Pre-Pràctica 6: Nombres aleatoris 2

Objectius: Mètodes de Montecarlo (cru, sampleig d'importància), nombres aleatoris

— Nom del programa principal **P6-2016.f**.
Estructura el programa amb una subroutina per a cada apartat, 1 i 2.
Precisió de reals: **double precision**.
Totes les sortides de dades a **P6-2016-res.dat**.

1) **Integrals Montecarlo 1D**. Subroutina **montecarloP6**.

   a) Fes servir el mètode de Montecarlo cru per a calcular les següents integrals definides,

   $$\begin{aligned} I_1 &= \int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}dx = \pi/2 \\ I_2 &= \int_{-\pi}^{\pi} x^2 \sin^4(x)dx = \frac{1}{32}\pi(8\pi^2 - 15) \end{aligned}$$

   Per a cadascuna de les integrals, calcula el valor de la integral i el seu error corresponent utilitzant $N = 1000, 2000, \ldots, 1000000$ sumands. Escriu al fitxer de dades 5 columnes: N, I_1, σ_{I_1}, I_2 i σ_{I_2}. Genera una figura, **P6-2016-fig1.png** que mostri la convergència dels càlculs dibuixant l'error real comès comparat amb l'error estimat.

   b) Genera 1000000 de nombres gaussians amb valor mitjà igual a zero i variància 1. (fes servir **subgaus** de **P5**).

   c) Genera 1000000 de nombres distribuïts segons $p(x) = (2/\pi^2)\sin(x)^2|x|$ amb $x \in [-\pi, \pi]$. (fes servir **subair** de **P5**).

   d) Amb els nombres aleatoris generats a b) i c), calcula, fent servir $N = 1000, 2000, \ldots, 1000000$, les integrals següents i escriu: N, els seus valors i errors estimats al fitxer de dades.

   $$\begin{aligned} I_3 &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2/2}\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sin^2(x)\, dx\,, \\ I_4 &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2/2} \cos^2(x)\, dx\,, \\ I_5 &= \int_{-\pi}^{\pi} \sin^4(x)x^2\, dx\,. \end{aligned}$$

   Nota: Per I_3 i I_4 utilitza nombres d'1b), per I_5, d'1c).

2) **Integral Montecarlo multidimensional**. Subrutina **multidmcP6**.

   Fent servir els nombres aleatoris generats a 1b) (via COMMON) calcula la següent integral utilitzant per a cada càlcul $N = 1000, 2000, \ldots, 200000$ sumands. Escriu al fitxer de dades el nombre de sumands, N, el valor d'I_6 i l'error estimat amb el mètode de Montecarlo. Fes una figura mostrant la convergència del resultat, incloent com a títol el resultat final amb el seu error, **P6-2016-fig2.png**.

   $$\begin{aligned} I_6 &= \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \int_{-\infty}^{\infty} dx_3 \int_{-\infty}^{\infty} dx_4 \int_{-\infty}^{\infty} dx_5\, g(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5) \\ \text{amb} &\quad g(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5) = (x_1^2 x_2^2 \cos(x_4) + x_3^2(1+x_1) + \cos(x_4)^2 x_5^2)\, e^{-(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2)} \end{aligned}$$

Entregable: P6-2016.f, P6-2016-fig1.png, P6-2016-fig2.png, P6-2016-res.dat