Nama : M. Taufiq H.
NIM : 1905 1209 094
Prodi : S1 - TEKNIK INFORMATIKA - B

1) [a] $v = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$* \; T(v) = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 + 2(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$

[b] $v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ [c.] $w = \begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix}$

$* \; T(v) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $T(v) = \begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix}$

$* \begin{pmatrix} v_1 - v_2 \\ v_1 + 2v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix}$ $* \; -3v_2 = 12$ $\boxed{v_2 = 4}$ $\boxed{v_1 = 3}$

2) $T\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 - v_2 \\ v_1 + 2v_2 \end{pmatrix}$ * misal $u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ dan $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$

$* \; T(u+v) = T(u) + T(v)$

$* \; T\begin{pmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 + v_1 - (u_2 + v_2) \\ u_1 + v_1 + 2(u_2 + v_2) \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} u_1 - u_2 \\ u_1 + 2u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 - v_2 \\ v_1 + 2v_2 \end{pmatrix}$

$= T(u) + T(v)$ TERBUKTI

$* \; T(cu) = cT(u)$

$T\begin{pmatrix} ku_1 \\ ku_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ku_1 - ku_2 \\ ku_1 + 2ku_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k(u_1 - u_2) \\ k(u_1 + 2u_2) \end{pmatrix}$

$= k\begin{pmatrix} u_1 - u_2 \\ u_1 + 2u_2 \end{pmatrix} = kT(u)$ ✓

3) $F(x) = x + 1$ * Asumsikan $x$ dan $y$ adalah vektor $R^1$

* $F(x+y) = x + y + 1$ (bukan tF linear karena tidak sama dengan $(F(x) + F(y))$)

4) a. Zero transformation adalah transformasi yang memetakan $T: V \to W$ dan $T(v) = 0$ untuk setiap $v$ di dalam $V$ linear. Contoh: Jika terdapat pemetaan $T: V \to W$ dengan $T(v) = Av$ dan $T(v_1, v_2) = (v_1 - v_1, v_2 - v_2)$ maka $T(u+v) = \begin{pmatrix} (u_1 + v_1) - (u_1 + v_1) \\ (u_2 + v_2) - (u_2 + v_2) \end{pmatrix} = 0$

b. Identity operator adalah pemetaan $I: V \to V$ dimana $I(v) = v$
Contoh: Jika terdapat pemetaan $T: V \to W$ dengan $T(v_1, v_2) = (v_1, v_2)$ maka $T(u+v)$

$= \begin{pmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 \end{pmatrix}$

$= u + v$

5] $v_1 = (1,0,0)$, $v_2 = (0,1,0)$, $v_3 = (0,0,1)$

$T(v_1) = (2,-1,4)$ ; $T(v_2) = (1,5,-2)$ ; $T(v_3) = (0,3,1)$

asumsikan

$$X = c_1 v_1 + c_2 v_2 + c_3 v_3$$

$$(x_1, x_2, x_3) = c_1(1,0,0) + c_2(0,1,0) + c_3(0,0,1)$$

bisa ditulis

$$c_1 = x_1 ;\ c_2 = x_2 ;\ c_3 = x_3 ;$$

$$(x_1, x_2, x_3) = x_1(1,0,0) + x_2(0,1,0) + x_3(0,0,1)$$

$$= x_1 v_1 + x_2 v_2 + x_3 v_3$$

$$T(x_1, x_2, x_3) = x_1(2,-1,4) + x_2(1,5,-2) + x_3(0,3,1)$$

$$= \begin{pmatrix} 2x_1 + x_2 + 0 \\ -x_1 + 5x_2 + 3x_3 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 \end{pmatrix}$$

$$T(2,3,-2) = \begin{pmatrix} 2(2) + 3 \\ -2 + 5(3) + 3(-2) \\ 4(2) - 2(3) + (-2) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

6.) $T(v) = Av = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$

a. $v = (2,-1)$

$$T(v) = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3v_1 \\ 2v_1 + v_2 \\ -v_1 - 2v_2 \end{pmatrix}$$

$$T(v) = \begin{pmatrix} 3(2) \\ 2(2) + (-1) \\ -(2) - 2(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b. $T\ R^2 \to R^3$

$$T(v) = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3v_1 \\ 2v_1 + v_2 \\ -v_1 - 2v_2 \end{bmatrix}$$

$$R^2 \longrightarrow R^3$$

7) a. $A_{3\times3}$ : untuk $T: R^n \to R^m$ $n=3$ dan $m=3$

b. $A_{3\times2}$ : untuk $T: R^n \to R^m$ $n=2$ dan $m=3$

c. $A_{2\times4}$ : untuk $T: R^n \to R^m$ $n=4$ dan $m=2$

8) $F(x,y) = (x+y, x-y, 2xy)$

$F(u+v) = (u_1+v_1+u_2+v_2,\ u_1+v_1-(u_2+v_2),\ 2(u_1+v_1)(u_2+v_2))$

$= ((u_1+u_2)+(v_1+v_2),\ (u_1-u_2)+(v_1-v_2),\ 2(u_1u_2+u_1v_2+v_1u_2+v_1v_2))$ (bukan linear)

9) $F(x,y,z) = (2x+y, 5y+z)$

$F(u+v) = (2(u_1+v_1)+(u_2+v_2),\ 5(u_2+v_2)+(u_3+v_3))$

$= ((2u_1+u_2)+(2v_1+v_2),\ (5u_2+u_3)+(5v_2+v_3))$

$= ((2u_1+u_2),(5u_2+u_3)) + ((2v_1+v_2),(5v_2+v_3))$ (linear)

$F(ku) = (2ku_1+ku_2,\ 5ku_2+ku_3)$

$= (k(2u_1+u_2),\ k(5u_2+u_3))$

$= k((2u_1+u_2),(5u_2+u_3))$

$= k\,F(u)$ (linear).

10) KERNEL dan JANGKAUAN

* Jika $T: V \to W$ adalah transformasi linear, maka himpunan vektor di V yang dipetakan ke 0, dinamakan dengan kernel (ruang nol) dari T. Himpunan tersebut dinyatakan oleh ker(T).

* Himpunan semua vektor di W yang merupakan bayangan di bawah T dari paling sedikit satu vektor di V dinamakan jangkauan dari T; Himpunan tersebut dinyatakan oleh R(T).