

Post P4, pre P5

Bruno Juliá-Díaz (brunojulia@ub.edu)

Dpto. Física Quàntica i Astrofísica

Facultat de Física

Universitat de Barcelona

Curso 2016/2017

Sobre la práctica 4

- > La mayoría de los programas están bien trabajados y estructurados.
- > La práctica estaba pensada para poder realizarse sin tocar para nada las subrutinas trabajadas en la prepráctica
 - + derifun
 - + bisecció
 - + newtonraphson
- > Si las habéis tenido que “adaptar”, algo ha fallado

Sobre la práctica 4

- > Problemas con el uso de external
- > Problemas con subrutina derifun
- > Problemas function/vector
- > Problemas por no compilar durante demasiado tiempo
- > La mayoría de los códigos no tienen elementos de cross-check
 - + El código tiene que ir escribiendo datos que nos permitan después saber donde falla

IMPLICIT NONE

```
double precision P, Pol, A, B, eps, t, dP
double precision xarrel, x0, fu(90), x(90), dfu(90)
integer niter, ierr, miter, i, ndat
Cridem les funcions
external P, Pol, dP
```

Definim els puntes del vector de dimensio 5

```
v(1)=0.34d0
v(2)=0.5d0
v(3)=1.d0
v(4)=1.1d0
v(5)=1.4d0
```

Escribe en pantalla
"comienzo el apartado 1)"

Apartat 1)

```
open (9,FILE="P4-2016-b1-res1.dat")
```

```
ndat=90
```

```
x(1)=1.d0/3.d0+0.2d0
```

```
fu(1)=P(x(1))
```

Bucle que ens calcula la posicio de cada x

```
do i=2,ndat,1
```

```
    x(i)=x(i-1)+0.045d0
```

```
    fu(i)=P(x(i))
```

```
enddo
```

Cridem la subrutina derivada

```
call derifun(ndat,fu,x,dfu)
```

```
do i=1,ndat,1
```

```
    write(9,90) x(i), dfu(i), fu(i)
```

```
enddo
```

```
close(9)
```

Escribe en pantalla
"comienzo el apartado 2)"

Apartat 2)

```
open (10,FILE="P4-2016-b1-res2.dat")
```

```
ndat=90
```

```
x(1)=1.d0/3.d0+0.2d0
```

```
fu(1)=P(x(1))
```

Bucle que ens calcula la posicio de cada x

```
do i=2,ndat,1
```

tacional 2016/2017

Sobre la práctica 4

> Problemas con el uso del **common** para pasar el valor de la temperatura

Al **common block** es mejor darle un nombre:

Pero basta con un solo nombre:

```
double precision Tpol,Twaals
common/TEMPWAALS/Twaals
common/TEMPERATURA/Tpol
integer ii,j
```

```
Creem una funció amb l'equació de Van der Waals
double precision function Pol(v)
IMPLICIT NONE
double precision v, t

t=0.91d0

Pol=4.d0*T*V**3.d0-9*V**2.d0+6.d0*v-1.d0

end
```

```
function pol(v)

real*8 pol,v,t
common t
pol=4.d0*t*(v**3.d0)-9.d0*(v**2.d0)+6.d0*v-1.d0
return

end
```

```
function dfun(x)

implicit none
double precision x,dfun,t
common/variables/t

dfun=12*t*x**2-18*x+6

return

end
```

Sobre la práctica 4

— Nom del programa **P4-2016-c2.f**.

Precisió de reals: **double precision**. Utilitza les subroutines desenvolupades a la prepràctica.

Tots els resultats a: **P4-2016-c2.res.dat**, afegeix una línia descriptiva separant els diferents resultats.

L'equació de Van der Waals per descriure la transició líquid gas es pot escriure com (en unitats reduïdes T , P i V),

$$P = \frac{8T}{3V - 1} - \frac{3}{V^2},$$

on els valors físics del volum reduït son $V > 1/3$ (valors $V \leq 1/3 \Rightarrow$ pressions negatives).

- 1) La estabilitat de les isoterms pot analitzar-se a partir de la primera derivada de $P(V)$ de la equació d'estat.

Genera una taula amb 90 punts equiespaiats de V , $V \in [1/3 + 0.15, 4]$, de la isoterma, (V, P) per a $T = 0.93$. Calcula numèricament la seva derivada $P'(V)$ amb la sub-routine **derifun(ndat,tu,x,dfu)** de la prepractica i escriu-la en el fitxer de resultats: $V, P'(V), P(V)$. Fes una gràfica **P4-2016-c2-fig1.png** amb la isoterma anterior que contingui només els punts (V, P) que siguin estables, $P'(V) < 0$.
pista: `plot "fichero.dat" u 1:($2<0?$3: 1/0) w l t"P(V)"`

~ 1 hora

Las cosas fáciles hay que tenerlas claras

Sobre la práctica 4

DERIVADES

```
subroutine derifun(ndat,fu,x,dfu)
implicit none
double precision fu200,x200,dfu200,fu10,x10,dfu10,pv
dimension x(ndat)
dimension fu(ndat)
dimension dfu(ndat)
```

```
COMMON/VECTORS/fu10,x10,dfu10
COMMON/VECTORS2/fu200,x200,dfu200
```

```
double precision h, fu, dfu, x
integer i, ndat
```

```
h=((1.d0/3.d0)+0.2d0-4.d0)/(89.d0)
```

```
do i=1,ndat
```

```
  if (i.eq.1) then
```

```
    dfu(i)=((fu(i+1)-fu(i))/h)
```

```
  else if (i.eq.ndat) then
```

```
    dfu(i)=((fu(i)-fu(i-1))/h)
```

```
  else
```

```
    dfu(i)=((fu(i+1)-fu(i-1))/(2.d0*h))
```

```
  endif
```

```
enddo
```

```
end
```

No perdais generalidad

$h=x(2)-x(1)$

No hacia falta modificar
nada

Ni añadir vectores
“específicos” para cada
problema.

Sobre la práctica 4

```
implicit none
real*8 T1, P, V, Pol, T2, Pol2, Vol2, A, B, eps, xarrel, x0, dpol
integer*8 i, ndat, niter, ierr, l
double precision Vol(90), Pr(90), dPr(90) ← vo(5)
external pol, dPol
COMMON/TEMP/ T2

open(14, file='p4_2016_c2_res.dat')
open(15, file='p4_2016_c2_res1.dat')

write(14,*) "apartat 1: equacio de Van der Waals. V, P'(V), P(V)"
T1 = 0.93d0
do i = 0, 89
  V = 0.03907d0*i + (1.d0/3.d0 + 0.15d0)
  Vol(i+1) = V
  Pr(i+1) = P(V,T1)
enddo
ndat = 90
call derifun(ndat,Pr,Vol,dPr)
do i = 1, 90
  write(14,400) Vol(i), dPr(i), Pr(i)
  write(15,*) Vol(i), dPr(i), Pr(i)
enddo
400 format(3(f12.8, 2x))
close(15)
```

No perdais generalidad

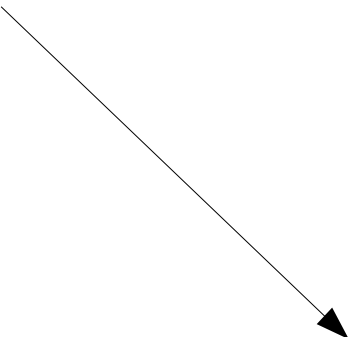
$h=x(2)-x(1)$

Escribid los números de forma que sea facil comprobar sin son correctos....

```
! Genero les dades per tal de representar el polinomi a l'interval (0.2+1/3)<V<2
do ii=54,200,5
  vv=ii/1.d2
  ff=POL(vv)
  write(14,100)vv,ff
100 format(f4.2,5x,e20.12)
enddo
```


Sobre la práctica 4

Recordad que no se puede usar el IGUAL para buscar condiciones con numeros reales. La precisión hara que casi nunca se cumplan las condiciones o dependerá de máquina



```
IF(XIN.EQ.2.54D0) THEN  
  WRITE(3,25) NITER, XARREL  
ELSE IF(XIN.EQ.2.55D0) THEN  
  WRITE(4,25) NITER, XARREL  
ELSE IF (XIN.EQ.2.7D0) THEN  
  WRITE(5,25) NITER, XARREL  
ENDIF
```

Práctica 5

Pre-Práctica 5: Números aleatorios 1

Objectius: generació de nombres aleatoris, histogramas, Box-Müller

— Nom del programa principal **P5-2016.f**.

Precisió de reals: **double precision**.

Tots les sortides de dades a **P5-2016-res.dat**.

La pràctica consistirà a estudiar problemes físics fent servir números aleatoris.

- Movimiento Browniano. Caminante aleatório

Práctica 5, apartado 1

1) Estimació de la densitat de probabilitat: histograma

Escriu una subrutina `histograma(ndat,data,ncaixes,histo,errhisto)` que generi un histograma normalitzat de `ncaixes` fent servir les `ndat` dades de `data(ndat)`. La sortida és: `histo(ncaixes)` amb l'error de cada barra a `errhisto(ncaixes)`.

Como estimar la función de distribución

> Un procedimiento para estimar su distribución de probabilidad es la construcción de un histograma. Un histograma es una función escalonada (barras) construida como sigue:

- + Determinamos los valores máximo y mínimo, X_m y X_M
- + Generamos una partición del intervalo $[X_m, X_M]$ de NB subintervalos

$$z_1 = X_m < z_2 < z_3 < \dots < z_{NB+1} = X_M$$

- + La anchura del subintervalo k -ésimo es $w_k = z_{k+1} - z_k$
- + Contamos el número de valores x_j dentro de cada subintervalo, N_k

+ Un estimador de la distribución viene dado por la función:

$$p_N(x) = p_k W(x; z_k, z_{k+1}) \quad \text{donde } p_k = N_k / (N w_k)$$

Y $W(x; a, b)$ es 1 si $a < x \leq b$ y 0 en cualquier otro caso

Incertidumbre de p_k

> La incertidumbre estadística del valor de cada columna, p_k se puede estimar considerando que la variable N_k es sigue una distribución Binomial (cada número o esta en el intervalo k o no lo está)

+ Podemos utilizar la distribución binomial

$$B(N_k; N, N_k/N)$$

Esto es:

- > Variable N_k : Numero de aciertos del problema de Bernouilli: Cae el número en el intervalo k : si o no?
- > Probabilidad p del problema de Bernouilli equivalente, $p = N_k/N$ (número de cuentas que han caido en este subintervalo)

Incertidumbre de p_k

- > Ahora podemos por ejemplo calcular la varianza de p_k
- + $\text{Var}(p_k) = \text{Var}(N_k) / (w_k^2 N^2)$
- + Utilizando las fórmulas para la distribución binomial obtenemos:

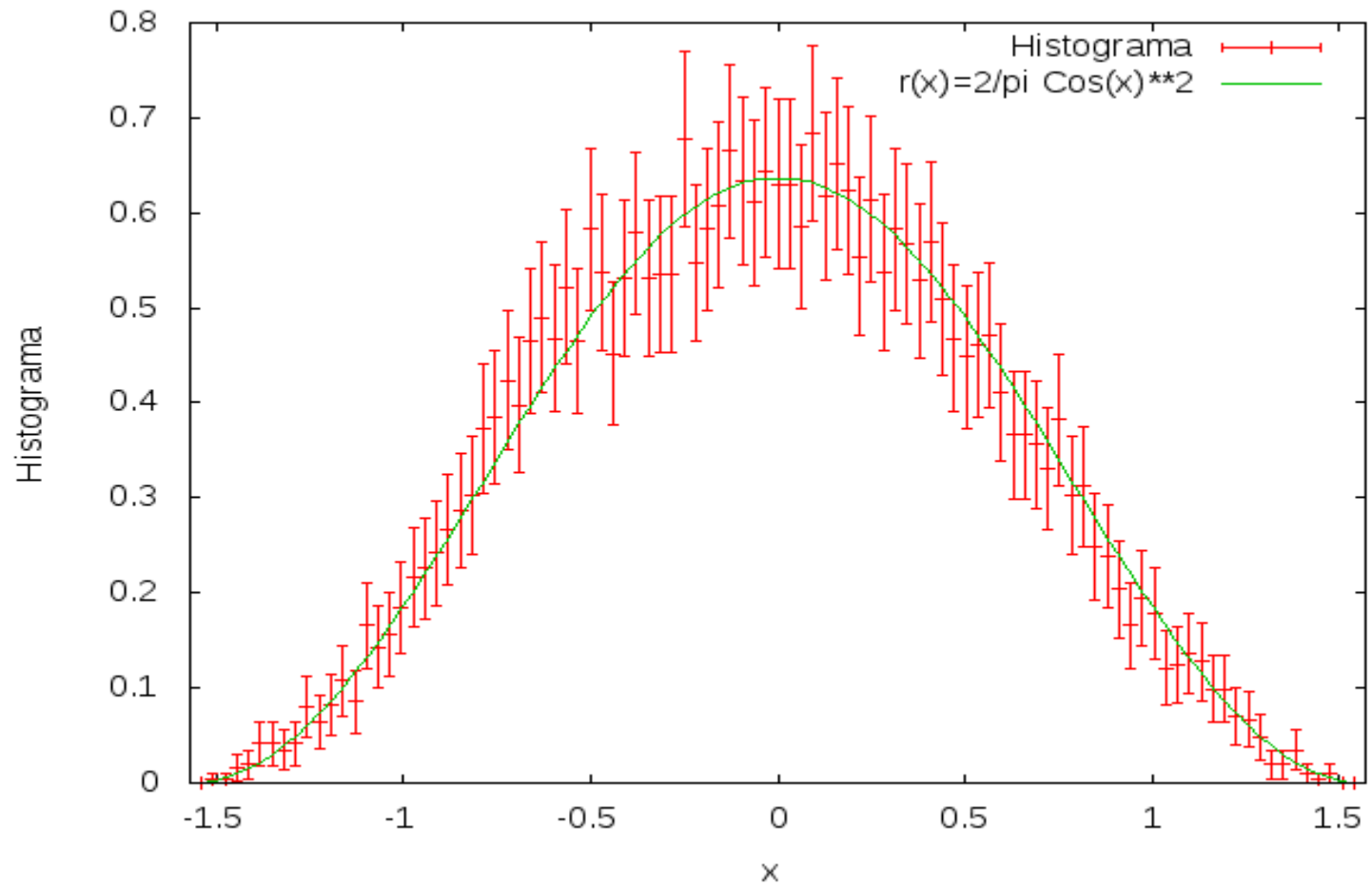
$$\text{Var}(p_k) = Np(1-p) / (w_k^2 N^2) = N_k (1 - N_k/N) / (w_k^2 N^2)$$

Y la desviación estandard,

$$\sigma = \frac{1}{\omega_k} \sqrt{\frac{1}{N} \left[\frac{N_k}{N} \left(1 - \frac{N_k}{N} \right) \right]}$$

Ejemplo

Error estimado como 2 sigma



Sobre histogramas

> Casi todo el mundo suele hacer:

```
Do i=1,todos los números
  x=rand()
  Do j=1, todas las cajas
    Está el numero en la caja j?
    Si: suma uno a la caja j
    No: sigue probando
  Enddo
Enddo
```

Número de
repeticiones:

$N_{\text{cajas}} \times N_{\text{números}}$

En el ejemplo

$100 \times 10000 = \text{muchas}$

Sobre histogramas (II)

> Método (más) hábil/eficiente

$\Delta x = (b-a)/N_{\text{cajas}}$

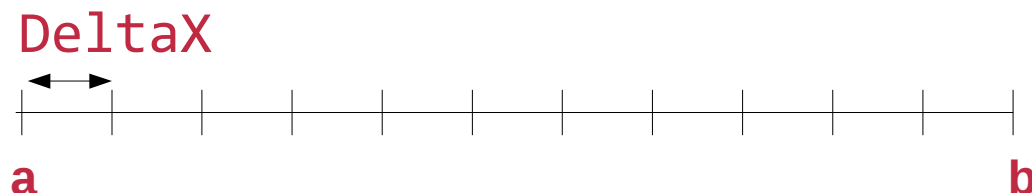
Do $i=1$, todos los números

$x = \text{rand}()$

$\text{Indicecaja} = \text{int}((x-a)/\Delta x) + 1$

Suma 1 a la caja(indicecaja)

Enddo



Número de repeticiones:

$N_{\text{números}}$

En el ejemplo

$10000 = 100 \text{ veces menos}$

Ejemplo:

$a=0$, $b=1$, 80 cajas

$\Delta x = 1/80 = 0.125$

Número que llega $x=0.3452$

$(x-a)/\Delta x = 27.616$

$\text{Indicecaja} = \text{int}(27.616) + 1 = 28$

Práctica 5, apartado 1

1) Distribució Gaussiana

Escriu una subrutina `subgauss(ndat,xgaus)` que generi `ndat` números gaussians de valor mitjà zero i variància igual a 1.

Dins de la subrutina:

- a) Genera a partir de la funció intrínseca `rand` i el mètode de Box-Müller, una seqüència de `ndat` valors de la variable aleatòria x distribuïda segons la distribució Gaussiana, $p(x) = e^{-x^2}/\sqrt{2\pi}$, i escriu-els al fitxer de sortida. Fes servir com a llavor el teu número NIUB,

```
ISEED=NUMERO NIUB  
CALL SRAND(ISEED)
```

...

```
XX=RAND()
```

.....

- b) Calcula estimacions del valor mitjà, la variància i la desviació estàndard de la variable x i compara'ls amb els valors exactes per a la distribució normal per `ndim=10000`. Escriu els resultats al fitxer de sortida.
- c) Calcula les següents estimacions dels moments centrals d'ordre superior,

$$\overline{(x - \bar{x})^m} = \quad \text{amb } m = 2, \dots, 10 \quad (0.17)$$

i compara'ls amb els valors exactes per `ndim=10000`. Escriu els resultats al fitxer de sortida.

- c) Genera un histograma amb els valors d' x de `ncaixes=100` i fes una gràfica de l'histograma normalitzat **P5-2016-fig1.png** amb els errors corresponents.

Solo llamamos a
SRAND
UNA VEZ

Propiedades de números aleatórios

> Supongamos que nos dan una secuencia de N números generados aleatoriamente que suponemos corresponden a una variable aleatória x

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \dots, x_N$$

> Al tener todos los valores “posibles” de la variable, podemos construir probabilidades a “posteriori”,

$$p(x_k) = (\text{Numero de veces que aparece } x_k) / N$$

> Esto es equivalente a escribir $p_k = 1/N$ y contarlos todos

Ejemplo, $N=8$: 1,3,4,1,2,5,6,10

$$\text{Media} = (1+3+4+1+2+5+6+10)/8 = 4$$

$$\text{Var} = [(1-4)^2 + (3-4)^2 + (4-4)^2 + (1-4)^2 + (2-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2 + (10-4)^2] / 8 = 8$$

$$\text{Mn} = (1^n + 3^n + 4^n + 1^n + 2^n + 5^n + 6^n + 10^n) / 8$$

Práctica 5

2) Mètode d'acceptació i rebuig

Escriu una subrutina `subair(ndat,xnums,fun,a,b,M)` que generi nombres aleatoris, `xnums(ndat)` distribuïts segons la distribució `fun(x)`, definida entre `a` i `b` i amb una cota superior `M`. (`fun` com a external). Prova la teva subrutina `ndat=10000` amb la distribució,

$$p(x) = 4/3 \begin{cases} x & \text{si } 0 < x < 1 \\ -2x + 3 & \text{si } 1 < x < 3/2 \end{cases} \quad (0.18)$$

Fes servir l'algoritme següent:

- A1) Treu dos nombres a l'atzar: $x \in U(a, b)$ i $p \in U(0, M)$. Aquests números es poden generar de $x_1, x_2 \in U(0, 1)$ amb el canvi de variable, $x = (b - a)x_1 + a$ i $p = Mx_2$.
- A2) Si $\text{fun}(x) \geq p$ acceptem el valor d' x , en cas contrari tornem a A1).
- A3) Quan tinguis `ndat` números acceptats surt.
 - b) Fes que la subrutina calculi el valor mitjà, la variància i la desviació estàndard dels nombres `x` i els escrigui dins del fitxer de sortida.
 - c) Genera un histograma amb els valors d'`x` de `ncaixes=50`, i compara l'histograma normalitzat amb els errors corresponents amb el valor exacte `fun(x)`, **P5-2016-fig2.png**.

Aceptación y rechazo

- > Caso $\rho(y) = (1/\pi) \sin^2(y)$ y en $(0, 2\pi)$, $\rho(y) < M$
- + Generamos números aleatorios $x_1, x_2 \sim U(0,1)$ con `rand()`
 - + Generamos un y en $U(0, 2\pi)$, $y = 2\pi x_1$
 - + Generamos un p en $U(0, M)$, $p = M x_2$
 - + Aceptamos y si $\rho(y) > p$
 - + El histograma nos muestra que efectivamente tenemos números y sorteados según $\rho(y)$, después:
 - + Calculamos:

$$\mu_y = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_k$$

$$\overline{(y - \mu_y)^m} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \mu)^m$$

Estimador estadístico

y lo comparamos:

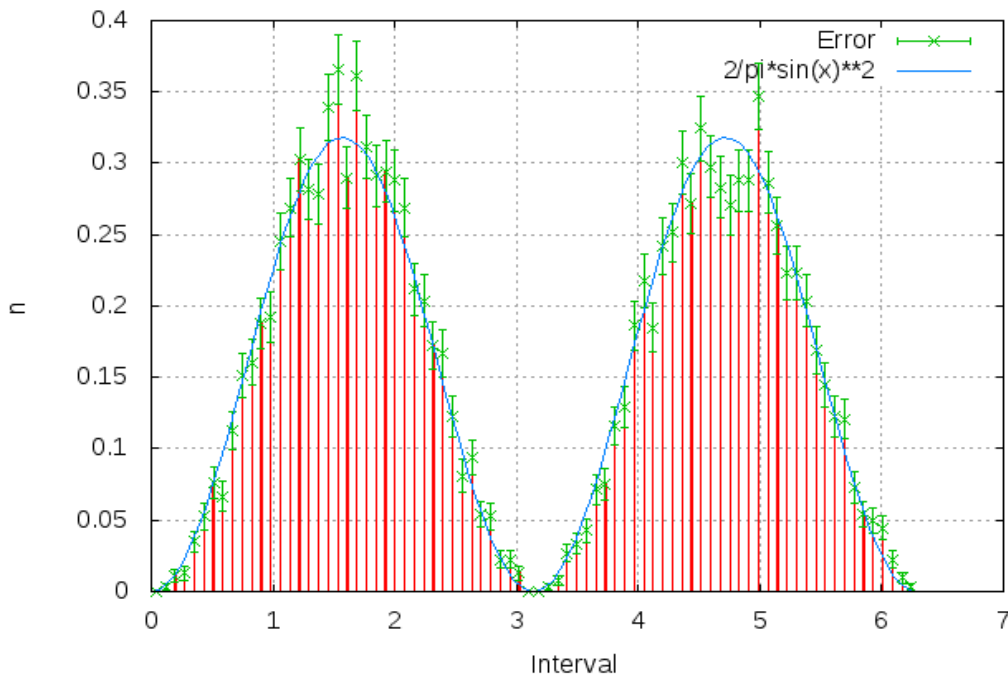
$$\langle y \rangle = \int_a^b y \rho(y) dy$$

$$\langle (y - \langle y \rangle)^m \rangle = \int_a^b (y - \langle y \rangle)^m \rho(y) dy$$

Ejemplo (real)

$$\rho(y) = (1/\pi) \sin^2(y)$$

HISTOGRAMA 2

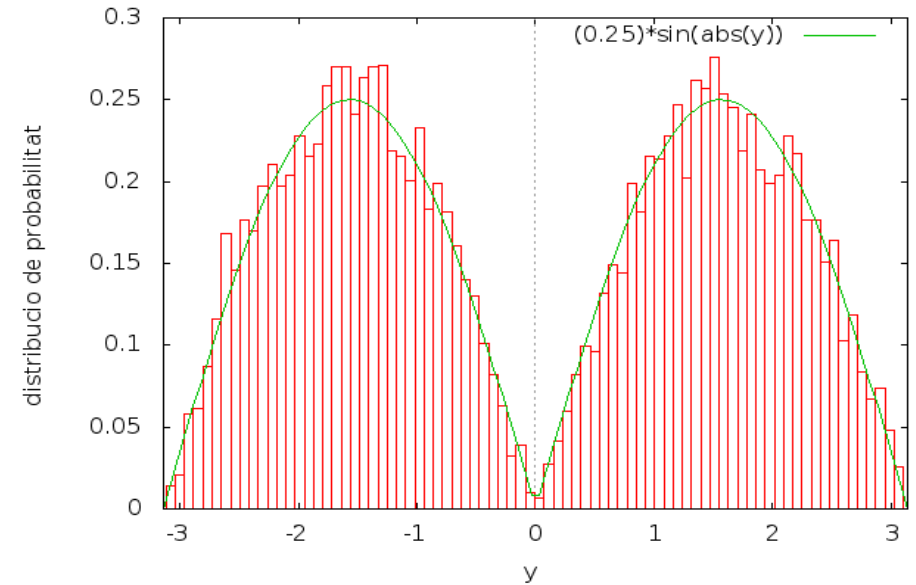


VALOR CALCULAT VM: 3.1029313287035776
 VALOR REAL VM: 3.1415926535897931

VAR: 2.7880113937487643
 VAR: 2.7898681336964528

$$\rho(y) = (1/4) \sin(|y|)$$

(2b) Histograma normalitzat



De la prepráctica 5 a la práctica 5

Bruno Juliá-Díaz (brunojulia@ub.edu)

Dpto. Física Quàntica i Astrofísica

Facultat de Física

Universitat de Barcelona

Curso 2016/2017

Subrutinas histograma, subgaus y subair

> Durante la prepráctica el objetivo es poner a punto 3 subrutinas:

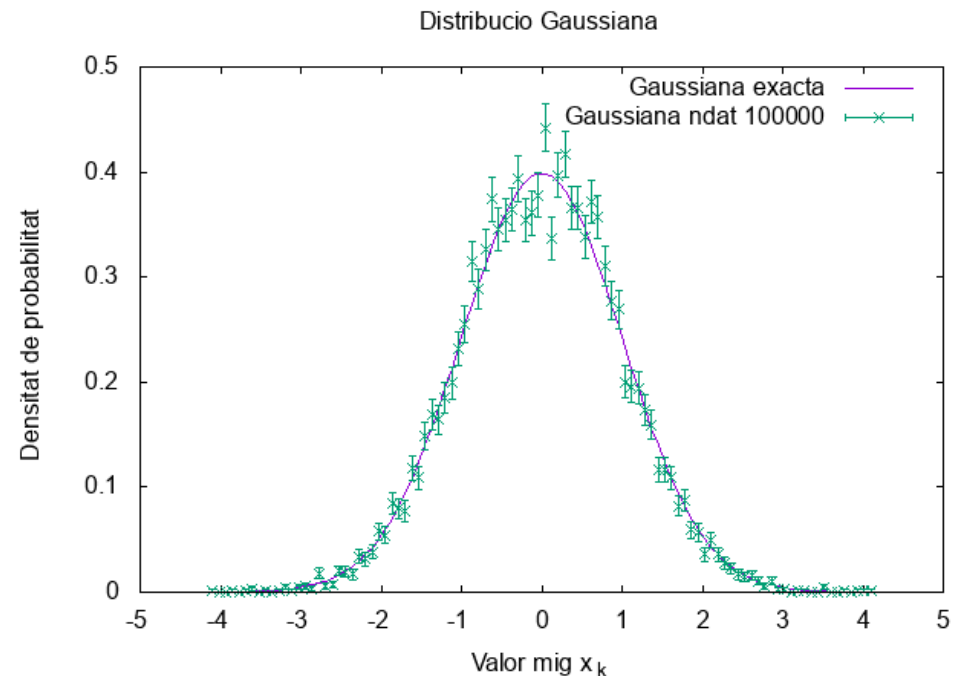
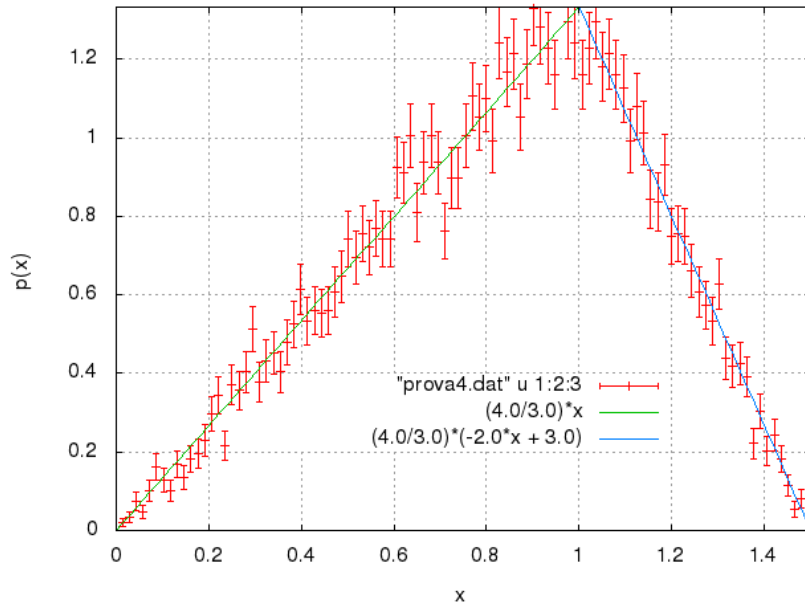
+ **subair** : genera puntos con una función especificada por el usuario

+ **subgaus**: genera puntos según una distribución normal

+ **histograma**: genera un histograma normalizado (distribución de probabilidad)

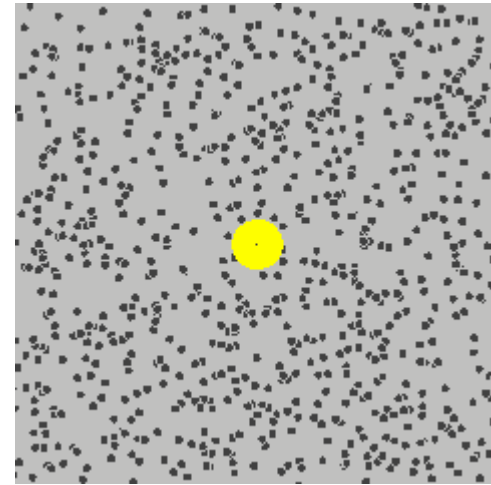
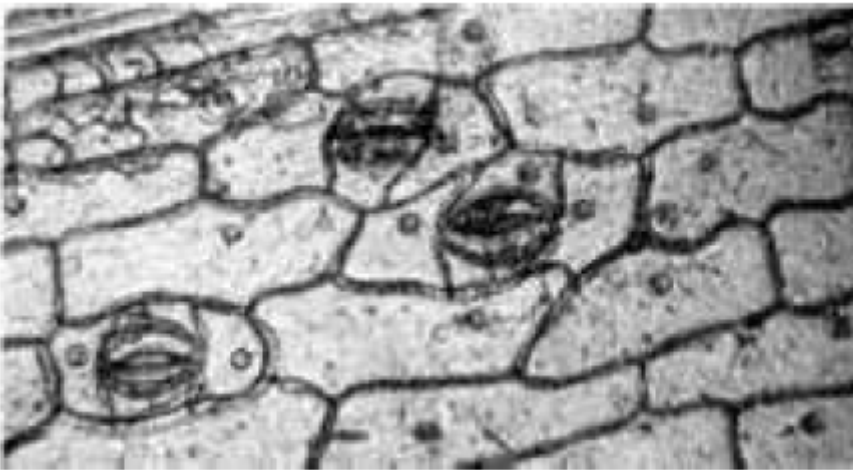
Tests a la subrutinas

- Durante la prepráctica se ponen a prueba las 3 subrutinas
 - Generando números y construyendo histogramas
 - Calculando los momentos de la distribución



Movimiento browniano

> Descubierto por el botánico escocés Robert Brown en 1827 mientras estudiaba el polén con el microscópio.



Wikipedia
(simulación)

Observa un movimiento errático del polén

Movimiento browniano

> Interpretaciones:

+ El propio Brown:

- Primero sospecha que el polen se mueve por propulsión propia: estaría vivo
- Después observa el mismo fenómeno en materia inorgánica

+ Desaulx (1877)

- Especula con que el movimiento sea debido al choque de las partículas debido a su temperatura

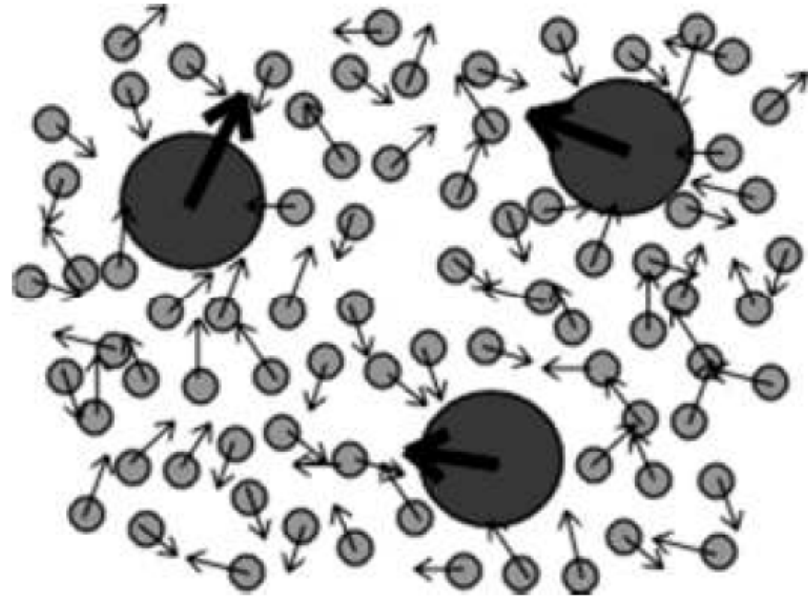
+ G. L. Gouy (1889)

- Observa que el movimiento es más rápido si las partículas son más pequeñas.

Movimiento browniano

Avances posteriores:

- + F. M. Exner (1900)
 - Estudios cuantitativos: partículas más pequeñas y en medios a más temperatura se mueven más rápido.
- + Einstein (1905 *)
 - Desarrolla una teoría cuantitativa basada en la teoría cinético-molecular del calor.



* el mismo año descubre el efecto fotoeléctrico y la relatividad especial, un buen año.

Movimiento browniano

Interpretación de Einstein

+ primera evidencia directa a favor de la teoría cinético molecular del calor

- > La materia está hecha de moléculas o átomos
- > En los gases las moléculas se mueven libremente
- > La energía interna promedio de cualquier sistema es proporcional a la temperatura.

Movimiento browniano

Langevin (1908)

+ Desarrolla una derivación directa. Plantea la segunda ley de Newton

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\lambda \vec{v} + \vec{\chi}(t)$$

viscosidad

Ruido térmico

Descrito como variables gaussianas de varianza proporcional a la temperatura.

T: en Kelvin
 k_B : Constante de Boltzman

$$\langle \chi_i(t) \chi_j(t') \rangle = 2\lambda k_B T \delta_{i,j} \delta(t - t')$$

Movimiento browniano

Langevin (1908)

+En el caso “sobreamortiguado”, despreciamos la aceleración

$$0 = -\lambda \vec{v} + \vec{\chi}(t) \Rightarrow \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\vec{\chi}}{\lambda}$$

$$\langle \chi_i(t) \chi_j(t') \rangle = 2\lambda k_B T \delta_{i,j} \delta(t - t')$$

Ruido térmico

Descrito como variables aleatorias (gaussianas normalmente) de varianza proporcional a la temperatura.

T: en Kelvin
 k_B : Constante de Boltzman

Durante la práctica

- > Estudiaremos la difusión de partículas en 2D
 - + Discretizaremos el tiempo
 - + Todas las partículas estarán inicialmente en el origen de coordenadas
 - + A cada paso de tiempo, la nueva coordenada, x o y , de cada partícula será la antigua más un Δx o Δy .
 - + Estas variables, Δx y Δy serán variables aleatorias con una distribución determinada.
- > Iremos viendo como se mueven las distintas partículas.

Durante la práctica

PASOS:

- 1) Generaremos números aleatorios, muchos, y haremos un histograma
- 2) Consideraremos un número de partículas determinado, N_p
- 3) Haremos un bucle para un número de pasos de tiempo
- 4) Calcularemos la posición de cada partícula utilizando los numeros generados en 1)
- 5) Calcularemos promedios para todo el grupo de partículas

Estructura del código

Inicializamos variables, vectores, etc

Generamos Nnum numeros aleatorios que nos pidan

Empieza bucle de tiempos

Bucle de partículas

Recalculo la posición de cada partícula
usando 1 numero aleatorio para cada
coordenada en cada paso de tiempo

Fin bucle de particulas

Calculo “cosas” que sean función del tiempo

Fin bucle de tiempos

Calculo magnitudes a “tiempo final”