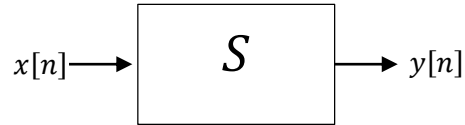


אותות ומערכות – תרגיל המטלב

חלק א' – מערכות

להלן תיאור סכמתי של מערכת בדידה, המסומנת באות S , שכניסתה היא $x[n]$ ומוצאה הוא $y[n]$:



הקשר הרקורסיבי בין כניסת המערכת למוצאה נתון על ידי משוואת הפרשים הבאה:

$$y[n] - 4y[n-1] + 4y[n-2] = 20x[n] + 10x[n-1]$$

קבע האם המערכת הזו ליניארית, קבועה בזמן, LTI, בעלת זיכרון, הפיכה, יציבה במובן BIBO וסיבתית.

עבור כל אחת מהתכונות הנ"ל:

- אם היא מתקיימת – הוכח זאת.
 - אם היא לא מתקיימת – הצג לה דוגמה נגדית, באמצעות מטלב.
- לדוגמה, לקביעת האם המערכת יציבה במובן BIBO, ניתן להכניס לה כניסה חסומה (למשל כניסה קבועה) ולבחון האם המוצא המתקבל הוא חסום.

חלק ב' – סינון באמצעות מסנן מעביר תדרים נמוכים (LPF)

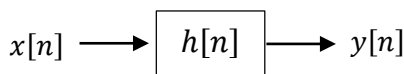
בחלק זה נשתמש בקובץ LPF.mat המצורף לתרגיל זה, המכיל ארבעה מסנני LPF עם הגבר 1 וארבעה תדרי קטעון שונים. נסמן ב- $h_2[n]$, $h_3[n]$, $h_4[n]$ ו- $h_6[n]$ את התגובות להלם של מסנני ה-LPF בעלי תדרי הקטעון $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$ ו- $\frac{\pi}{6}$ בהתאמה.

סעיף 1 – הצגת המסננים

עבור כ"א מ-4 המסננים, צייר, באמצעות מטלב, את תגובת התדר שלו (בערכו המוחלט).

סעיף 2 – העברת תדרים נמוכים

נניח שהאות $x[n]$ נכנס למסנן בעל תגובה להלם $h[n]$ ובמוצאו מתקבל האות $y[n]$.



המסנן הוא אחד מארבעת המסננים הנ"ל.

נניח שאות הכניסה הוא: $x[n] = 2 \cos\left(\frac{3\pi}{10}n\right) \cos\left(\frac{\pi}{10}n\right)$

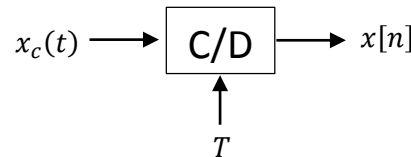
- (א) הבע את $x[n]$ באמצעות סכום של שני קוסינוסים ומצא את ספקטרום אות הכניסה $X(e^{j\omega})$.
 (ב) צייר, באמצעות מטלב, את ספקטרום אות הכניסה $X(e^{j\omega})$ (בערכו המוחלט).

עבור כל אחד מארבעת המסננים הנ"ל:

- (ג) מצא אנליטית את מוצא המסנן $y[n]$, בהנחה שהמסנן אידיאלי כמובן.
 (ד) צייר, באמצעות מטלב, את ספקטרום אות המוצא $Y(e^{j\omega})$ (בערכו המוחלט) והסבר את התוצאה שהתקבלה.
 (ה) צייר, באמצעות מטלב, את מוצא המסנן $y[n]$ בהשוואה לאות הכניסה $x[n]$ (באותו הגרף) והסבר את התוצאה שהתקבלה.

חלק ג' – דגימה

יהי אות בזמן-רציף $x(t)$ הנדגם עם זמן דגימה T לקבלת אות בזמן בדיד $x[n]$, כמתואר במערכת הבאה:



סעיף 1 – אותות חסומים סרט

בסעיף זה נתמקד בארבעה אותות $x_c(t)$ חסומים סרט:

- (1) $x_c(t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{6}\right)$
- (2) $x_c(t) = \text{sinc}^2\left(\frac{t}{12}\right)$
- (3) $x_c(t) = \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$
- (4) $x_c(t) = \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

עבור כל אחד מארבעת האותות $x_c(t)$ הנ"ל:

- (א) חשב את ה-FT שלו $X_c(j\Omega)$, ציין את התדר המקסימלי שלו Ω_M ומצא את זמן הדגימה T המקסימלי עבורו ניתן לשחזר אותו מתוך האות הדגום $x[n]$.
 (ב) מצא ביטוי לאות הדגום $x[n]$, כתלות בזמן הדגימה T .
 (ג) עבור $T = 4$: צייר, באמצעות מטלב, את ספקטרום האות הדגום $X(e^{j\omega})$ (בערכו המוחלט) והסבר את התוצאה שהתקבלה.
 (ד) עבור $T = 8$: צייר, באמצעות מטלב, את ספקטרום האות הדגום $X(e^{j\omega})$ (בערכו המוחלט) והסבר את התוצאה שהתקבלה.

סעיף 2 – אותות לא חסומים סרט

בסעיף זה נתמקד בשלושה אותות $x_c(t)$ שאינם חסומים סרט:

$$(1) \ x_c(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq 80 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$(2) \ x_c(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{160}, & |t| \leq 160 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$(3) \ x_c(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq 80 \\ 2 - \frac{|t|}{80}, & 80 < |t| \leq 160 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

עבור כל אחד משלושת האותות $x_c(t)$ הנ"ל:

(א) חשב את ה-FT שלו $X_c(j\Omega)$.

(ב) מצא ביטוי לאות הדגום $x[n]$, כתלות בזמן הדגימה T .

(ג) עבור $T = 4$: צייר, באמצעות מטלב, את האות הדגום $x[n]$ ואת ספקטרום האות הדגום $X(e^{j\omega})$ (בערכו המוחלט).