**武汉大学计算机学院**

**2023-2024学年度第二学期2022级**

**《随机过程》期末考试试卷（B）--闭卷**

**姓名： 学号： 专业： 成绩：**

**（注：①考试时间为120分钟；②**所有的题目的解答均写在答题纸上，需写清楚题目的序号。每张答题纸都要写上姓名和序号**。）**

一 名词解释。（每小题5分，共20分）

（1）随机过程的自相关函数

对于随机过程，称

为随机过程的自相关函数。

（2）Poisson过程

计数过程称为参数为（）的Poisson过程，如果满足：；过程有独立增量；对任意的，有

。

（3）状态可达状态

若存在，使得，则称状态可达状态，记为。

（4）非常返状态

对于任何状态，以记从出发经步后首次到达的概率，则有

,

令，若，称状态为非常返状态。

二 计算题。（每小题10分，共60分）

（1）设随机序列，其中，是上服从均匀分布的随机变量，试讨论随机序列的平稳性。

解：是宽平稳的，但不是严平稳的。

所以是宽平稳的。

时具有不同的分布函数，所以不是严平稳序列。

（2）设是服从参数为3的Poisson过程，试求

解：

设是服从参数为3的Poisson过程，则



（3）一队同学顺次等候体检。设每人体检所需要的时间服从均值为10分钟的指数分布并且与其他人所需时间是相互独立的，则小时内平均有多少同学接受过体检，在这小时内内最多有20名同学接受过体检的概率是多少（设学生非常多，医生不会空闲）？

解：由题意知，接受体检的同学人数服从强度为6的Poisson分布。

（4）设Markov链的状态空间，转移概率为，试求该Markov链各状态的常返性，周期性和遍历性。

解：

可见0是正常返态，非周期的遍历态。其它状态与0是互通的，所以都是正常返态，非周期的遍历态。

（5）设Markov链的转移矩阵为

试求其极限分布。

解：因为Markov链的转移矩阵为



（6）参数为的Poisson过程，取值为，试求该随机过程在各个取值状态的转移概率。

解： 该随机过程是时齐的连续时间Markov过程。



三 证明题。（每小题10分，共20分）

（1）证明Poisson过程分解定理：对于参数为的Poisson过程，可分解为个相互独立的Poisson过程，参数分别为

证明：对于过程,设每次事件发生时，有个人对此以概率进行记录，且，同时事件的发生与被记录之间相互独立，个人的行为也相互独立。以为到时刻第个人所记录的事件的数目。则是相互独立的Poisson过程，强度为。

（2）设是Markov链的步转移概率，，证明对一切，有

证明：

.