

Exercici 1 d'Avaluació Continuada: Instruments Òptics

En molts instruments òptics compostos, com el microscopi o el telescopi, l'objectiu i l'ocular constitueixen el nucli essencial del sistema. No obstant això, típicament, l'ocular incorpora un element addicional anomenat **lent de camp** (field lens). Aquesta lent es col·loca en el pla focal objecte de l'ocular, entre l'objectiu i l'ocular. En aquest exercici estudiarem el seu comportament i funcionalitat.

- a) Feu el traçat de raigs en eix i en camp d'una ullera astronòmica que incorpori una lent de camp, en el pla focal objecte de l'ocular i d'**igual potència que l'ocular**.
- b) Com afecta als augmentos de la ullera, el fet d'introduir aquesta lent? Compareu l'angle de sortida dels raigs de camp, tenint en compte la lent de camp i prescindint-ne.
- c) Com afecta al camp de visió per un diàmetre d'ocular donat? Podeu fer servir programes de traçat de raigs. Feu captures de les situacions més rellevants i extraieu-ne conclusions.
- d) Trobeu la relació entre el camp d'il·luminació mitja i el diàmetre i la focal de l'ocular. Compareu-ho amb el cas sense lent de camp.
- e) Com afecta el fet de variar la distància focal de la lent de camp? És a dir, mantenint-se en el pla focal objecte de l'ocular, però tenint diferent potència. Estudieu la posició (emergència) de la pupil·la de sortida, en funció de la focal de la lent de camp (fixeu la resta de variables). Hi ha una distància focal òptima de la lent de camp per tal de reduir el diàmetre de l'ocular?

La nota de l'exercici es calcularà de la següent manera (**tot sobre 1**):

$$\text{Nota} = EiP \cdot [0.3 \text{ Des.} + 0.4 \text{ Res.} + 0.3 \text{ Disc.}]$$

	Insuficient (0.0)	Millorable (0.3)	Correcte (0.6)	Molt bé (0.8)	Excel·lent (1.0)
Estructura i presentació (EiP)	El text és confús o incomprendible. L'estructura del document no permet entendre el que es presenta.	El text, tot i ser manuscrit, s'entén amb certes dificultats. Hi ha diversos continguts que no són adequats. L'estructura del document dificulta l'entendiment.	En algunes ocasions el text no és prou clar. En cas que sigui manuscrit, s'entén més o menys. L'estructura del document és adequada.	Es llegeix prou bé, tot i que hi ha certes mancances. L'estructura del document és raonable.	Les explicacions són molt clares, utilitza adequadament la terminologia científica i els apartats estan ben lligats. La presentació del document ajuda a entendre-ho tot plegat.
Desenvolupament (Des.)	No es presenta el desenvolupament teòric i/o traçat de raigs, o conté greus errors.	No té en compte alguna de les relacions més importants entre les diferents magnituds o hi ha errades en les equacions i/o traçats.	El desenvolupament teòric es fa sobre el contingut adequat, tot i que hi ha errors o mancances.	Té en compte la major part de les relacions entre les diferents magnituds i/o els traçats de raigs no contenen errors.	Té en compte totes les relacions entre les diferents magnituds i en deriva correctament les equacions i/o els traçats de raigs mostren clarament les relacions entre les magnituds en estudi.
Resultats (Res.)	Els resultats i/o les figures no il·lustren parcialment les tendències més rellevants, però la tria de magnituds/traçats per a representar no és del tot adequada o no són les més rellevants.	Els resultats i/o les figures il·lustren parcialment les tendències més rellevants, però la tria de magnituds/traçats per a representar no és del tot adequada o no són les més rellevants.	Tot i mostrar un coneixement clar de les magnituds involucrades en l'exercici, les figures no il·lustren clarament les relacions i els conceptes clau de l'exercici.	Les magnituds/traçats representades descriuen prou bé el fenomen estudiat. Tot i així, no són suficients. Manca alguna figura per sostener les conclusions.	Tria adequadament les magnituds/traçats a representar i les figures que se'n desprenden són molt descriptives, permeten extreure conclusions.
Discussió (Disc.)	Les conclusions que es descriuen són incorrectes, no s'ajusten als resultats o al model teòric.	Tot i trobar alguna conclusió correcta, no connecta clarament els resultats amb el model teòric.	Connecta correctament alguns resultats calculats amb el model teòric corresponent, però manquen algunes conclusions rellevants.	Connecta correctament els resultats calculats amb el model teòric corresponent.	Connecta de forma clara i justificada els resultats calculats amb el model teòric, tot raonant les tendències trobades en forma de conclusió.

Possible solució (NO publicar fins passat el termini de lliurament)

Nota: En aquesta proposta de solució només es presenten els resultats. No pretén mostrar els comentaris de discussió i les conclusions que s'extreuen de manera completa. És simplement la base.

a)

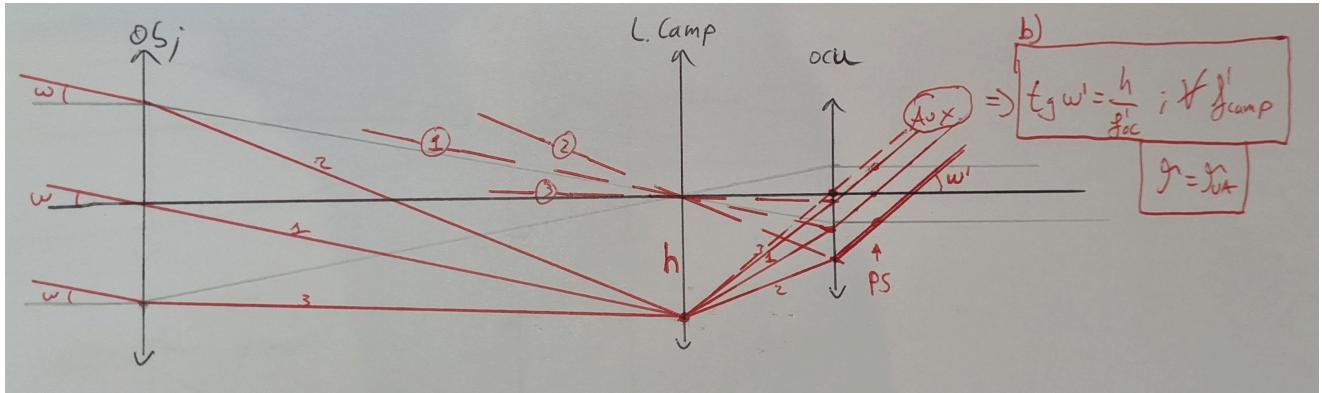


Figura 1. Traçat de raigs a mà.

b)

Com es pot veure en l'esquema, l'angle de sortida és $\omega' = \tan^{-1} \left[\frac{h}{f_{lens}} \right]$, independentment de si hi ha lent de camp o no, i quina sigui la seva focal, ja que l'angle el marca el raig auxiliar.

c)

En el mateix traçat de raig ja es veu que el diàmetre de l'ocular no cal que sigui gaire més gran que el de la pupilla de sortida, a diferència del cas sense lent de camp. Per tant, el diàmetre de l'ocular deixa de ser el factor limitant del camp de visió. La lent de camp passa a ser qui limita el camp. De fet, es troba en la posició del diafragma de camp. Per tant, ajustant correctament el seu diàmetre (juntament amb el de l'ocular), es pot evitar el vinyeteix.

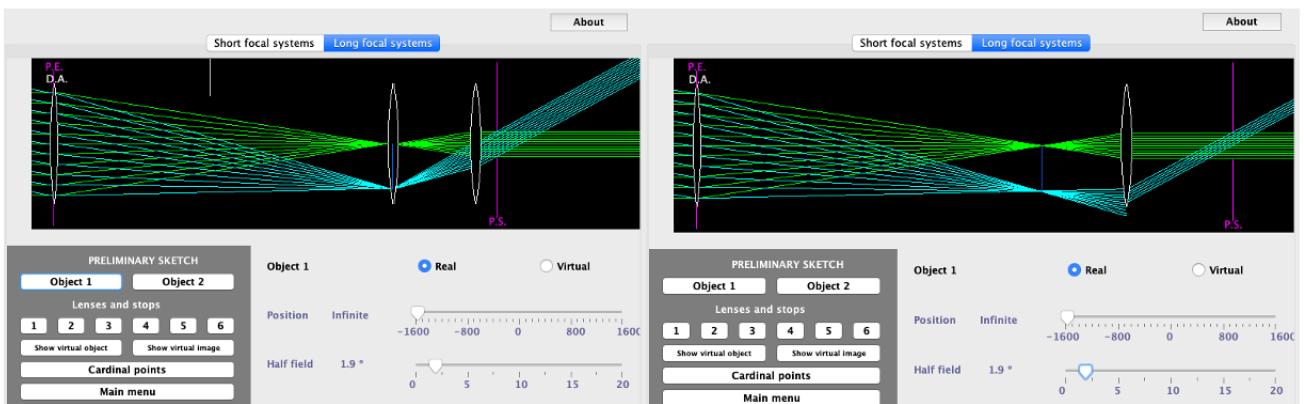


Figura 2: Anàlisi de l'efecte sobre el camp, (esquerra) sense i (dreta) amb lent de camp.

d)

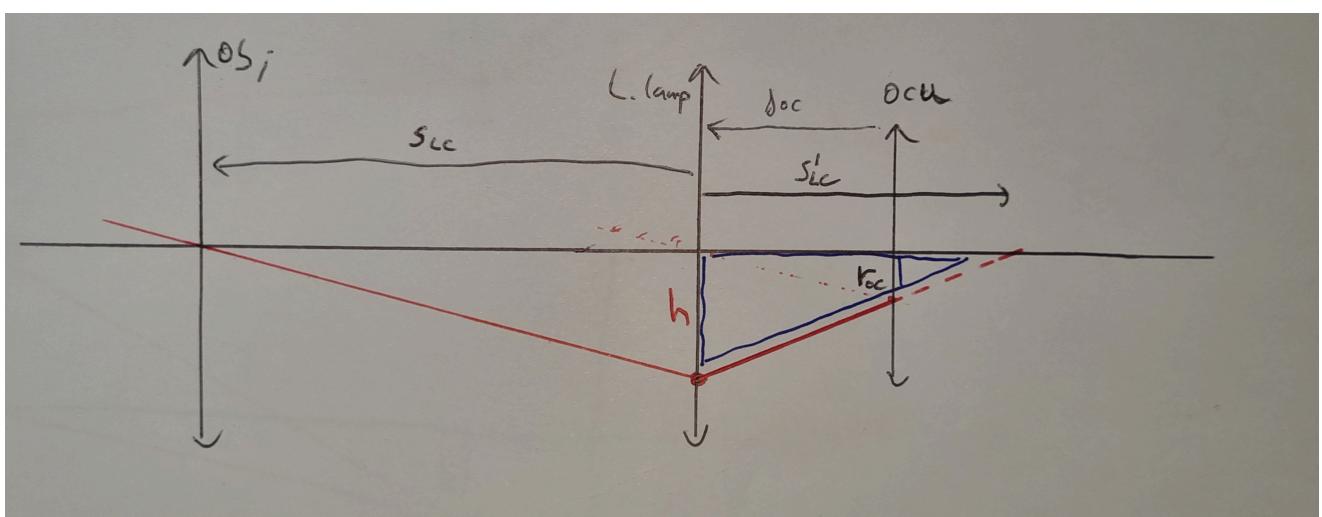


Figura 3: Relació entre mida de la imatge h i radi de l'ocular r_{oc} .

Si considerem una lent de camp de la mateixa potència que l'ocular i que $s_{LC} = -f_{obj}$

$$\frac{1}{s'_{LC}} = \frac{1}{f'_{oc}} - \frac{1}{f'_{obj}}$$
 (1)

i, per tant, la relació dels triangles semblants queda

$$\frac{r_{oc}}{h} = \frac{s'_{LC} - f'_{oc}}{s'_{LC}} = 1 - f'_{oc} \left(\frac{1}{f'_{oc}} - \frac{1}{f'_{obj}} \right) = \frac{f'_{oc}}{f'_{obj}}$$
 (2)

tenint en compte que $h = f'_{obj} \tan \omega_M$, resulta que

$$\tan \omega_M = \frac{r_{oc}}{f'_{oc}}$$
 (3)

De fet, ja es pot veure en la Figura 3 com el raig puntejat (parallel al central i , per tant, amb angle ω_M) forma un triangle rectangle amb catets f'_{oc} i r_{oc} .

Sense lent de camp,

$$\tan \omega_M = \frac{r_{oc}}{f'_{obj} + f'_{oc}}$$
 (4)

Com que $f'_{obj} > f'_{oc}$, el diàmetre mínim de l'ocular, per un cert camp, es redueix considerablement.

Per analitzar el comportament, estudiem les tendències en augmentar l'augment total del telescopi. Mantenim fixats els augmentos, focal i diàmetre de l'objectiu i fem que el diàmetre de l'ocular sigui el doble que el diàmetre de la pupila de sortida.

```
In [51]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

Gamma_obj = 10
Gamma_total = np.linspace(1, 100)

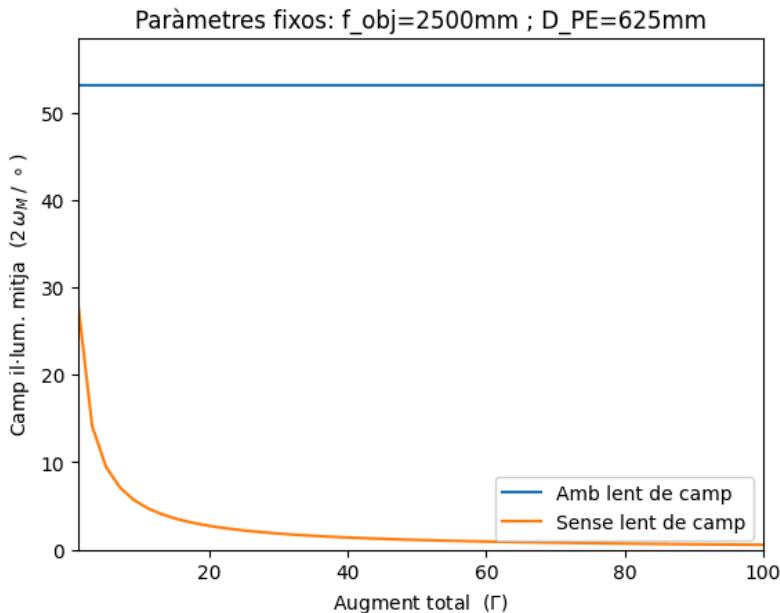
f_obj = Gamma_obj*250
f_ocu = f_obj/Gamma_total

N_obj = 4
D_PE = f_obj/N_obj
D_PS = D_PE/Gamma_total
r_oc = 2*D_PS

omega_M_FL = np.degrees(np.arctan(r_oc/f_ocu))
omega_M_noFL = np.degrees(np.arctan(r_oc/(f_ocu+f_obj)))

plt.plot(Gamma_total, 2*omega_M_FL, label='Amb lent de camp')
plt.plot(Gamma_total, 2*omega_M_noFL, label='Sense lent de camp')
plt.xlabel(r"Augment total ($\Gamma$)")
plt.ylabel(r"Camp il·lum. mitja ($2\omega_M$ / °)")
plt.title(f"Paràmetres fixos: {f_obj:.0f}mm ; {D_PE:.0f}mm")
plt.axis([Gamma_total[0], Gamma_total[-1], 0, omega_M_FL[-1]*2.2])
plt.legend()
```

Out[51]: <matplotlib.legend.Legend at 0x21a86d9f9a0>



Observem que, sense la lent de camp, el camp amb il·luminació mitja es redueix molt ràpidament a mesura que s'incrementa l'augment total de la ullera. En canvi, en incorporar-la, veiem que el camp amb il·luminació mitja es manté constant, sempre que mantinguem el diàmetre de l'ocular escalat amb el de la pupila de sortida.

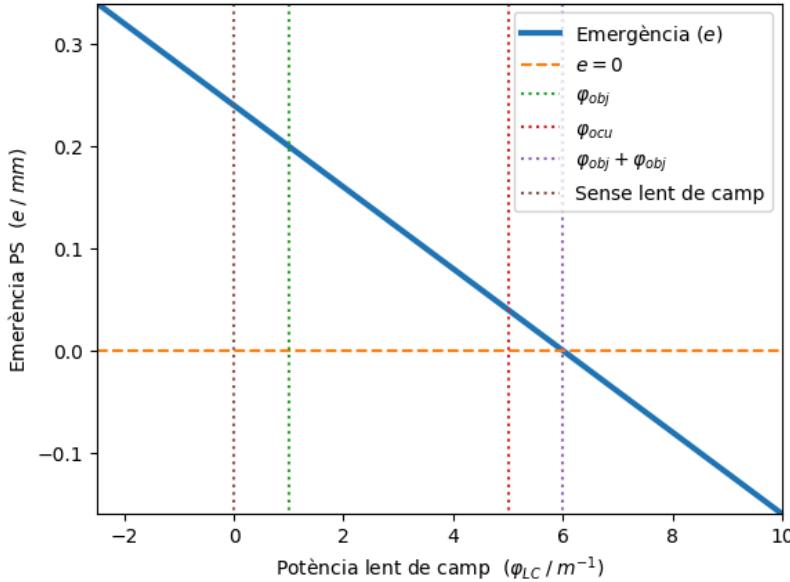
e)

```
In [29]: phi_obj = 1
phi_ocu = 5
phi_LC = np.linspace(-phi_ocu/2, 2*phi_ocu, 100)

sp_D0 = 1/(phi_LC - phi_obj) # 1r pas
e = 1/(phi_ocu + 1/(sp_D0 - 1/phi_ocu)) # 2n pas

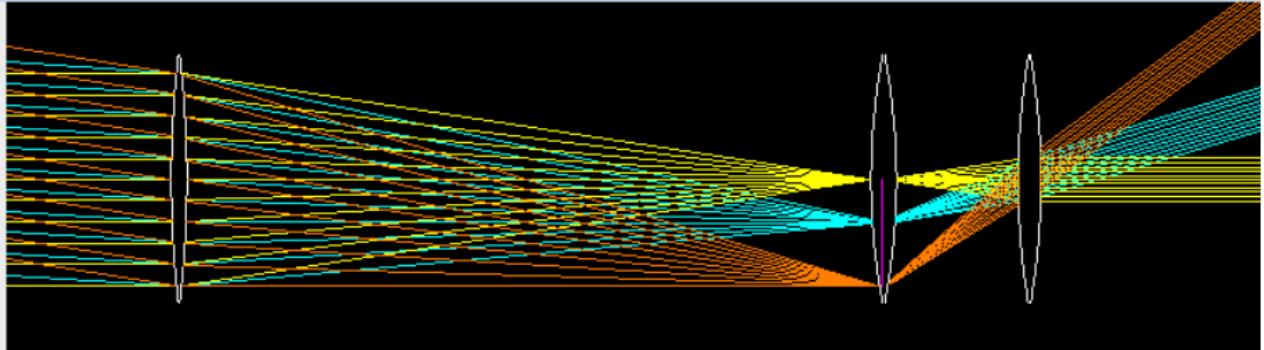
plt.plot(phi_LC, e, linewidth=3, label="Emergència ($e$)")
plt.plot([phi_LC[0], phi_LC[-1]], [0, 0], '--', label="$e=0$")
plt.plot([phi_obj, phi_obj], [e[0], e[-1]], ':', label=r"$\varphi_{obj}$")
plt.plot([phi_ocu, phi_ocu], [e[0], e[-1]], ':', label=r"$\varphi_{ocu}$")
plt.plot([phi_obj+phi_ocu, phi_obj+phi_ocu], [e[0], e[-1]], ':', label=r"$\varphi_{obj}+\varphi_{ocu}$")
plt.plot([0, 0], [e[0], e[-1]], ':', label="Sense lent de camp")
plt.axis([phi_LC[0], phi_LC[-1], e[0], e[-1]])
plt.xlabel(r"Potència lent de camp ($\varphi_{LC} / m^{-1}$)")
plt.ylabel(r"Emerència PS ($e / mm$)")
plt.legend()
```

Out[29]: <matplotlib.legend.Legend at 0x21a84add8b0>



Sí. Fent que el raig central creui l'ocular pel centre. És a dir, que la pupil·la de sortida es trobi en l'ocular ($e = 0$). D'aquesta manera, el diàmetre de l'ocular ha de ser idèntic al de la pupil·la de sortida i, per tant, tan sols garantint el diàmetre de la pupil·la de sortida, s'evita el vinyeteig per complet. Això és, que la lent de camp formi imatge de l'objectiu sobre l'ocular, i.e. $s_{LC} = -f'_{obj}$ i $s'_{LC} = f'_{oc}$

$$\frac{1}{f'_{LC}} = \frac{1}{s'_{LC}} - \frac{1}{s_{LC}} = \frac{1}{f'_{oc}} + \frac{1}{f'_{obj}} \implies \varphi_{LC} = \varphi_{obj} + \varphi_{oc} \quad (5)$$



PRELIMINARY SKETCH

Object 1 Object 2

Lenses and stops

1 2 3 4 5 6

Show virtual object

Show virtual image

Cardinal points

Main menu

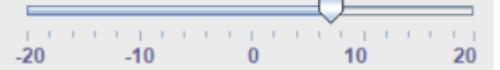
Element 4

 Lens Stop

Position 1041.0 mm



Power 7.1 diop



Focal 140.8 mm

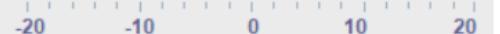


Figura 4: Il·lustració del cas en què la potència de la lent de camp és la suma de potències de l'objectiu i l'ocular.