武汉大学2018-2019学年第二学期期末考试

线性代数B（A卷解答）

一、（10分）已知，试计算,的值。

解：由代数余子式的性质有  6分

由克莱姆法则知

  10分

二、（12分）求向量组 ，

，的秩和一个极大线性无关组，并将其余向量用极大线性无关组

线性表示。

解：设  4分

先对施行行初等变换化为行最简形矩阵  8分

知向量组的秩 ，易知1、2两列即为的一个极大无关组，且有 ，. 10分

三、（14分）设矩阵为 ，，

（1）求； （2）求的逆矩阵.

解（1） 因为

4分



而 ，，

所以  9分

（2） 14分

四、（15分）设有线性方程组.

讨论为何值时,方程组有唯一解、无解、有无穷多解? 并在有无穷多解时，求出其通解.

解：经计算系数行列式得 4分

于是由克莱姆法则有如下结论：

(1)当且时，方程组有唯一解；

(2)当时，，，该情形方程组无解；

(3)当时, , 此时方程组有无限多个解。 10分

而 

由此得 ，即，. 15分

五、（16分）设二次型其中二次型的矩阵的特征值之和为1，特征值之积为

1、的值； 2、用正交变换将二次型化为标准形，并写出所用的正交变换矩阵。

解 1、次型的矩阵为设的特征值为由题设，有

 

解得 8分

2、矩阵的特征多项式得的特征值 11分

对于解方程组得其基础解系

对于解齐次线性方程组得基础解系

由于已是正交向量组，为得到规范正交向量组，只需将单位化，由此得



令矩阵则为正交矩阵.在正交变换下，有

且二次型的标准形为 16分

六、（15分）设阶矩阵满足条件，其中，且

，1、求矩阵；2、求秩，其中分别为

的伴随矩阵；3、设，求；

1. 由题设有，而可逆，

易算得：  5分

因而有 7分

2）由均可逆，故也均可逆，所以； 11分

3）

15分

七、（10分）设均是同阶方阵，是可逆矩阵，且满足，证明、以及 都是可逆矩阵。

证 因为, 则

所以, 因而和可逆。 5分

注意 ，，因而可逆。

注意 ，



因为、均可逆, 故

所以有  ， 即可逆。 10分

八、（8分）设是阶矩阵，其个行向量是齐次线性方程组的一个基础解系，证明：对任一阶可逆矩阵,的行向量组也是的基础解系。

解 有题意，，线性无关，且

设，则  6分

由于可逆，的行向量组线性无关。而

故 的行向量组也是的解向量，从而也是基础解系。 8分