



# 5.0 Introduction ◆数组是一种基本而重要的数据集合类型,它是由一组具有相同数据类型的元素组成的集合,元素依次存储于一个连续的内存空间。数组是其他数据结构实现顺序存储的基础。一维数组可以看成一个顺序存储结构的线性表,二维数组可以定义为"数组的数组"。 ◆矩阵一般采用二维数组存储,但特殊矩阵和稀疏矩阵可采用特殊方法进行压缩存储。 ◆广义表是一种复杂的数据结构,它是线性表结构的扩展。

### 5.1 数组

### 5.1.1 一维数组 5.1.2 多维数组 5.1.3 C#中的数组

- ◆数组(array)是一组相同数据类型的数据元素的集合,元素依次存储于一个地址连续的内存空间中。
- ◆数组元素在数组中的位置称为<mark>数组的下标</mark>,通过下 标,可以找到元素的存储地址,从而访问该元素。
- ◆数组下标的个数就是<mark>数组的维数</mark>,有一个下标的数 组是一维数组,有两个下标的就是二维数组,以此 类推。
- ◆C# 支持一维数组、多维数组(矩形数组)和数组的数组(交错的数组)。 C# 中数组变量是引用类型变量(对象),数组元素的下标从零开始。

[P] 第五章 数组与广义表

### 5.1.1 一维数组

▶一维数组是由n(n>1)个相同数据类型的数据元素 $a_0$ ,  $a_1$ , ...,  $a_{n-1}$ 构成的,占用一块地址连续的内存单元的有限序列,记作:

Array = {  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ , ...,  $a_{n-1}$ } 其中n称为数组长度。

◆当系统为一个数组分配内存空间时,数组所需空间的大小 及其首地址就确定下来。通过数组名加下标的形式,可以 访问数组中任意一个指定的数组元素。第*i*个数据元素的地 址为:

 $Addr(a_i) = Addr(a_0) + (i - 0) \times c$ 

数组是一种<mark>随机存储结构</mark>,对数组元素进行随机存放的时间复杂度为O(1)。

第五章 数组与广义表

### 两种为数组分配内存空间的方式

◆编译时分配数组空间:程序声明数组时给出数组元 素类型和元素个数,编译程序为数组分配所需的空 间。当程序开始运行时,数组即获得系统分配的一 块地址连续的内存空间。

例: int a[10];

◆运行时分配数组空间:程序声明时,仅需说明数组 元素类型,不指定数组长度。当程序运行中需要使 用数组时,向系统申请指定长度数组所需的存储空 间。当数组使用完之后,需要向系统归还所占用的 内存空间。

int\* a; a = (int\*)malloc(10\*sizeof(int)); int[] a: a = new int[10]:

第五章 数组与广义表

### C#中的一维数组

- ◆声明数组:<类型>[]数组名,例: int[] a;
- ◆声明数组并没有实际创建它,数组是对象,必须用new操作符为数组分配空间后,数组才真正占有实在的存储单元: <数组名>= new <类型>[<长度>],例: a = new int[10];
- ◆声明数组的同时进行初始化,例: int[] a={1,2,3,4,5};
- ◆C#中的数组是在运行时分配所需空间,声明数组变量时不指定数组长度,使用new运算符为数组分配空间后,数组才真正占用一片地址连续的存储单元空间。
- 上当数组使用完之后,不需要立即向系统归还所占用的内存空间。因为.NET平台的垃圾回收机制将自动判断对象是否在使用,并能够自动销毁不再使用的对象,收回对象所占的资源。

第五章 数组与广义表

C#中的一维数组(II)

- ◆数组类型是一种<mark>类</mark>类型,任何<mark>数组类型</mark>都隐含继承自 基类型<mark>System.Array</mark>,因此数组实例都具有对象特性。
- ◆System.Array 类中定义的属性以及其他公有成员都可以供数组使用,例如Length属性可以获得数组元素的个数。Array类还提供了许多用于排序、搜索和复制数组的方法。
- ◆Array的公共属性:
  - virtual int Length {get;} //返回数组的所有维数中元素的总数。
  - ◆ virtual int Rank {get;}
    //获取数组的维数。

a.Length a.Rank

第五章 数组与广义表

### C#中的一维数组(III)

- ◆Array的公共方法:
- int GetLength(int dimension); //获取数组指定维中的元素数
- void CopyTo(Array dstArray, int Index) //将当前数组的所有元素复制到目的数组中的指定位置
- static void Copy(Array srcAr, int srcIdx, Array dstAr, int dstIdx, int length)
- //从指定索引开始,复制源数组中指定长度的一系列元素到 目数组中指定位置,有多个重载方法。
- static int IndexOf<T>(T[] a, T k) //返回给定数据首次出现位置
- static void Sort(Array a) //对整个一维数组元素进行排序,多个重载方法。

Array.Sort(a)

Array.IndexOf<int>(a, 10)

第五章 数组与广义表

### 【例5.1】 数组的搜索与排序

```
using System; namespace matrixtest {
class ArrayTest {
  static void Main(string[] args) {
   double[] a = { 3.0, 4.0, 1.0, 2.0, 5.0 };
   int i = Array.IndexOf<double>(a, 5.0);
   Console.WriteLine("{0}'s index is: {1}", 5.0, i);
   Console.Write("Sorted Array: ");
   Array.Sort(a);
   foreach(double f in a) Console.Write("{0} ", f);
   Console.WriteLine();
 } } }
```

### 5.1.2 多维数组

多维数组是一维数组的推广,二维数组可看作"其元 素为一维数组"的数组,它可以表示一个矩阵:

- $\mathbf{A}_{m \times n}$ 由 $m \times n$ 个元素 $a_{i,j}$ 组成,可看成是由m行一维数组组成的数组,或是n列一维数组组成的数组。
- 双重线性表:  $A_{m \times n}$ 中的元素 $a_{i,j}$ 同时属于两个线性表: 第i行和第j列的线性表。一般, $a_{i,j}$ 有1个行前驱 $a_{i-l,j}$ 和1个列前驱 $a_{i,j-l}$ 以及1个行后继 $a_{i+l,j}$ 和1个列后继 $a_{i,j-l}$ 。但 $a_{0,0}$ 是起点,没有前驱; $a_{m-l,n-l}$ 是终点,没有后继。

第五章 数组与广义表

### 多维数组的遍历

- ◆按照某种次序访问一个数据结构中的所有元素,并 且每个元素恰好访问一次,称为对数据结构的遍历。 遍历一种数据结构,将得到一个由所有元素组成的 线性序列。
- → 一维数组只有一种遍历次序,而二维数组则有两种 遍历次序:
  - ▶ 行优先次序:将数组元素按行排列,第i+1行紧跟在第i行 后面。
  - > <mark>列优先次序:</mark> 将数组元素按列排列,第*j*+1列紧跟在第*j*列 后面。

```
a_{0,0}, a_{0,1}, \ldots, a_{m-1,0}, a_{m-1,1}, \ldots, a_{m-1,n-1} a_{0,0}, a_{1,0}, \ldots, a_{0,n-1}, a_{1,n-1}, \ldots, a_{m-1,n-1} 第五章 数组与广义表
```

### 多维数组的顺序存储结构

◆ 多维数组可以按行优先或列优先的次序进行顺序存储。按行优先次序存储二维数组 $\mathbf{A}_{m \times n}$ ,则元素 $a_{i,j}$ 的地址计算函数为:

```
Addr(a_{i,j}) = Addr(a_{0,0}) + [(i-0)n + (j-0)] \times c
```

◆ 按列优先次序存储,则元素 $a_{i,j}$ 的地址计算函数为:

```
Addr(a_{i,j}) = Addr(a_{0,0}) + [(j-0)m + (i-0)] \times c
```

FORTRAN Matlab

◆可见二维数组的顺序存储结构也是随机存储 结构,可以对数组元素进行随机存放,对数 组元素进行随机存放的时间复杂度为O(1)。

第五章 数组与广义表

14

### C#的多维数组

- ◆ 用说明多个下标的形式来定义多维数组,例如: int[,] items = new int[5,4]; 声明了一个二维数组items,并分配5×4个存储单元。
- ◆ 可以声明并初始化多维数组,例如:
  int[,] numbers = new int[3, 2] { {1, 2}, {3, 4}, {5, 6} };

  ◆ 初始化时可以资略数组的大小,加下所示。
- ◆ 初始化时可以省略数组的大小,如下所示: int[,] numbers = new int[,] { {1,2}, {3,4}, {5,6} };
- ◆ C#中的二维数组按<mark>行优先</mark>顺序存储数组的元素。

[P] 第五章 数组与广义表 15

### 例: 自定义矩阵类及矩阵的相加操作

◆ 定义Matrix类表示矩阵,成员items是一个一维int数组。设计了多个构造方法,以方便构造和初始化矩阵对象。Add()方法实现与另一个矩阵的相加操作;类中对'+'运算符进行了重载,也能完成两个矩阵的相加操作。矩阵的转置。

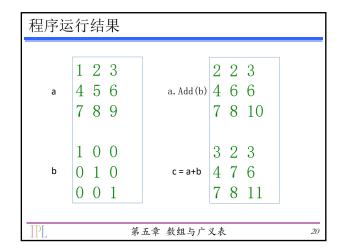
Matrix c = a + b

```
public Matrix(int nRows, int nCols, int[] mat) {
   rows = nRows; cols = nCols;
   items = new int[rows * cols];
   Array.Copy(mat, items, mat.Length);
}
public int Rows { get{ return rows;} }
public int Columns { get{ return cols; }}

public int this[int i, int j]{
   get{ return items[i*cols+j]; }
   set{ items[i*cols+j] = value; } }
```

```
public void Add(Matrix b) {
  for(int i=0;i<Rows;i++)
    for(int j=0;j<Columns;j++)
      items[i*cols+j] += b[i,j];
}
public static Matrix operator +(
    Matrix a, Matrix b) {
  Matrix c = new Matrix(a. Rows, a. Columns);
  for(int i=0;i<a. Rows;i++)
    for(int j=0;j<a. Columns;j++)
    c[i,j] = a[i,j] + b[i,j];
  return c; }</pre>
```

# MatrixTest测试、应用Matrix类 using DSAGL; namespace matrixtest { ... } int[] m1 = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}; Matrix a = new Matrix(3, 3, m1); a. Show(); int[] m2 = {1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1}; Matrix b = new Matrix(3, 3, m2); b. Show(); a. Add(b); a. Show(); Matrix c = a + b; c. Show();



### 5.2 稀疏矩阵

- 5.2.1 稀疏矩阵的三元组
- 5.2.2 三元组的顺序存储结构
- 5.2.3 三元组的链式存储结构
- ◆设矩阵 $\mathbf{A}_{m \times n}$ 中有t个非零元素,则称  $\delta$ = t / ( $m \times n$ ) 为矩阵的<mark>稀疏因子</mark>,当 $\delta$ ≤0.1时,称为<mark>稀疏矩阵</mark>(sparse matrix)。
- ◆在存储稀疏矩阵时,可以只存储其中的<mark>非零</mark> 元素。这种方式可以压缩掉零元素的存储空 间,但往往也会失去数组的随机存取特性。

第五章 数组与广义表 21

### 以下三角矩阵为例: 保持随机存取性

如果按行优先次序只将矩阵中的下三角元素顺序存储,第0行到第*i*-1(*i*≥1)行元素的个数为:

$$\sum_{i=1}^{i-1} (k+1) = \frac{i(i+1)}{2}$$

◆ 下三角元素 $a_{i,i}$  ( $i \ge j$ ) 的地址可用下式计算:

$$Addr(a_{i,j}) = Addr(a_{0,0}) + \left[\frac{i(i+1)}{2} + j\right] \times c, 0 \le j \le i \le n - 1$$

PL 第五章 数组与广义表 22

### 5.2.1 稀疏矩阵的三元组

- ◆ 如果稀疏矩阵中非零元素分布没有规律,要压缩 存储,基本方法是只存储<mark>非零元素</mark>。
- ◆非零元素由三部分组成: 行下标、列下标和元素 值,这称为稀疏矩阵的三元组。一个稀疏矩阵可
- ◆表示所有非零元素的<del>二元组集合</del>,可以用顺序存储结构或链式存储结构存储。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$
 
$$\begin{cases} \{0,0,1\}, \\ \{2,0,2\}, \\ \{2,3,3\}, \\ \{3,1,4\}, \\ \{3,3,5\} \} \end{cases}$$

23

### 5.2.2 三元组的顺序存储结构

◆按照<mark>行优先</mark>(或列优先)的原则,将稀疏矩 阵三元组存储在一个线性表中。



### public class TripleEntry{ private int row, column; //行列下标 private int data; //值 public TripleEntry(inti, int j, int k) { row = i; column = j; data = k; } ... }

◆ TripleEntry对象表示稀疏矩阵的一个三元组 实例,用来记录稀疏矩阵一个(非零)元素 的行列位置及其值。

第五章 数组与广义表

```
三元组顺序存储结构的稀疏矩阵类

◆SSparseMatrix类表示稀疏矩阵,其成员items
是一个用线性表表示的动态数组,元素类型为三元组类TripleEntry。构造方法将一个常规矩阵转换成基于三元组顺序存储结构的表示法。

public class SSparseMatrix{
    private int rows, cols;
    protected List⟨TripleEntry⟩ items;
    ......
}
```

第五章 数组与广义表

## 构造方法 public SSparseMatrix(int[,] mat) { Console.WriteLine("稀疏矩阵:"); rows = mat.GetLength(0); cols = mat.GetLength(1); items = new List<TripleEntry>(); for(int i=0; i<rows; i++) { for(int j=0; j<cols; j++) { Console.Write(" " + mat[i, j]); if(mat[i, j]!=0) { items.Add(new TripleEntry(i, j, mat[i, j])); } Console.WriteLine(); }

第五章 数组与广义表

27

```
测试基于三元组顺序存储结构的稀疏矩阵类
using System; using DSAGL;
namespace matrixtest {
 public class SSparseMatrixTest {
   public static void Main(string[] args) {
     //稀疏矩阵
     int[,] mat = \{\{1,0,0,0\}, \{0,0,0,0\},
                        \{2, 0, 7, 0\}, \{0, 0, 8, 9\}\};
     SSparseMatrix ssm = new SSparseMatrix(mat);
     ssm. Show():
                        4x4 稀疏矩阵三元组的顺序表示:
                               行下标 列下标
                                           值
                       items[0] = r: 0 c: 0
items[1] = r: 2 c: 0
     稀疏矩阵:
      v: 2
                        items[2] = r: 2 c: 3
                                           v: 3
                              = r: 3 c: 1
                        items[3]
       2 0 0 3
                        items[4] = r: 3 c: 3
                   第五章 数组与广义表
```

### 顺序存储结构的缺点

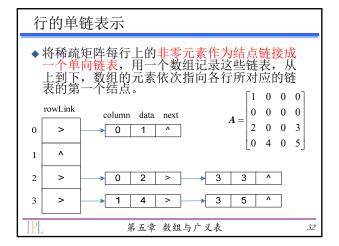
- ◆用一个动态数组保存稀疏矩阵的三元组序列, 它适合于非零元素的数目发生变化的情况。
- ◆插入、删除操作不方便。若矩阵元素的值发生变化,一个零元素变为非零元素,就要向线性表中插入一个三元组;若非零元素变成零元素,就要从线性表中删除一个三元组。为了保持线性表元素间的相对次序,进行插入和删除操作时,就必须移动其他元素。

■ 第五章 数组与广义表 30

### 5.2.3 三元组的链式存储结构

- ◆以链式存储结构存储稀疏矩阵的三元组 便于插入和删除操作。
- ◆常用的链式存储结构有两种:
  - ▶行的单链表示
  - ▶列的单链表示
  - ▶十字链表示

第五章 数组与广义表



# 链表结点类LinkedTriple ◆该类由3个成员组成: column (列下标), data (值) 和next (后继结点的引用)。LinkedTriple对象表示 链表中的一个结点,对应矩阵某行的一个非零元素。 class LinkedTriple { private int column; //列下标 private int data; //值 private LinkedTriple next; public LinkedTriple(int i, int j) { column = i; data = j; next = null; } public void Show() {... } IP[ 第五章 数组与广义表 33

```
## Action  

##
```

```
public LSparseMatrix(int[,] mat) {
                                     构造方法
 rows = mat. GetLength(0);
 cols = mat.GetLength(1);
 rowLink = new LinkedTriple[rows];
 LinkedTriple p, q;
 for (int i = 0; i < rows; i++) {
   p = rowLink[i]; // p为行单链当前结点
   for(int j=0; j<cols; j++) {</pre>
     if( mat[i, j]!=0 ){
       q = new LinkedTriple(j, mat[i, j]);
       if ( p==null )rowLink[i] = q;
       else p. next = q;
                   // p更新为行单链当前结点
       p = q;
    }
       }
```

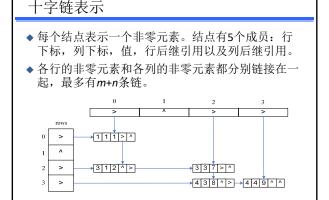
### 程序运行结果 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 0 0 0 0 4x4稀疏矩阵行的单链表示: A= 2 0 0 3 $rows[0] = 0 1 \rightarrow .$ 0 4 0 5 rows[1] = . $rows[2] = 02 \rightarrow 33 \rightarrow$ . $rows[3] = 14 \rightarrow 35 \rightarrow$ . ◆ 按行的单链表示的稀疏矩阵, 存取一个元素的时间

- 复杂度为O(n)。
- ◆ 每个结点可以很容易地找到行的后继结点, 但很难 找到列的后继结点。

第五章 数组与广义表

37

39



第五章 数组与广义表

### 5.3 广义表

- 5.3.1 广义表的概念及定义
- 5.3.2 广义表的特性和操作
- 5.3.3 广义表的图形表示
- 5.3.2 广义表的存储结构
- ◆广义表是一种复杂的数据结构,它是线 性表结构的扩展, 其元素或为原子或为 子表,可以表示多层次的结构。

第五章 数组与广义表

### 5.3.1. 广义表的概念及定义

- ◆ 广义表是n (n≥0) 个数据元素 $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ 组成的有限 序列,记为: GeneralList =  $\{a_0, a_1, ..., a_{n-1}\}$  其中, $a_i$ 或为不可分的单元素(称为原子),或为可再分的广义 表 (称为子表)。
- ◆ 广义表可以表示多层次的结构,它是用递归的方式进行定义的。

//空表,长度为0

L2=(L1)=(())//非空表,元素是一个子表,L2的长度为1 L = (1, 2)//线性表,长度为2

T = (3, L) = (3, (1, 2)) / L 为 T 的 子 表, T 的 长 度 为 2

G = (4, L, T) = (4, (1, 2), (3, (1, 2)))

//L、T为G的子表,G的长度为3

Z = (e, Z) = (e, (e, (e, (...)))) / / 递归表, Z的长度为2第五章 数组与广义表

### 5.3.2 广义表的特性和操作

- 特◆广义表可作为其他广义表的子表元素。<mark>共享或引用</mark>
- 性 ▼ 广义表是一种多层次的结构。例如T(3, L(1, 2))表 示一种树形的层次结构。树中的叶结点对应广义表中的原子,非叶结点对应子表。
  - 义的线性结构。即同层次数据元素之间有着固定 的相对次序。
  - ◆广义表可以是一个递归表。广义表中有共享或递归 成分的子表就是图结构。
  - ◆ 通常将与树结构对应的广义表称为<mark>纯表</mark>,将允许数 据元素共享的广义表称为再入表,将允许递归的广义表成为递归表。

第五章 数组与广义表

广义表的操作

- ◆广义表具有弹性,用广义表的形式可以表示线性 表、树和图等多种基本的数据结构,因此广义表 的操作既包括与线性表、树和图等数据结构类似 的基本操作,也包括一些特殊操作,主要有:
  - ▶Initialize: 建立一个广义表。
  - ▶IsAtom: 判别某数据元素是否为原子。
  - ▶IsList: 判别某数据元素是否为子表。
  - ▶Insert: 在广义表中插入一个数据元素。
  - ▶Remove: 删除一个数据元素。
  - ➤ Equals: 判别两个广义表是否相等。
  - ▶Copy: 复制一个广义表。

41

第五章 数组与广义表

42

### 5.3.3 广义表的图形表示









(a) 线性结构L(1,2) (b) 树结构: 纯表T(3, L(1,2)) (c) 图结构: 再入表G(4, L(1,2), T(3,L(1,2))) (d) 图结构: 递归表Z(c, Z)

- ◆线性表:元素全部是原子,用原子结点表示。
- ◆ <mark>树结构</mark>: 元素中有原子,也有子表,但没有共享和 递归成分,该广义表T为纯表。
- ◆ <mark>图结构:</mark> 元素中有子表,并且有共享成分,该广义表G为再入表。
- ◆ <mark>图结构</mark>: 元素中有子表且有<mark>递归</mark>成分时,该广义表 Z为递归表。

IPL.

第五章 数组与广义表

### 5.3.4 广义表的存储结构

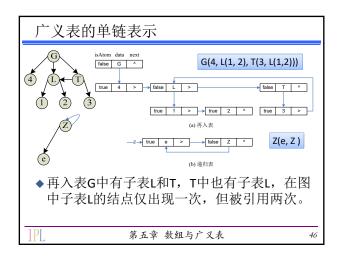
◆线性表有顺序存储结构和链式存储结构两种, 非线性结构的广义表通常采用链式存储结构。 树结构和图结构的存储结构表示将在相关章 节中讨论。此处简要说明广义表链式存储结 构的一般方法。

44

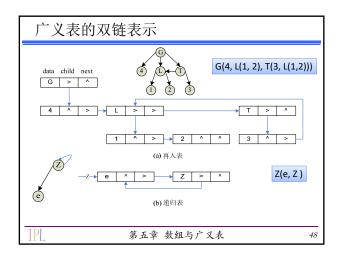
- ▶广义表的单链表示
- ▶广义表的双链表示

第五章 数组与广义表

public class GLinkedNode {
public bool isAtom;
public object data;
public GLinkedNode next;
public object data;
public GLinkedNode next;
public class GLinkedNode {
public class GLinkedNode {
public bool isAtom;
public object data;
public GLinkedNode next;
public object data;
public ob







### 本章学习要点

- 1. 了解<mark>数组类型</mark>的特点以及在高级编程 语言中的两种存储表示和实现方法, 并熟练掌握多维数组在以行为主的存 储结构中的地址计算方法。
- 2. 掌握稀疏矩阵的结构特点及其存储表 示方法。
- 3. 掌握广义表的结构特点及其存储表示 方法。

TPL.

第五章 数组与广义表

作业5

- 5.1 在Matrix类中增加下列功能:
  - 1. 求一个矩阵的转置矩阵。
  - 2. 两个矩阵相减/相乘。
- 5.2 在表示稀疏矩阵的三元组顺序存储结构 SSparseMatrix类中,增加以下功能:
  - 1. 稀疏矩阵的转置矩阵。
  - 2. 两个稀疏矩阵相加。
- 5.3 在表示稀疏矩阵的三元组行单链LSparseMatrix类中,增加以下功能:
  - 1. 稀疏矩阵的转置矩阵。
  - 2. 两个稀疏矩阵相加。
- 5.4 定义用双链表示的广义表的结点类与广义表类。

TDI

49

第五章 数组与广义表

50

### 实习5

- ◆实验目的 理解稀疏矩阵的表示及操作实现。
- ▲题音

在表示稀疏矩阵的三元组顺序存储结构中, 实现稀疏矩阵的基本操作。

IPL

第五章 数组与广义表