x,y 는 $e^x=y$ 를 만족하는 Float32 타입의 수, i,j 는 각각 x,y 의 각 비트를 보존한 채 Int32 로 인식시킨 수라고 하자. $b\in[0,1]$ 일 때 $\log_2(1+b)$ 를 b+0.0573 으로 근사시킬 수 있으므로

$$\begin{split} x &= \ln y \\ &= \frac{\log_2 y}{\log_2 e} \\ &\simeq \frac{1}{\log_2 e} \big[2^{-23} j - 127 + 0.0573 \big] \end{split}$$

이다. 우변을 정리하여

$$2^{23}(x\log_2 e + 127 - 0.0573) = j$$

을 얻을 수 있다. 따라서,

$$y \simeq *$$
 (Float
32 *) (2^23(x $\log_2 e + 127 - 0.0573)$ as Int32)

이다. 이제 x, y 가 Float64 타입이라 하면

$$x \simeq \frac{1}{\log_2 e} [2^{-52}j - 1023 + 0.0573]$$

이므로

$$y \simeq *$$
 (Float
64 *) (2^52(x $\log_2 e + 1023 - 0.0573)$ as Int
64)

이다. 이러한 방법으로 지수를 계산하는 함수를 다음 페이지에서 작성해 보았다.

```
const mult32:f32 = 12102203.161561485;
const adder32: f32 = 1064872507.1615615;
const mult64:f64 = 6497320848556798.0;
const adder64: f64 = 4606924340207518000.0;
fn fast_exp32(x: f32) -> f32 {
    union U {
       f: f32,
        i: i32,
    }
    unsafe {
       let mut u = U { f: x };
        u.i = (u.f * mult32 + adder32) as i32;
        u.f
    }
}
fn fast_exp64(x: f64) -> f64 {
    union U {
       f: f64,
       i: i64,
    }
    unsafe {
       let mut u = U { f: x };
        u.i = (u.f * mult64 + adder64) as i64;
        u.f
    }
}
```

x 를 1 에서 701 까지 0.1 씩 증가시켜서 fast_exp64 를 계산하여 얻은 오차는 아래와 같다.

```
\begin{array}{l} e^{1}: \; trad = 3.00416602e0, \; fast = 3.05932909e0, \; error = 9.81968901e-1 \\ e^{101}: \; trad = 8.07555019e43, \; fast = 8.02456026e43, \; error = 1.00635423e0 \\ e^{201}: \; trad = 2.17080249e87, \; fast = 2.12590311e87, \; error = 1.02112014e0 \\ e^{301}: \; trad = 5.83537138e130, \; fast = 5.93651567e130, \; error = 9.82962348e-1 \\ e^{401}: \; trad = 1.56861618e174, \; fast = 1.59051345e174, \; error = 9.86232580e-1 \\ e^{501}: \; trad = 4.21662405e217, \; fast = 4.14155986e217, \; error = 1.01812462e0 \\ e^{601}: \; trad = 1.13347794e261, \; fast = 1.12837100e261, \; error = 1.00452594e0 \\ e^{701}: \; trad = 3.04692148e304, \; fast = 3.10776457e304, \; error = 9.80422233e-1 \\ Deviation: \; 0.01791137, \; Min_error: -0.01974522 \; at 521, \; Max_error: \; 0.04048682 \; at 520 \\ \end{array}
```

x=88 에 대해 32 비트 지수 계산을 100000회, x=400 에 대해 64 비트 지수 계산을 100000회 반복하는데 소요된 시간은 다음과 같다.

```
test fast_exp32 ... bench: 465,635 ns/iter (+/- 75,791) test fast_exp64 ... bench: 467,780 ns/iter (+/- 30,638) test trad_exp32 ... bench: 624,230 ns/iter (+/- 53,545) test trad_exp64 ... bench: 672,160 ns/iter (+/- 188,869)
```

사용된 시스템: AMD Ryzen 5 5800X, 32GB DDR4-3200, Windows 11, Rust 1.73.0