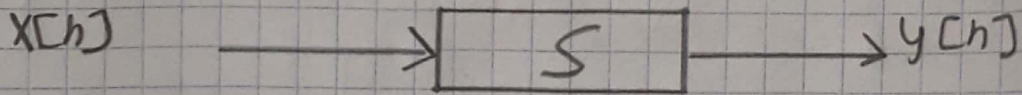


מ'ש'מ: צניא'ל קאש 311120430 אור כהר' 20435635

חלק א' - מדונה



הקשר הדינמי בין כניסת המערכת למצב (n) משהוא ההפרש

$$y[h] - 4y[h-1] + 4y[h-2] = 20x[h] + 10x[h-1] \quad \text{הנחה:}$$

הנחת תינאיות:

נשים לב כי אנו זקוקים למסלול מפורט עבור $y[h]$ במאמר של $\{x[h]\}$ באופן כללי. אנו יכולים להראות בקלות כי תמונת הסופר/צ'יג מתקיימת עבור משהוא h .

וגור $x_1[h]$ נקבל:

$$(1) \quad y_1[h] - 4y_1[h-1] + 4y_1[h-2] = 20x_1[h] + 10x_1[h-1]$$

נכפול את (1) ב- α :

$$(1) \quad \alpha y_1[h] - 4\alpha y_1[h-1] + 4\alpha y_1[h-2] = 20\alpha x_1[h] + 10\alpha x_1[h-1]$$

וגור $x_2[h]$ נקבל:

$$(2) \quad y_2[h] - 4y_2[h-1] + 4y_2[h-2] = 20x_2[h] + 10x_2[h-1]$$

נכפול את (2) ב- β :

$$(2) \quad \beta y_2[h] - 4\beta y_2[h-1] + 4\beta y_2[h-2] = 20\beta x_2[h] + 10\beta x_2[h-1]$$

כאמ' ננו את (1) ו-(2) ונקבל:

$$\alpha y_1[h] + \beta y_2[h] - 4[\alpha y_1[h-1] + \beta y_2[h-1]] + 4[\alpha y_1[h-2] + \beta y_2[h-2]] = 20[\alpha x_1[h] + \beta x_2[h]] + 10[\alpha x_1[h-1] + \beta x_2[h-1]]$$

נשים לב כי תמונת הסופר/צ'יג מתקיימת, כלומר, נזכיר $y_3 = \alpha x_1[h] + \beta x_2[h]$ נקבל:

$$y_3[h] - 4y_3[h-1] + 4y_3[h-2] = 20x_3[h] + 10x_3[h-1]$$

$$\begin{aligned} \swarrow & \quad \searrow & \quad \swarrow & \quad \searrow \\ \alpha y_1[h] + \beta y_2[h] & \quad \alpha y_1[h-1] + \beta y_2[h-1] & \quad \alpha y_1[h-2] + \beta y_2[h-2] & \quad \alpha x_1[h] + \beta x_2[h] \end{aligned}$$

$$y_3[h] = 2y_1[h] + \beta y_2[h] = \alpha S[y_1[h]] + \beta S[y_2[h]]$$

$$y_3[h] = S[\alpha x_1[h] + \beta x_2[h]]$$

$$S[2x_1[h] + \beta x_2[h]] = 2S[x_1[h]] + \beta S[x_2[h]]$$

//

המערכת תינאית

דבר דבר:

צ'ן לואל שמונת כה הצב האל בכנס וואל דאס
האל באר באר ש'ן .

$$x[n] \rightarrow \boxed{5} \rightarrow y[n] \Rightarrow x[n-h_0] \rightarrow \boxed{5} \rightarrow y[n-h_0]$$

הוא:

מאל דבר:

$$y[n] - 4y[n-1] + 4y[n-2] = 20x[n] + 10x[n-1]$$

מאל ל נאח $\forall n \in \mathbb{Z} \quad h = h - h_0$

דבר ונא:

$$y[n-h_0] - 4y[n-h_0-1] + 4y[n-h_0-2] = 20x[n-h_0] + 10x[n-h_0-1]$$

$$\tilde{y}[n] = \mathcal{S}\{x[n-h_0]\} \quad \text{כאן, ע'ן, כ'ן}$$

דבר מאל דבר נא:

$$\tilde{y}[n] - 4\tilde{y}[n-1] + 4\tilde{y}[n-2] = 20x[n-h_0] + 10x[n-h_0-1]$$

דבר נא:

$$\tilde{y}[n] - 4\tilde{y}[n-1] + 4\tilde{y}[n-2] = y[n-h_0] - 4y[n-h_0-1] + 4y[n-h_0-2]$$

$$y[n-h_0] = \mathcal{S}\{x[n-h_0]\}$$

מאל דבר

LTI:

מאל לואל דבר ונא לואל דבר

בחינה סיכום :

נד/33 את $y[n]$ ממלאה הפרשים: $y[n] = x[n-1] + 2x[n] + y[n-2] - 4y[n-1]$
 נשים לב כי $y[n]$ גדול ופסל העבר $(y[n-1], y[n-2])$
 ובעל העבר $(x[n], x[n-1])$ ולכן המערכת כדלה
 סיכום.

הפיכה:

על ידי שימוש בתכונת העבר של המערכת נגזר נקדל את
 תכונת המערכת כמנת הפולינומים המאופיינים:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{20 + 10z^{-1}}{1 - 4z^{-1} + 4z^{-2}} = \frac{20 + 10z^{-1}}{(1 - 2z^{-1})^2}$$

את ממלאה הפרשים את פתרונם נגזר המערכת 3א-

333 (סיכום) ולכן עבור הקולט $2 = 2$ נקדל
 כי ROC_H . המערכת הפיכה אם קיימת $H(z)$ כן ש'
 $H(z) \neq 0$ ולכן $H'(z) = \frac{1}{H(z)}$
 מערכת זו מספיקה כי ממנה נלכד ש' $H(z) \cdot H'(z) = 1$

וכמאמר המערכת: $h[n] * h'[n] = \delta[n]$. נד/37 אס

$H(z) = 0 \Leftrightarrow 20 + 10z^{-1} = 0 \Leftrightarrow z = -\frac{1}{2}$ מתאונס:

נשים לב כי ROC_H : $z > \frac{1}{2}$ ולכן $z = -\frac{1}{2}$

ס'א ש'ן ROC_H כולל, $H(z) \neq 0$ ולכן $z > \frac{1}{2}$

ולכן קיימת $H'(z)$. פונקציה הממלאה של המערכת המפכה

$$H'(z) = \frac{1}{H(z)} = \frac{(1 - 2z^{-1})^2}{20 + 10z^{-1}}$$

ממלאה הפרשים של המערכת המפכה:

$\tilde{x}[n] = y[n] + 2y[n-1] - 4y[n-2] - 4\tilde{x}[n-1] + \tilde{x}[n]$
 ומכיון שאנו פותרים עבור המערכת 333-3א (סיכום),

ולכן עבור הקולט $z = \frac{1}{2}$ נלכד כי $ROC_{H'}$

המערכת המפכה סובג'ת כי ROC_H מוצא 'שמה'.

המערכת המפכה יציבה כי $ROC_{H'}$ כולל את מעגל היחידה.

יציבה במובן BIBO :

$$ROC_H: |z| > 2 \leftarrow ROC_{H^*}: |z| < 2$$

מאידך ה'א'צ'ה ולכן המערכת היא יציבה.

באמצעות קצב שכתבנו בפ"מ, נראו כי עבור כניסה מסוג ממקבל
מובן ע"א מס'ם.
סיכומי:

פונקציית התגובה של המערכת כפי שהיא מתקבלת :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{20 + 10z^{-1}}{1 - 4z^{-1} + 4z^{-2}} = \frac{20 + 10z^{-1}}{(1 - 2z^{-1})^2}, \text{ ROC: } |z| > 2$$

כעת אמצא את התגובה ע"פ כחשבוני

המאורח הבונה של $H(z)$:

$$\frac{10 \cdot z \cdot z^{-1} + 5 \cdot z \cdot z^{-1}}{(1 - 2z^{-1})^2} = H(z) \xrightarrow{Iz} h[n] =$$

$$= 5h[n] + 10(h[n+1])$$

נשים לב כי $h[n] = 0$ לכל $n < 0$ ולכן המערכת
סימטרית.