

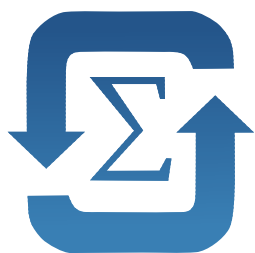
Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»



Кафедра прикладной математики

Лабораторная работа №3
по дисциплине «Уравнения математической физики»

Решение нелинейных начально-краевых задач



Факультет:	ПМИ
Группа:	ПМ-63
Студент:	Шепрут И.И.
Вариант:	1
Преподаватель:	Патрушев И.И.

Новосибирск
2019

1 Цель работы

Разработать программу решения гармонической задачи методом конечных элементов. Провести сравнение прямого и итерационного методов решения получаемой в результате конечноэлементной аппроксимации СЛАУ.

2 Задание

1. кмва

Вариант 1: Решить одномерную гармоническую задачу в декартовых координатах, базисные функции – линейные.

3 Исследования

кмва

● кмва

3.1 Изменение констант

Параметр	LOS норма	BSG норма	LOS время	BSG время	LOS итераций	BSG итераций
$\omega = 0.1 \cdot 10^{-3}$	$2.94 \cdot 10^{-11}$	$2.82 \cdot 10^{-11}$	129	52	3	2
$\omega = 0.1 \cdot 10^{-2}$	$2.95 \cdot 10^{-11}$	$3.03 \cdot 10^{-11}$	43	51	3	2
$\omega = 0.01$	$2.93 \cdot 10^{-11}$	$3.15 \cdot 10^{-11}$	53	49	3	2
$\omega = 0.1$	$2.94 \cdot 10^{-11}$	$2.82 \cdot 10^{-11}$	56	49	3	2
$\omega = 0$	$2.94 \cdot 10^{-11}$	$2.83 \cdot 10^{-11}$	41	48	3	2
$\omega = 1$	$2.96 \cdot 10^{-11}$	$3.16 \cdot 10^{-11}$	42	49	3	2
$\omega = 10$	$2.1 \cdot 10^{-11}$	$2.1 \cdot 10^{-11}$	45	49	3	2
$\omega = 1 \cdot 10^2$	$8.12 \cdot 10^{-12}$	$8.18 \cdot 10^{-12}$	43	49	3	2
$\omega = 10 \cdot 10^2$	$4.16 \cdot 10^{-12}$	$4.16 \cdot 10^{-12}$	36	48	2	2
$\omega = 1 \cdot 10^4$	$2.39 \cdot 10^{-12}$	$2.39 \cdot 10^{-12}$	30	33	1	1
$\omega = 1 \cdot 10^5$	$4.35 \cdot 10^{-13}$	$4.36 \cdot 10^{-13}$	28	33	1	1
$\omega = 10 \cdot 10^5$	$7.14 \cdot 10^{-14}$	$2.15 \cdot 10^{-13}$	28	49	1	2
$\omega = 1 \cdot 10^7$	$5.61 \cdot 10^{-13}$	$7.36 \cdot 10^{-12}$	29	49	1	2
$\omega = 1 \cdot 10^8$	NaN	NaN	89	163	11	11
$\omega = 10 \cdot 10^8$	NaN	NaN	92	166	11	11

Параметр	LOS норма	BSG норма	LOS время	BSG время	LOS итераций	BSG итераций
$\lambda = 1 \cdot 10^2$	$2.96 \cdot 10^{-11}$	$3.29 \cdot 10^{-11}$	46	109	3	2
$\lambda = 10 \cdot 10^2$	$2.95 \cdot 10^{-11}$	$2.83 \cdot 10^{-11}$	44	50	3	2
$\lambda = 1 \cdot 10^4$	$2.95 \cdot 10^{-11}$	$4.63 \cdot 10^{-11}$	45	49	3	2
$\lambda = 1 \cdot 10^5$	$2.94 \cdot 10^{-11}$	$1.33 \cdot 10^{-10}$	45	49	3	2
$\lambda = 10 \cdot 10^5$	$2.93 \cdot 10^{-11}$	$3.17 \cdot 10^{-10}$	42	49	3	2
$\lambda = 8 \cdot 10^6$	$2.92 \cdot 10^{-11}$	$1.91 \cdot 10^{-9}$	43	49	3	2

Параметр	LOS норма	BSG норма	LOS время	BSG время	LOS итераций	BSG итераций
$\sigma = 0$	$2.92 \cdot 10^{-11}$	$2.99 \cdot 10^{-11}$	42	49	3	2
$\sigma = 1$	$2.96 \cdot 10^{-11}$	$3.16 \cdot 10^{-11}$	43	49	3	2
$\sigma = 10$	$2.17 \cdot 10^{-11}$	$2.23 \cdot 10^{-11}$	44	49	3	2
$\sigma = 1 \cdot 10^2$	$7.76 \cdot 10^{-12}$	$7.76 \cdot 10^{-12}$	44	49	3	2
$\sigma = 10 \cdot 10^2$	$4.13 \cdot 10^{-12}$	$4.14 \cdot 10^{-12}$	37	50	2	2
$\sigma = 1 \cdot 10^4$	$2.39 \cdot 10^{-12}$	$2.4 \cdot 10^{-12}$	29	33	1	1
$\sigma = 1 \cdot 10^5$	$4.35 \cdot 10^{-13}$	$4.33 \cdot 10^{-13}$	28	32	1	1
$\sigma = 10 \cdot 10^5$	$7.22 \cdot 10^{-14}$	$1.68 \cdot 10^{-13}$	30	49	1	2
$\sigma = 1 \cdot 10^7$	$4.12 \cdot 10^{-13}$	$3.24 \cdot 10^{-11}$	26	49	1	2
$\sigma = 1 \cdot 10^8$	$4.32 \cdot 10^{-12}$	$1.32 \cdot 10^{-9}$	27	49	1	2

Параметр	LOS норма	BSG норма	LOS время	BSG время	LOS итераций	BSG итераций
$\xi = 0.88 \cdot 10^{-11}$	$2.87 \cdot 10^{-11}$	$3.05 \cdot 10^{-11}$	42	49	3	2
$\xi = 0.1 \cdot 10^{-11}$	$3.05 \cdot 10^{-11}$	$3.03 \cdot 10^{-11}$	42	71	3	2
$\xi = 1 \cdot 10^{-11}$	$2.96 \cdot 10^{-11}$	$3.16 \cdot 10^{-11}$	42	49	3	2
$\xi = 1 \cdot 10^{-10}$	$3.77 \cdot 10^{-11}$	$3.81 \cdot 10^{-11}$	41	49	3	2

Параметр	LOS норма	BSG норма	LOS время	BSG время	LOS итераций	BSG итераций
$\omega = 0.1 \cdot 10^{-3}$	$3.66 \cdot 10^{-7}$	$1.02 \cdot 10^{-4}$	24,400	37,100	3	2
$\omega = 0.1 \cdot 10^{-2}$	$3.63 \cdot 10^{-7}$	$4.5 \cdot 10^{-5}$	24,800	52,200	3	2
$\omega = 0.01$	$3.61 \cdot 10^{-7}$	$1.14 \cdot 10^{-5}$	35,800	32,400	3	2
$\omega = 0.1$	$3.62 \cdot 10^{-7}$	$1.1 \cdot 10^{-5}$	25,300	47,800	3	2
$\omega = 0$	$3.67 \cdot 10^{-7}$	$4.12 \cdot 10^{-6}$	31,800	32,300	3	2
$\omega = 1$	$3.42 \cdot 10^{-7}$	$1.8 \cdot 10^{-5}$	27,200	32,300	3	2
$\omega = 10$	$2.79 \cdot 10^{-7}$	$4.86 \cdot 10^{-6}$	30,700	48,500	3	2
$\omega = 1 \cdot 10^2$	$2.31 \cdot 10^{-8}$	$1.46 \cdot 10^{-7}$	50,600	34,300	3	2
$\omega = 10 \cdot 10^2$	$9.33 \cdot 10^{-8}$	$9.3 \cdot 10^{-8}$	32,200	29,300	3	2
$\omega = 1 \cdot 10^4$	$2.84 \cdot 10^{-9}$	$2.82 \cdot 10^{-9}$	36,600	33,900	3	2
$\omega = 1 \cdot 10^5$	$2.07 \cdot 10^{-10}$	$2.07 \cdot 10^{-10}$	24,700	28,700	3	2
$\omega = 10 \cdot 10^5$	$2.36 \cdot 10^{-11}$	$2.36 \cdot 10^{-11}$	26,400	29,400	3	2
$\omega = 1 \cdot 10^7$	$1.2 \cdot 10^{-11}$	$1.2 \cdot 10^{-11}$	21,400	30,000	2	2
$\omega = 1 \cdot 10^8$	$1.26 \cdot 10^{-11}$	$1.27 \cdot 10^{-11}$	16,400	19,000	1	1
$\omega = 10 \cdot 10^8$	$1.32 \cdot 10^{-11}$	$1.32 \cdot 10^{-11}$	16,700	18,600	1	1

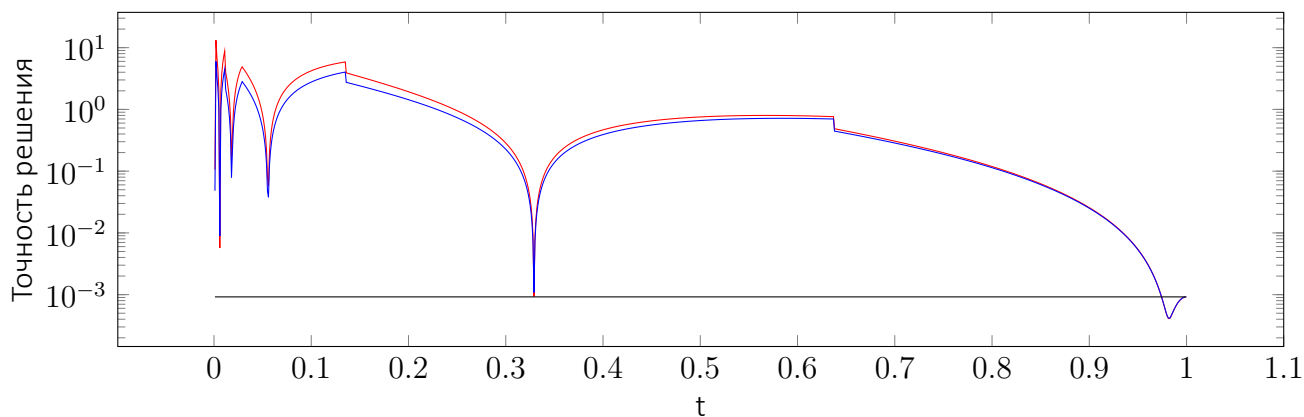
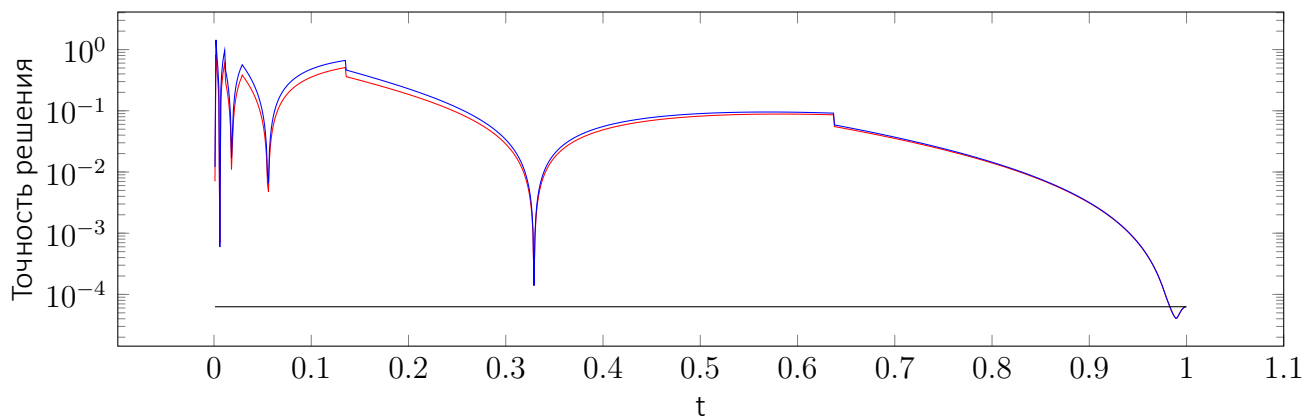
Параметр	LOS норма	BSG норма	LOS время	BSG время	LOS итераций	BSG итераций
$\lambda = 1 \cdot 10^2$	$3.85 \cdot 10^{-8}$	$2.5 \cdot 10^{-5}$	24,700	27,500	3	2
$\lambda = 10 \cdot 10^2$	$4.05 \cdot 10^{-7}$	$5.52 \cdot 10^{-5}$	25,500	27,600	3	2
$\lambda = 1 \cdot 10^4$	$6.36 \cdot 10^{-8}$	$6.9 \cdot 10^{-5}$	24,200	27,900	3	2
$\lambda = 1 \cdot 10^5$	$5.36 \cdot 10^{-8}$	$5.13 \cdot 10^{-4}$	24,500	27,400	3	2
$\lambda = 10 \cdot 10^5$	$2.46 \cdot 10^{-7}$	$6.01 \cdot 10^{-4}$	24,100	36,300	3	3
$\lambda = 8 \cdot 10^6$	$4.15 \cdot 10^{-7}$	$2.49 \cdot 10^{-4}$	24,100	38,100	3	3

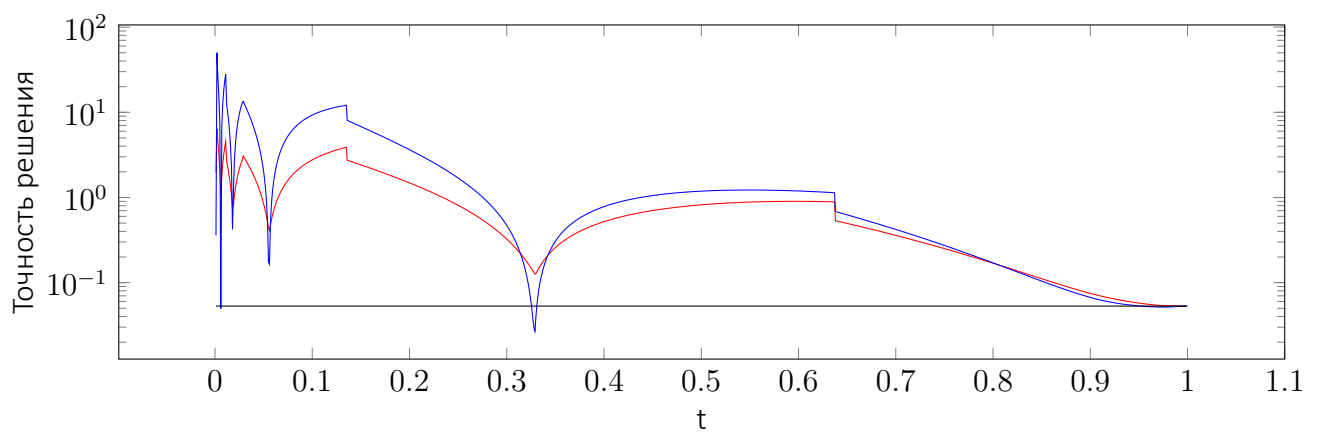
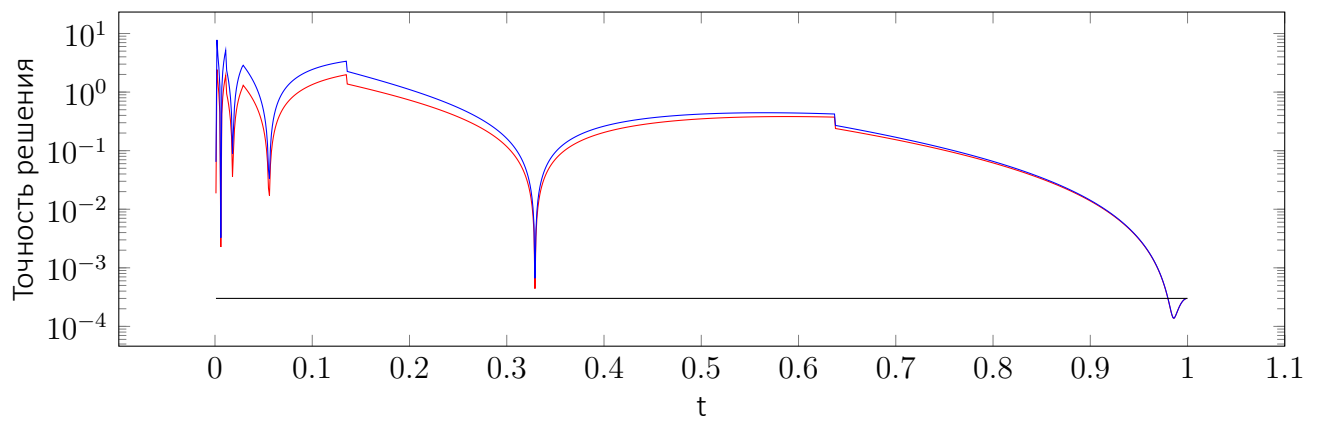
Параметр	LOS норма	BSG норма	LOS время	BSG время	LOS итераций	BSG итераций
$\sigma = 0$	$3.66 \cdot 10^{-7}$	$3.67 \cdot 10^{-6}$	27,200	27,500	3	2
$\sigma = 1$	$3.42 \cdot 10^{-7}$	$1.8 \cdot 10^{-5}$	23,600	27,900	3	2
$\sigma = 10$	$2.8 \cdot 10^{-7}$	$3.44 \cdot 10^{-6}$	25,300	27,200	3	2
$\sigma = 1 \cdot 10^2$	$4.09 \cdot 10^{-8}$	$1.38 \cdot 10^{-7}$	23,800	27,300	3	2
$\sigma = 10 \cdot 10^2$	$4.29 \cdot 10^{-9}$	$6.61 \cdot 10^{-9}$	25,900	26,700	3	2
$\sigma = 1 \cdot 10^4$	$4.31 \cdot 10^{-10}$	$4.53 \cdot 10^{-10}$	24,200	27,100	3	2
$\sigma = 1 \cdot 10^5$	$3.78 \cdot 10^{-11}$	$4.02 \cdot 10^{-11}$	23,500	27,500	3	2
$\sigma = 10 \cdot 10^5$	$1.54 \cdot 10^{-11}$	$1.53 \cdot 10^{-11}$	24,400	27,200	3	2
$\sigma = 1 \cdot 10^7$	$1.32 \cdot 10^{-11}$	$1.32 \cdot 10^{-11}$	19,900	27,100	2	2
$\sigma = 1 \cdot 10^8$	$1.3 \cdot 10^{-11}$	$1.3 \cdot 10^{-11}$	17,800	18,500	1	1

Параметр	LOS норма	BSG норма	LOS время	BSG время	LOS итераций	BSG итераций
$\xi = 0.88 \cdot 10^{-11}$	$3.4 \cdot 10^{-7}$	$1.37 \cdot 10^{-5}$	24,000	28,300	3	2
$\xi = 0.1 \cdot 10^{-11}$	$3.42 \cdot 10^{-7}$	$9.45 \cdot 10^{-6}$	24,200	26,900	3	2
$\xi = 1 \cdot 10^{-11}$	$3.42 \cdot 10^{-7}$	$1.8 \cdot 10^{-5}$	24,700	28,100	3	2
$\xi = 1 \cdot 10^{-10}$	$3.38 \cdot 10^{-7}$	$1.55 \cdot 10^{-5}$	23,700	27,900	3	2

Вывод:

3.2 Зависимость точности от нелинейной сетки





4 Код программы