

## פרויקט 4 בקורס תמסורת גלים

### תשובות לשאלות נוספות לפרויקט

1. מהו חוק סנל? איך בא לידי ביטוי בפרויקט?

חוק סנל מקשר בין זווית הפגיעה של גל בחומר אחד לבין זווית החזרה בחומר שני.

$$\sin(\theta_1) n_1 = \sin(\theta_2) n_2$$

כאשר  $\theta_i$  היא זווית הפגיעה/הכניסה מ/למשטח ו- $n_i$  הוא מאפיין החומר של המשטח.  $n_i = \sqrt{\epsilon_{ri}}$ .

בפרויקט זה נתונה זווית הפגיעה, חישבנו את מקדם החומר של משטחי השכבות השונות וחילצנו את זווית הכניסה לכל אחת מהשכבות. זווית הפגיעה שימשה אותנו לחישוב אימפדנסי TE, TM כאשר מידלנו את כל אחת מהשכבות לקו תמסורת (על פי הנוסחאות של Z-TE, Z-TM שלמדנו בכיתה).

2. (A) הבדל בין גרפים TM, TE כתלות בתדר כאשר זווית הפגיעה 0:

ניתן לראות שהגרפים עבור שני הקיטובים זהים זה לזה וזאת מכיוון שכאשר זווית הפגיעה 0 מתקבל שגם כל שאר הזוויות שמחלקות בשכבות הן 0 כפי שנובע מהצבה בחוק סנל. ומכאן ש:  $\cos(\theta_i) = 1$  ולכן  $Z_{TE,i} = Z_{TM,i}$ . לכן אין הבדל בין המודים TM, TE במקרה זה ונקבל גרפים זהים לחלוטין. לראיה זה גם מה שהתקבל אצלנו עבור כל שכבות התיאום.

(B) הבדל בין גרפים TM, TE כתלות בתדר כאשר תדר  $f_0$ :

נבחין שלכל אחת משכבות המעבר מקדם חומר  $n_i$  שונה, ולכן עבור זווית פגיעה שונה מאפס נקבל זווית כניסה אשר שונה מזווית הפגיעה. מכאן ש-  $Z_{TE,i}, Z_{TM,i}$  לא בהכרח זהים. ולכן  $Z_{in,i}$  שונה גם כן, ומכאן לפי הנוסחה שהצגנו בסעיף B גם מקדם ההחזרה בכניסה שונה (עבור זווית פגיעה שאינה 0 כמובן). נשים לב שב-  $1=N$  במוד TE מקדם ההחזרה נמוך יותר בסביבות זווית פגיעה 0, כלומר עבור סטייה קטנה של זווית פגיעה בהשוואה לפגיעה אנכית מתקבל שינוי קטן יותר במקדם ההחזרה בכניסה לעומת שינוי שכזה במוד TM. במילים אחרות ניתן לומר שמוד TE קעור פחות.

3. (A) שכבות שונות, זווית פגיעה 0:

ראשית, כפי שהסברנו בשאלה 2A, אין הבדל בין המודים TE ו-TM כאשר זווית הפגיעה 0. עבור  $N=1$ : הגרף לינארי, יש מינימום בתדר  $f_0$  בלבד (מקדם החזרה אפס), והצורה מזכירה את התוצאות שראינו בפרוייקט הראשון, כמו בפרוייקט השני, גם כאן ישנה עליה במקדם ההחזרה ככל שמתרחקים מהתדר המרכזי, עבורו נעשה התיאום. סדר גודל: ערכי מקדם ההחזרה בתחום  $[0,0.1]$ .

$N=2$ : הגרף פרבולי עד לשני תדרי קצה מימין ומשמאל ואז שוב לינארי, מקסימום:  $f_0$ , מינימום: שני תדרי קצה במרחק זהה (עד כדי רזולוציה של דגימות מטלב) מתדר  $f_0$ . סדר גודל:  $[0,0.028]$ , פחות או יותר הקטנה של המקדם לאורך כל התחום (פי 3 בהשוואה ל- $N=1$ ) והמקדם מאוד נמוך עד לתדרי ה"קצה", כלומר מקדם החזרה נמוך בתחום תדריים רחב יותר.

$N=3$ : הגרף פרבולי עד לשני תדרי קצה מימין ומשמאל ואז שוב לינארי: מקסימום: בשני תדרי ביניים, מינימום: בתדר  $f_0$  ובשני תדרי "קצה". נבחין שתדרי ה"קצה" האלו התרחבו בהשוואה ל- $N=2$ , כלומר מקדם ההחזרה נמוך-יציב בתחום רחב יותר של תדריים. סדר גודל:  $[0.001,0.01]$  כלומר ערכו המקסימלי של מקדם ההחזרה קטן פי 3 פחות או יותר שוב.

$N=4$ : הגרף מזכיר פונקציית sinc. מקסימום: בתדר  $f_0$  ובשני תדרי ביניים, מינימום, בשני תדרי ביניים ובשני תדרי קצה. שוב תדרי הקצה התרחבו בהשוואה למבנים הקודמים. סדר גודל:  $[0.002, 0.005]$  מקדם ההחזרה נמוך ביותר עבור כל תחום האור הנראה. הסברים מדוע הגרפים הגיוניים:

- (1) עבור  $N=4$  אם היינו מסתכלים על תחום תדר רחב יותר היינו רואים שלאחר תדרי הקצה האלו מתקבלת שוב אותו עלייה "חדה"/"לינארית" במקדם ההחזרה ולכן הגרף שמתקבל אכן הגיוני/מתיישב עם המבנים האחרים. מה שיפה בתכנון כאן שעם הוספת כל שכבה אנו "דוחקים" את תדרי הקצה האלו הצידה אז שהעלייה החדה שבאה לאחריהם לא נכנסת לתחום האור הנראה יותר ב- $N=4$ .  $N=3$  -  $N=4$ !
- (2) הסבר מדוע נוספים ערכי מינימום ומקסימום עם הוספת כל שכבה: הדבר נובע מהחזרות כפולות ומכופלות במעבר בין המשטחים, ולכן מקדם ההחזרה שאנו רואים הוא סופרפוזיציה של כל מה שמוחזר חזרה לאוויר. המחשת ההבנה: אם ב- $N=1$  מקדם ההחזרה נבע רק מגלים שלא נכנסים לשנאי ומגלים שלא עברו זכוכית וחדרו את השנאי בדרך חזרה, ב- $N=2$  מקדם ההחזרה נובע מגלים שלא נכנסים לשנאי, מגלים שלא עברו שכבה 2 ומגלים שלא עברו זכוכית.

#### (B) שכבות שונות, תדר $f_0$ :

עבור  $N=1,3$  בהם לא התקבלו נקודות מינימום מעבר לתדר התיאום (זווית פגיעה 0 בגרף הזה), אנו מקבלים שסטייה של זווית הפגיעה מגדילה את מקדם ההחזרה – גרף קעור מאוד. נקודת מינימום בזווית פגיעה 0 בלבד.

עבור  $N=2,4$ , עקב אותו עקרון של החזרות ושכירות כפולות ומכופלות, מתקבלות שתי זוויות פגיעה "קצה" אשר מספקות מינימום/מקסימום לוקאלי, ששומר על מקדם החזרה נמוך עם סטייה מזווית פגיעה אנכית.

סדרי גודל של מקדם ההחזרה בכל אחד מהמבנים: 1:  $[0, 0.2]$ ; 2:  $[0, 0.1]$ ; 3:  $[0, 0.08]$ ; 4:  $[0, 0.06]$ , אכן מגמת ירידה של מקדם ההחזרה, ניתן לראות שהשפעת זווית הפגיעה פחותה מבחינת סדר גודל לעומת השפעת התדר.

בכל המקרים ניתן לומר שהגרף של TM שטוח יותר, כלומר שמגמת העלייה של מקדם ההחזרה עם הסטייה מזווית פגיעה 0 קטנה יותר. מעבר לזה לא מצאנו הבדלים קונקרטיים.

#### מסקנות לסיכום:

בשיכתב תיאום יחידה התאום הינו ספציפי עבור תדר יחיד ותחום זוויות פגיעה צר. ככל שמוסיפים יותר שכבות ניתן להרחיב את התיאום, לשאר זוויות הפגיעה ותדרי העבודה, הדבר הרצוי ומבוקש בעולמנו שהרי תמיד נשדר בתחום של תדרים ולא בתדר יחיד, כמו כן בזוויות ייתכנו שגיאות שאנחנו מוכרחים לקחת בחשבון בתכנון.

הוספת השכבות מאפשרת הגדלה של רוחב הפס של התדר וכמו כן הגדלת תחום הזוויות הפגיעה בהן מקדם ההחזרה יהיה מתון.

אורך קרניים

204356315

מיכס דין

204783161

מסלול - מרחק

מרחק קרניים

A

שני קרניים - מרחק

נקודה שבה המרחק של שתי הקרניים (בין המרחק של שתי הקרניים).

$$\begin{array}{c} f_0 \\ \hline \lambda_1 = 800 \text{ nm} \quad \lambda_2 = 400 \text{ nm} \end{array}$$

מרחק קרניים הנכנסות:

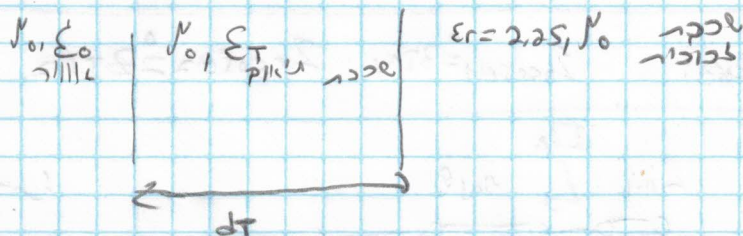
$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{800 \cdot 10^{-9}} = 3.75 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = f_1 \cdot 2 = 7.5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_0 = \frac{f_1 + f_2}{2} = 5.625 \cdot 10^{14} \text{ Hz} //$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{5.625 \cdot 10^{14}} = 533.33 \text{ nm} //$$

כדי למצוא את המרחק בין שתי הקרניים (בין המרחק של שתי הקרניים).



$$y = \sum_{i=0}^{\infty} \approx 120 \text{ nm} //$$

$$y = \frac{20}{\sqrt{1.5}} \approx \frac{120 \text{ nm}}{\sqrt{1.5}} = 80 \text{ nm} //$$

מרחק קרניים הנכנסות - מרחק

$$2T = \sqrt{2 \cdot 2} = \sqrt{120.80 \text{ nm}^2} = 307.81 \text{ nm}$$

$$\epsilon_T = \frac{20^2}{2T^2} = \frac{(120 \text{ nm})^2}{120.80 \text{ nm}^2} = 1.5 //$$

מרחק קרניים הנכנסות - מרחק

$$d_T = \frac{\lambda}{4}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_T}} = \frac{533.33 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{1.5}} = 435.2 \text{ nm} //$$

מרחק קרניים הנכנסות - מרחק

$$d_T = \frac{\lambda}{4} = \frac{435.2 \cdot 10^{-9}}{4} = 108.8 \text{ nm} //$$







✓  $Z_{TM,i}$

$-2 Z_{TE,i}$

הסמך, דגל מיון, 17 דגל

TM

הסמך, דגל מיון, 17 דגל

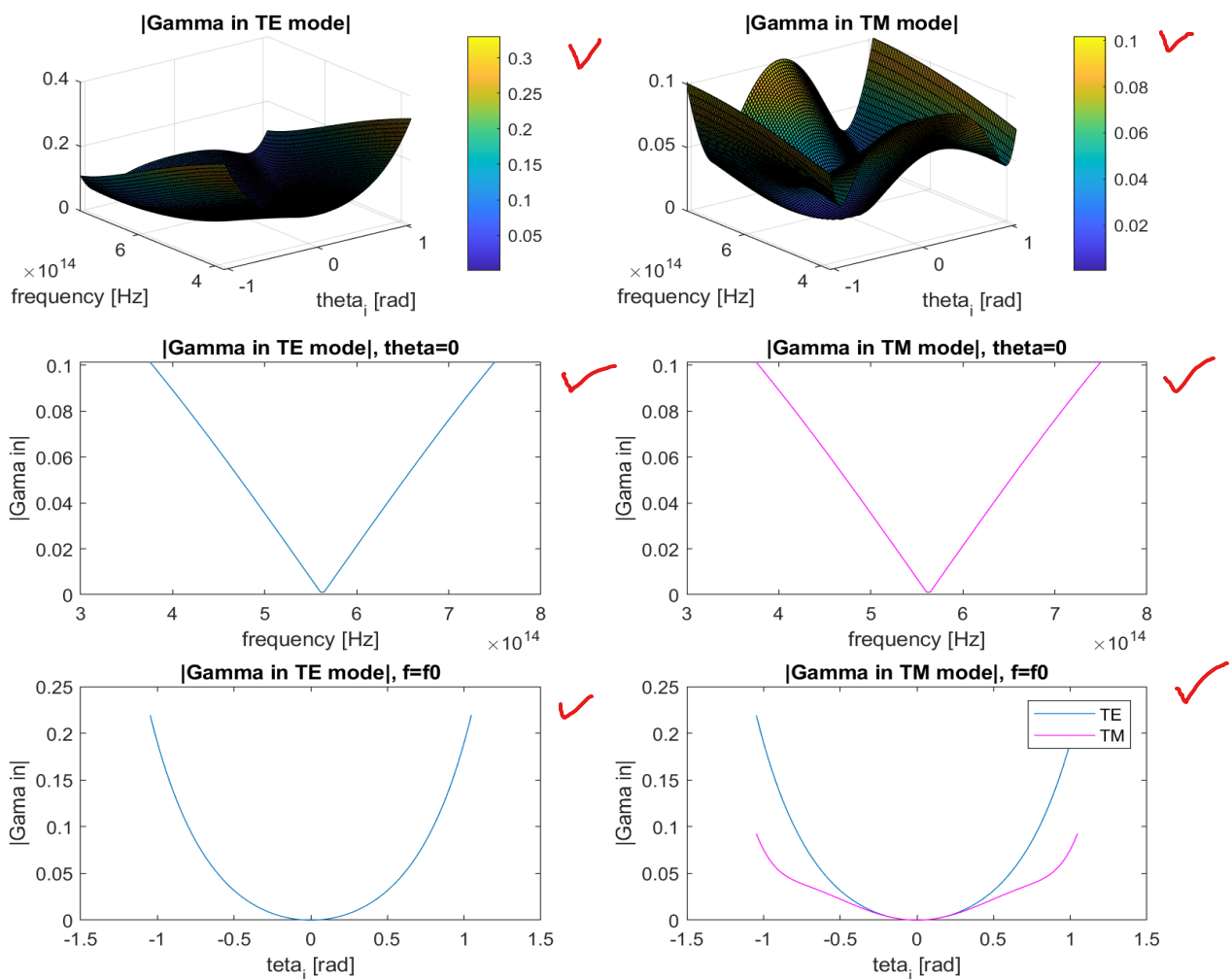
$$Z_{TM,i} = Z_{TM,2} \cdot \frac{Z_{TM,3} + j Z_{TM,2} \tan(kz_2 - \delta_T)}{Z_{TM,2} + j Z_{TM,3} \tan(kz_2 - \delta_T)}$$

$$\boxed{\Gamma_{in, TM} = \frac{Z_{TM,i} - Z_{TM,1}}{Z_{TM,i} + Z_{TM,1}} = \Gamma_{in, TM}(\theta_1, f)} \quad //$$

## סעיף C:

כעת ביצענו סימולציות מטלב עבור  $d_T, \epsilon_T$  שמצאנו בסעיף A, עבור תדרים בתחום האור הנראה, ועבור זוויות פגיעה בתחום  $\theta_1 \in [-60^\circ, 60^\circ]$ , וחישובנו את הערך המוחלט של מקדם ההחזרה, גם עבור מצב TE וגם עבור מצב TM.

לאחר מכן חישבנו את תגובת התדר עבור זוויות פגיעה אפס, ואת תגובת הזווית בדגימת תדר במרכז תחום האור הנראה,  $f_0$ . האלגוריתם מבוסס על דרך החישוב שהראינו בסעיף B. התוצאות שהתקבלו:



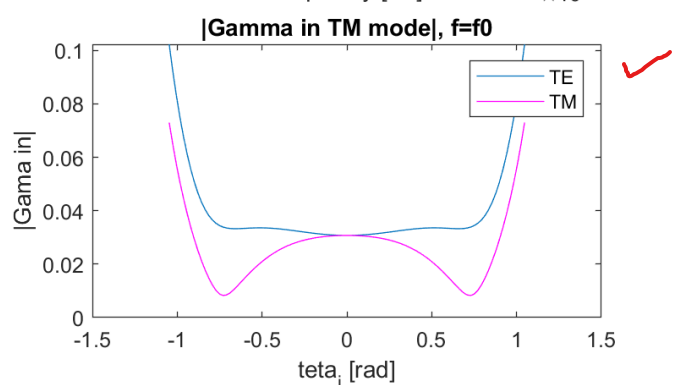
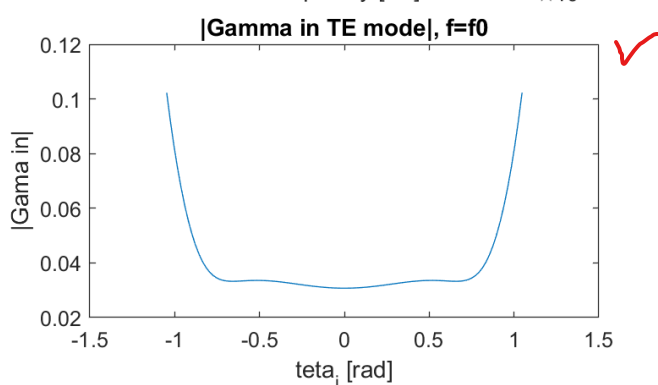
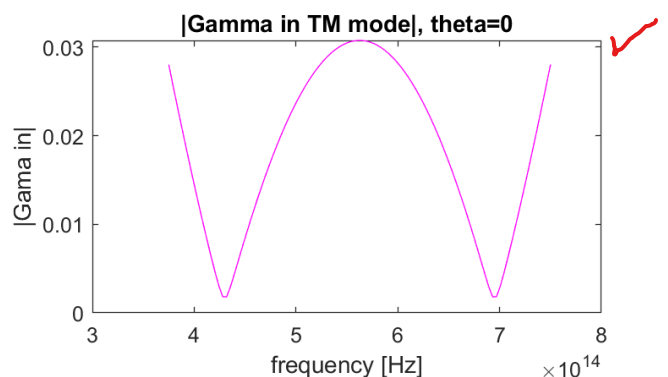
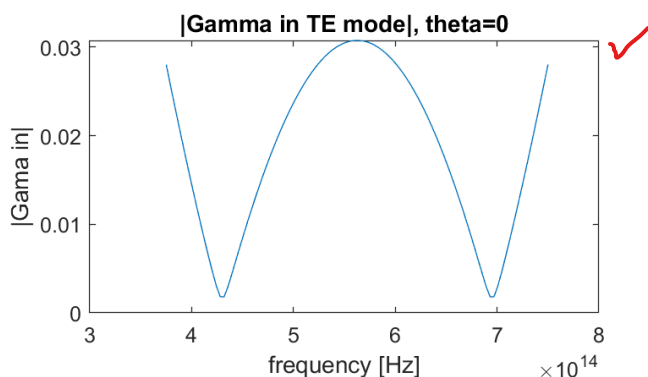
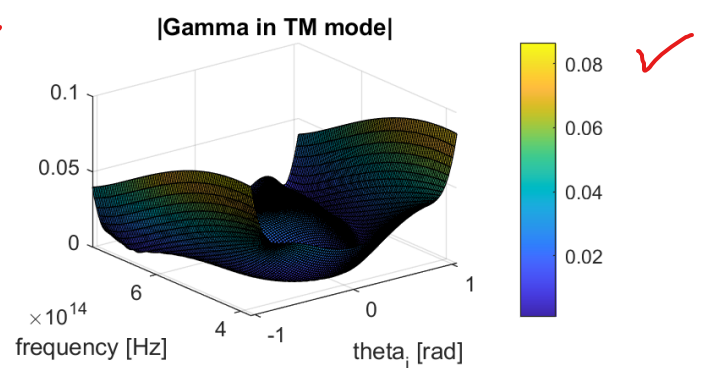
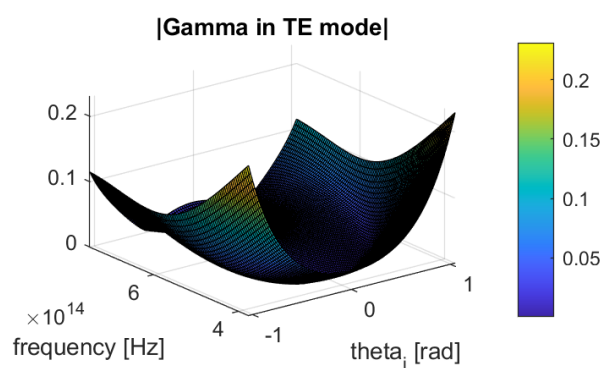
כפי שניתן לראות בשני הגרפים מקדם ההחזרה אכן אפס בזווית אפס בתדר  $f_0$ , לפי התכנון שלנו בסעיפים הקודמים, וגדל באופן סימטרי סביב תדר  $f_0$  (או זווית 0 בגרף השני) כאשר הפרמטר השני מקובע. ✓

סעיף D:

קעת הוספנו שכבות  $N=2,3,4$ , כמתואר בשאלה. רחבי כל אחת מהשכבות חושבו יחד עם גדלי  $\eta$  באמצעות הפונקציה  $GetLengths\_and\_etas$  שכתבנו. לאחר מכן ביצענו את החישוב של מקדם ההחזרה בדומה לסעיף C. להלן תוצאות הסימולציה עבור כל אחת מהשכבות.

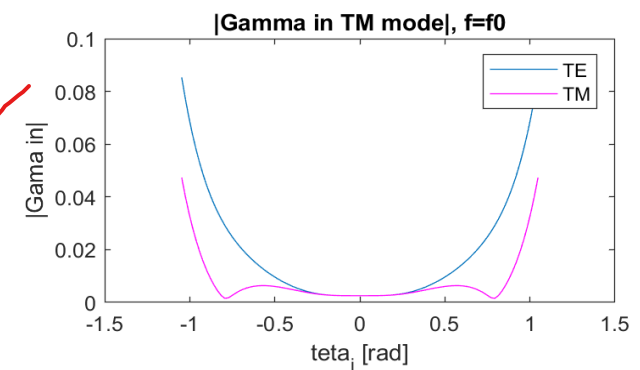
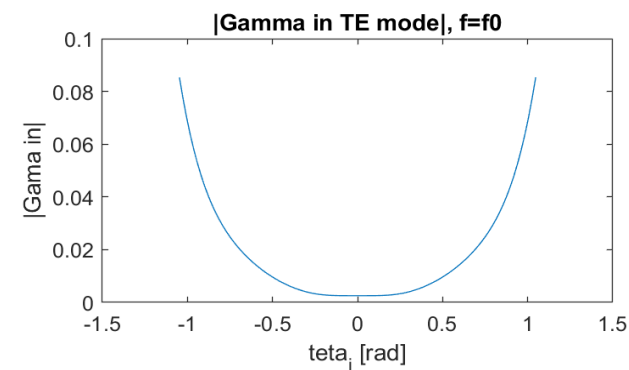
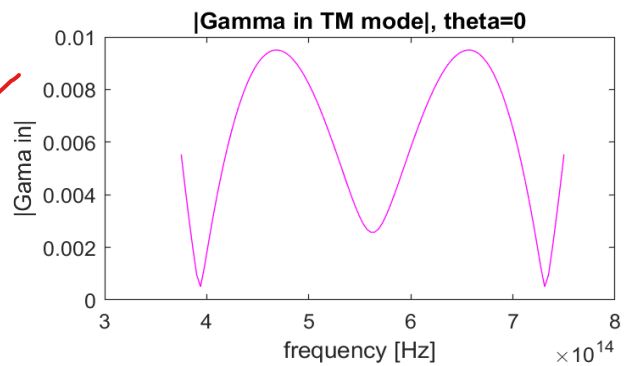
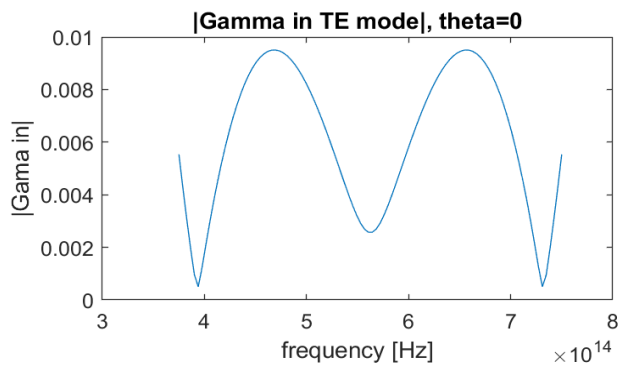
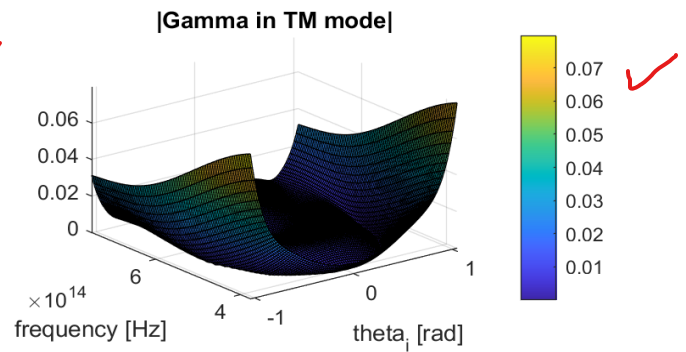
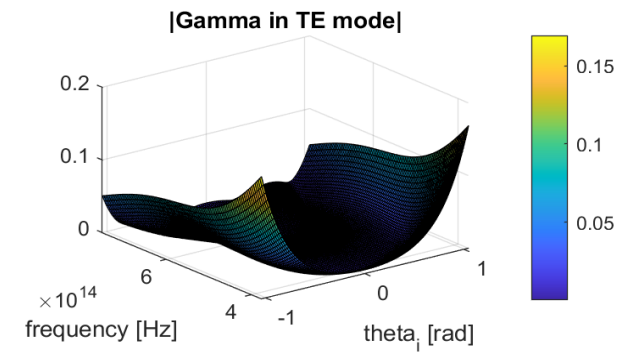
$N=2$

$d_1 = 118.9 \text{ nm}, d_2 = 100.1 \text{ nm}$  ✓



עבור  $N=3$ :

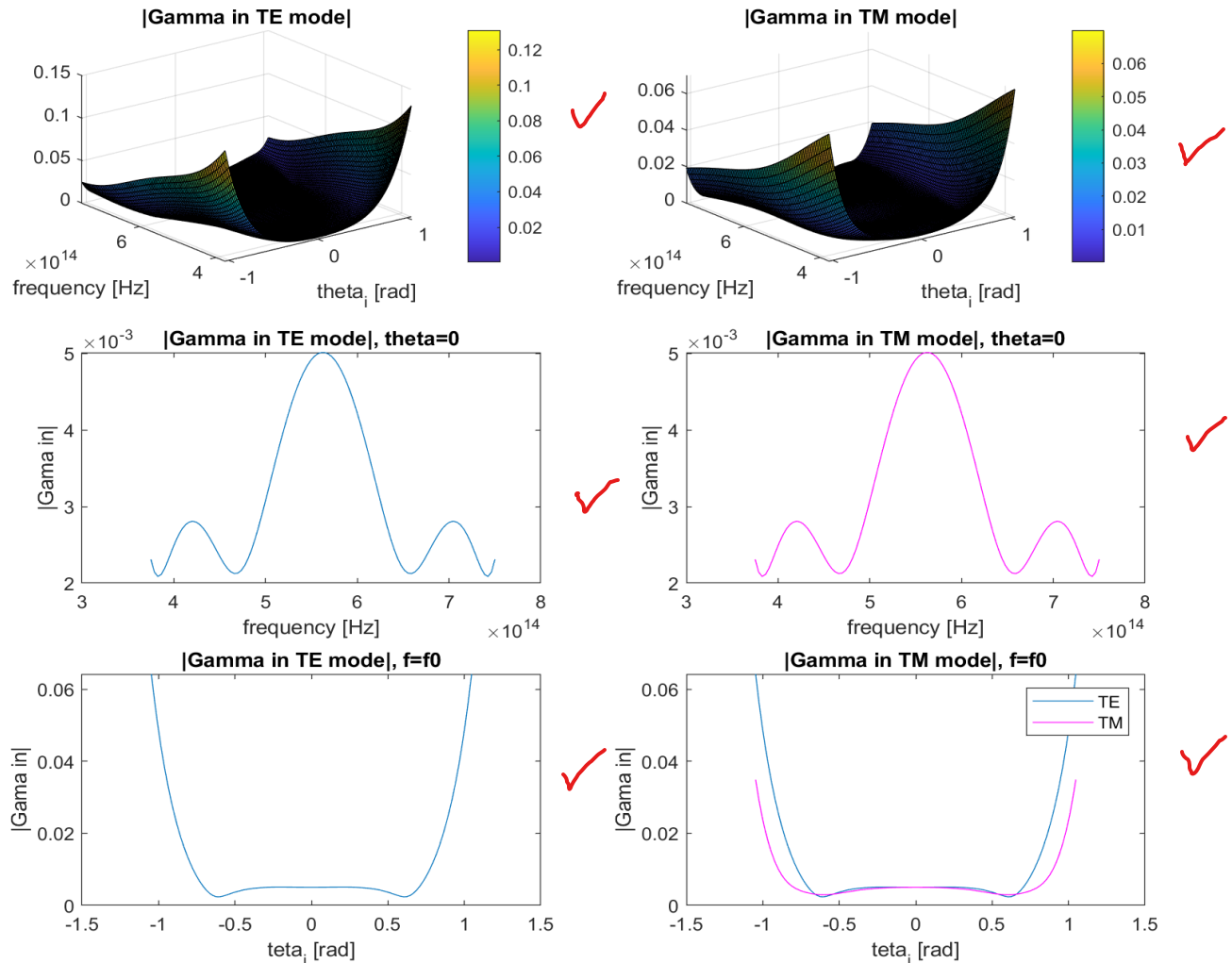
$$d_1 = 125.4 \text{ nm}, d_2 = 109.1 \text{ nm}, d_3 = 95.0 \text{ nm} \quad \checkmark$$





עבור  $N=4$ :

$$d_1 = 129 \text{ nm}, d_2 = 116.9 \text{ nm}, d_3 = 101.96 \text{ nm}, d_4 = 92.34 \text{ nm} \quad \checkmark$$



ניתן להבחין שאכן מטרת הוספת השכבות הושגה, מכיוון שקיבלנו חסם עליון קטן יותר למקדם ההחזרה בתחום האור הנראה ככל שהגדלנו את מספר השכבות (נכון גם ל-TE וגם ל-TM), ניתן לראות זאת ע"י בחירת ההערך המקסימלי בכל שכבה ולראות שהערך קטן משמעותית עם הוספת כל שכבה.  $\checkmark$   
 הבחנה נוספת: עבור שכבות אי זוגיות (2,4), עבור סטייה של זווית הפגיעה בתדר  $f_0$  (תדר התיאום), השינוי במקדם ההחזרה קטן יותר עבור תחום רחב יותר של זוויות.  $\checkmark$

```
clc;
clear all;
close all;

%% Section B
%calculate central frequency
c=3*10^8; %[m/sec]
lambda1=400*10^-9; %[m]
lambda2=800*10^-9; %[m]
f1=c/lambda1;
f2=c/lambda2;
f0=(f1+f2)/2;

j=1i;
e0=8.85*10^-12; %[F/m]
er=2.25; %glass medium
eT=1.5; %transformer medium, from A
miu0=4*pi*10^-7; %[H/m]

eta_air=120*pi; %[ohm]
eta_glass=eta_air/sqrt(2.25); %[ohm]
eta_T=eta_air/sqrt(eT); %[ohm]
lambda_T0=c/(f0*sqrt(eT)); %[m]
dT=lambda_T0/4; %half wave tranformer [m]

f_vec=linspace(f1,f2,100);
sixty_in_rad = 60*pi/180;
theta_i_vec=linspace(-sixty_in_rad,sixty_in_rad,100);
[f,theta_i]=meshgrid(f_vec,theta_i_vec);

gemmaIn_TE_f_teta= GetGemmaIn(theta_i,f,'TE',eT,eta_T,dT,j,c,eta_air,eta_glass);
gemmaIn_TE_f_teta_0 = GetGemmaIn(0,f_vec,'TE',eT,eta_T,dT,j,c,eta_air,eta_glass);
gemmaIn_TE_f0_teta= GetGemmaIn(theta_i_vec,f0,'TE',eT,eta_T,dT,j,c,eta_air,eta_glass);

gemmaIn_TM_f_teta= GetGemmaIn(theta_i,f,'TM',eT,eta_T,dT,j,c,eta_air,eta_glass);
gemmaIn_TM_f_teta_0 = GetGemmaIn(0,f_vec,'TM',eT,eta_T,dT,j,c,eta_air,eta_glass);
gemmaIn_TM_f0_teta= GetGemmaIn(theta_i_vec,f0,'TM',eT,eta_T,dT,j,c,eta_air,eta_glass);

getPlots(gemmaIn_TE_f_teta,gemmaIn_TE_f_teta_0,gemmaIn_TE_f0_teta,gemmaIn_TM_f_teta,gemmaIn_TM_f_teta_0,gemmaIn_TM_f0_teta,theta_i_vec,theta_i,f,f_vec,1)

%% Section D
Eps={ [1.257,1.773], [1.131,1.493,1.970], [1.0682,1.301,1.710,2.085] };
N=[2,3,4];
for i=1:length(Eps)
    eps = Eps{i};
    [d, etas]= GetLengths_and_etas(eps,eta_air);
    gemmaIn_TE_f_teta= GetGemmaIn(theta_i,f,'TE',eps,etas,d,j,c,eta_air,eta_glass);
    gemmaIn_TE_f_teta_0 = GetGemmaIn(0,f_vec,'TE',eps,etas,d,j,c,eta_air,eta_glass);
    gemmaIn_TE_f0_teta= GetGemmaIn(theta_i_vec,f0,'TE',eps,etas,d,j,c,eta_air,eta_glass);

    gemmaIn_TM_f_teta= GetGemmaIn(theta_i,f,'TM',eps,etas,d,j,c,eta_air,eta_glass);
    gemmaIn_TM_f_teta_0 = GetGemmaIn(0,f_vec,'TM',eps,etas,d,j,c,eta_air,eta_glass);
    gemmaIn_TM_f0_teta= GetGemmaIn(theta_i_vec,f0,'TM',eps,etas,d,j,c,eta_air,eta_glass);

    getPlots(gemmaIn_TE_f_teta,gemmaIn_TE_f_teta_0,gemmaIn_TE_f0_teta,gemmaIn_TM_f_teta,gemmaIn_TM_f_teta_0,gemmaIn_TM_f0_teta,theta_i_vec,theta_i,f,f_vec,N(i))
end
%% functions:
function [d,etas]= GetLengths_and_etas(eps,eta_air)
    c=3*10^8; %[m/sec]
    lambda1=400*10^-9; %[m]
    lambda2=800*10^-9; %[m]
    f1=c/lambda1;
    f2=c/lambda2;
    f0=(f1+f2)/2;
    lambda_T0=c./(f0.*sqrt(eps)); %[m]
    d=lambda_T0./4; %half wave tranformer [m]
    etas=eta_air./sqrt(eps);
end

function [gemmaIn]= GetGemmaIn(theta_i,f,polarization,EPS,ETAS,D,j,c,eta_air,eta_glass)
    n_glass =sqrt(2.25);
    theta_glass=asin(sin(theta_i)./n_glass); %snell law
    if polarization == 'TE'
        z_air=eta_air./cos(theta_i);
        z_glass=eta_glass./cos(theta_glass);
    else
        z_air=eta_air.*cos(theta_i);
        z_glass=eta_glass.*cos(theta_glass);
    end
    Zin=0;
    for i= length(ETAS):-1:1
        d= D(i);
```



```
eta= ETAS(i);
theta=asin(sin(theta_i)./sqrt(EPS(i))); %snell law
K= 2*pi.*f.*sqrt(EPS(i))./c; %[1/m]
kz=K.*cos(theta); %[1/m]
if polarization == 'TE'
    Zc =eta./cos(theta);
else
    Zc =eta.*cos(theta);
end
if i==length(ETAS)
    ZL=z_glass;
end
if i ==1
    Zin= Zc.*(ZL+j*Zc.*tan(kz.*d))./(Zc+j*ZL.*tan(kz.*d));
else
    ZL= Zc.*(ZL+j*Zc.*tan(kz.*d))./(Zc+j*ZL.*tan(kz.*d));
end
end
gemmaIn=(Zin-z_air)./(Zin+z_air);
end

function []=
getPlots(gemmaIn_TE_f_teta,gemmaIn_TE_f_teta_0,gemmaIn_TE_f0_teta,gemmaIn_TM_f_teta,gemmaIn_TM_f_teta_0,gemmaIn
_TM_f0_teta,theta_i_vec,theta_i,f,f_vec,N)
%% TE PLOTS
if N==1
    TITLE = sprintf('PLOTS FOR SECTION C');
else
    TITLE = sprintf('PLOTS FOR %d LAYER', N);
end
figure('Position', [10 10 900 750],'Name',TITLE,'NumberTitle','off');
subplot(3,2,1);
surf(theta_i,f,abs(gemmaIn_TE_f_teta));
colorbar;
title("|Gamma in TE mode|");
xlabel('theta_i [rad]');
ylabel('frequency [Hz]');

subplot(3,2,3);
plot(f_vec,abs(gemmaIn_TE_f_teta_0));
title("|Gamma in TE mode|, theta=0");
xlabel('frequency [Hz]');
ylabel('|Gama in|');

subplot(3,2,5);
plot(theta_i_vec,abs(gemmaIn_TE_f0_teta));
title("|Gamma in TE mode|, f=f0");
xlabel('teta_i [rad]');
ylabel('|Gama in|');

%% TM PLOTS
subplot(3,2,2);
surf(theta_i,f,abs(gemmaIn_TM_f_teta));
colorbar;
title("|Gamma in TM mode|");
xlabel('theta_i [rad]');
ylabel('frequency [Hz]');

subplot(3,2,4);
plot(f_vec,abs(gemmaIn_TM_f_teta_0),'m');
title("|Gamma in TM mode|, theta=0");
xlabel('frequency [Hz]');
ylabel('|Gama in|');

subplot(3,2,6);
plot(theta_i_vec,abs(gemmaIn_TM_f0_teta),'m');
title("|Gamma in TM mode|, f=f0");
xlabel('teta_i [rad]');
ylabel('|Gama in|');
legend('TE','TM')
end
```