

武汉大学国家网络安全学院
2024-2025 学年度第 1 学期
《算法设计与分析》期末考试试卷 (A 卷)

专业: _____ 学号: _____ 姓名: _____

说明: 答案请全部写在答题纸上, 写在试卷上无效。

未经主考教师同意, 考试试卷、答题纸、草稿纸均不得带离考场, 否则视为违规。

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | | 总分 |
|----|---|---|---|---|---|--|----|
| 分值 | | | | | | | |

一. 选择题 (共 15 小题, 每小题 3 分, 共 45 分)

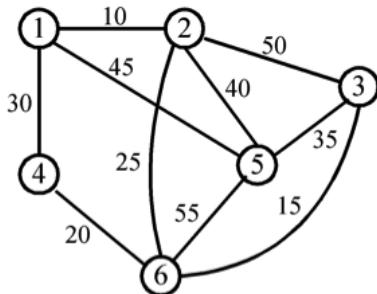
- 1) 对于排序复杂度, 下述描述错误的是:
 - A. 比较排序的复杂度不会低于 $n \log n$
 - B. 选择排序的复杂度是 $\Theta(n \log n)$
 - C. 冒泡排序是稳定排序, 而选择排序不是稳定排序
 - D. 插入排序最好的情况是 $\Theta(n)$, 最差是 $\Theta(n^2)$
- 2) 对一组数据 {2,12,16,88,5,10} 进行排序, 若前三趟排序结果如下,
第一趟排序结果: 2, 12, 16, 5, 10, 88
第二趟排序结果: 2, 12, 5, 10, 16, 88
第三趟排序结果: 2, 5, 10, 12, 16, 88
则采用的排序方法可能是:
 - A. 冒泡排序
 - B. 希尔排序
 - C. 归并排序
 - D. 基数排序
- 3) 用主方法求解 $T(n) = \frac{1}{3}T(2n) + n^3$, 得:
 - A. $T(n) = \Theta(n^2)$
 - B. $T(n) = \Theta(n^{\log_2 3})$
 - C. $T(n) = \Theta(n^3)$
 - D. $T(n) = \Theta(n^{\log_3 2})$
- 4) 下面这段代码的时间复杂度是多少? : C

```
for( int i = n; i > 0; i /= 2 ) {
    for( int j = 1; j < n; j *= 2 ) {
        for( int k = 0; k < n; k += 2 ) {
            ... // constant number of operations
        }
    }
}
```

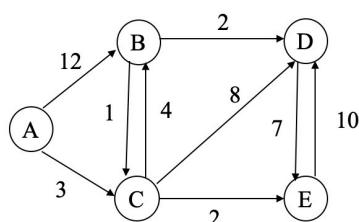
 - A. $\Theta(\log^3 n)$
 - B. $\Theta(\log^2 n)$
 - C. $\Theta(n \log^2 n)$
 - D. $\Theta(n \log^3 n)$
- 5) 对于 Prim 算法和 Dijkstra 算法描述, 错误的是:
 - A. Prim 算法用于最小生成树, Dijkstra 算法用于最短路径
 - B. 两者都是贪心算法
 - C. 采用堆数据结构, Dijkstra 算法的复杂度为 $O(m \log n)$
 - D. 两者的最大区别是: Prim 每次选择到源节点的最短路径, 而 Dijkstra 每次选择权重最小的边
- 6) 下面数组中, 哪一个不是最大堆:
 - A. [7, 6, 5, 4, 3]
 - B. [9, 4, 7, 2, 1, 6, 5, 3]
 - C. [8]
 - D. [9, 4, 8, 3, 2, 5]

- 7) 最大子数组问题的分治算法中，会将原问题分解为两个子问题，但需要求3个最大子数组，如数组{6, -9, 7, -2, 9, -5}，其左子问题，右子问题，和横跨两个子问题的最大子数组分别是：
 A. 13, 14, 9 B. 7, 16, 9 C. 7, 14, 9 D. 13, 16, 7
- 8) 在寻找第k小元素的问题中，如果直接用数组的平均值对问题进行划分，则复杂度是多少：
 A. $O(n)$ B. $\Theta(n^2)$ C. $O(n^2)$ D. $\Theta(n)$
- 9) 下列哪个问题不是动态规划问题：
 A. 最长公共子序列问题 (LCS) B. 背包问题 (Knapsack Problem)
 C. 斐波那契数列 D. 快速排序
- 10) 以下哪个问题不具有最优子结构性质：
 A. 最长路径问题 B. 0-1 背包问题
 C. 最小生成树问题 D. 旅行商问题

11) 如下图所示，Prim算法生成以节点3为根的最小生成树，和Kruskal生成的最小生成树，两个算法选择的第一条边的权重分别为（前面为Prim后面为Kruskal）：

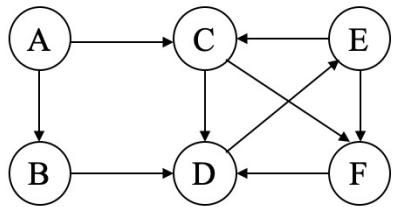


- A. 10, 10 B. 15, 10 C. 15, 15 D. 10, 15
- 12) 在有5个字符组成的字符集S中，各个字符出现的频次分别为5, 4, 6, 3, 2,，为S构造的哈夫曼编码树的加权平均长度为：
 A. 2.4 B. 2.5 C. 2.25 D. 2.75
- 13) 迪杰斯特拉 (Dijkstra) 算法的适用条件是：
 A. 图必须是有向图 B. 图必须是无向图
 C. 图中不存在负权边 D. 图中不存在负环
- 14) Dijkstra算法作用于以下图求A为源点的最短路径，则节点加入到最短路径树（或者说X集合）的顺序是：



- A. {A,B,C,D,E} B. {A,C,E,B,D} C. {A,C,B,D,E} D. {A,B,C,E,D}

15) 对以下有向图，应用深度优先搜索，如果边A->B为树边，则边A->C为：



- A. 前向边 B. 树边 C. 回边 D. 横跨边

二、简答计算题(共 4 小题, 共 30 分)

1. 证明 $\sum_{i=1}^n \log i = \Theta(n \log n)$ 。(6 分)

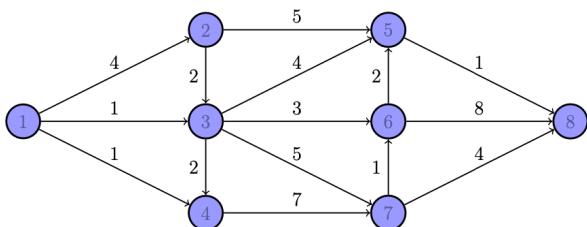
2. 有递归复杂度表达式 $T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$, 请 1) 用主方法求解该复杂度 (3 分); 2) 用递归树的方法进行验证 (4 分)。

3. 设图的初始矩阵为:

$$D_0 = \begin{pmatrix} 0 & 3 & \infty & 7 \\ \infty & 0 & 4 & \infty \\ \infty & \infty & 0 & 2 \\ \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

请用 Floyd 算法求解多源最短路径, 要求给出中间过程的所有矩阵 (8 分)。

4. 用分支限界算法求解有向图上源节点 (1) 到目的节点 (8) 的最短路径, 要求 1) 给出界的定义 (2 分); 2) 画出搜索树 (5 分); 3) 给出 1 到 8 的最短路径 (2 分)。



三、综合分析题(2 小题, 共 25 分)

1. 现有一辆卡车, 总载重量为 10 吨, 可以运送的货品有 A(1,1), B(2,3), C(4,6), D(5, 8), E(8, 10), (m, n) 表示重量为 m 吨, 价值为 n 元。选取哪些物品能让一次运送的价值最大? 请
 - 1) 分析问题是否具有最优子结构性质 (2 分); 2) 给出最优解的递归式 (3 分); 3) 自底向上的计算过程上述例子 (5 分); 4) 给出最优解 (2 分)。
2. 对一些数字字符串, 在适当的位置添加 “.”, 可以得到合法的 IP 地址。IP 地址由 4 个 0 到 255 间的整数组成, 且不含前导 0。例如, 对 “2552501213” 可以得到 “255.250.12.13” 和 “255.250.121.3” 都是合法的 IP 地址, 但 “255.25.012.13” 是不合法的, 因为第 3 个整数 012 存在前导 0。请用回溯算法求 “112013”的一个合法 IP 地址, 要求写出 1) 如何构造搜索树, 并画出搜索树 (画出部分让评卷人知道你会画即可,) (6 分); 2) 当访问树中的节点时, 需要判断是否继续访问, 请给出判断条件 (3 分); 3) 给出回溯伪代码 (5 分)。