# Министерство образования и науки Российской Федерации

## Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

## «Новосибирский государственный технический университет»

NSTU_Logo_blue

## Кафедра прикладной математики

### Практическое задание № 1 по дисциплине «Численные методы»

**Прямые методы решения СЛАУ**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| сигма градиент синий1 | Факультет: | ПМИ |  |  |
| Группа: | ПМ-63 |  |  |
| Студент: | Шепрут И.И. |  |  |
| Вариант: | 11 |  |  |
| Преподаватели: | Задорожный А.Л.  Персова М.Г. |  |  |

Новосибирск

2018

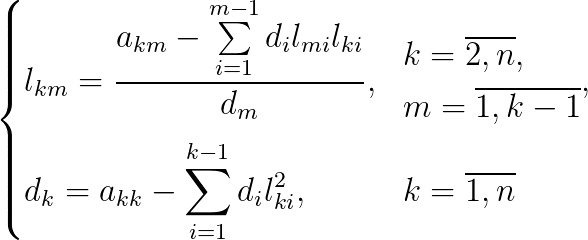
1. **Цель работы**

Разработать программу решения СЛАУ прямым методом с хранением матрицы в профильном или ленточном формате. Исследовать накопление погрешности и ее зависимость от числа обусловленности. Сравнить реализованный метод по точности получаемого решения и количеству действий с методом Гаусса.

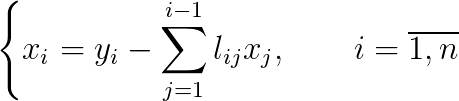
1. **Анализ задачи**

<Какой-то текст>

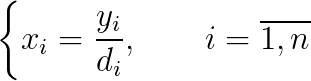
* Разложение LDL^T=A



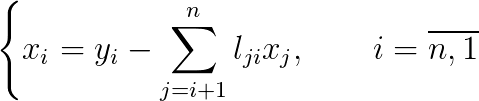
* Прямой ход



* Центральный ход:



* Обратный ход:



1. **Код программы**

<Какой-то текст>

1. **Тесты**

Для тестирования использовалось юнит-тестирование. Было протестировано:

* Умножение профильной матрицы на вектор
* LDLT разложение
* Перевод матрицы из плотного формата и обратно
* Решение СЛАУ

Так же была протестирована работа программы на больших матрицах, размером 10 000 000, с максимальным размером профиля 5.

1. **Оценка влияния увеличения числа обусловленности на точность решения**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | xk  **(одинарная точность)** | x\*-xk  **(одинарная точность)** | xk  **(двойная точность)** | x\*-xk  **(двойная точность)** | xk  **(смешанная точность)** | x\*-xk  **(смешанная точность)** |
| 1 | 1.00001  2.00001  3.00001  4.00001  5.00001  6.00001  7.00001  8.00001  9.00001  10 | -7.39098e-06  -9.05991e-06  -9.05991e-06  -9.05991e-06  -8.58307e-06  -9.05991e-06  -1.00136e-05  -9.53674e-06  -9.53674e-06  -1.04904e-05 | 0.999999999999992  1.99999999999999  2.99999999999999  3.99999999999999  4.99999999999999  5.99999999999999  6.99999999999999  7.99999999999999  8.99999999999999  9.99999999999999 | 8.43769498715119e-15  9.76996261670138e-15  9.76996261670138e-15  1.02140518265514e-14  9.76996261670138e-15  1.06581410364015e-14  8.88178419700125e-15  1.06581410364015e-14  8.88178419700125e-15  1.06581410364015e-14 | 0.999994  1.99999  2.99999  3.99999  4.99999  5.99999  6.99999  7.99999  8.99999  9.99999 | 6.19888e-06  7.39098e-06  7.86781e-06  7.39098e-06  7.62939e-06  7.62939e-06  7.62939e-06  7.62939e-06  7.62939e-06  7.62939e-06 |
| 2 | 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10 | -8.34465e-07  -9.53674e-07  -4.76837e-07  -4.76837e-07  -9.53674e-07  0  -4.76837e-07  -9.53674e-07  0  0 | 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10 | 2.22044604925031e-16  2.22044604925031e-16  8.88178419700125e-16  4.44089209850063e-16  8.88178419700125e-16  0  8.88178419700125e-16  8.88178419700125e-16  0  0 | 1.00006  2.00006  3.00006  4.00006  5.00006  6.00006  7.00006  8.00006  9.00006  10.0001 | -6.25849e-05  -6.41346e-05  -6.38962e-05  -6.38962e-05  -6.38962e-05  -6.4373e-05  -6.4373e-05  -6.48499e-05  -6.38962e-05  -6.48499e-05 |
| 3 | 0.999619  1.99962  2.99962  3.99962  4.99962  5.99962  6.99962  7.99962  8.99962  9.99962 | 0.000380635  0.000381708  0.000381708  0.00038147  0.00038147  0.000382423  0.000382423  0.000382423  0.000382423  0.000383377 | 1.00000000000142  2.00000000000143  3.00000000000143  4.00000000000143  5.00000000000142  6.00000000000143  7.00000000000143  8.00000000000142  9.00000000000142  10.0000000000014 | -1.42175160533498e-12  -1.4255263636187e-12  -1.4255263636187e-12  -1.4255263636187e-12  -1.424638185199e-12  -1.4264145420384e-12  -1.4264145420384e-12  -1.424638185199e-12  -1.424638185199e-12  -1.4264145420384e-12 | 1.00031  2.00031  3.00031  4.00031  5.00031  6.00031  7.00031  8.00031  9.00031  10.0003 | -0.000309825  -0.000310421  -0.000310421  -0.000310898  -0.000309944  -0.000310898  -0.000311852  -0.000309944  -0.000310898  -0.000310898 |
| 4 | 0.996184  1.99618  2.99618  3.99618  4.99618  5.99618  6.99618  7.99618  8.99618  9.99618 | 0.00381589  0.00381637  0.0038166  0.00381637  0.0038166  0.0038166  0.00381613  0.00381613  0.0038166  0.0038166 | 1.00000000001776  2.00000000001777  3.00000000001777  4.00000000001777  5.00000000001777  6.00000000001777  7.00000000001777  8.00000000001777  9.00000000001777  10.0000000000178 | -1.77649006616321e-11  -1.7768009286101e-11  -1.77684533753109e-11  -1.7768009286101e-11  -1.7768009286101e-11  -1.77688974645207e-11  -1.77706738213601e-11  -1.77688974645207e-11  -1.77706738213601e-11  -1.77706738213601e-11 | 1.00286  2.00286  3.00286  4.00286  5.00286  6.00286  7.00286  8.00286  9.00286  10.0029 | -0.00286329  -0.00286388  -0.00286341  -0.00286388  -0.00286388  -0.00286388  -0.00286388  -0.00286388  -0.00286293  -0.00286388 |
| 5 | 0.759266  1.75926  2.75926  3.75926  4.75926  5.75926  6.75926  7.75926  8.75926  9.75926 | 0.240734  0.240739  0.240739  0.240739  0.240739  0.24074  0.24074  0.240739  0.24074  0.240741 | 1.00000000028422  2.00000000028423  3.00000000028423  4.00000000028423  5.00000000028422  6.00000000028423  7.00000000028423  8.00000000028423  9.00000000028423  10.0000000002842 | -2.84219314750089e-10  -2.84225976088237e-10  -2.84225976088237e-10  -2.84225976088237e-10  -2.84224199731398e-10  -2.84226864266657e-10  -2.84227752445076e-10  -2.84225976088237e-10  -2.84227752445076e-10  -2.84227752445076e-10 | 0.941177  1.94118  2.94118  3.94118  4.94118  5.94118  6.94118  7.94118  8.94118  9.94118 | 0.0588225  0.0588236  0.0588241  0.0588236  0.0588236  0.0588236  0.0588241  0.0588236  0.0588236  0.0588236 |
| 6 |  |  | 0.999999998934186  1.99999999893418  2.99999999893418  3.99999999893418  4.99999999893418  5.99999999893418  6.99999999893418  7.99999999893418  8.99999999893418  9.99999999893418 | 1.06581388159555e-09  1.06581565795238e-09  1.06581587999699e-09  1.06581543590778e-09  1.06581587999699e-09  1.06581587999699e-09  1.06581676817541e-09  1.06581587999699e-09  1.06581587999699e-09  1.06581765635383e-09 |  |  |
| 7 |  |  | 1.00000002842171  2.00000002842172  3.00000002842172  4.00000002842172  5.00000002842172  6.00000002842172  7.00000002842172  8.00000002842172  9.00000002842172  10.0000000284217 | -2.84217112067608e-08  -2.84217169799206e-08  -2.84217169799206e-08  -2.84217165358314e-08  -2.84217165358314e-08  -2.84217174240098e-08  -2.84217192003666e-08  -2.84217183121882e-08  -2.8421720088545e-08  -2.8421720088545e-08 |  |  |
| 8 |  |  | 1.00000007105427  2.00000007105428  3.00000007105428  4.00000007105428  5.00000007105428  6.00000007105428  7.00000007105428  8.00000007105428  9.00000007105428  10.0000000710543 | -7.10542742421438e-08  -7.10542757964561e-08  -7.10542753523669e-08  -7.10542753523669e-08  -7.10542753523669e-08  -7.10542753523669e-08  -7.10542762405453e-08  -7.10542753523669e-08  -7.10542771287237e-08  -7.10542771287237e-08 |  |  |
| 9 |  |  | 1.0000003552714  2.0000003552714  3.0000003552714  4.0000003552714  5.0000003552714  6.0000003552714  7.0000003552714  8.0000003552714  9.0000003552714  10.0000003552714 | -3.55271399632429e-07  -3.55271400742652e-07  -3.55271400742652e-07  -3.55271400742652e-07  -3.55271399854473e-07  -3.55271400742652e-07  -3.5527140163083e-07  -3.55271399854473e-07  -3.55271403407187e-07  -3.5527140163083e-07 |  |  |
| 10 |  |  | 1.00002131635604  2.00002131635604  3.00002131635604  4.00002131635604  5.00002131635604  6.00002131635604  7.00002131635604  8.00002131635604  9.00002131635604  10.000021316356 | -2.13163560358609e-05  -2.13163560403018e-05  -2.13163560403018e-05  -2.13163560403018e-05  -2.13163560403018e-05  -2.13163560403018e-05  -2.131635604119e-05  -2.13163560403018e-05  -2.13163560403018e-05  -2.13163560403018e-05 |  |  |
| 11 |  |  | 1.00028422716856  2.00028422716856  3.00028422716856  4.00028422716856  5.00028422716856  6.00028422716856  7.00028422716856  8.00028422716856  9.00028422716856  10.0002842271686 | -0.000284227168556805  -0.000284227168562357  -0.000284227168561912  -0.000284227168561912  -0.000284227168561912  -0.000284227168562801  -0.000284227168564577  -0.000284227168563689  -0.000284227168561912  -0.000284227168563689 |  |  |
| 12 |  |  | 0.999644760213144  1.99964476021314  2.99964476021314  3.99964476021314  4.99964476021314  5.99964476021314  6.99964476021314  7.99964476021314  8.99964476021314  9.99964476021314 | 0.000355239786856254  0.000355239786857586  0.000355239786857364  0.00035523978685692  0.000355239786857808  0.000355239786857808  0.00035523978685692  0.00035523978685692  0.000355239786856032  0.000355239786856032 |  |  |
| 13 |  |  | 0.985815602836885  1.98581560283688  2.98581560283688  3.98581560283688  4.98581560283688  5.98581560283688  6.98581560283688  7.98581560283688  8.98581560283688  9.98581560283688 | 0.0141843971631153  0.0141843971631186  0.0141843971631186  0.0141843971631186  0.0141843971631186  0.0141843971631195  0.0141843971631186  0.0141843971631186  0.0141843971631204  0.0141843971631204 |  |  |
| 14 |  |  | 1.22222222222222  2.22222222222222  3.22222222222222  4.22222222222222  5.22222222222222  6.22222222222222  7.22222222222222  8.22222222222222  9.22222222222222  10.2222222222222 | -0.222222222222215  -0.22222222222222  -0.22222222222222  -0.22222222222222  -0.22222222222222  -0.222222222222221  -0.222222222222222  -0.222222222222221  -0.22222222222222  -0.222222222222221 |  |  |

1. **Исследование на матрицах Гильберта**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | xk  **(одинарная точность)** | x\*-xk  **(одинарная точность)** | xk  **(двойная точность)** | x\*-xk  **(двойная точность)** | xk  **(смешанная точность)** | x\*-xk  **(смешанная точность)** |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 1  2 | 3.57628e-07  -7.15256e-07 | 1  2 | -6.66133814775094e-16  1.33226762955019e-15 | 1  2 | 3.57628e-07  -7.15256e-07 |
| 3 | 1  1.99999  3.00001 | -1.3113e-06  9.77516e-06  -1.07288e-05 | 1  1.99999999999998  3.00000000000002 | -3.77475828372553e-15  1.73194791841524e-14  -1.50990331349021e-14 | 1  2  3.00001 | -3.57628e-07  4.29153e-06  -5.24521e-06 |
| 4 | 0.999971  2.00032  2.99923  4.0005 | 2.86102e-05  -0.000322342  0.000772953  -0.000500679 | 1.00000000000015  1.99999999999839  3.00000000000384  3.99999999999751 | -1.45883305435746e-13  1.61159974254588e-12  -3.84492437888184e-12  2.48689957516035e-12 | 0.999965  2.00039  2.99907  4.00061 | 3.50475e-05  -0.00039053  0.000934601  -0.000605106 |
| 5 | 0.999974  2.00057  2.99743  4.00397  4.99804 | 2.64645e-05  -0.000566959  0.00257111  -0.0039711  0.00196457 | 1.00000000000114  1.99999999997896  3.00000000009007  3.99999999986454  5.0000000000661 | 5.44231326671252e-13  -2.03610461824155e-11  1.57633905928378e-10  -4.45227854584118e-10  5.19721155001207e-10  -2.13273843030493e-10 | 0.99999  2.00025  2.99878  4.00195  4.99902 | 1.00136e-05  -0.000253201  0.0012188  -0.00194645  0.000984669 |
| 6 | 1.00195  1.9465  3.35264  3.10046  5.97776  5.61951 | -0.00194633  0.0534952  -0.352643  0.899535  -0.977759  0.380488 | 0.999999999999456  2.00000000002036  2.99999999984237  4.00000000044523  4.99999999948028  6.00000000021327 | -1.14241949233929e-12  2.10422790303255e-11  -9.00710617202094e-11  1.35457867145305e-10  -6.60973498156636e-11 | 1.00128  1.96511  3.22944  3.41519  5.63561  5.7526 | -0.00127769  0.0348864  -0.229437  0.584805  -0.635607  0.2474 |
| 7 |  |  | 0.999999999970605  2.00000000119635  2.99999998831331  4.00000004590216  4.99999991518355  6.00000007374735  6.99999997566314 | 2.93953750230003e-11  -1.19635368278637e-09  1.16866907262647e-08  -4.59021602949861e-08  8.48164454225753e-08  -7.37473548895196e-08  2.43368649677222e-08 |  |  |
| 8 |  |  | 0.999999999770664  2.00000001221339  2.99999984135592  4.00000085494724  4.99999770598508  6.00000323711437  6.99999770146461  8.00000064730651 | 2.29335883616955e-10  -1.22133898550203e-08  1.58644082759452e-07  -8.5494724366697e-07  2.29401492291004e-06  -3.23711436678309e-06  2.29853538868952e-06  -6.47306514167667e-07 |  |  |
| 9 |  |  | 0.999999999404365  2.00000003862404  2.9999993763298  4.00000429057047  4.99998472555468  6.00003042841748  6.99996577033999  8.0000203137782  8.99999505671733 | 5.95635318845211e-10  -3.86240421867967e-08  6.2367020170484e-07  -4.29057046780201e-06  1.52744453156828e-05  -3.04284174816871e-05  3.42296600130965e-05  -2.03137782008866e-05  4.94328267031108e-06 |  |  |
| 10 |  |  | 0.999999984955016  2.00000127747496  2.99997315256078  4.00024148041821  4.99885817958898  6.00311612995441  6.99491877971188  8.00488449114173  8.9974474491523  10.0005590841989 | 1.50449841473943e-08  -1.27747495826114e-06  2.68474392228768e-05  -0.00024148041820915  0.00114182041101785  -0.00311612995441379  0.00508122028811542  -0.00488449114173051  0.00255255084769601  -0.000559084198890503 |  |  |
| 11 |  |  | 1.00000002832744  1.99999696547234  3.00008018508687  3.99908988554279  5.00549049531512  5.98048984710493  7.04286901053999  7.94109396943942  9.049269492832  9.97706497978577  11.0045551622683 | -2.83274406154277e-08  3.03452766337031e-06  -8.01850868681342e-05  0.000910114457212785  -0.00549049531511869  0.019510152895073  -0.0428690105399916  0.0589060305605784  -0.0492694928319963  0.0229350202142342  -0.00455516226832131 |  |  |
| 12 |  |  | 0.999999938707628  2.00000799892841  2.99974322311247  4.00355113702771  4.97367607094356  6.11664500758792  6.67285746001541  8.59523157049891  8.29929894188331  10.5148722155977  10.7853593823423  12.0387570998998 | 6.12923718446012e-08  -7.99892840896987e-06  0.000256776887528787  -0.00355113702770815  0.0263239290564421  -0.116645007587916  0.327142539984585  -0.59523157049891  0.700701058116692  -0.514872215597734  0.214640617657707  -0.0387570998997653 |  |  |

1. **Метод Гаусса**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| k | xk  **(одинарная точность)** | x\*-xk  **(одинарная точность)** | xk  **(двойная точность)** | x\*-xk  **(двойная точность)** |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 1  2 | 3.57628e-07  -7.15256e-07 | 1  2 | -6.66133814775094e-16  1.33226762955019e-15 |
| 3 | 1  2  3.00001 | -3.57628e-07  4.29153e-06  -5.24521e-06 | 1  1.99999999999999  3.00000000000001 | -2.44249065417534e-15  1.15463194561016e-14  -1.02140518265514e-14 |
| 4 | 1.00002  1.99975  3.0006  3.99961 | -2.19345e-05  0.000249863  -0.000602245  0.000391245 | 1.00000000000003  1.99999999999959  3.00000000000102  3.99999999999933 | -3.46389583683049e-14  4.11226608321158e-13  -1.01518793371724e-12  6.70130617663744e-13 |
| 5 | 0.999989  2.00007  3.00004  3.99964  5.00028 | 1.09673e-05  -6.67572e-05  -3.62396e-05  0.000359535  -0.000277042 | 0.99999999999994  2.00000000000111  2.99999999999531  4.00000000000695  4.99999999999665 | 6.03961325396085e-14  -1.11199938146456e-12  4.69313476969546e-12  -6.95266066941258e-12  3.34665628543007e-12 |
| 6 | 0.998627  2.03961  2.72955  4.7086  4.21334  6.3114 | 0.00137329  -0.039608  0.270447  -0.708597  0.78666  -0.311404 | 0.999999999999471  2.00000000001547  2.99999999989552  4.00000000026979  4.99999999970466  6.00000000011545 | 5.29354338141275e-13  -1.54720680711762e-11  1.04481756579844e-10  -2.69789524054431e-10  2.95342417189204e-10  -1.1545076006314e-10 |
| 7 |  |  | 0.999999999998076  2.00000000007008  2.99999999937653  4.00000000226641  4.99999999607434  6.00000000323182  6.99999999898221 | 1.92379445707047e-12  -7.00808300280187e-11  6.23472828920058e-10  -2.26641105882663e-09  3.92566334994626e-09  -3.2318219211902e-09  1.01779384920064e-09 |
| 8 |  |  | 1.00000000002357  1.99999999876432  3.00000001580254  3.99999991604851  5.00000022237948  5.99999968979023  7.00000021800946  7.99999993916919 | -2.35722552588413e-11  1.23567645005096e-09  -1.58025414975782e-08  8.39514910921935e-08  -2.22379483716395e-07  3.10209770759684e-07  -2.18009461150359e-07  6.08308114991019e-08 |
| 9 |  |  | 1.00000000078349  1.99999994635255  3.00000090198675  3.99999359731689  5.00002337126026  5.99995247835102  7.00005437937324  7.99996725779172  9.00000806729112 | -7.8349327026217e-10  5.36474473733506e-08  -9.01986751955519e-07  6.40268311258296e-06  -2.33712602550895e-05  4.75216489803643e-05  -5.43793732390441e-05  3.27422082762041e-05  -8.06729111602067e-06 |
| 10 |  |  | 1.00000000503366  1.99999956231213  3.00000936516193  3.99991457249368  5.00040852380039  5.99887472316715  7.00184915080106  7.99821074983996  9.00094030546733  9.99979303829542 | -5.03365882309481e-09  4.37687873500181e-07  -9.36516192950876e-06  8.54275063204568e-05  -0.000408523800388139  0.0011252768328518  -0.00184915080106407  0.00178925016004428  -0.00094030546733137  0.000206961704583009 |
| 11 |  |  | 1.00000001190278  1.99999883972977  3.00002822109562  3.99970238427102  5.00168115147449  5.99437015125113  7.0117218012017  7.98466594699227  9.0122596171193  9.99452569072221  11.001046185884 | -1.19027792067072e-08  1.16027023011611e-06  -2.82210956186191e-05  0.000297615728982237  -0.00168115147448589  0.00562984874886752  -0.011721801201702  0.0153340530077344  -0.0122596171192981  0.00547430927779402  -0.00104618588396654 |
| 12 |  |  | 1.00000013645713  1.99998283214937  3.00053673527458  3.99272220356471  5.05313828410169  5.76731647367103  7.64642175031872  6.8328667204629  10.3652608408666  9.002089814361  11.4141681366814  11.9254959854444 | -1.36457131816314e-07  1.71678506291073e-05  -0.000536735274579314  0.00727779643528947  -0.0531382841016921  0.232683526328969  -0.646421750318723  1.1671332795371  -1.3652608408666  0.997910185639  -0.414168136681397  0.0745040145556271 |

1. **Расчет количества действий**

<Какой-то текст>

1. **Сравнение Метода Гаусса и LDLT разложения**

<Какой-то текст>