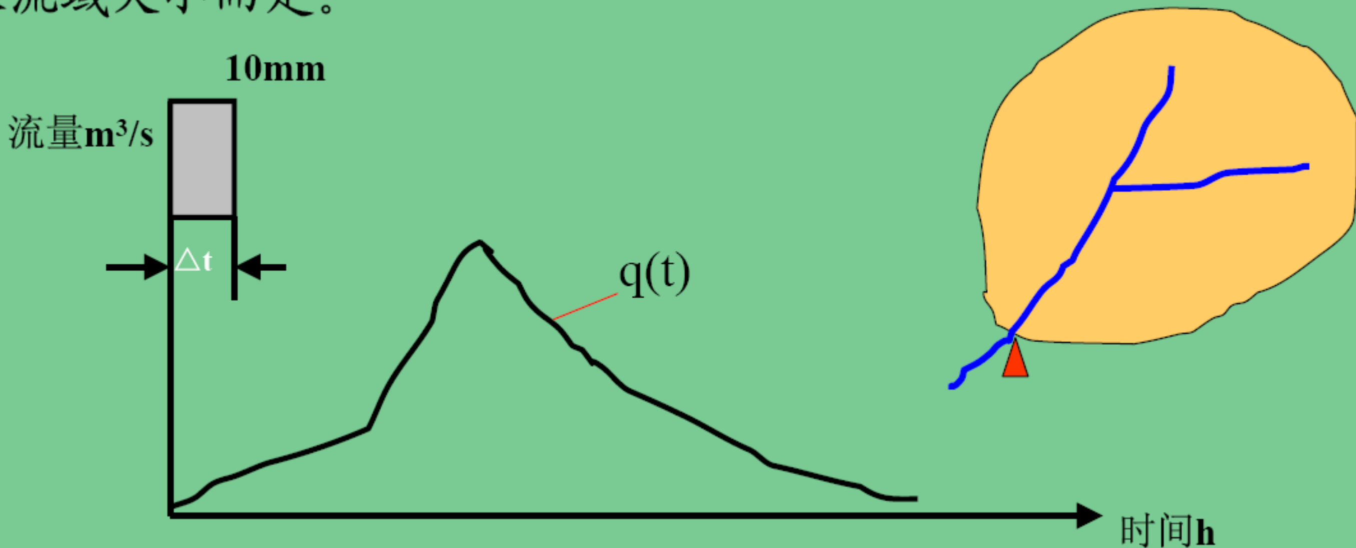
（一）单位线的定义和基本假定

在给定流域上，单位时段内均匀分布的单位地面（直接）净雨量，在流域出口断面形成的流量过程线称为单位线，记为UH(unit hydrograph)，表示为*q*～*t*。

单位地面净雨量：10.0mm

单位时段：1h, 2h, 3h, …….

单位净雨一般取10mm，单位时段可取1、3、6、12、24h等，依流域大小而定。



Discussion

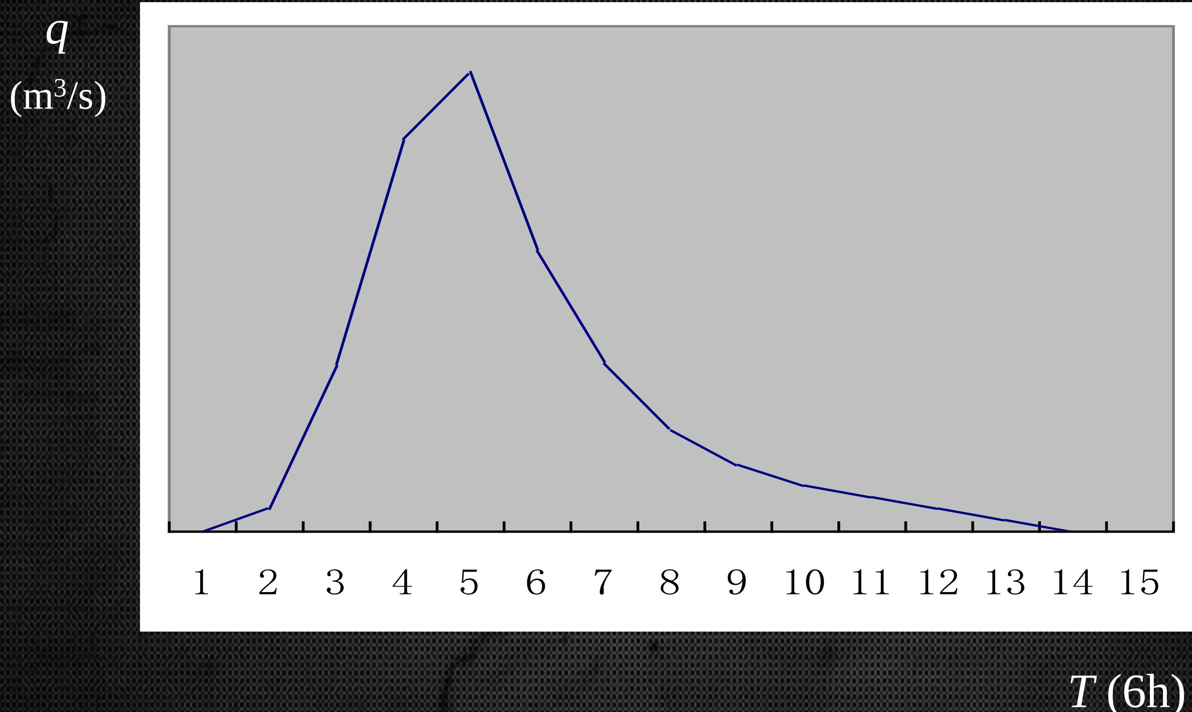
根据单位线定义有:

$$\frac{3.6\Sigma q\Delta t}{F}=10mm$$

式中，q 一 单位线纵高，m^3/s；

F 一 流域面积，km^2;

Δt 一 时段，h。



某河某站６h单位线（F＝３４１km^2）

某河某站６h单位线（F＝３４１km²）

时序(Δt =6h)	q(m³/s)	时序(Δt =6h)	q(m³/s)
0	0	7	9.0
1	2.0	8	6.0
2	15.0	9	4.0
3	35.0	10	3.0
4	41.0	11	2.0
5	25.0	12	1.0

$$\frac{3.6\Sigma q\Delta t}{F} = \frac{3.6\times 158\times 6}{341} = 10mm$$

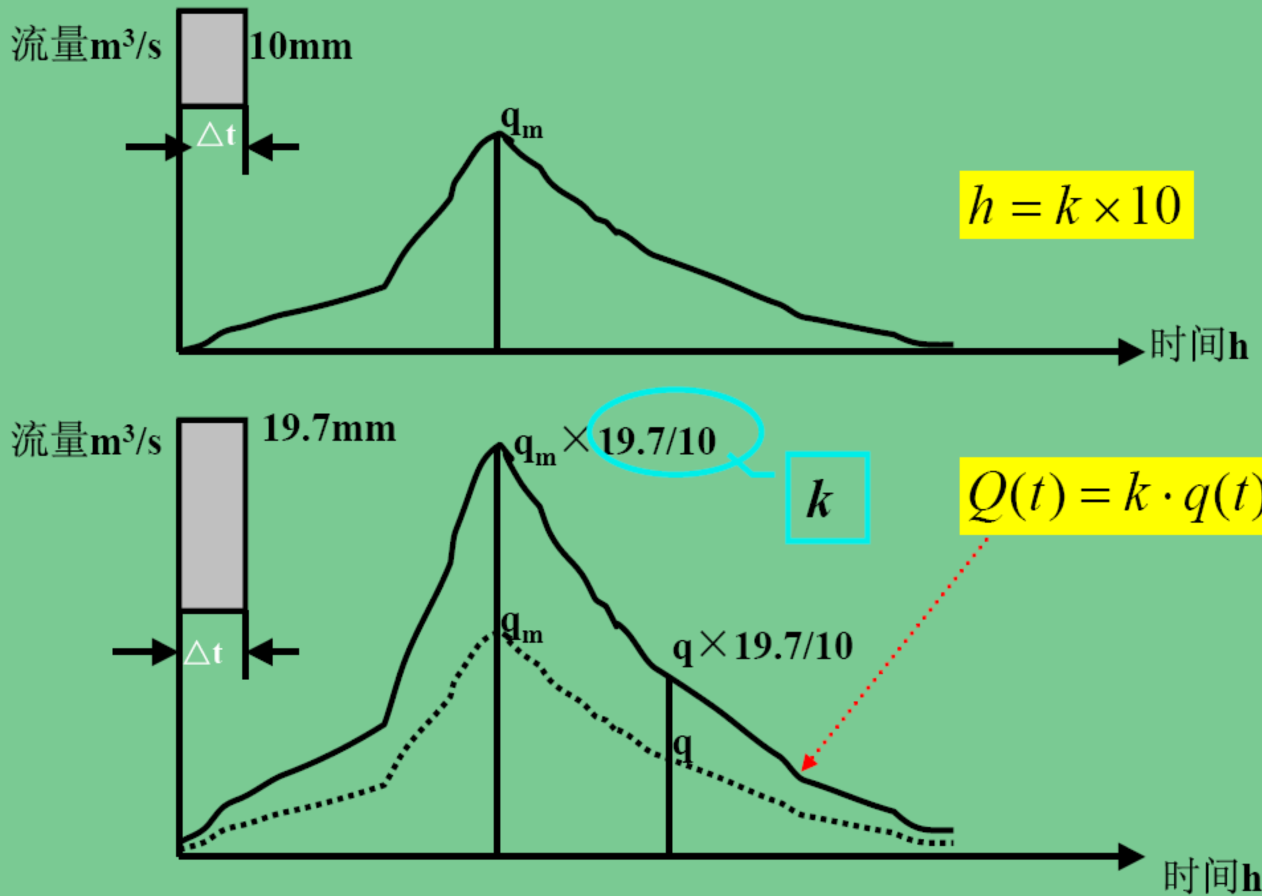
单位线的两个假定

地面净雨时段不是只有一个且单位时段内地面净雨不是正好是10mm,What do we do?

倍比假定：如单位时段地面净雨量是n个单位，则所形成过程线的流量为单位线流量的n倍，其历时仍与单位线的历时相同。

同一流域上，如两次净雨的历时相同，但净雨深不同，各为h_1、h_2,则两者所产生的地面径流过程线形状完全相似，即两者的洪水过程线底宽(洪水历时)与涨洪、退洪历时完全相等，相应时段的流量坐标则与净雨量大小成正比 $\left(\frac{Q_{a1}}{Q_{b1}}=\frac{h_1}{h_2}\right)$

■ 倍比假定：如果单位时段内的净雨不是一个单位而是k个单位,则形成的流量过程是单位线纵标的k倍。



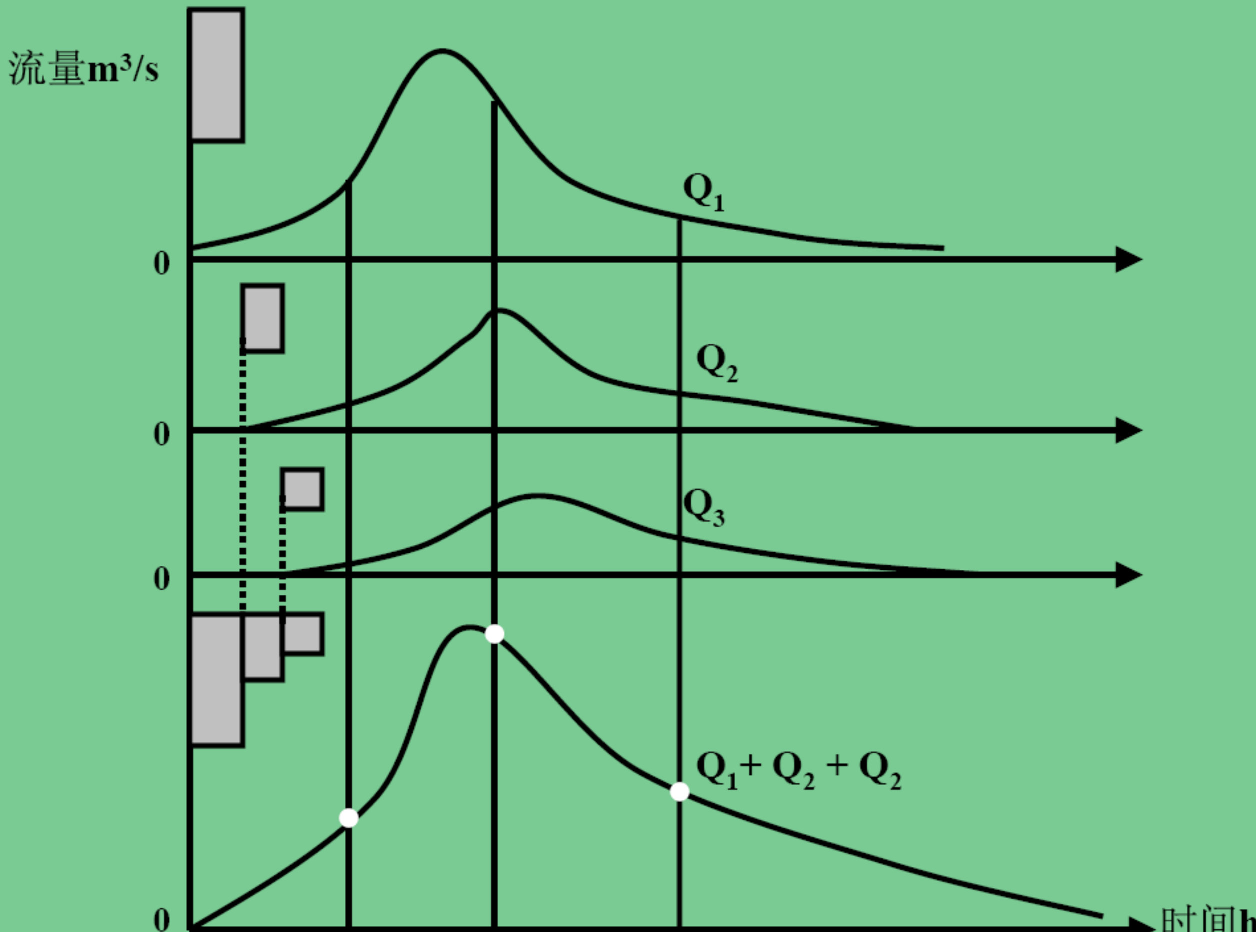
单位线的两个假定

地面净雨时段不是只有一个且单位时段内地面净雨不是正好是10mm,What do we do?

叠加假定：如地面净雨历时是m个时段，则各时段地面净雨所形成的径流过程线之间互不干扰，出口断面的流量等于各时段净雨量所形成的流量之和。

同一流域上，相流单位时段△t的净雨深h_1、h_2各自在出口断面形成的地面径流Q_a～t和Q_b～t，彼此互不影响，即它们的形状仍然相似，只是因为净雨深h_1比h_2错后一个单位时段△t，所以两条过程线的相应点(如起涨、洪峰、终止等)也恰好错开一个时段△t。

■ 叠加假定：如果净雨不是一个时段而是m个时段，则形成的流量过程是各时段净雨形成的部分流量过程错开时段叠加。



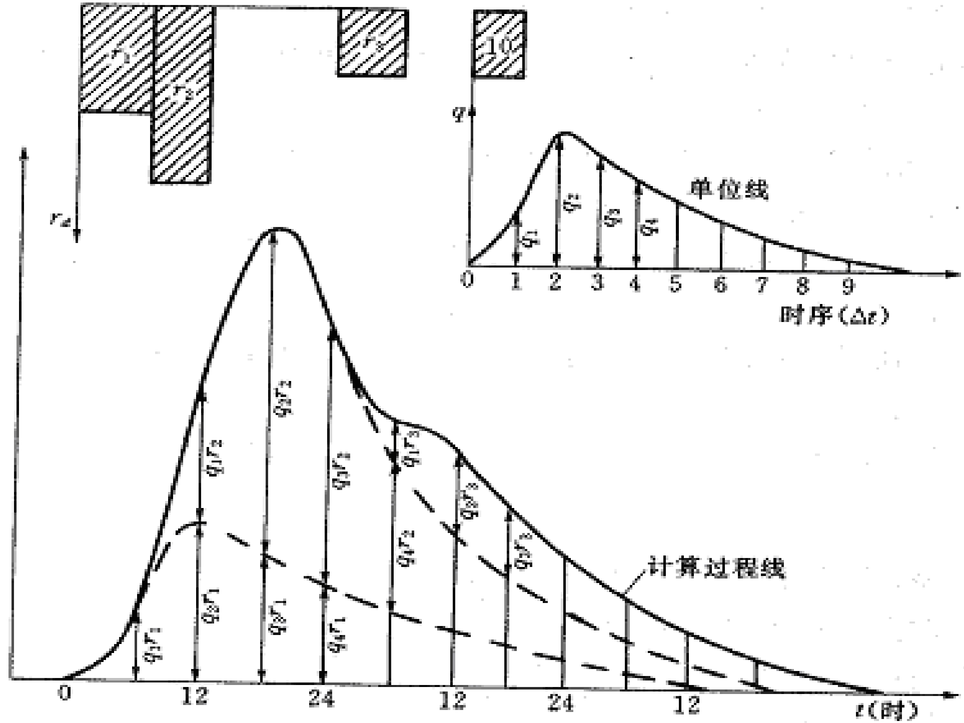


图3-3 单位线法推求洪水过程线示意图

单位线2个假定示意图

（二）单位线的三要素和时段的选择

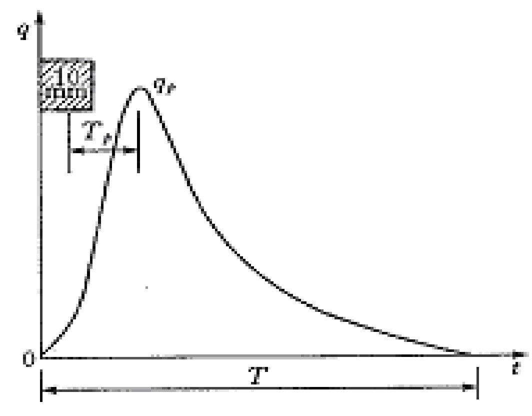


图 3−1　位线的三要素示意图

1）洪峰流量q_p

2）洪峰滞时T_p

3）底宽T

T_p的确定：

1) 从单位净雨形心到单位线洪峰的时距

2) 从单位净雨开始时刻到单位线洪峰的时距

时段的确定：使分析出的单位线误差最小。

单位线存在的问题？

1)未考虑净雨与下垫面的不均匀性；

2)将流域作为整体，认为符合线性、倍比、叠加原则，属线性时不变系统，实际情况可能不是这样。

$$Q_d(t)=\int_0^t u(0,t-\tau)r_d(\tau)d\tau \longrightarrow Q_{d,i}=\sum_{j=1}^{m} r_{d,j}q_{i-j+1}$$

第三章 流域汇流预报

第一节 流域汇流的基本概念

第二节 单位线

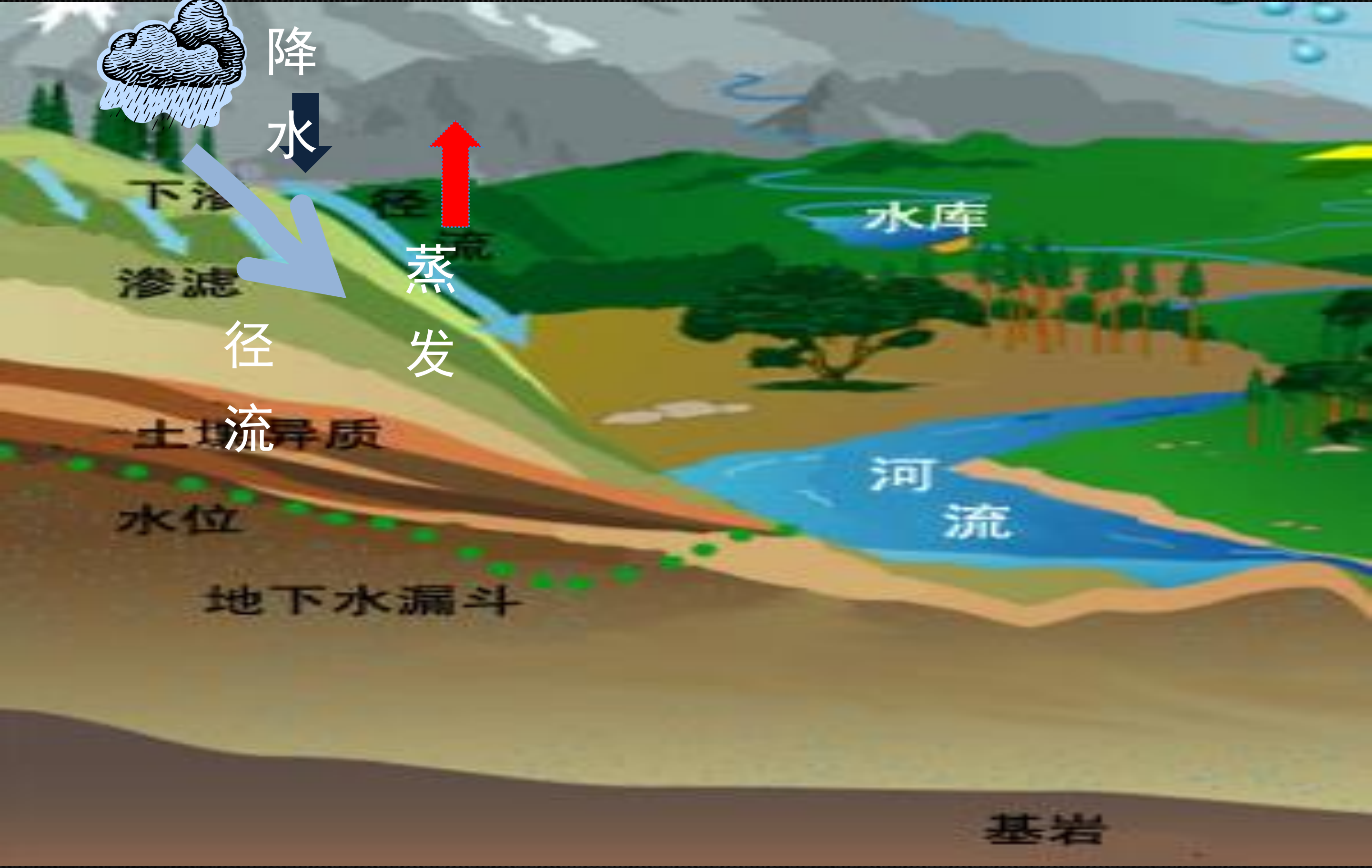
第三节 等流时线法

第四节 地貌瞬时单位线法

第五节 地下径流汇流计算

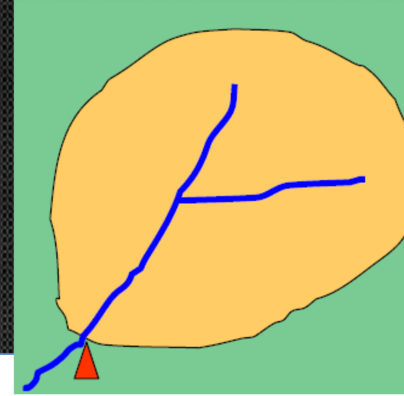
第六节 流域汇流的非线性问题

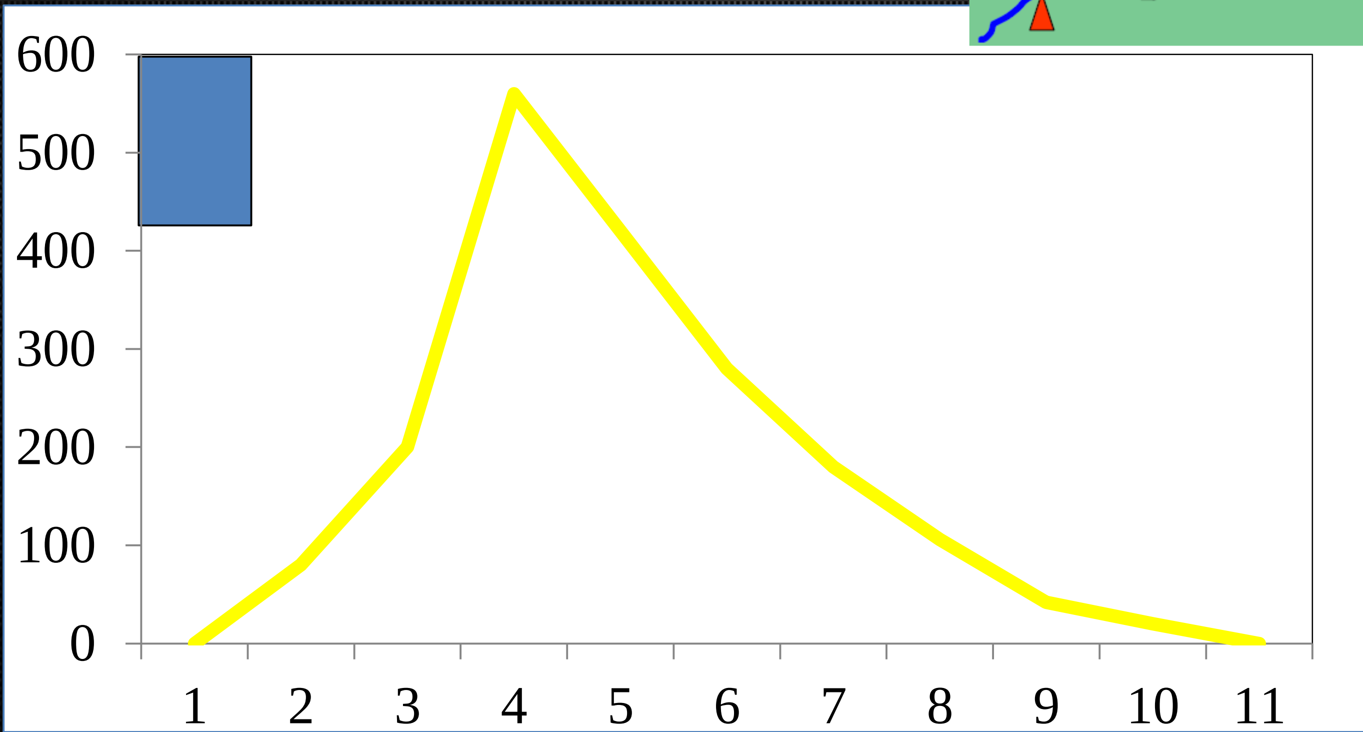
1 问题的提出



2 单位线的定义

1932，由谢尔曼提出。





单位线的一般性公式

时段	净雨
1	$r_{d,1}$
2	$r_{d,2}$
3	$r_{d,3}$
4	$r_{d,4}$
5	

二、单位线的推求

所需资料：实测降雨径流资料＋时空分布均匀、历时较短的降雨形成的单峰洪水资料

R_d 产流量计算＋水源划分(f_c划分）

分析单位线

Q_d 径流分割（斜线分割法）

注意事项：

$Q_d \sim t$ → R_d

P → R_d

两者误差不能太大

Δt的确定：

1)洪峰位于计算时间上

2)大强度降雨位于一个时段内，不要人为地分割到2个时段

3)与报汛时段配合

(一)分析法

分析法的原理是递推求解。已知地面径流过程$Q_{d,1},Q_{d,2},Q_{d,3}\cdots$，时段地面净雨(表示为10mm的倍数)$r_{d,1},r_{d,2},r_{d,3}\cdots$，则：

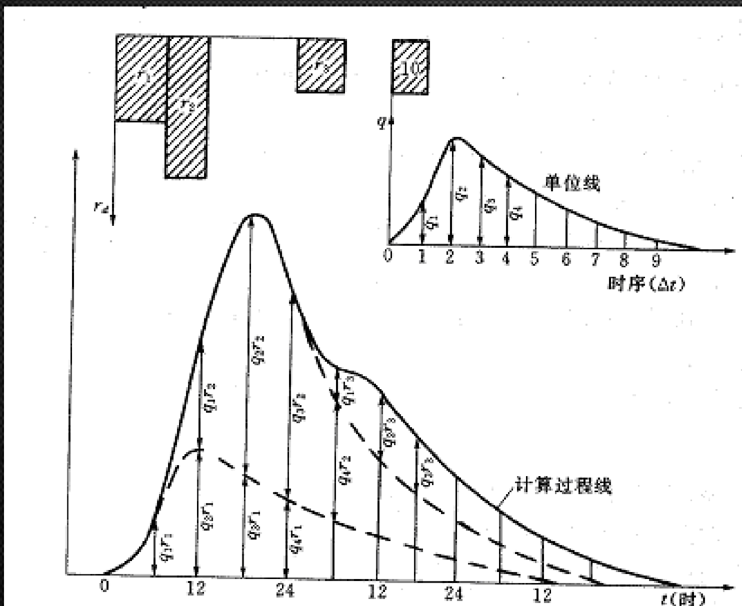


图3-3 单位线法推求洪水过程线示意图

(一)分析法

$$Q_{d,1} = \frac{r_{d,1}}{10} q_1$$

$$Q_{d,2} = \frac{r_{d,1}}{10} q_2 + \frac{r_{d,2}}{10} q_1$$

$$Q_{d,3} = \frac{r_{d,1}}{10} q_3 + \frac{r_{d,2}}{10} q_2 + \frac{r_{d,3}}{10} q_1 \cdots\cdots$$

$$q_1 = 10Q_{d,1} / r_{d,1}$$

$$q_2 = (10Q_{d,2} - r_{d,2} q_1) / r_{d,1}$$

$$q_3 = (10Q_{d,3} - r_{d,2} q_2 - r_{d,3} q_1) / r_{d,1}$$

……

$$q_t = \frac{10Q_{d,t} - \sum_{i=2}^{m} r_{d,i} q_{t-i+1}}{r_{d,1}}$$

单位线推求（$F = 8080\text{km}^2$）

NO	日	时	地表径流 （m³/s）	地面净雨 （mm）	单位线 q （m³/s）
1	5	0	120	15.0	80
2		12	340	5.0	200
3	6	0	940		560
4		12	910		420
5	7	0	630		280
6		12	410		180
8	8	0	250		106
9		12	115		42
9	9	0	25		2
10		12	0		0
合计			3740	20	1870

$$q_1 = 10Q_{d,1} / r_{d,1}$$

$$q_2 = (10Q_{d,2} - r_{d,2}q_1) / r_{d,1}$$

$$q_3 = (10Q_{d,3} - r_{d,2}q_2 - r_{d,3}q_1) / r_{d,1}$$

……

$$q_1 = 120\frac{10}{15} = 80 \ (m^3/s)$$

$$q_2 = (340 - \frac{5}{10}\times 80)\frac{10}{15} = 200 \ (m^3/s)$$

$$q_3 = (940 - \frac{5}{10}\times 200)\frac{10}{15} = 560 \ (m^3/s)$$

……

$$\frac{3.6\Sigma q\Delta t}{F} = 10mm$$

$$\Sigma q = \frac{10F}{3.6\Delta t} = \frac{10\times 8080}{3.6\times 12} = 1870(\text{m}^3/\text{s})$$

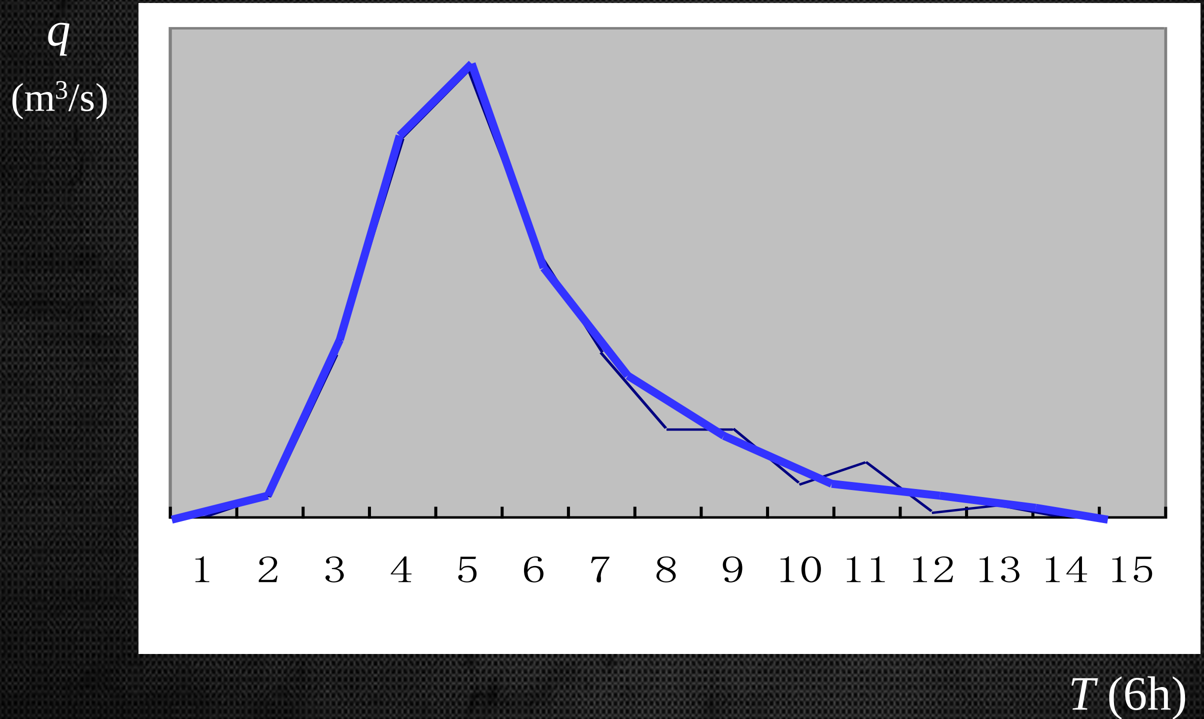
Discussion

单位线的2个假定：倍比、叠加，实际流域汇流并非严格遵循这2个假定。另外，实测资料及推算的净雨量也具有一定误差，导致分析法推求的单位线纵坐标有时会**呈现锯齿状**，甚至**出现负值**，所以需要进行**单位线修匀**。

单位线修匀约束条件：

单位线纵坐标为非负值，$q_i >= 0$

$$\frac{3.6 \Sigma q \Delta t}{F} = 10mm$$



单位线修匀

直接分析法确定单位线(流域面积1270km²)，△t＝12h

日.时	地面径流出流量Q (m^3/s)	地面净雨h (m^3/s)	部分流量过程hq (m^3/s) 30	部分流量过程hq (m^3/s) 25	单位线初值q‘ (m^3/s)	光滑修正单位线q (m^3/s)
5.6	0		0		0	0
18	40	30	40	0	13	13
6.6	100	25	67	33	22	22
18	165		109	56	36	36
7.6	326		235	91	78	78
18	275		79	196	26	50
8.6	216		150	66	50	31
18	164		39	125	13	23
9.6	120		87	33	29	17
18	86		15	73	5	13
10.6	60		48	13	16	8
18	35		15	20	5	5
11.6	20		8	13	3	3
18	10		4	6	1	1
12.6	0		0	0	0	0

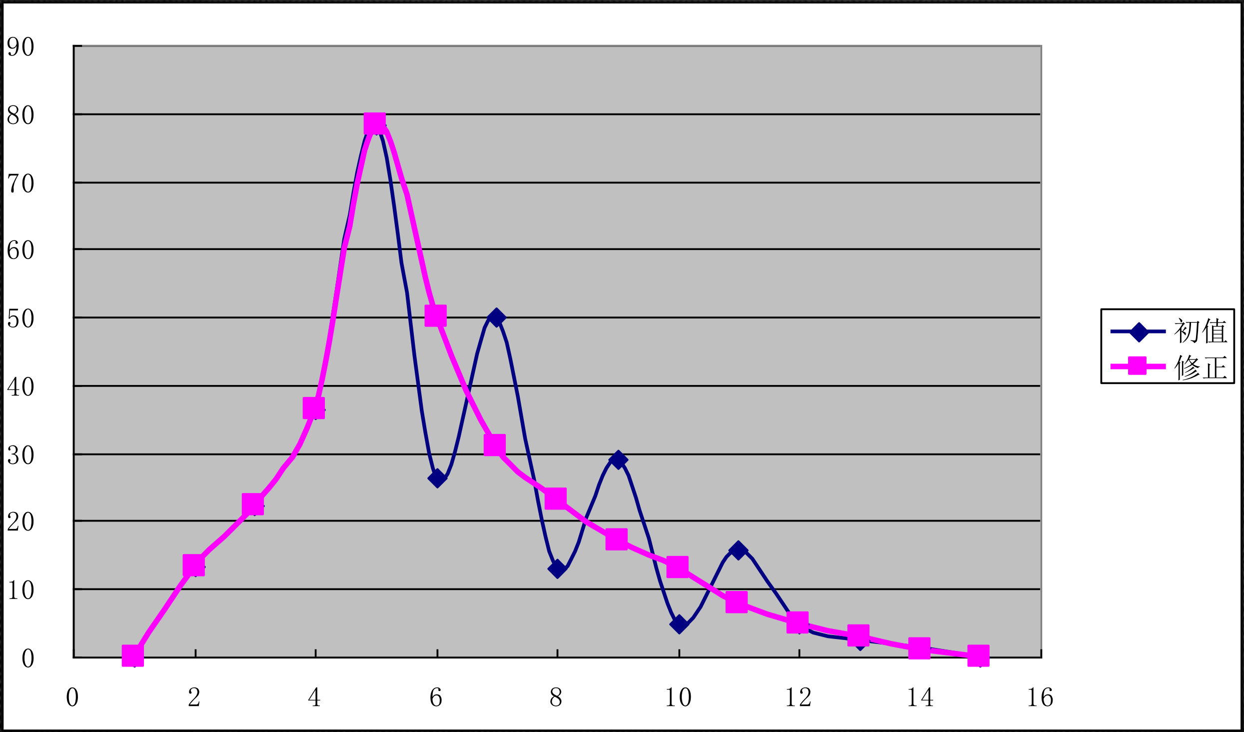
$$Q_1 = \frac{h_1}{10} q_1$$

$$Q_2 = \frac{h_1}{10} q_2 + \frac{h_2}{10} q_1$$

$$Q_3 = \frac{h_1}{10} q_3 + \frac{h_2}{10} q_2 + \frac{h_3}{10} q_1$$

$$Q_4 = \frac{h_1}{10} q_4 + \frac{h_2}{10} q_3 + \frac{h_3}{10} q_2 + \frac{h_4}{10} q_1$$

……


90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
2
4
6
8
10
12
14
16
初值
修正

测试题

32．某流域面积为 75.6 km^2，两个时段的净雨所形成的地面径流过程如表 1-7-30，分析本次洪水单位时段 $\Delta t = 3h$，单位净雨深为 10mm 的单位线。

表 1-7-30　　　　　　某流域一次地面净雨的地面径流过程

时间（h）	0	3	6	9	12	15	18
地面径流（m^3/s）	0	20	90	130	80	30	0
地面净雨（mm）	0	20	30				

（二）科林法(W.T.Collins)

方法思路：

- **先假设一条UH**
- **用假设的UH计算出各时段地面净雨量（不包括最大时段的地面净雨量）的出流过程**
- **用实测流量过程减去上述累积出流过程，得最大时段地面净雨形成的出流过程，并转化为UH**
- **上面计算的UH如与原假设的UH不符，取两者平均的UH，再重复上述步骤，至两UH符合为**

科林法推求单位线实例

表 3-2 科林法求单位线计算实例（南河开峰谷站）

时段 Δt (6h)	时间 t (日·时)	时段净雨量 $t_{a,t}$ (mm)	实测地面径流量 $Q_{a,t}$ (m³/s)	1.8mm 的径流量 $Q_{a,1}$ (m³/s)	10.3mm 的径流量 $Q_{a,2}$ (m³/s)	3.4mm 的径流量 $Q_{a,4}$ (m³/s)	1.6mm 的径流量 $Qd,5$ (m3/s)	各部分径流量之和 $\Sigma Q_{a,i}$ (m³/s)	第（9）栏径流量的均值 (m³/s)	14.7mm 的径流量 $Q_{a,3}$ (m³/s)	试算的 UH q'_t (m³/s)	假定的 UH q_t (m³/s)	平均的 UH q_t (m³/s)	调整的 UH q_t (m³/s)
（1）	（2）	（3）	（4）	（5）	（6）	（7）	（8）	（9）=（5）+（6）+（7）+（8）	（10）	（11）	（12）	（13）	（14）	（15）
0	2.11									0				
				0				0						
1	17	1.8							0	0	0			
				0	0			0						
2	23	10.3							0	0	0	0	0	0
				54	0			54						
3	3.5	14.7	230						262	-32	-22	0	-11	0
				162	309	0		471						
4	11	3.4	1120						732	388	264	300	282	380
				65	927	0	0	992						
5	17	1.6	1970						753	1217	828	900	864	1000
				41	371	102	0	514						
6	23		1340						568	772	525	360	443	340
				31	237	306	48	622						
7	4.5		843						543	305	207	230	219	190
				23	175	122	144	464						

科林法推求单位线实例

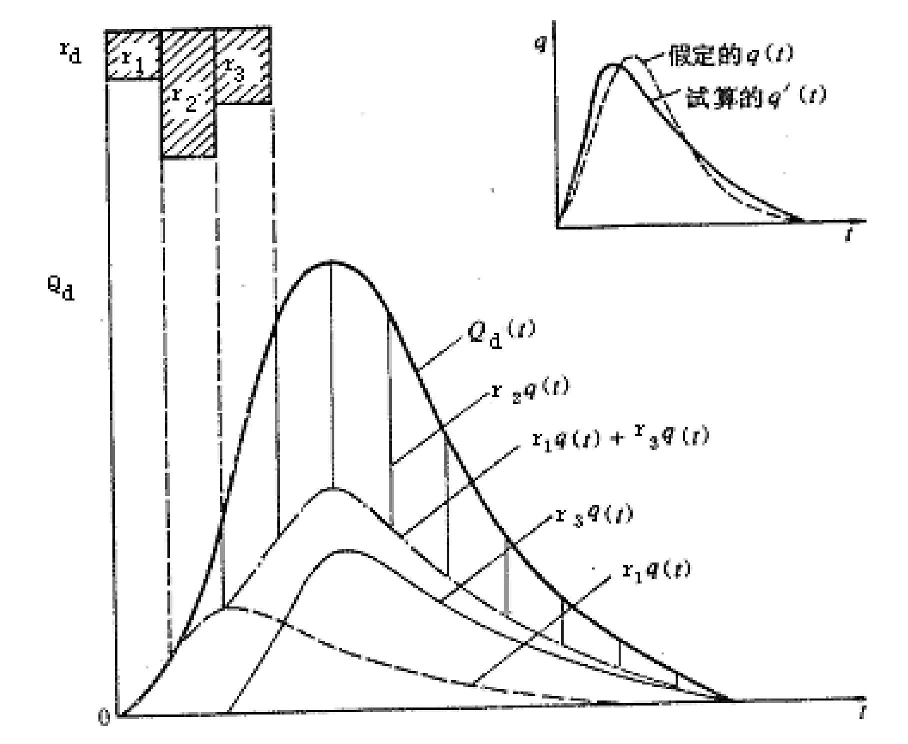


图 3-4　试错法分解多时段净雨量形成的单位线

出现振荡甚至负值？

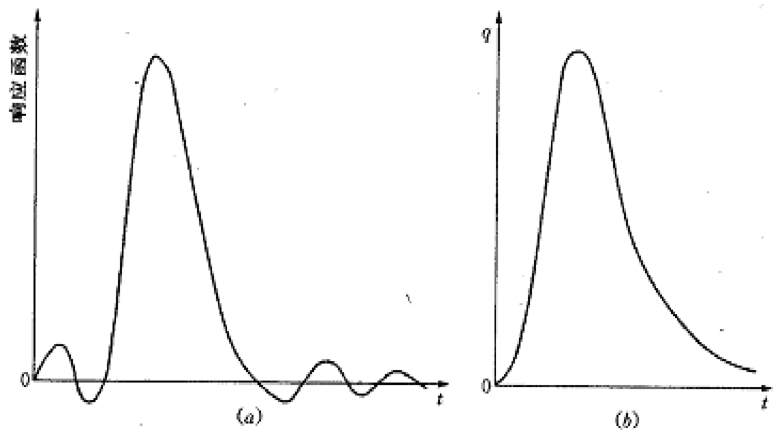


图 3-5 响应函数与单位线示意图

改进：1973年，Todini在CLS中加入2个约束条件求解单位线：

1) 单位线纵坐标为非负值，$q_i >= 0$

2) 净雨转换为径流时，总水量不变。

单位线纵坐标在正值区间内振荡？

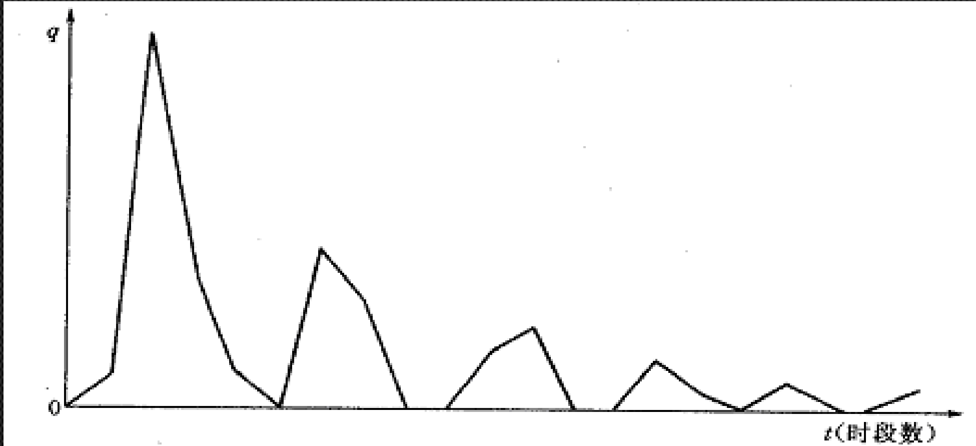


图 3-6　二约束条件识别的单位线示意图

改进：1983年，葛守西，三约束条件的识别方法。

三、单位线的综合

流域汇流过程—时变非线性

↓

各次降雨洪水资料分析求得的UH不相同

↓

对求得的UH作归纳和概化

单位线综合－方法一

1）各次洪水求得的UH变化不大，取平均线作为流域汇流计算模型。

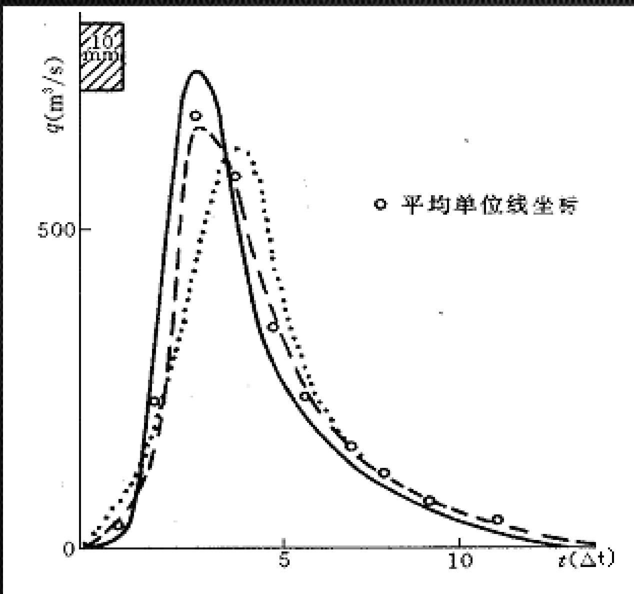


图 3-11 平均单位线的绘制

Notes:

UH峰值q_P－考虑偏安全的情况

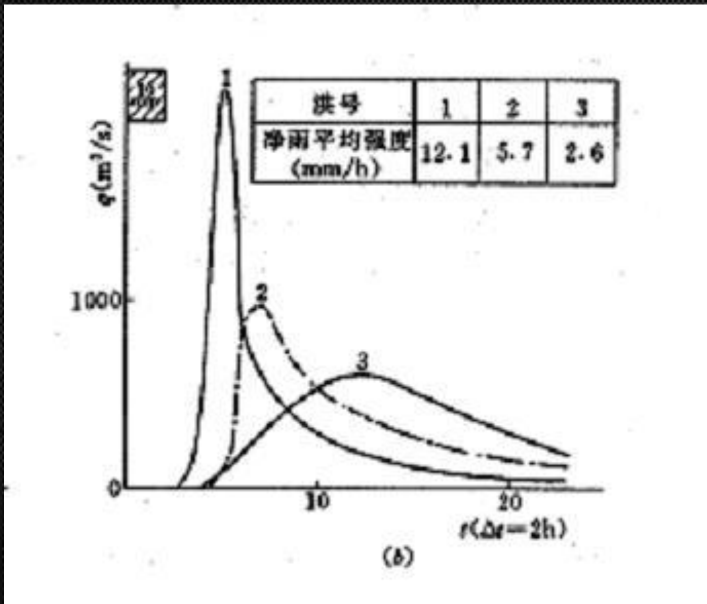
UH洪峰滞时－合理

平均线的径流深－10.0mm

单位线综合－方法二

2）各次洪水求得的UH变化较大，分析影响UH变化的主要因素(如主雨强度、暴雨中心位置等)，建立分类单位线作为流域汇流模型。

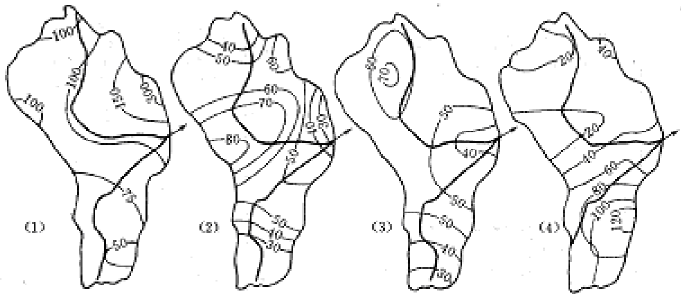
(1)洪水大小影响

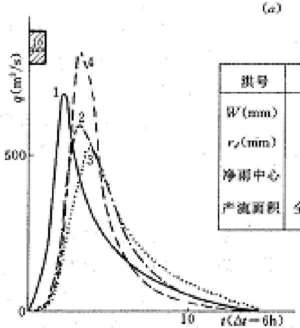


大洪水：流速大，汇流较快，所以大洪水资料推求单位线尖瘦，峰高且峰现时间早。

小洪水：推求单位线过程平缓，峰低且峰现时间迟。

(2)暴雨中心位置影响





洪号	1	2	3	4
W(mm)	62.5	73.0	80.0	56.0
r_s(mm)	39.4	22.0	26.3	21.6
净雨中心	下游	中游	上游	上游
产流面积	全流域	全流域	全流域	局部

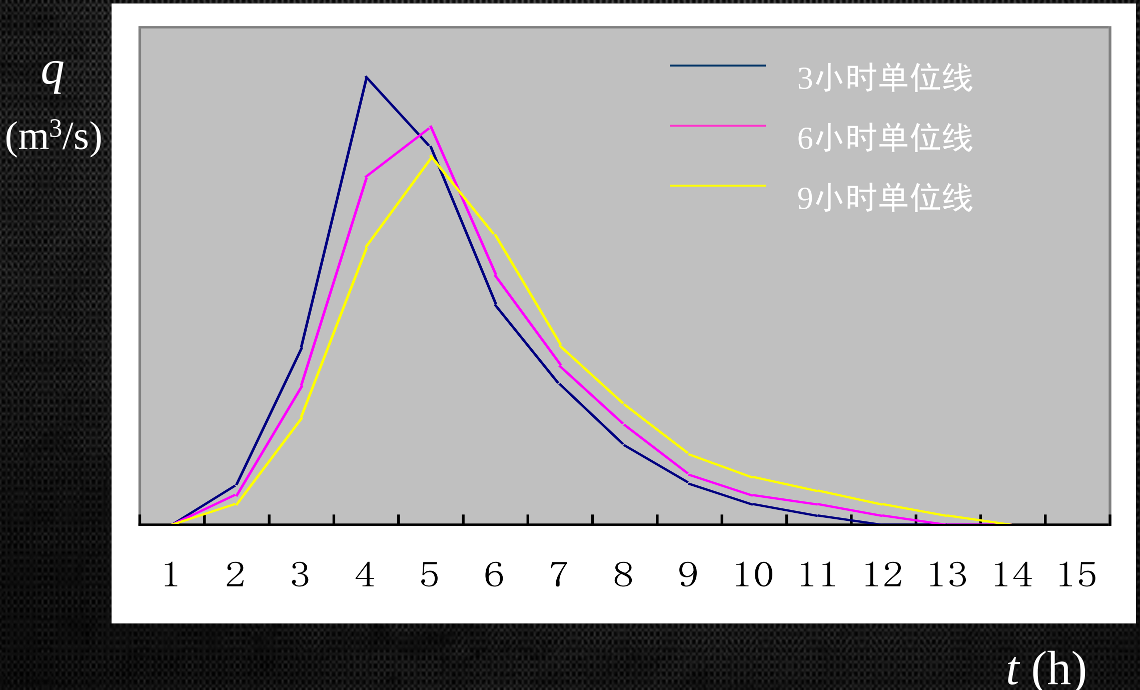
图3-12降雨分布不均匀时单位线的变化（衢县）
(a) 等雨量线，(b) 单位线

暴雨中心在上游的洪水：汇流路径长，受流域调蓄作用大，洪水过程较平缓，推求单位线也平缓，峰低且峰现时间偏后。

暴雨中心在下游的洪水：推求单位线过程尖瘦，峰高且峰现时间早。

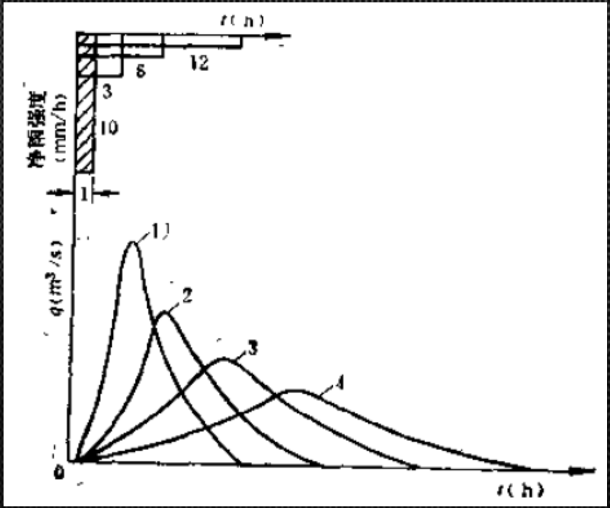
四、单位线的时段转换

问题：实际采用的降雨时段如果与现有单位线的时段不同，或者不同流域的单位线进行地区综合，应取相同时段，需要单位线的时段转换。



四、单位线的时段转换

如流域上有10mm净雨，但净雨历时不同，也即雨强不同，则形成的单位线面积相同而形状有差异(见下图)。图中1小时10mm净雨的单位线峰现时间早，洪峰也高；3小时10mm净雨的单位线峰现时间迟，洪峰也低；……。因此需要转换单位线的时段长，满足不同时段净雨的推求流量过程的要求。



单位线时段转换—S曲线

假定流域上净雨持续不断，且每一时段净雨均为一个单位，在流域出口断面形成的流量过程线，该曲线称为S曲线。

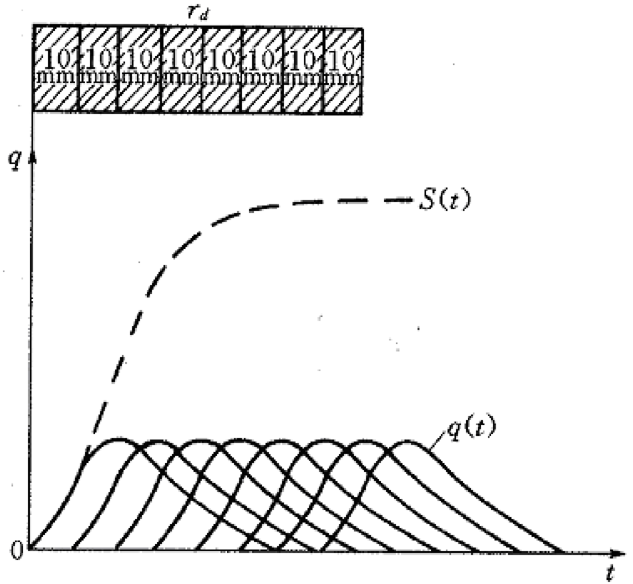


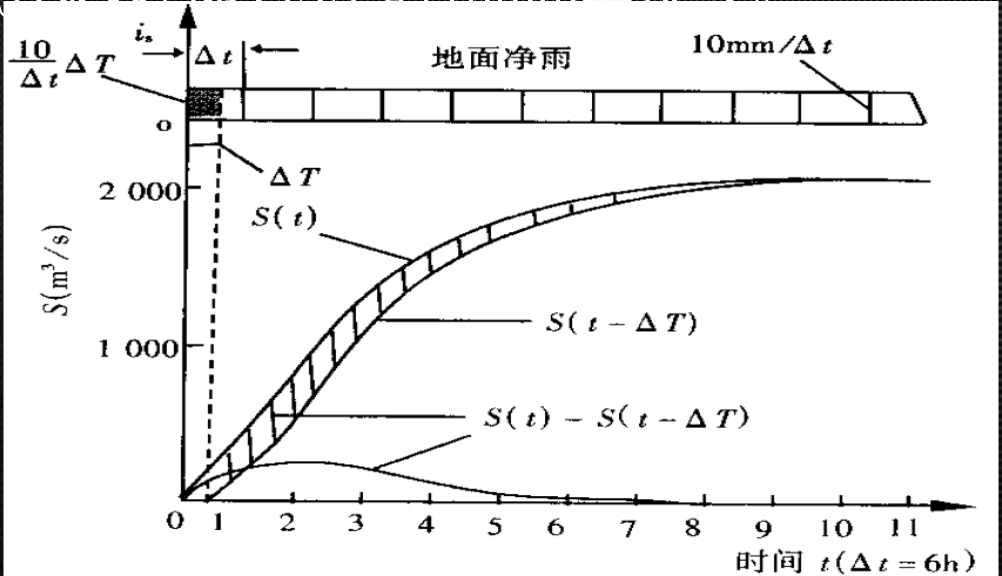
图 3-9　S 曲线

$$S(t)=\sum_{j=0}^{k} q_j(\Delta t, t)$$

单位线时段转换——S曲线

表7-13	S曲线计算表							
时段（△t-sh）	单位线q (m^3/s)	净雨深h (mm)	部分径流(m^3/s)					S曲线 (m^3/s)
			h_1-10	h_2-10	h_3-10	h_4-10	--------	
(1)	(2)	(3)	(4)					(5)
0	0		0					0
1	430	10	430	0				430
2	630	10	630	430	0			3060
3	400	10	400	630	430	0		1460
4	270	10	270	400	630	430	0	3730
5	180	10	180	270	400	630	⋮	⋮
6	118	10	118	180	270	400	⋮	⋮
7	70	10	70	118	180	270	⋮	⋮
8	40	10	40	70	118	180	⋮	⋮
9	16	10	16	40	70	118	⋮	⋮
10	0		0	16	40	70	⋮	⋮
11				0	16	40	⋮	⋮
12					0	16	⋮	⋮
⋮							⋮	⋮

有了S曲线后，就可以利用S曲线转换单位线的时段长。如果已有时段长为6小时的单位线，需要转换3小时单位线，只须将时段长为6小时的S曲线往后平移半个时段即3小时(见下图)，则两根S曲线之间个时段的流量差值过程线相当于3小时5mm净雨所形成的流量过程线q′(t)。把q′(t)乘以2即为3小时10mm单位线。



例：试将下表时段为6h的单位线转换为3h的单位线。

$$\Delta t = 6 \quad , \quad \Delta T = 3$$

计算过程如下：

- 从原单位线的S(t)曲线上读取的数值，得第(3)栏；
- 将S(t)曲线向后平移3h，得第（4）栏的S(t-3)；
- 将S(t)-S(t-3)得第（5）栏，它是3h净雨5mm形成的地面径流过程；
- 将S(t)-S(t-3)乘以Δt/ΔT=2，即得第（6）栏要推求的3h单位线。

$$q(\Delta T, t) = \frac{\Delta t}{\Delta T}\left[s(t) - s(t - \Delta T)\right]$$

时 段 ($\Delta t = 6h$)	原 6h 单位线 $q(\Delta t, t)$	$S(t)$	$S(t-3)$	$S(t)-S(t-3)$	3h 单位线 $q(\Delta T, t)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0	0	0		0	0
		185	0	185	370
1	430	430	185	245	490
		765	430	335	670
2	630	1 060	765	295	590
		1 280	1 060	220	440
3	400	1 460	1 280	180	360
		1 600	1 460	140	280
4	270	1 730	1 600	130	260
		1 830	1 730	100	200
5	180	1 910	1 830	80	160
		1 980	1 910	70	140
6	118	2 028	1 980	48	96
		2 070	2 028	42	84
7	70	2 098	2 070	28	56
		2 120	2 098	22	44
8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	18	36
		[illegible]	[illegible]	9	18
9	16	2 154	2 147	7	14
		2 154	2 154	0	0
10	0	2 154	2 154		
		2 154	2 154		

$$q(\Delta T, t) = \frac{\Delta t}{\Delta T}\left[s(t) - s(t - \Delta T)\right]$$

单位线时段转换

假定：已知时段为Δt_0的单位线$q(\Delta t_0,t)$

问题：转换为时段为Δt的单位线$q(\Delta t,t)$

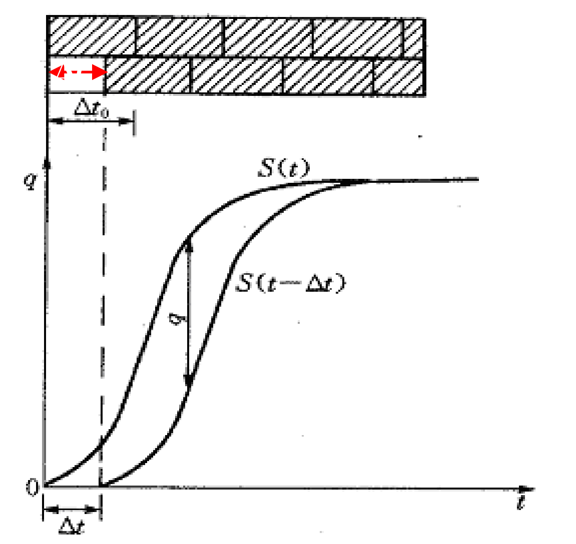


图 3-10 单位线时段转换示意图

步骤：

1)$q(\Delta t_0,t)$ —$S(t)$

2)$S(t)$向右平移Δt得$S(t-\Delta t)$

3)$S(t)- S(t-\Delta t)$~$10/ \Delta t_0 * \Delta t$

$$q\left(\Delta t,t\right)=\frac{\Delta t_0}{\Delta t}\left[S\left(t\right)-S\left(t-\Delta t\right)\right]$$

单位线时段转换实例

错后1个时段

错后3个时段

(9)=(8)/3

表 3-5 单位[illegible]表 单位：m^3/s

时间 (h)	q(t) (Δt=2h)	Σq(t) (Δt=2h)	S(t) (Δt=1h)	1h 单位线 q(1,[illegible]: S(t-1)	q(1,t)= S(t)-S(t-1)	3h 单位线 q(3,[illegible]: [illegible](t-3)	S(t)-S(t-3)	q([illegible]
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
0	0	0	0		0		0	0
1			80	0	80		80	27
2	130	130	260	80	180		260	87
3			700	260	440	0	700	233
4	550	680	1360	700	660	80	1280	427
5			1790	1360	430	260	1530	510
6	380	1060	2120	1790	330	700	1420	473
7			2380	2120	260	1360	1020	340
8	236	1296	2592	2380	212	1790	802	267
9			2750	2592	158	2120	630	210
10	147	1443	2886	2750	136	2380	506	169
11			2980	2886	94	2592	388	129
12	85	1528	3056	2980	76	2750	306	102
13			3096	3056	40	2886	210	70
14	36	1564	3128	3096	32	2980	148	49
15			3128	3128	0	3056	72	24
16	0	1564	3128	3128		3096	32	11
17			3128	3128		3128	0	0
18	□	1564	3128	3128		3128	□	

补充：单位线应用

根据单位线的定义，只要流域上净雨分布均匀，不论强度如何变化，均可用单位线推求地面径流过程线。

$$\left.\begin{array}{l} R(\mathrm{t}) \\ q(\mathrm{t}) \end{array}\right\} \longrightarrow Q(\mathrm{t})$$

单位线推流

月　日　时	h_s (mm)	q (m³/s)	$Q'(t)$=h/10$q(t)$ (m³ / s)			$Q(t)=\Sigma Q'(t)$ (m³/s)
			h_1=24.0	h_2=23.0	h_3=3.2	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
8　31　2		0	0			0
8	24.0	2.0	4.8	0		4.8
14	23.0	15.0	36.0	4.6	0	40.6
20	3.2	35.0	84.0	34.5	0.6	119
9　1　2		41.0	98.5	80.5	4.8	184
8		25.0	60.0	94.2	112	165
14		15.0	36.0	57.5	130	106
20		9.0	21.6	34.5	80	64.1
2　2		6.0	14.4	20.6	48	39.8
8		4.0	9.6	13.8	29	26.3
14		3.0	7.2	9.2	19	18.3
20		2.0	4.8	6.9	13	13.0
3　2		1.0	2.4	4.6	10	8.0
8		0	0	2.3	06	2.9
14				0	03	0.3
20					0	0

时间 (日.时)	降 雨 P(mm)	地面净雨 Rs(mm)	单位线 q(m^3/s)	各时段净雨的地面径流过程(m^3/s)		总的地面径流过程Q_i(m^3/s)	地下径流过程 Q_s(m^3/s)	预报的洪水流量过程 Q(m^3/s)
				37.0mm	10.3mm			
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
23.7	43.6	37.0	0				70	
13	13.3	10.3	23				70	
19	2.8		1423				70	
24.1			336				70	
7			215				70	
13			157				70	
19			110				70	
25.1			78				70	
7			50				70	
13			25				70	
19			13				70	
26.1			0				70	
7							70	

时间 (日.时)	降 雨 P(mm)	地面净雨 Rs(mm)	单位线 $q(m^3/s)$	各时段净雨的地面径流过程(m^3/s)		总的地面径流过程$Q_i(m^3/s)$	地下径流过程 $Q_s(m^3/s)$	预报的洪水流量过程 $Q(m^3/s)$
				37.0mm	10.3mm			
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
23.7	43.6	37.0	0	0		0	70	70
13	13.3	10.3	23	85	0	85	70	155
19	2.8		1423	5265	24	5289	70	5359
24.1			336	1251	1466	2717	70	2787
7			215	796	348	1144	70	1814
13			157	581	221	802	70	872
19			110	407	162	569	70	693
25.1			78	289	113	402	70	472
7			50	185	80	256	70	335
13			25	93	52	145	70	215
19			13	48	26	74	70	144
26.1			0	0	13	13	70	83
7					0	0	70	70

五、综合单位线

单位线三要素与流域地理特征之间的经验统计关系，解决无资料地区单位线的确定。

（一）综合时段单位线的经验公式

单位线三要素＝*f*(流域面积，坡度，形状，净雨量，净雨强度)

1、淮河综合（理想）单位线经验公式

2、沂（临沂站）、沭（大官庄站）单位线要素经验公式

3、美国的经验公式

（二）无因次单位线

消除面积影响！

综合练习题

计算 （20分）

已知设计暴雨过程和流域的时段单位线如下表，并确定 I_0=80mm,f=2mmh,基流为5m³/s。请推求设计洪水过程线并计算该流域面积。

时段 $\Delta t = 6h$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$q(t)$ m^3/s	0	100	150	350	300	250	180	100	50	0
X (t) mm		65	90	30	10					

综合练习题

解：产流计算:(5 分)

$X(t)$ mm		65	90	30	10
$h(t)$ mm		0	65	18	0

汇流计算：(10 分)

时段 $\Delta t = 6h$	q(t) m^3/s	Q_1 m^3/s	Q_2 m^3/s	$Q_基$ m^3/s	Q(t) m^3/s
0	0	0		5	5
1	100	650	0	5	655
2	150	975	180	5	1160
3	350	2275	270	5	2550
4	300	1950	630	5	2585
5	250	1625	540	5	2170
6	180	1170	450	5	1625
7	100	650	324	5	979
8	50	325	180	5	510
9	0	0	90	5	95
10			0	5	5

流域面积计算：（5 分）

$$\because \quad \frac{3.6\times\Delta t\times\sum_{i=0}^{n}q_i}{F}=10(mm)$$

$$\therefore \quad F=\frac{3.6\times\Delta t\times\sum_{i=1}^{n}q_i}{10}=\frac{3.6\times6\times1480}{10}=3196.8(km^2)$$

第三节 瞬时单位线法

瞬时单位线：单位瞬时脉冲降雨形成的出流过程称~。

$$\delta(t)=\begin{cases}+\infty, t=0\\ 0, t\neq 0\end{cases}$$

$$\int_0^{+\infty}\delta(t)dt=1$$

流域上分布均匀、历时趋于零、强度趋于无穷大、总量为一个单位的地面净雨所形成的地面径流流量过程线。

水文学人物 James Edward Nash(1927-2000)

纳什（J. E. Nash）早年在爱尔兰国立大学高尔韦学院（University College, Galway）主修工程学，他的工程学硕士学位论文《河川径流和降雨的关系》表明了他以后学术研究领域的主题之一。毕业后，他加入都柏林公用工程局（Office of Public Works, Dublin），研究未测量流域的流量频率问题以及单位线和流域汇水特征的关系。然后，他前往英国沃林福德水力学研究站（Hydraulics Research Station, Wallingford）作为高级研究员继续研究通过单位线和其他模型预测径流量。他曾在英国格伦登安德伍德设立实验流域以提供用于流量预报的准确测量，并发展了洪水评估的统计学方法。

在尼日利亚短暂工作了一段时间后，他参与了英国沃林福德水文研究机构的创建并是第一任负责人。该机构随后演变为水文研究所（Institute of Hydrology，现在更名为生态及水文中心<Centre for Ecology and Hydrology>）。

1963年，他回到爱尔兰，在爱尔兰国立大学高尔韦学院开设国际水文培训班并被任命为教授。许多国家的水文工作者在高尔韦学院或者在坦桑尼亚达累斯萨拉姆接受了培训。1979年至2000年开设的国际水文研究生班吸引了超过50多个国家的水文工作者，350多名学生取得了硕士、博士学位或者高级文凭。国内著名的水文学者梁庚辰、夏军、郭生练等都曾在纳什教授领导的工程水文系学习或进修过。

History of Catchment Models

Theory (physics)	Catchment Models	Applications
Chezy formula, 1749		
Dalton equation, 1802		
Darcy law, 1856	Rational model, 1850 →	Urban design
Saint-Venant, 1871		
Manning formula,1891	Sherman, 1932 Unit hydrograph →	Hydrological design
Green & Ampt,1911		
Richards, 1931		
Horton, 1933		
	Gumbel, 1941 Extreme flow analysis, →	Hydrological design
CHM	Lumped conceptual Modeling →	Design, forecasting
	Physical based Distributed Modeling →	Research+ Management
MHM	Macroscale distributed modeling →	Impact+ Management

1800
1900
1950
1960
1970
1980
1990

水文学人物

周文德

(Ven Te Chow, 1919–1981)

University of Illinois at Urbana-Champaign

- 《明渠水力学》（Open-Channel Hydraulics， 1959年初版）
- 《应用水文学手册》（Handbook of Applied Hydrology，1965年初版
- 《应用水文学》（Applied Hydrology），1988年初版

Peter S. Eagleson

MIT

一、基本概念与参数计算

Nash (1927 – 2000

- Nash cascade
- Nash-Sutcliffe coefficient

Nash：把流域汇流的调蓄作用看作是n个等效线性水库的串联。

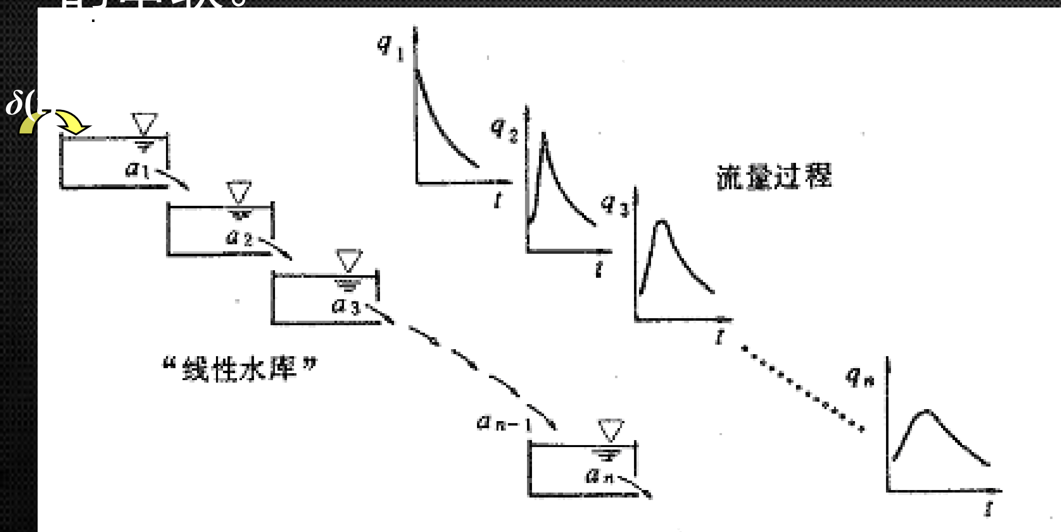


图 3-7　　J. E. 纳须模型示意图

单个线性水库

$$O = kS$$

$$\frac{dS}{dt} = I - O = -O$$

由此：

$$\frac{dS}{dt} + kS = 0$$

$$t = 0, S = 1$$

$$O = ke^{-kt}$$

预备知识：单位线的卷积形式

$$\int_0^t u(t-\tau)I(\tau)d\tau$$

线性水库响应函数 $u(t) = ke^{-kt}$

$$O_1 = \int_0^t u(t-\tau)I(\tau)d\tau = ke^{-kt}$$

$$O_2 = \int_0^t ke^{-k(t-\tau)}ke^{-k\tau}d\tau = k^2te^{-kt}$$

$$O_3 = \int_0^t ke^{-k(t-\tau)}k^2\tau e^{-k\tau}d\tau = k^3e^{-kt}\int_0^t \tau d\tau = \frac{1}{2}k^3t^2e^{-kt} = \frac{1}{2}k(kt)^2e^{-kt}$$

采用数学归纳法

$$O_{n+1} = \int_0^t k e^{-k(t-\tau)} \frac{1}{(n-1)!} k(k\tau)^{n-1} e^{-k\tau} d\tau = \frac{k^2 k^{n-1}}{(n-1)!} e^{-kt} \int_0^t \tau^{n-1} d\tau = \frac{k}{n!}(kt)^n e^{-kt}$$

一、基本概念与参数计算

Nash：把流域汇流的调蓄作用看作是n个等效线性水库的串联。

$$u(0,t)=\frac{1}{k\Gamma(n)}\left(\frac{t}{k}\right)^{n-1}e^{-\frac{t}{k}}$$

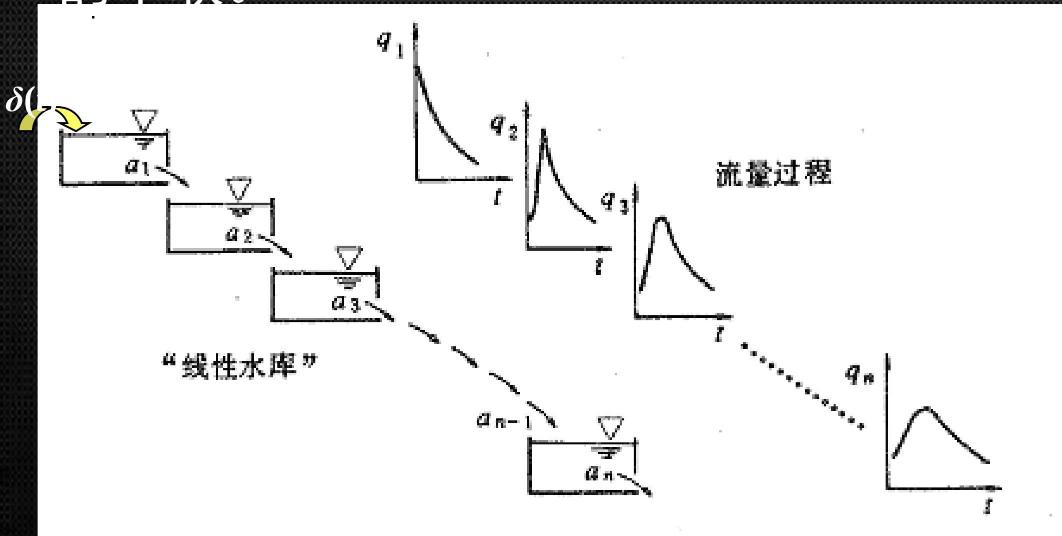


图 3-7　　J. E. 纳须模型示意图

纳什单位线动画演示

Nash IUH参数n,k的推求

采用矩法，可求得Nash IUH的一阶原点矩和二阶中心矩：

$$M^{(1)}(u) = nk$$

$$N^{(2)}(u) = nk^2$$

联解上两式，可得：

$$k = \frac{N^{(2)}(u)}{M^{(1)}(u)} \qquad n = \frac{M^{(1)}(u)}{k}$$

$$M^{(1)}(u) = M^{(1)}(Q) - M^{(1)}(r)$$

$$N^{(2)}(u) = N^{(2)}(Q) - N^{(2)}(r)$$

出流量过程、净雨量过程和IUH三者原点矩之间的关系

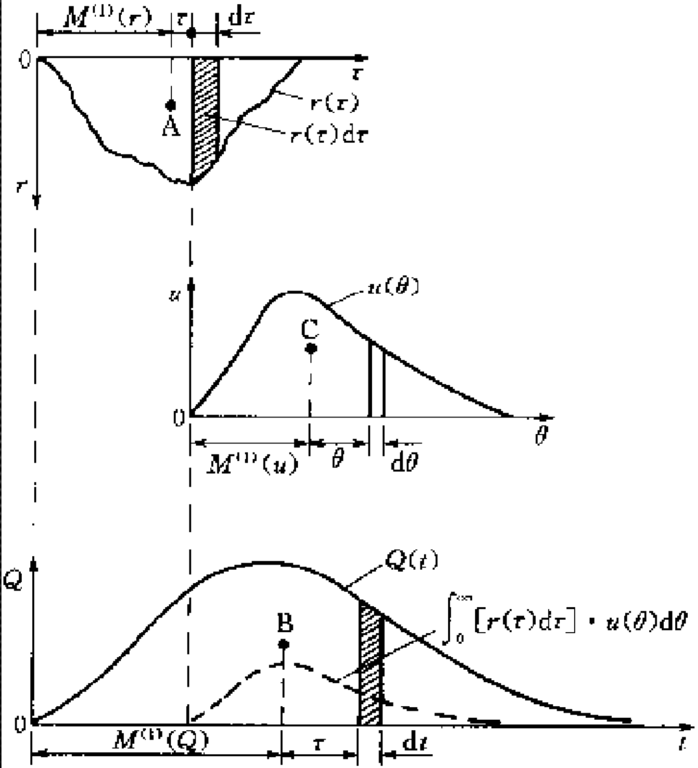


图 4-15　出流量过程、净雨量过程和 IUH 三者原点矩之间关系图

n,k计算实例

表 3-3 净雨量求矩计算示例

日·时	r_i	t_i	r_it_i	$t_i-M^{(1)}(r)$	$[t_i-M^{(1)}(r)]^2$	$r_i[t_i-M^{(1)}(r)]^2$
2·8						
14	5.5	3	16.5	-10.3	106.1	583
20	13.5	9	122	-4.3	18.5	250
3·2	41.0	15	615	1.7	2.9	118
8	5.8	21	122	7.7	59.3	344
Σ	65.8		875.5			1295

注 *r* 单位为 *mm*，*t* 单位为 *h*。

$$M^{(1)}(r) = \frac{875.6}{65.8} = 13.3h$$

$$N^{(2)}(r) = \frac{1295}{65.8} = 19.7h^2$$

n,k计算实例

表 3-4 出流量求矩计算示例

日·时	Q_t	Q_i	t_i	$Q_i t_i$	$t_i-M^{(1)}(Q)$	$[t_i-M^{(1)}(Q)]^2$	$Q_i[t_i-M^{(1)}(Q)]^2$
2·8	0						
14	1.0	0.5	3	1.5	-57	3249	1620
20	2.0	1.5	9	13.5	-51	2601	3900
3·2	29.0	15.5	15	232	-45	2025	31400
8	92.8	60.9	21	1280	-39	1521	92600
14	229	161	27	4350	-33	1089	175000
20	412	321	33	10600	-27	729	234000
4·2	540	476	39	18600	-21	441	210000
8	681	611	45	27400	-15	225	137000
14	753	717	51	36600	-9	81	58100
20	687	720	57	41000	-3	9	6480
5·2	578	633	63	39800	3	9	5700
8	470	524	69	36200	9	81	42400
14	359	414	75	31100	15	225	93200
20	242	301	81	24300	21	441	133000
6·2	175	209	87	18100	27	729	152000
8	131	153	93	14200	33	1089	167000
14	89.0	110	99	10900	39	1521	167000
20	61.0	75.0	105	7870	45	2025	152000
7·2	42.5	52.0	111	5770	51	2601	135000
8	27.1	34.8	117	4070	57	3249	113000
14	17.0	22.1	123	2720	63	3969	87800
20	10.5	13.8	129	1780	69	4761	65700
8·2	6.1	8.3	135	1120	75	5625	46700
8	0	3.1	141	437	81	6561	20300
Σ		5638		338454			2330800

注：*Q* 单位为 m^3/s，*t* 单位为 *h*。

n,k计算实例

$$M^{(1)}(Q) = \frac{338454}{5637.5} = 60h$$

$$N^{(2)}(Q) = \frac{2330800}{5637.5} = 413h^2$$

$$M^{(1)}(u) = M^{(1)}(Q) - M^{(1)}(r) = 60 - 13.3 = 46.7$$

$$N^{(2)}(u) = N^{(2)}(Q) - N^{(2)}(r) = 413 - 19.7 = 393.3$$

n,k计算实例

$$K=\frac{N^{(2)}(U)}{M^{(1)}(U)}=\frac{393.3}{46.7}=8.42$$

$$n=\frac{M^{(1)}(U)}{K}=\frac{46.7}{8.42}=5.55$$

有了n、K即可查表求得S(t)曲线 $S(t)=\int_0^t u(0,t)dt$

表 1-7-39　　*S* 曲线查用表(n=3.0)

t/k	0	1.0	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5
S	0	0.080	0.323	0.456	0.577	0.679	0.762	0.837	0.875	0.918	0.938	0.957
t/k	7.0	7.5	8.0	9.0	10.0	11.0						
S	0.970	0.980	0.986	0.994	0.997	0.999						

参数n,k对瞬时单位线的影响

参数k对瞬时单位线的影响

参数n对瞬时单位线的影响

从图中可以看出,n、K对u(0,t)形状的影响是相似的。

当n、K减小时，u(0,t)的洪峰增高,峰现时间提前;

而当n、K增大时，u(0,t)的峰降低,峰现时间推后。

二、瞬时单位线的时段转换

问题的提出： 直接净雨过程很难用一个连续函数来描述，常用离散形式来表达，实际工作中，不直接应用IUH来推求流域出口断面流量过程。

IUH: $u(0,t)$

↓

S(t)曲线

$$S(t) = \int_0^t u(0,t)dt$$

$$S(t-\Delta t) = \int_0^{t-\Delta t} u(0,t)dt$$

↓

无因次时段单位线： $u(\Delta t, t)$

$$u(\Delta t, t) = S(t) - S(t-\Delta t)$$

↓

时段单位线： $q(\Delta t, t)$

$$q(\Delta t, t) = \frac{F}{0.36\Delta t} u(\Delta t, t)$$

例题

某流域面积2670km^2,1969年7月5日一次降雨的空间分布尚称均匀。试分析该次洪水地面径流汇流的n和K,并计算3h的纳须单位线

日.时	$Q(m^3/s)$	t(h)	Q.t	$[t-M_1(Q)]^2$	$Q.[t-M_1(Q)]^2$
5.5	0	0	0	0	0
8	180	3	540	266.9	48045
11	700	6	4200	177.9	124525
14	2450	9	22050	106.9	261823
17	4100	12	49200	53.8	220747
20	4390	15	65850	18.8	82598
23	4660	18	83880	1.8	8338
6.2	3780	21	79380	2.8	10446
5	3000	24	72000	21.7	65213
8	2280	27	61560	58.7	133863
11	1590	30	47700	113.7	180761
14	1040	33	34320	186.7	194127
17	690	36	24840	277.6	191568
20	420	39	16380	386.6	162376
23	190	42	7980	513.6	97581
7.2	0	45	0	658.6	0

$$M_1(Q) = \frac{\sum Qt}{\sum Q} = \frac{569880}{29470} = 19.33$$

$$N_2(Q) = \frac{\sum Q[t - M_1(Q)]^2}{\sum Q} = \frac{1782011}{29470} = 60.46$$

日.时	h(mm)	t(h)	h.t	$[t-M_1(h)]^2$	$h.[t-M_1(Q)]^2$
5.5	19.4	1.5	29.1	12.740	247.2
8	59.4	4.5	267.3	0.324	19.3
11	42.4	7.5	318	5.908	250.5
∑	121.2		614.4		516.9

$$M_1(h) = \frac{\sum ht}{\sum h} = \frac{614.4}{121.2} = 5.069h$$

$$N_2(h) = \frac{\sum h[t - M_1(h)]^2}{\sum h} = \frac{516.9}{121.2} = 4.265h^2$$

$$K = \frac{N_2(Q) - N_2(h)}{M_1(Q) - M_1(h)} = 3.62$$

$$n = \frac{M_1(U)}{K} = 3.94$$

某流域1969年7月5日洪水的3h纳须单位线计算

(n=3.62，K=3.94)

t/△t	t(h)	s(t)	s(t-3)	q(3,t)	t/△t	t(h)	s(t)	s(t-3)	q(3,t)
0	0	0		0	10	30	0.963	0.930	81.6
1	3	0.030	0	74.2	11	33	0.981	0.963	44.5
2	6	0.100	0.030	173.2	12	36	0.988	0.981	17.3
3	9	0.270	0.100	420.6	13	39	0.993	0.988	12.4
4	12	0.450	0.270	445.4	14	42	0.997	0.993	9.9
5	15	0.630	0.450	445.4	15	45	0.998	0.997	2.5
6	18	0.747	0.630	289.5	16	48	0.999	0.998	2.5
7	21	0.834	0.747	215.3	17	51	1.000	0.999	2.5
8	24	0.889	0.834	136.1	18	54	1.000	1.000	0.0
9	27	0.930	0.889	101.4					

三、瞬时单位线综合

河网入流强度及河槽中水流流速变化等，均会影响蓄泄关系的非线性，实用中常用净雨强度反映非线性的 影响。

$$T_{p,0}=(n-1)k$$

$$u(0,t)_p=\frac{1}{k\Gamma(n)}(n-1)^{n-1}\exp[-(n-1)]$$

$$T_{p,0}u(0,t)_p=\frac{(n-1)^n}{(n-1)!}e^{-(n-1)}=f(n)$$

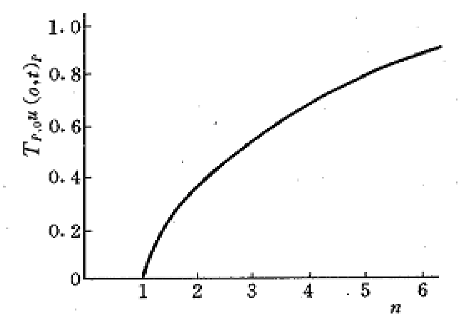


图 3-15　$T_{p,0}u(0,t)_p=f(n)$ 关系曲线图

由实测资料建立：

$T_{p,0}=f(r)$ and $u(0,t)_p=f(r)$

四、综合瞬时单位线

同综合单位线一样，

建立IUH三要素与流域特征值之间的经验统计关系

解决无资料地区流域汇流计算问题

比如：英国公式

Discussion

综合单位线or综合IUH，实用效果不佳，why?

1)单位线的线性假定与实际汇流情况不符；
2)"黑箱"模型，其参数与流域的物理过程缺乏直接联系；
3)与流域下垫面特征值建立综合关系式存在误差。

Results:采用综合单位线用于无资料地区洪水预报时，多作分析，考虑误差带来的影响。

第四节 等流时线法

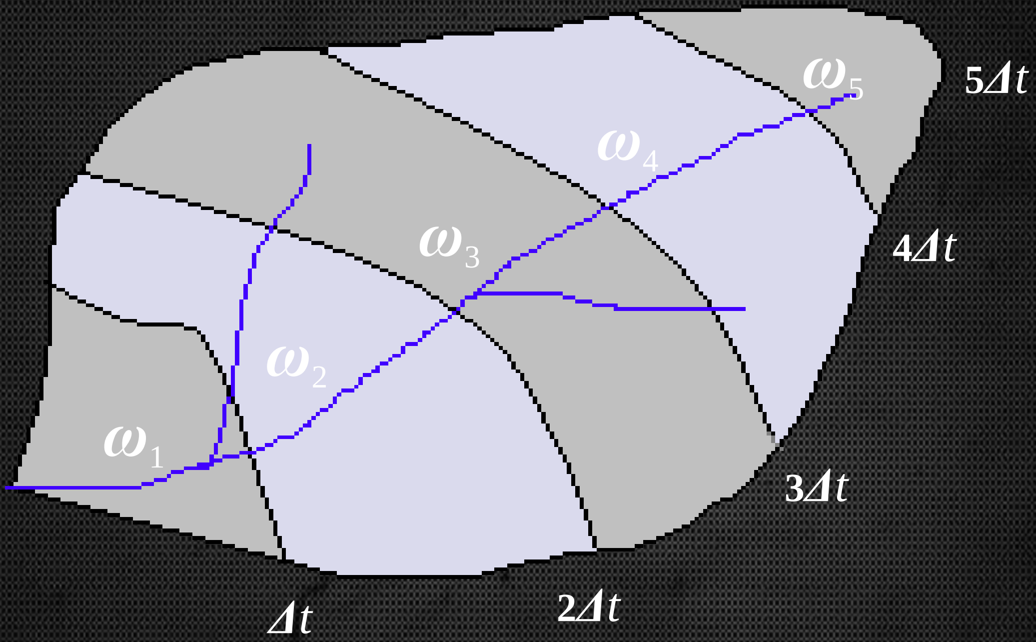
一、基本概念

假设流域中水流汇集速度分布均匀

则其中任一水滴流达出口断面的时间仅取决于它离开出口断面的距离

据此可绘制一组等流时线

两条等流时线间的面积称为等流时面积，按顺序用ω_1、ω_2、ω_3…表示，汇流时间分别等于$t_1=\Delta t$、$t_2=2\Delta t$、$t_3=3\Delta t$…



ω_5
$5\Delta t$
ω_4
$4\Delta t$
ω_3
ω_2
ω_1
$3\Delta t$
Δt
$2\Delta t$

某流域等流时线

面积一时间曲线

如果以等流时面积为纵坐标，以水滴到达出口断面的时间为横坐标，可建立等流时面积分配曲线(面积一时间曲线)

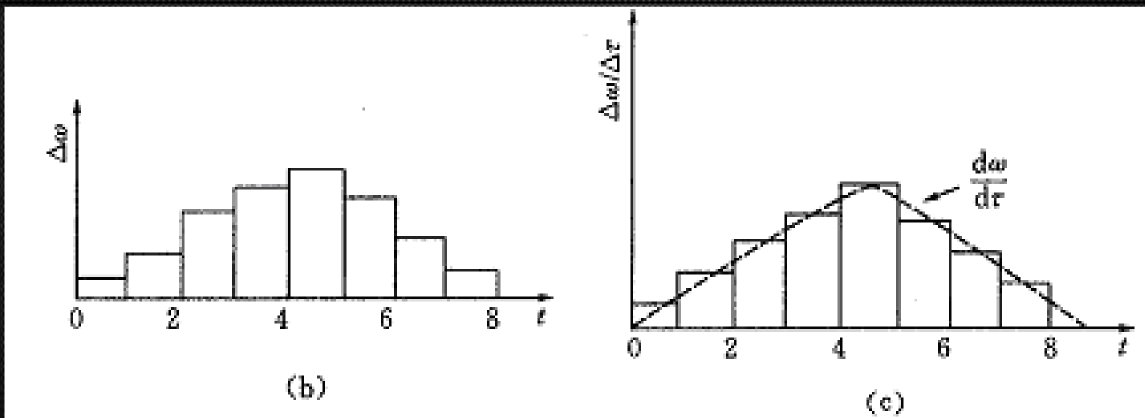


图 3-17 面积—时间曲线（a）、（b）

1、流域出口断面流量的计算

根据面积—时间曲线，出流断面在第i时段出流量是由第一块面积ω_1上的本时段净雨，第二块面积ω_2上一时段净雨……等所合成的:

$$Q_i = h_i\omega_1 + h_{i-1}\omega_2 + h_{i-2}\omega_3 + \cdots$$

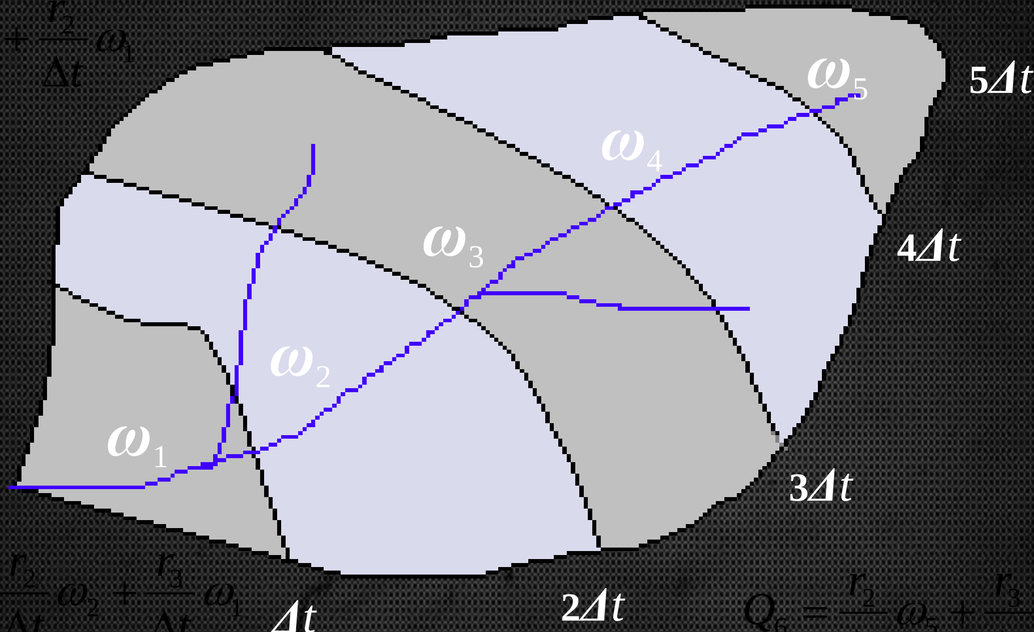
$$= \frac{r_i}{\Delta t}\omega_1 + \frac{r_{i-1}}{\Delta t}\omega_2 + \frac{r_{i-2}}{\Delta t}\omega_3 + \cdots$$

式中，h_i—第i时段地面净雨强度。

某流域等流时线、3个时段净雨r_1、r_2、r_3

$$Q_1 = \frac{r_1}{\Delta t}\omega_1$$

$$Q_2 = \frac{r_1}{\Delta t}\omega_2 + \frac{r_2}{\Delta t}\omega_1$$



$$Q_3 = \frac{r_1}{\Delta t}\omega_3 + \frac{r_2}{\Delta t}\omega_2 + \frac{r_3}{\Delta t}\omega_1$$

$$Q_4 = \frac{r_1}{\Delta t}\omega_4 + \frac{r_2}{\Delta t}\omega_3 + \frac{r_3}{\Delta t}\omega_2$$

$$Q_5 = \frac{r_1}{\Delta t}\omega_5 + \frac{r_2}{\Delta t}\omega_4 + \frac{r_3}{\Delta t}\omega_3$$

$$Q_6 = \frac{r_2}{\Delta t}\omega_5 + \frac{r_3}{\Delta t}\omega_4$$

$$Q_7 = \frac{r_3}{\Delta t}\omega_5$$

$$Q_8 = 0$$

2、实例

等流时线法计算表

日.时	f(km²)	h(mm)	fh(10^3m^3)				Q△t(10^3m^3)	Q(m^3/s)
			5	28	44	3		
3.6	58	5	290				290	26.9
9	120	28	600	1624			2224	205.9
12	130	44	650	3360	2552		6562	607.6
15	115	3	575	3640	5280	174	9669	895.3
18	82		410	3220	5720	360	9710	899.1
21	60		300	2296	5060	390	8046	745.0
4.0	24		120	1680	3608	345	5753	532.7
3				672	2640	246	3558	329.4
6					1056	180	1236	114.4
9						72	72	6.7

2、实例

等流时线法计算表

时序 (Δt=3h)	地面净雨 r_s(mm)	等流时面积 ω (km^2)	部分流量(m^3/s)				Q_s(m^3/s)
			r_1=5mm	r_2=28mm	r_3=44mm	r_4=3mm	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	5	58	27				27
2	28	120	56	150			206
3	44	130	60	311	236		608
4	3	115	53	337	489	16	895
5		82	38	298	530	33	899
6		60	28	213	469	36	745
7		24	11	156	334	32	533
8				62	244	23	329
9					98	17	114
10						7	7

Discussion

汇流速度

C的确定？

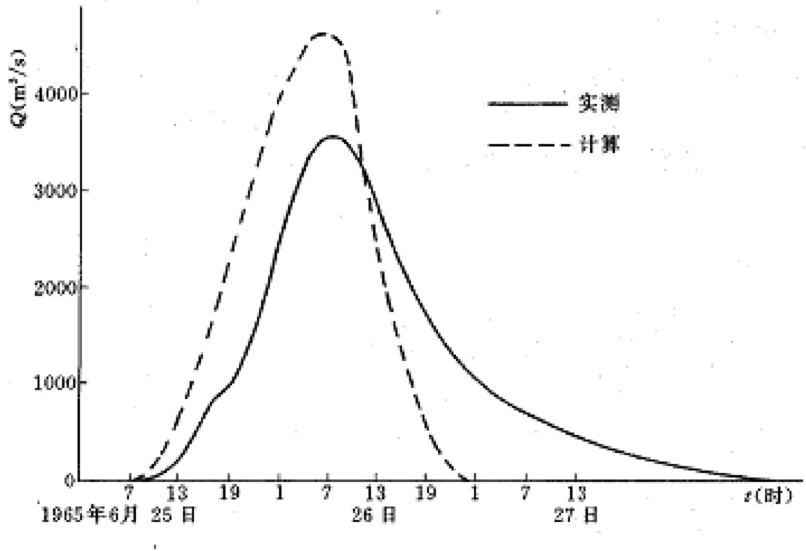


图3-18　等流时线法计算出流量和实测出流量对比图（衢县）

Discussion

➢等流时线法把流域内降雨的空间分布和流域形态同流域出口断面流量组成联系起来，有利于对降雨空间分布不均的处理，但等流时线假定，同一等流时线上水质点同时到达出流断面，实际是高速质点先到，低速质点后到，严格的面积出流次序是没有的。这就是等流时线未考虑河槽的调蓄问题。

➢因此，等流时线方法只宜用于小流域，因为河槽调蓄作用小。

二、克拉克法

原理：把流域调蓄作用分2步来模拟，先按面积—时间曲线调节，然后按单一线性水库调节(x=0时调节)。

$$u(0,t)=\partial A(t)/\partial\tau$$

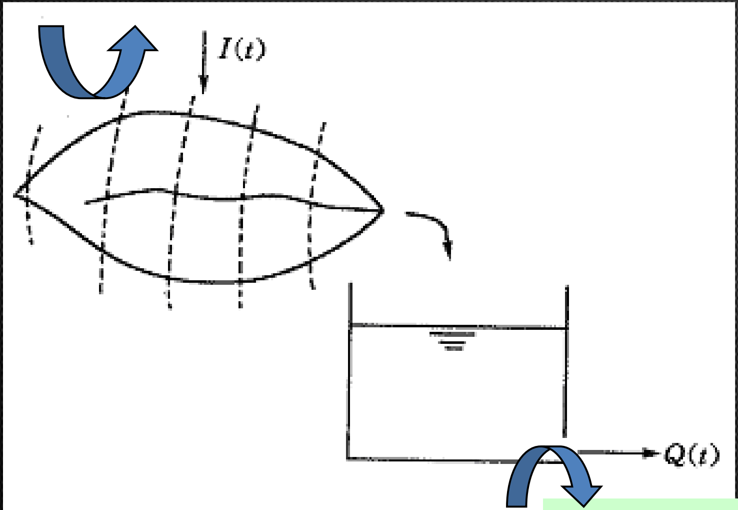


图 3-19　　克拉克模型

$$u(0,t)=\int_0^{t\le\tau_m}\left(\frac{1}{k}\right)e^{\frac{-(t-\tau)}{k}}\frac{\partial A}{\partial\tau}d\tau$$

$$u(0,t)=\frac{1}{k}e^{-\frac{t}{k}}$$

二、克拉克法

克拉克法认为：出口断面流量过程线退水段上的第一个反曲点C表示流域上最后最远的入流所产生的推移影响已到达出口断面，其后只有调蓄影响，因此雨止时刻到退水拐点的时距就是流域的最大汇流时间τ_m，或称流域滞时。

以该τ_m作为面积－时间曲线的底长并划分等流时面积，时段净雨量与等流时面积相乘后的线性叠加，所得出流量过程称漫流过程线。

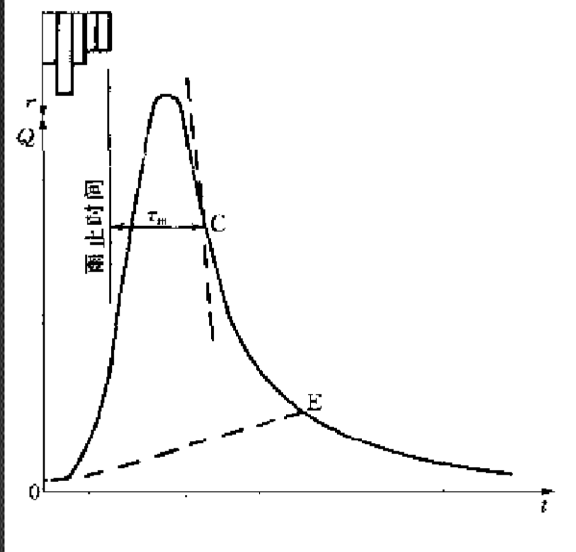


图 4-20 克拉克方法确定 τ_m 示意图

二、克拉克法

马斯京根法的调蓄作用如下：

(1)水量平衡方程为

$$W_2-W_1=0.5(I_1+I_2)\,\Delta t-0.5(Q_1+Q_2)\,\Delta t$$

(2)线性水库方程为：

$$W_1=KQ_1;\ W_2=KQ_2$$

如果$I_1=I_2$,则$Q_2=2C_0I_1+C_2Q_1$

$$C_0=C_1=\frac{\frac{1}{2}\Delta t}{K+\frac{1}{2}\Delta t},C_2=\frac{K\quad\frac{1}{2}\Delta t}{K+\frac{1}{2}\Delta t}$$

实例计算

例题：某流域流域面积为250km^2, 已求得其克拉克模型参数为τ_m=8h, k=7.5h。试确定该流域的1h10mm克拉克单位线和2h10mm克拉克单位线。

表 3-6　　某流域各等流时面积

流域汇流时间(h)	0～1	0～2	0～3	0～4	0～5	0～6	0～7	0～8
面积(km^2)	10	23	39	43	42	40	35	18

实例计算

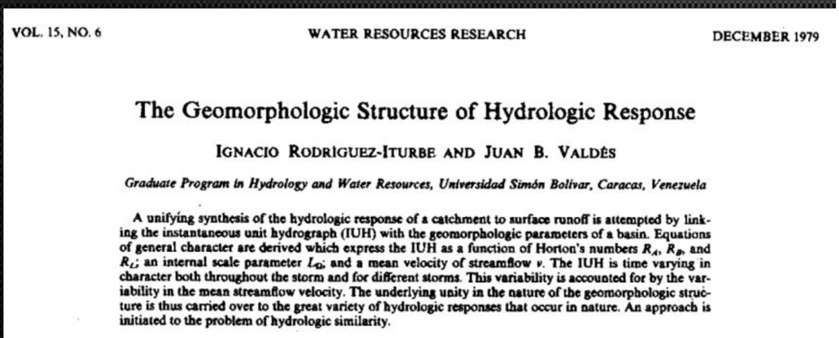
表 3—7 克拉克单位线计算

时间 (*h*)	等流时面积 (km^2)	$t=\frac{10\times10^3}{3600}\times(2)$ $=2.78\times(2)$ (m^3/s)	$0.125\times(3)$ (m^3/s)	$0.875\times(6)$ (m^3/s)	Q=(4)+(5) =1*h*10*mm* 单位线(m^3/s)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0	0	0	0	0	0
1	10	27.8	3.5	0	3.5
2	23	63.9	8.0	3.1	11.1
3	39	108.4	13.5	9.7	23.2
4	43	119.5	14.9	20.3	35.2
5	42	116.8	14.6	30.8	45.4
6	40	111.2	13.9	39.6	53.5
7	35	97.3	12.1	46.8	58.9
8	18	50.0	6.2	51.4	57.6
9	0	0	0	50.5	50.5
10	0	0	0	44.1	44.1
11	0	0	0	59.6	39.6
12	0	0	0	34.6	34.6
13	0	0	0	30.2	30.2
14	0	0	0	26.4	26.4
15	0	0	0	…	…

第五节 地貌单位线

Ignacio Rodr ǵuez-Iturbe 和 Valdes 1979提出

水文学经典成就！



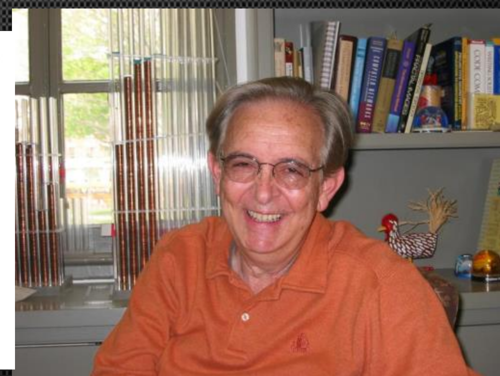
VOL. 15, NO. 6 WATER RESOURCES RESEARCH DECEMBER 1979

The Geomorphologic Structure of Hydrologic Response

IGNACIO RODRIGUEZ-ITURBE AND JUAN B. VALDÉS

Graduate Program in Hydrology and Water Resources, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

A unifying synthesis of the hydrologic response of a catchment to surface runoff is attempted by linking the instantaneous unit hydrograph (IUH) with the geomorphologic parameters of a basin. Equations of general character are derived which express the IUH as a function of Horton's numbers R_A, R_B, and R_L; an internal scale parameter L_Ω; and a mean velocity of streamflow v. The IUH is time varying in character both throughout the storm and for different storms. This variability is accounted for by the variability in the mean streamflow velocity. The underlying unity in the nature of the geomorphologic structure is thus carried over to the great variety of hydrologic responses that occur in nature. An approach is initiated to the problem of hydrologic similarity.



Princeton University

1. 理论基础：单位线与汇流时间概率分布

净雨I_0由n个水分子组成，每个水分子为u_0

$$I_0 = nu_0$$

时刻t流域蓄水量$W(t)$

$$W(t) = \frac{I_0}{n}\sum_{i=1}^{n} I_{(t,\infty)}(T_B^i)$$

$$I_{(t,\infty)}(T_B^i) = \begin{cases} 1 & T_B^i > t \\ 0 & else \end{cases}$$

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I_{(t,\infty)}(T_B^i) = E[I_{(t,\infty)}(T_B^i)] = P(T_B \ge t) = 1 - P(T_B < t)$$

1. 理论基础：单位线与汇流时间概率分布

$$W(t) = I_0[1 - F_B(t)]$$

流域内水量平衡方程

$$\frac{dW(t)}{dt} = -Q(t) \qquad t > 0$$

$$Q(t) = I_0 f_B(t)$$

$$u(t) = \frac{Q(t)}{I_0} = f_B(t)$$

瞬时单位线等价于水质点滞留(汇流)时间概率分布

预备知识：水系及河流地貌

河流地貌定律：

河数律 $R_B = \frac{N_{i-1}}{N_i}$

河长律 $R_L = \frac{L_{i-1}}{L_i}$

面积律 $R_A = \frac{F_i}{F_{i-1}}$

$$N_i = R_B^{\Omega - i}$$

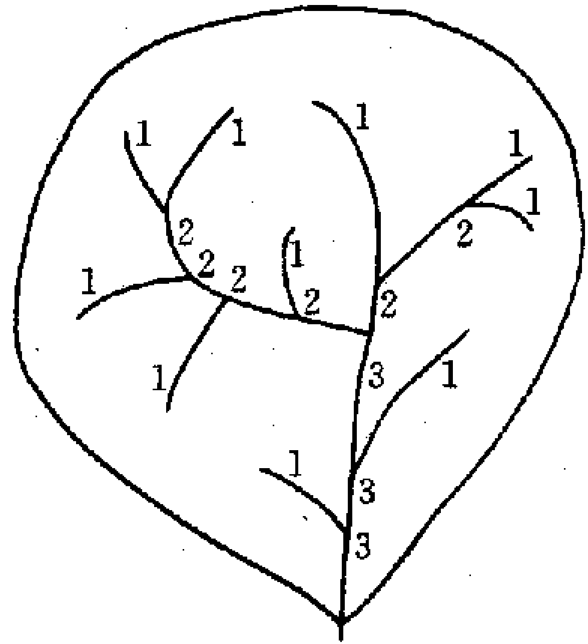


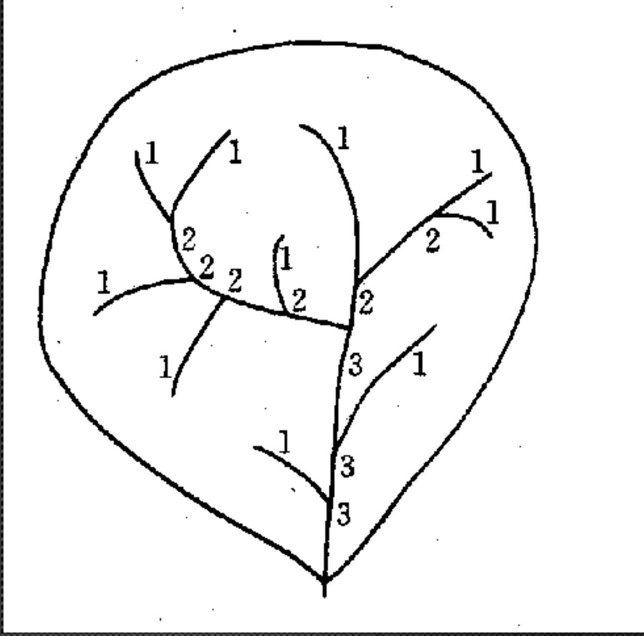
图 2-4 流域与水系示意图

1、2、3—河流的级别

斯特拉勒河流分级法

2. 地貌单位线

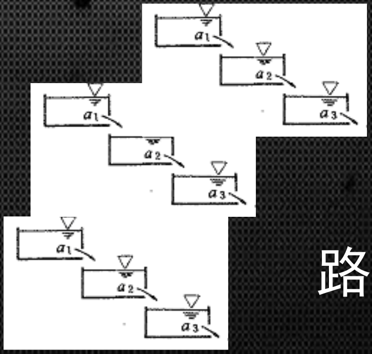
$$f_B(t)=\sum_{s\in S} f_{x_1} * f_{x_2} * \cdots * f_{x_k}\, p(s)$$



由多条河流路径（通道）叠加组成，每条路径包括：

- 出现该路径的概率$p(s)$
- 该路径的单位线

$$f_{x_1} * f_{x_2} * \cdots * f_{x_k}$$



路径

例如三级河流，4种可能路径

1->2->3

$$p(s)=\pi_{r_1} p_{c_1 c_2} p_{c_2 c_3}$$

1->3

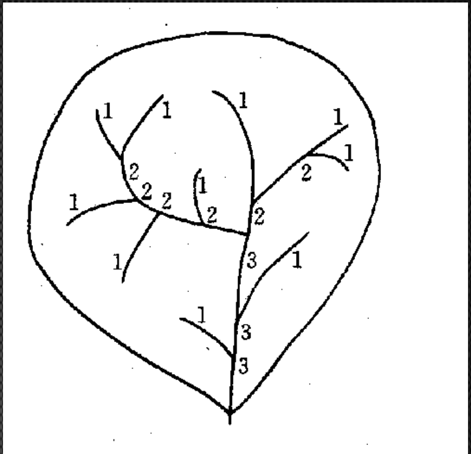
$$p(s)=\pi_{r_1} p_{c_1 c_3}$$

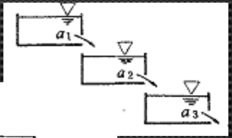
2->3

$$p(s)=\pi_{r_2} p_{c_2 c_3}$$

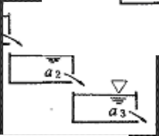
3

$$p(s)=\pi_{r_3}$$

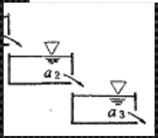




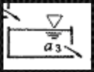
1->2->3



1->3



2->3



3

转移概率计算

The mean number of links of order ω in a finite network of order Ω is [*Smart*, 1971]

$$E(\nu, \omega, \Omega) = N_\omega \prod_{\alpha=2}^{\omega} \frac{N_{\alpha-1} - 1}{2N_\alpha - 1} \qquad \omega = 2, 3, \cdots, \Omega$$

Thus on the average the number of streams of order 1 that drain into second-order streams is

$$2N_2 + \frac{N_2}{2N_2 - 1} \cdot (N_1 - 2N_2)$$

We may then write

$$p_{12} = \frac{R_B{}^2 + 2R_B - 2}{2R_B{}^2 - R_B} \tag{22}$$

初始净雨概率计算

$$\pi_{r_1} = R_B^2 R_A^{-2}$$

$$\pi_{r_2} = \frac{R_B}{R_A} - \frac{R_B^3 + 2R_B^2 - 2R_B}{R_A^2(2R_B - 1)}$$

$$\pi_{r_3} = 1 - \frac{R_B}{R_A} - \frac{1}{R_A^2}\left[\frac{R_B(R_B^2 - 3R_B + 2)}{2R_B - 1}\right]$$

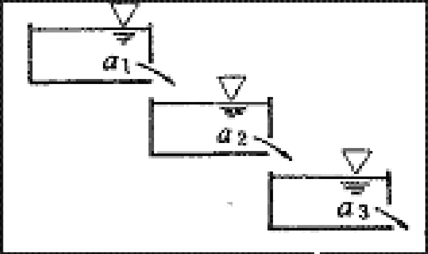
三级河流，4种可能路径

1->2->3

$$f_{x_1} * f_{x_2} * f_{x_3} = \frac{k_1 k_2 k_3 e^{-k_1 t}}{(k_1 - k_2)(k_1 - k_3)} + \frac{k_1 k_2 k_3 e^{-k_2 t}}{(k_2 - k_1)(k_2 - k_3)} + \frac{k_1 k_2 k_3 e^{-k_3 t}}{(k_3 - k_1)(k_3 - k_2)}$$

1->3

2->3



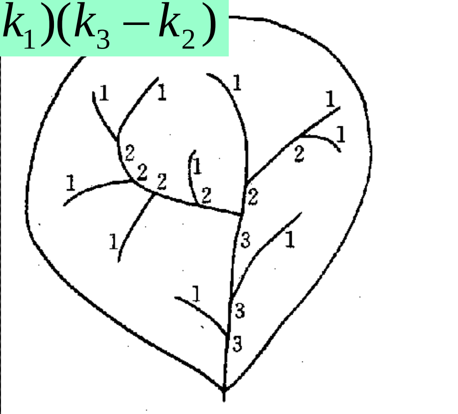


图 2-4　流域与水系示意图
1、2、3—河流的级别

地貌单位线总结

1 无通用的形式（具体方程与河流级数有关）

2 与地理、地貌建立关系，具有物理机制。

第五节 地下径流汇流计算

一、线性水库演算法

1、计算方法及原理

分析表明，地下水的贮水结构可视为一个线性水库，即地下水库的蓄量W与其出流量Q_g的关系为线性函数。

基本原理：水量平衡方程＋线性水库蓄泄关系

地下线性水库方程组

地下水库蓄泄方程与地下水库的水量平衡方程：

$$\frac{dW_g}{dt} = I_g - E_g - Q_g$$

$$W_g = K_g Q_g$$

式中，I_g,E_g—地下水库的入流量与蒸发量；

W_g, Q_g—地下水库的蓄水量与出流量；

K_g—地下水库的蓄泄系数。

将上述方程写成有限差形式：

$$\left(\frac{I_{g_1}+I_{g_2}}{2}-\frac{E_{g1}+E_{g2}}{2}\right)\Delta t-\frac{Q_{g_1}+Q_{g_2}}{2}\Delta t=W_{g2}-W_{g1}$$

$$W_{g2}=K_gQ_{g2}$$

$$W_{g1}=K_gQ_{g1}$$

解得：

$$Q_{g2}=\frac{\Delta t}{K_g+0.5\Delta t}(\bar{I}_g-\bar{E}_g)+\frac{K_g-0.5\Delta t}{K_g+0.5\Delta t}Q_{g1}$$

$$\bar{I}_g-\bar{E}_g=\frac{1000\cdot RG\cdot F}{3600\cdot\Delta t}=\frac{0.278\cdot RG\cdot F}{\Delta t}$$

$$Q_g=\frac{0.278\cdot RG\cdot F}{K_g+0.5\Delta t}+\frac{K_g-0.5\Delta t}{K_g+0.5\Delta t}Q_{g1}$$

逐时段计算可求出地下径流的出流过程。

【例】某流域集水面积F＝5290km^2，由多次退水过程分析得K_g =228h。1985年4月该流域发生一场洪水，起涨流量50m^3/s，计算时段Δt=6h。该次暴雨产生的地下净雨过程R_g如表3-7。计算该次洪水地下径流的出流过程。

将 $F=5290\text{km}^2$，$K_g=228h$，$\Delta t=6h$ 代入式

$$Q_{g2}=\frac{0.278F}{K_g+0.5\Delta t}RG+\frac{K_g-0.5\Delta t}{K_g+0.5\Delta t}Q_{g1}$$

得:

$$Q_{g2}=\frac{0.278\times 5290}{228+0.5\times 6}RG+\frac{228-0.5\times 6}{228+0.5\times 6}Q_{g1}$$

即:

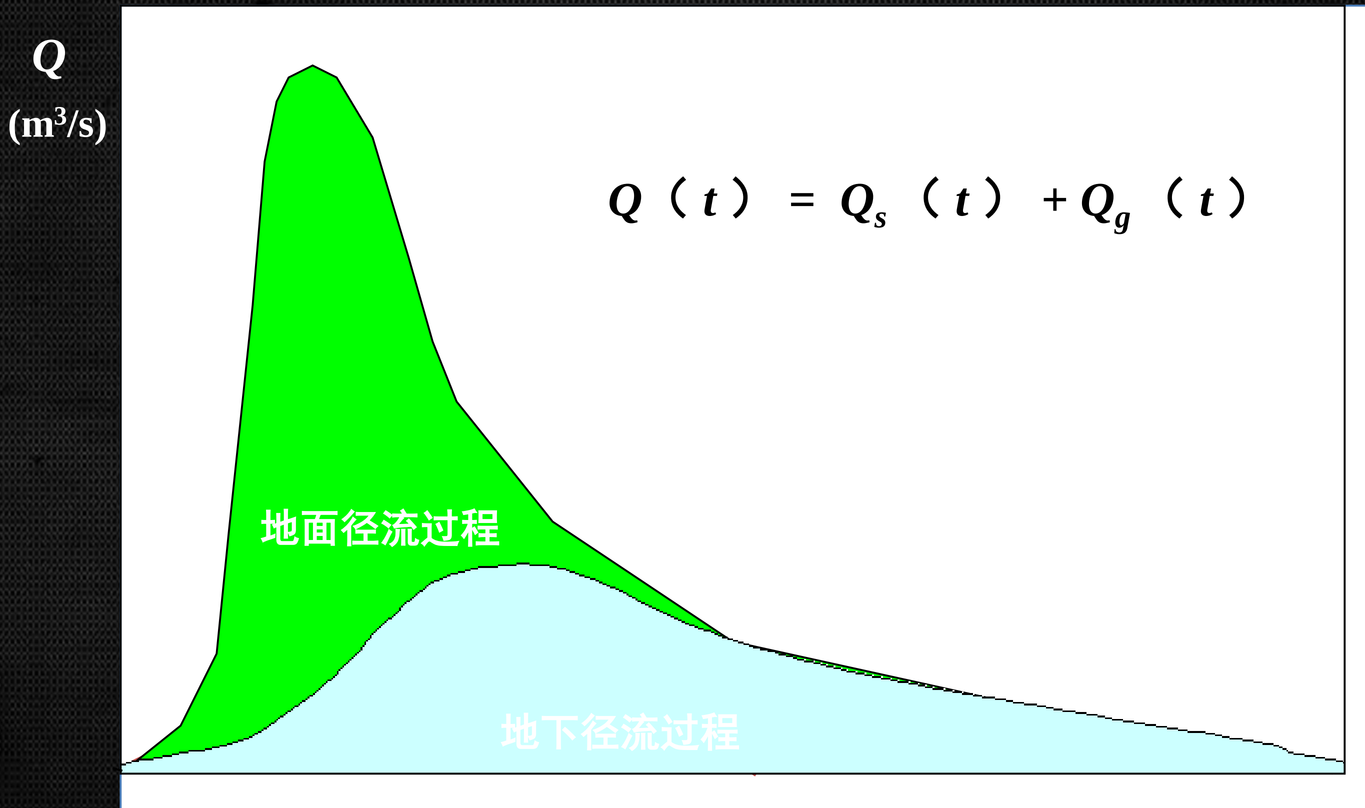
$$Q_{g,i+1}=6.366RG_i+0.974Q_{g,i}$$

某流域地下径流过程计算

月 日 时	RG_i	$6.366RG_i$	$0.974Q_{g,i}$	$Q_{g,i+1}$
4.16.14				50
4.16.20	3.3	21	49	70
4.17.02	8.1	52	68	120
4.17.08	8.1	52	117	169
4.17.14	3.2	20	165	185
4.17.20			180	180
4.18.02			175	175
…			…	…

计算公式：

$$Q_{g,i+1} = 6.366RG_i + 0.974Q_{g,i}$$



合并为流域出流过程线

t

二、地下水分水源模型

对于下垫面稳渗率大，地下水丰富的流域，地下水径流的汇流呈非线性

不同水源的K_g值相差较大，应以水源分别按线性水库模拟计算

地下水 → 浅层地下水

地下水 → 深层地下水

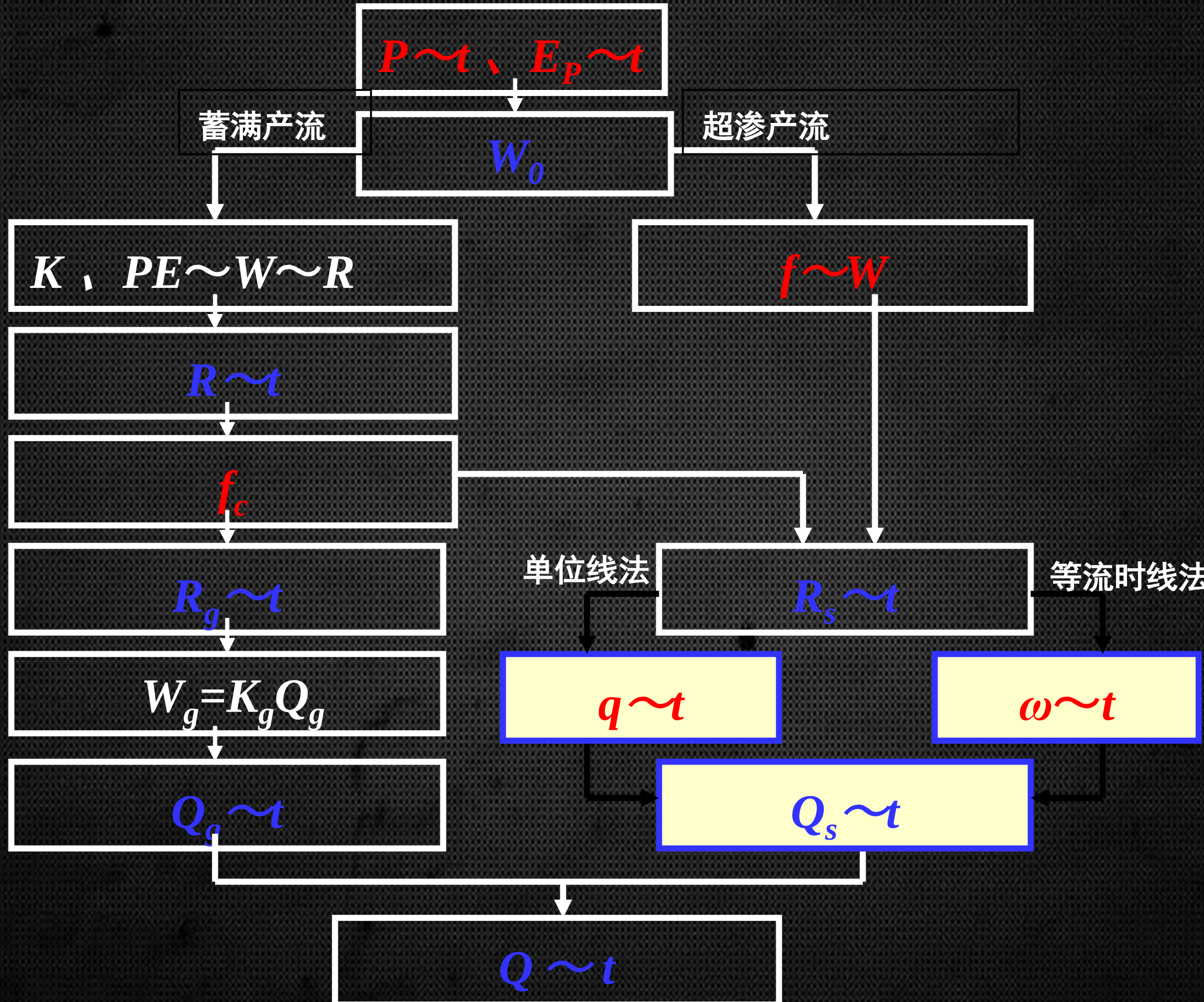
地下水 → 快速

地下水 → 中速

地下水 → 慢速

快速、中速、慢速：垂向包气带和水平向地下水库两级串联线性水库的调蓄

流域产汇流计算框图


P~t、E_P~t
W_0
蓄满产流
超渗产流
K、PE~W~R
f~W
R~t
f_c
R_g~t
单位线法
R_s~t
等流时线法
W_g=K_gQ_g
q~t
ω~t
Q_g~t
Q_s~t
Q ~ t