98.5

אור בהרי 204356315
מיכל קרן 204783161

פרויקט 3 בקורס תמסורת גלים

תשובות לשאלות נוספות לפרויקט

1. שתי הגישות לחישוב מתח של אות מאופנן:

הגישה הראשונה הינה גישה מקורבת. בגישה זו חישוב האות המאופנן במרחב נעשית על ידי קירוב טיילור של$k(\omega)$, והזנחת הסדרים הגבוהים מ-1.

קירוב זה מעניק לאות המאפנן ולפולס מהירויות התקדמות שונות מה שגורם להפרדה בין התקדמות שני האותות במרחב תוך שמירה על צורתם. קירוב זה למעשה מתעלם מאפקט העיוות של הפולס המתרחש כאשר מרחק ההתקדמות מספיק רחוק.

הגישה השנייה הינה גישה מדוייקת. גישה זו אינה מפרידה בין האות המאפנן לבין הפולס אלא מתייחסת לסיגנל כסיגנל יחיד, שהינו תוצאת האיחוד של האיפנון עם הפולס.

החישוב של האות המקודם על גבי הקו נעשת בצורה קלאסית לפי התמרת פורייה הפוכה לסיגנל הכולל בתדר. שיטה זו אפשרית לביצוע בחישוב נומרי בלבד כלומר אינה שימושית בחישובים אנליטים בעוד שהשיטה המקורבת יכולה ליהיות שימושית בחישובים אנליטיים.

בנוסף, השיטה המדוייקת הינה מדוייקת לכל מרחק התקדמות, בעוד שהשיטה המקורבת נכונה למרחקי התקדמות קטנים בלבד.

2. תחומי התקפות של כל אחת מהגישות:

כפי שראינו בהרצאה קירוב הטיילור מסדר ראשון סביב ω_0 תקף (כלומר שרכיבי השגיאה מסדר 2 לכל הפחות זניחים) כאשר מתקיים:

$$z < \frac{\pi}{\beta_2 \Delta_\omega^2}$$

כלומר השיטה המקורבת לחישוב האות המאופנן תקפה רק אם תנאי זה מתקיים.
כאשר תנאי זה לא מתקיים, לפולס המתקדם לאורך z נוספים עיוותים. עיוותים אלו משנים את צורת הפולס ואת צורת האות המאופנן.
הזנחת האקספוננט בנוסחה (2.100) בהרצאה למעשה מזניחה את העיוותים, וכאשר מרחק ההתקדמות לאורך הקו גדול העיוותים לא זניחים כלל. לכן קירוב זה הינו נכון רק במרחק קטן מספיק.
השיטה המדוייקת תקפה ללא תנאים מיוחדים.

3. מתי מתקבלות אותן תוצאות בשתי הגישות ומתי לא?
כאשר מרחק ההתקמות מספיק קטן, החישוב במקורב הינו תקף כלומר עומד בקנה אחד עם תוצאות החישוב המדוייק.
כפי שציינו בסעיף הקודם, מספיק קטן במונחים שלנו הוא מרחק המקיים את התנאי מסעיף 2.
במרחקים אלו, הפאזה שצבר הפולס קטנה מ- $\frac{\pi}{8}$.
לכן עבור כל Z הגדול מערך זה נקבל שוני משמעותי בין הגישות, בעוד שעבור Z הקטן מז זה נקבל תוצאות קרובות מאוד.
לדוגמא, עבור $z = z_{\frac{1}{4}}$(מסעיף C2) נקבל התאמה בין שתי השיטות , ועבור $z = 200$ נקבל שוני ניכר בין השיטות.

4. מדוע ביטוי 11 עדיף לחישוב נומרי של ביטוי 1?

אור בהרי 204356315
מיכל קרן 204783161

מכיוון שנוח לנו לבצע את התמרת הפוריה כאשר אנחנו ממורכזים על המרכז הפולס, במערכת קורדינטות בזמן שנעה עם הפולס. לכן השימוש במערכת קורדינטות τ עדיפה לחישוב. כמו כן ההחסרה באקספוננט המרוכב מקטינה את השינוי המהיר בתדר של האות ממנו אנו רוצים להימנע (מסיבות של דגימת האות הבדיד וחוסר היכולת להצגתו, תנאי נקוויסט לדגימה וכו').

סעיף א':

מבקשים להראות שמתח לאורך קו דיספרסיבי צר סרט הוא:

$$V(z,t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega e^{j(wt-k(w)z)}\,\tilde{V}_G(\omega)=\frac{1}{\pi}Re\{\int_{0}^{\infty}d\omega e^{j(wt-k(w)z)}\tilde{V}_G(\omega)\}$$

כאשר נתון $k=k(\omega)$

פתרון:

מנוסחה להתמרת פוריה ההפוכה ל-z=0 נקבל:

$$V(z=0,t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega e^{j\omega t}\,\tilde{V}_G(0,\omega)$$

נקדם במקום, כמו שאנחנו מכירים ואוהבים הקידום במקום גורר כפל באקספוננט מרוכב (פאזור), נקבל:

$$V(z,t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega e^{j\omega t}\,\tilde{V}_G(0,\omega)e^{-jk(\omega)z}=V(z=0,t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega e^{j(\omega t-k(\omega)z)}\,\tilde{V}_G(\omega)$$
$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{0}d\omega e^{j(\omega t-k(\omega)z)}\,\tilde{V}_G(\omega)+\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\infty}d\omega e^{j(\omega t-k(\omega)z)}\,\tilde{V}_G(\omega)=**$$

נתבונן במחובר הראשון (תדרים שליליים), נבצע החלפת משתנים: $\omega'=-\omega,\ d\omega'=-d\omega$ והגבול בתדר מינוס אינסוף מתהפך, נקבל:

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{0}d\omega e^{j(\omega t-k(\omega)z)}\,\tilde{V}_G(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{\infty}^{0}-d\omega' e^{j(-\omega' t-k(-\omega')z)}\,\tilde{V}_G(-\omega')$$
$$=\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\infty}d\omega' e^{j(-\omega' t-k(-\omega')z)}\,\tilde{V}_G(-\omega')=*$$

כעת, מכיוון שמתח ממשי, מתכונה של התמרת פוריה נסיק: $\tilde{V}_G(-\omega)=\tilde{V}_G^*(\omega)$

שלפי ההרצאה גורר ש: $k(\omega)=-k(-\omega)$ פונקציה אי זוגית (זה תנאי הכרחי לכך שהמסקנה של פוריה תתקיים עבור הפאזור שלנו).
נציב תנאים/הנחות אלו ונקבל:

$$*=\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\infty}d\omega' e^{-j(\omega' t-k(\omega')z)}\,\tilde{V}_G^*(\omega')=\overline{\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\infty}d\omega' e^{+j(\omega' t-k(\omega')z)}\,\tilde{V}_G(\omega')}$$

נזכר בתכונה מוכרת של מספרים מרוכבים : $z+z^*=2Re\{z\}$

אור בהרי 204356315
מיכל קרן 204783161

נוציא גורם משותף (גורם הנרמול) ונקבל:

$$V(z,t) =**= \frac{1}{\pi} Re\{\int_0^\infty d\omega e^{j(wt-k(w)z)} \tilde{V}_G(\omega)\}$$

כנדרש 😊

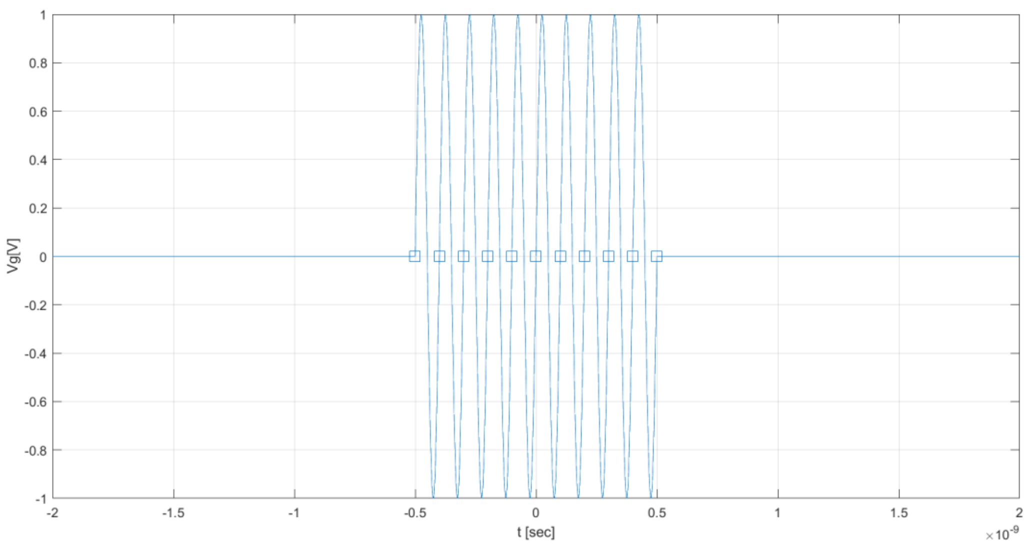
[סעיף ב':]

כעת מאפננים את האות בחלון. $\mathrm{F}(t) = 1, -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$, $T = 1\,nsec, f_0 = 10\ GHz$

באופן הבא: $V_G(t) = F(t)\sin(2\pi f_0 t)$

חישבנו את האות בזמן ובתדר במטלב עבור התחום $t\epsilon[-2T, 2T]$, התקבלו התוצאות הבאות:

האות בזמן:



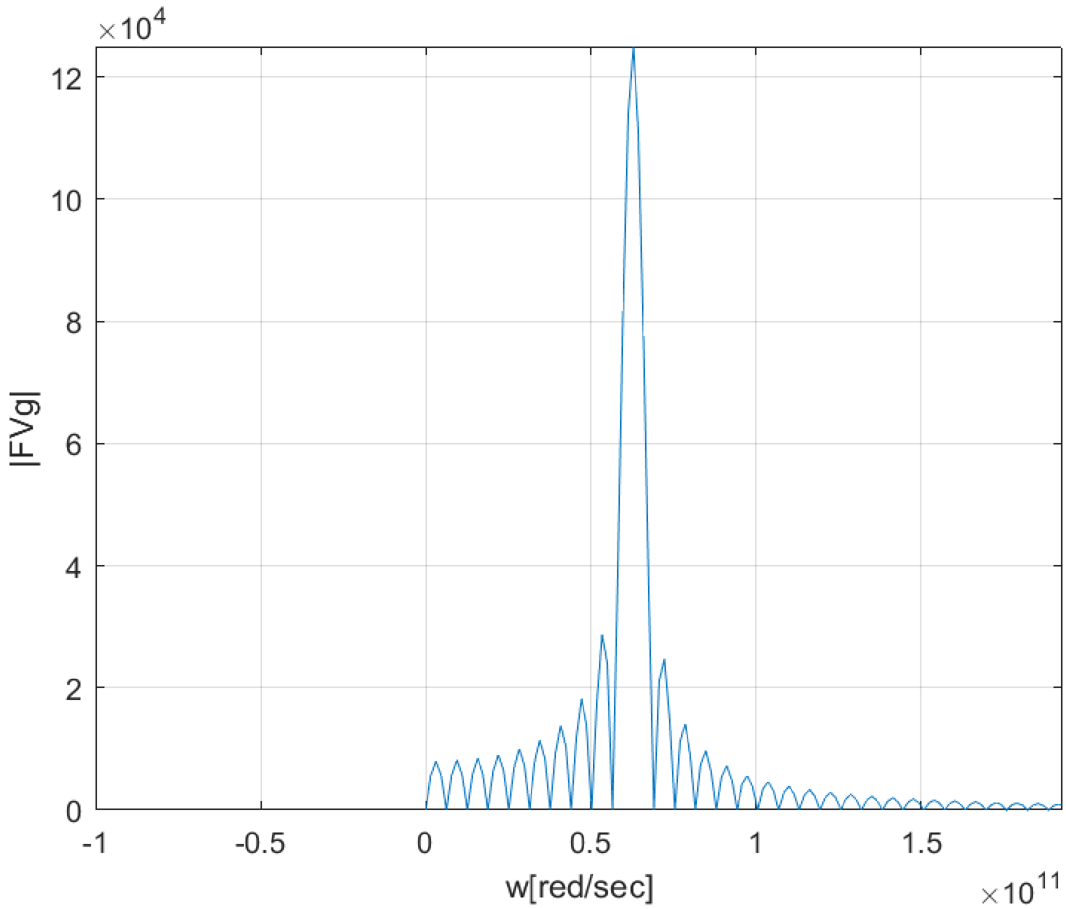
ניתן לחלץ מתוך האות את מספר המחזורים N, מסומן באיור בריבועים שקשה לראות (מצטערים). יש 11 נקודות חציה בעלייה של מתח אפס ולכן יש לנו 10 מחזורים. נסיק: $N = 10$.

בנוסף ניתן לאמת ש $N = 10$ לפי הנוסחה: $N = T * f_0$.

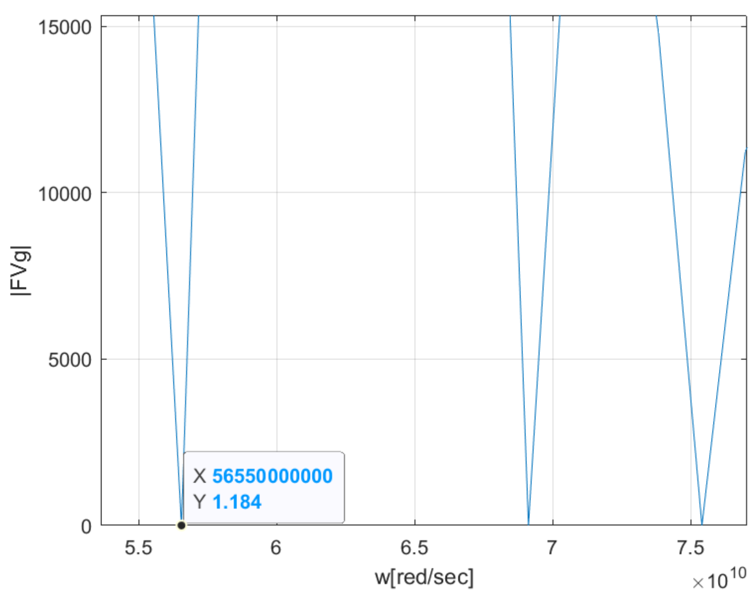
האות בתדר :

<u>הערה:</u> הצגנו את הספקטרום בתחום התדרים החיוביים מכיוון שהוא מכיל את כל האינפורמציה. (כפי שראינו בהרצאה, מספיק להביט בתדרים החיוביים).

אור בהרי 204356315
מיכל קרן 204783161



מדדנו את רוחב הפס בין שני האפסים שבסמוך לאלומה הראשית, המחשה למדידה שכזו (Zoom in):



$$\omega_{zero1} = 5.655 \times 10^{10}\ [\frac{rad}{s}]\ , \omega_{zero2} = 6.911 \times 10^{10}[\frac{rad}{s}]$$

אור בהרי 204356315
מיכל קרן 204783161

$$f_{zero1}=\frac{\omega_{zero1}}{2\pi}=9.0\times10^{9}\ [Hz]\ ,f_{zero2}=\frac{\omega_{zero2}}{2\pi}=1.1\times10^{10}[Hz]$$

$$\Delta f_F=|f_{zero2}-f_{zero1}|\cong 2.0\times10^{9}\ [Hz]$$

נציב בנוסחה ונתפלל שמתקיים שוויון: $\frac{\Delta f_F}{f_0}=\frac{2}{N}$

צד ימין: $\frac{2}{N}=\frac{2}{10}=5$

צד שמאל: $\frac{\Delta f_F}{f_0}=\frac{2\times10^9}{10\times10^9}=5$

הראינו שמתקיים כלל האצבע, כנדרש.

10

סעיף ג':

כעת נביע את המתח באמצעות מודל מקורב המבוסס על פיתוח לטור טיילור מסדר 1, ברצוננו להראות ש:

$$V(z,t)\cong F\left(t-\frac{z}{v_g}\right)\sin(\omega_0\left[t-\frac{z}{v_p}\right])$$

כאשר מהירות החבורה ומהירות הפאזה מוגדרים כפי שראינו בהרצאה.

<u>פתרון:</u>

נבצע קירוב טיילור מסדר 1 ליחס הדיספרציה, סביב ω_0 :

$$k(\omega)=k(\omega_0)+(\omega-\omega_0)k'(\omega_0)\ \triangleq k_0+k_1(\omega-\omega_0)+k_2(\omega-\omega_0)^2+\cdots$$

נזכר בהתמרת פוריה של סינוס: $F\{\sin(\omega_0 t)\}=\frac{1}{2j}[\delta(\omega-\omega_0)-\delta(\omega+\omega_0)]$

אנו יודעים שמכפלה בזמן שקולה לקונבולציה בתדר, ניזכר שקונבולוציה עם דלתא שקולה להצבה ערך הדלתא בפונקציה (כלומר שקולה להזזה), בסך הכול נקבל שההתמרה של האות היא:

$$F\{V_G(0,t)\}=\frac{1}{2j}[\tilde{F}(\omega-\omega_0)-\tilde{F}(\omega+\omega_0)]$$

כעת נציב את האות המאופנן בביטוי שמצאנו בסעיף א', נקבל:

$$V_G(z,t)=\frac{1}{2\pi}Re\left\{\frac{1}{j}\int_0^\infty d\omega e^{j(wt-k_0z-k_1(w-\omega_0)z-k_2(\omega-\omega_0)^2z-..)}[\tilde{F}(\omega-\omega_0)-\tilde{F}(\omega+\omega_0)]\right\}=***$$

נתעלם מהביטוי הצהוב מכיוון שענו מבצעים את האינטגרציה על תדרים חיוביים בלבד. כמו כן נזניח ביטויים של $k(w)$ מסדרים 2ומעלה כמו שביצענו בהרצאה.

נבצע החלפת משתנים $\omega'=\omega-\omega_0$ נקבל:

$$***=Re\{\frac{e^{j(\omega_0 t-k_0z)}}{2j\pi}\left\{\int_{-w_0}^{\infty}d\omega' e^{jw'(t-k_1z)}\left[\tilde{F}((\omega'))\right]\right\}$$

$$=Re\{\frac{e^{j(\omega_0 t-k_0z)}}{j}\left\{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega' e^{j\,w'(t-k_1z)}[\tilde{F}(\omega')]\right\}\}$$

אור בהרי 204356315
מיכל קרן 204783161

כאשר המעבר האחרון נובע מכך ש-F צרת סרט ולכן ניתן להרחיב את תחום האינטגרציה וערך האינטגרל לא ישתנה. באדום הגדרה של התמרת פוריה ההפוכה של $F(t-k_1 z)$ וכמו כן מנוסחת אוילר מתקיים:

$$Re\left\{\frac{e^{j(\omega_0 t-k_0 z)}}{j}\right\}=\sin(\omega_0 t-k_0 z)$$

נקבל בסך הכל:

$$Re\left\{\frac{e^{j(\omega_0 t-k_0 z)}}{j}\left\{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega' e^{j\,w'(t-k_1 z)}[\tilde{F}(\omega')]\right\}\right\}=Re\left\{\frac{e^{j(\omega_0 t-k_0 z)}}{j}F(t-k_1 z)\right\}$$
$$=F(t-k_1 z)\cdot Re\{\frac{e^{j(\omega_0 t-k_0 z)}}{j}\}=\sin(\omega_0 t-k_0 z)\cdot F(t-k_1 z)$$

אם נציב את k_0, k_1 נקבל את v_g, v_p שמוגדרים בשאלה, ואת הנדרש.

סעיף ג' 1):

כעת נתון:

$$k(\omega)=\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2-\left(\frac{\pi}{a}\right)^2},,a=20\cdot 10^{-3},f>f_{cutoff}=\frac{c}{2a}=7.5\,GHz,f_0=10\,GHz$$

נראה שמתקיימים שני הביטויים שמבקשים:

מהירות הפאזה: נתחיל לפי הגדרה ונגיע לרצוי:

$$v_p=\frac{\omega}{k(\omega)}|_{\omega_0}=\frac{\omega}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2-\left(\frac{\pi}{a}\right)^2}}|_{w_0}=\frac{\omega}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2(1-\left(\frac{\pi c}{\omega a}\right)^2)}}|_{w_0}=\frac{c}{\sqrt{(1-\left(\frac{\pi c}{\omega_0 a}\right)^2}}$$
$$=\frac{c}{\sqrt{(1-\left(\frac{2\pi\, c}{\omega_0\, 2a}\right)^2}}=\frac{c}{\sqrt{(1-\left(\frac{f_{cutoff}}{f_0}\right)^2}}$$

מהנתון $f_0>f_{cutoff}$ ולכן הגודל $1-\left(\frac{f_{cutoff}}{f_0}\right)^2$ קטן מ-1. לכן נסיק: $v_p>c$ כנדרש.

מהירות החבורה: את הנגזרת בדקנו באמצעות כלי חישובי *wolfram alpha*, אנחנו מניחים שזו לא מטרת התרגיל:

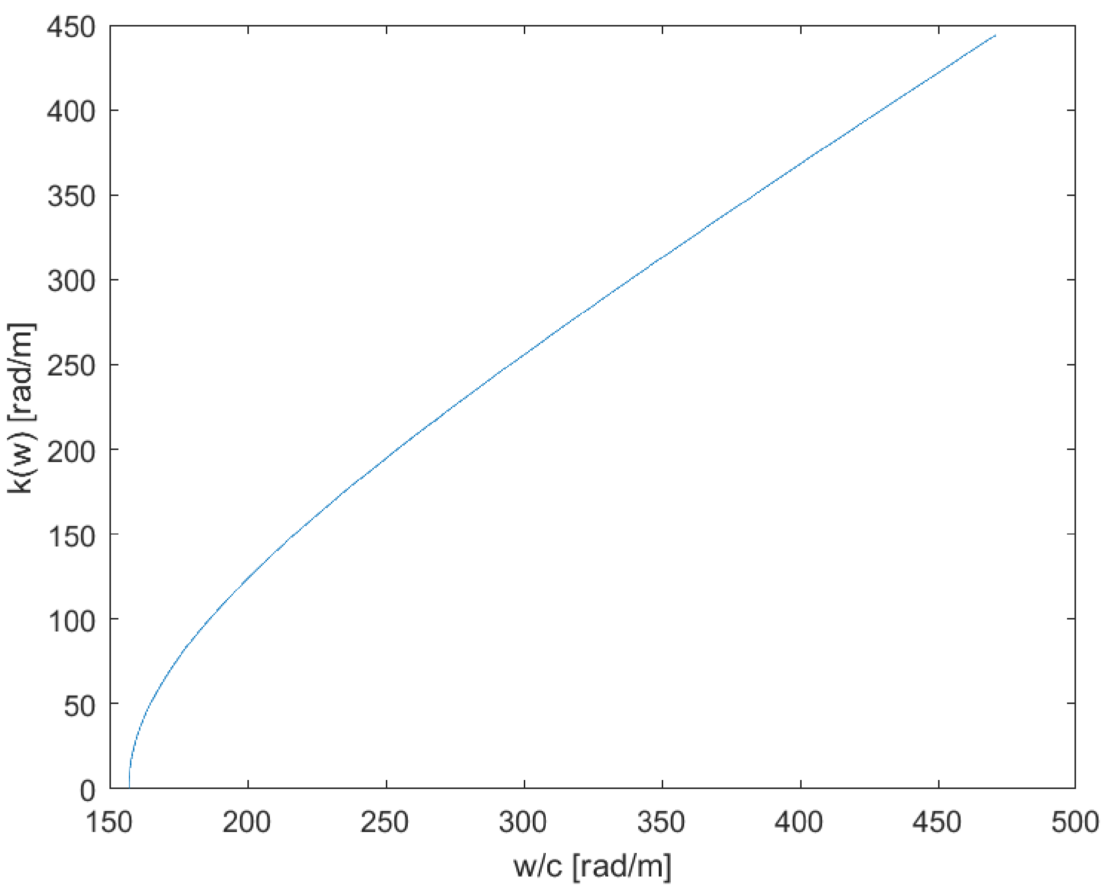
אור בהרי 204356315
מיכל קרן 204783161

$$v_g = \left(\frac{\partial k(\omega)}{\partial \omega}\right)^{-1}|_{w_0} = \left(\frac{w_0}{c^2\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{c\sqrt{1-\left(\frac{2\pi\ c}{\omega_0\ 2a}\right)^2}}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{1}{c\sqrt{1-\left(\frac{f_{cutoff}}{f_0}\right)^2}}\right)^{-1} = c\sqrt{1-\left(\frac{f_{cutoff}}{f_0}\right)^2}$$

מהנתון $f_0 > f_{cutoff}$ ולכן הגודל $1-\left(\frac{f_{cutoff}}{f_0}\right)^2$ קטן מ-1. לכן נסיק: $v_g < c$ כנדרש.

הגרף שהתקבל מהסימולציה במטלב לפי הצירים שביקשו:



עבור $f_0 = 10\ GHz$ נחשב את ערכי v_p, v_g במטלב ונקבל:

אור בהרי 204356315
מיכל קרן 204783161

vp=

4.5356 e+08

vg=

1.9843 e+08

כמובן שהיחידות מטר לשנייה.

סעיף ג' 2):

(C2) quarter of a cycle $= \frac{1}{4f_0}$

התבקשנו למצוא מרחק z, שעבורו מתקיים

$$\underbrace{t_F}_{\text{הרגע בו הפולס מגיע לנק' z}} - \underbrace{t_{sin}}_{\text{הרגע בו ה sinc() מגיע לנק' z.}} = \frac{1}{4f_0} \qquad *$$

מכיוון שהפולס מתקדם במהירות v_g, מתקיים:

$$z = v_g \cdot t_F \Rightarrow \boxed{t_F = \frac{z}{v_g}}$$

מכיוון שה- sinc() מתקדם במהירות v_p, מתקיים:

$$z = v_p \cdot t_{sin} \Rightarrow \boxed{t_{sin} = \frac{z}{v_p}}$$

נציב את t_F, t_{sin} ב- $*$:

$$\frac{z}{v_g} - \frac{z}{v_p} = \frac{1}{4f_0} = \frac{1}{2 \cdot \frac{2\pi \cdot f_0}{\pi}}$$

נעביר אגפים ונקבל:

$$\boxed{2\pi f_0 \left(\frac{z}{v_g} - \frac{z}{v_p}\right) = \frac{\pi}{2}}$$

מ.ש.ל

אור בהרי 204356315
מיכל קרן 204783161

סעיף ג' 3):

להלן התוצאה שהתקבלה עבור האות המאופנן באלגוריתם המקורב, כאשר בדגימה של ערכי z ספציפיים:

$$z \in \{z_{\frac{1}{4}}, 2z_{\frac{1}{4}}, 3z_{\frac{1}{4}}, 4z_{\frac{1}{4}}, 1{,}200\}$$

חישבנו את ערך $z_{\frac{1}{4}}$ במטלב.

```
z_quarter=
0.0088
```

כעת, על מנת שנוכל להשוות את התוצאות לתוצאות של סעיף ד', ביצענו הזזה בזמן על מנת לקבל את האות $V(z.\tau)$, כאשר $\tau = t - \frac{z}{v_g}$.

התוצאות שהתקבלו עבור הנוסחה המקורבת:

-0.5
מגלם
הורדה

אור בהרי 204356315
מיכל קרן 204783161

אפשר לראות כי עבור z שאינו כפולה של $z_{\frac{1}{4}}$ מתקבלות תוצאות כמעט זהות לתוצאות של החישוב המדוייק (סעיף D).

ועבור הערכים האחרים יש שוני ניכר בין הגרפים.

הערה:

בחישוב הנל, קיבלנו סיגנל שהתאפס לגמרי עבור Z=200. אנחנו מעריכם שזוהי לא התוצאה הנכונה, אך לאחר מספר ניסיונות והשקעת זמן רב נאלצנו להסתפק בתוצאה זו :/

להערכתינו, התוצאה הנכונה עבור Z=200 אמורה ליהיות דומה מאוד לגרפים המתקבלים עבור המרחקים הקצרים יותר,שהרי הגישה המקורבת לא מייחסת חשיבות למרחק מבחינת העיוותים. לכן צורת האות לא אמורה להשתנות גם במרחק רחוק כמו 200.

סעיף ד':

כעת נשווה את התוצאה שקיבלנו באמצעות הקירוב לתוצאה המתקבלת באמצעות התמרות פוריה (ללא הקירוב).

ניעזר בהדרכה שבשאלה ונחשב את $V(z,\tau)$ כאשר $\tau = t - \frac{z}{v_g}$. נבחין:

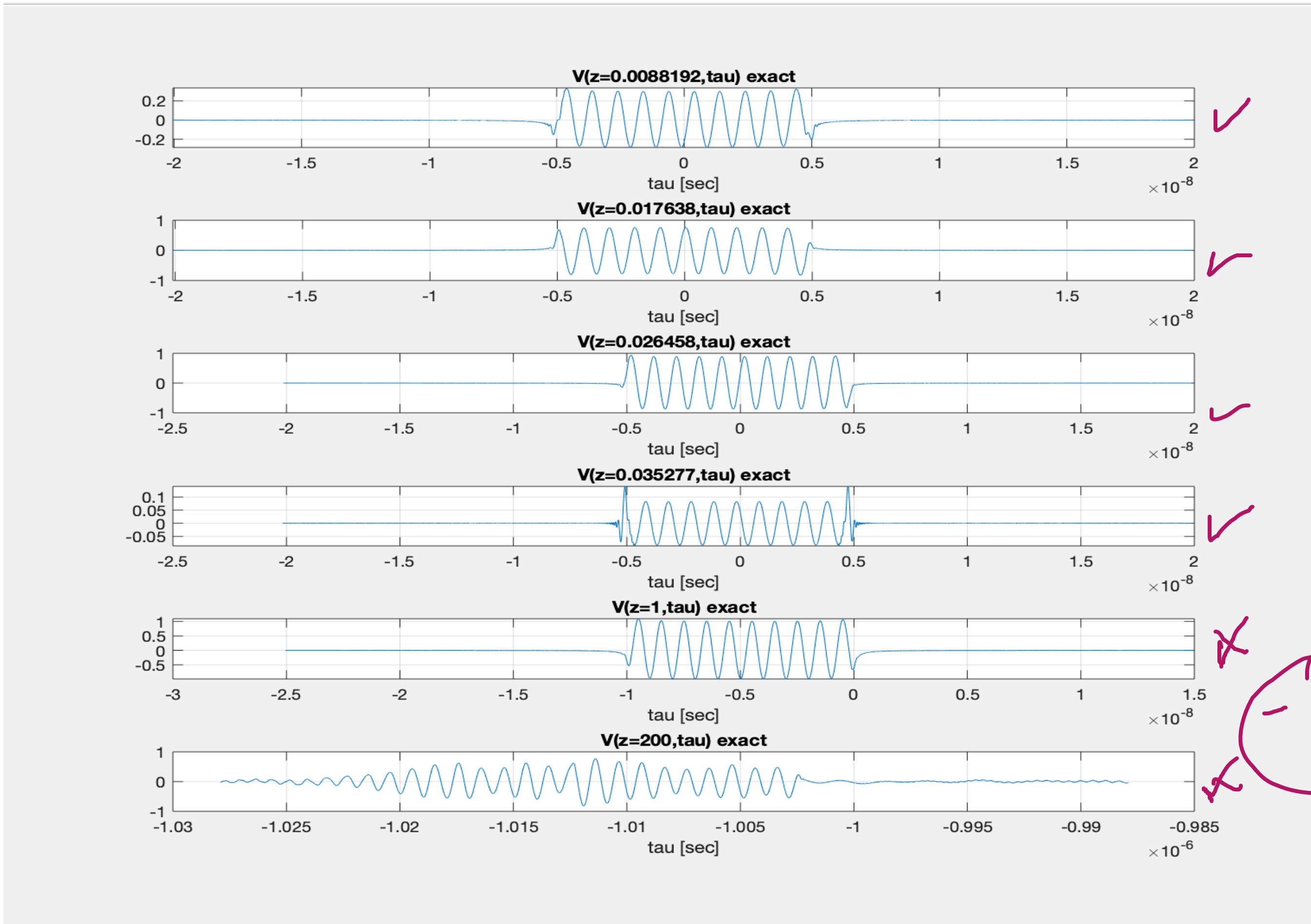
$$V(z,\tau) = F^{-1}\left\{\tilde{V}_G(\omega)e^{-j\left(k(\omega)-\frac{\omega}{v_g}\right)z}\right\}$$

הצבנו ערכי z קבועים לפי הנתון בסעיף הקודם:

$$z \in \{\frac{\pi}{4},\frac{2\pi}{4},\frac{3\pi}{4},\frac{4\pi}{4},1{,}200\}$$

אור בהרי 204356315
מיכל קרן 204783161

התוצאות שהתקבלו מהחישוב במטלב:



-1

אנחנו יודעים שהרכיב של האקספוננט המרוכב מוסיף עיוות, אכן התוצאה שקיבלנו עולה בקנה אחד עם העובדה הזו מכיוון שככל שערכו של z גדל כך גדל העיוות באות המאופנן. לדוגמא העיוות הגדול ביותר מתקבל עבור z=200.

נשים לב שהאות אכן ממורכז סביב $\tau = 0$ כמו שאנחנו מצפים (מההדרכה), זאת מכיוון שציר הזמן נע ביחד עם התקדמות הפולס המאופנן (או לפחות עם מרכז הפולס המאופנן). הערה: אצלנו האות אינו ממורכז סביב הראשית בערכים z=1,200. ניסינו רבות לחשוב מדוע,

השוואה לתוצאות מסעיף ג 3:

בתוצאות של סעיף ד' קיבלנו אותות בעלי יותר עיוותים, וזה מתאים לתיאוריה על פיה נוסחת הקירוב מסננת עיוותים באפנון האות. כמו כן עבור ערכי כפולה שלמה של $\frac{\pi}{4}$ התקבלו תוצאות כמעט זהות (עד כדי אולי הבדלי פאזה קלים), לעומת זאת בערכי z=1,200 יש שוני ניכר בין התוצאות: עבור ערך z= 1 יש הזזה בזמן של הסיגנל ועבור ערך z=200 צפינו עיוות גדול בסיגנל ושתוצאת הקירוב לא תציג את העיוות

אור בהרי 204356315
מיכל קרן 204783161

נספח: קוד Matlab:

```
clc;
clear all;
close all;
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%part B%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
T = 1*10^-9; % sec
f0 = 10*10^9; % Hz
w0 = 2*pi*f0; % rad/s
n = 10^6; %number of samples
t = linspace(-2*T,2*T,n); % n time values
dt= (4*T)/(n-1); %time invervals

F = heaviside(t+(T/2)) - heaviside(t-(T/2));%rectangular pulse
V_t = F.*sin(w0*t);

% time:
figure('Name','B1: VG(t)','NumberTitle','off');
p=plot(t/T,V_t,'-s');
p.MarkerSize=10;
p.MarkerIndices=3*n/8:(n/2)/20:5*n/8;
ylabel('Vg[V]');
xlabel('t/T []');
grid on;

%frequiency:
V_w=fft(V_t);
% converting the bins into [Hz] or [rad/sec]
k=1:n; %indices of f
Hz= (k-1)*(10^6*dt).^(-1); %equivalent Hz
w= Hz.*(2*pi);

figure('Name','B1: VG(w)','NumberTitle','off');
plot(w,abs(V_w));
axis([-10^11  10^11 0 10^5]) % zoom in on first data pair
ylabel('|F{Vg}|');
xlabel('w[red/sec]');
grid on;

%% Section C1
a = 20*10^-3;
c = 3*10^8; % speed of light m/s
f_cut=c/(2*a);
w_cut=2*pi*f_cut;
w_c=linspace(w_cut/c,3*w_cut/c,n);
k = sqrt((w_c).^2 -(pi/a)^2);%dispersion relation

figure('Name','C1: K(w) VS. w/c','NumberTitle','off');
plot(w_c,k);
xlabel("w/c");
ylabel('k(w/c)');

vp= c/sqrt(1-(f_cut/f0)^2)
vg= c*sqrt(1-(f_cut/f0)^2)

%% section C2
z_quarter = 1/(4*f0*(1/vg - 1/vp)) %using eq (9)

%% section C3
z = z_quarter.*[1,2,3,4,1/z_quarter,200/z_quarter];
F = @(t) heaviside(t+(T/2)) - heaviside(t-(T/2));
t=linspace(-20*T,20*T,n);
%used to compare with section D
figure('Name','C3: V(z,t) approximated','NumberTitle','off');

for i=1:length(z)
    tau=t-z(i)/vg;
    vzt_tilda=F(tau).*sin(w0*(tau+(z(i)/vg)-(z(i)/vp)));
    subplot(6,1,i);
    plot(tau,vzt_tilda);
    grid on;
    title(['V(z=',num2str(z(i)),',tau) approximated']);
    if z(i) ~= 200
        axis([-2*T 2*T -3 3]);
    end
    xlabel('tau [sec]');
    ylabel=('V(z,t) [V]');
end

%% section D
figure('Name','D: V(z,t) Exact','NumberTitle','off');
t=linspace(-20*T,20*T,n);
for i=1:length(z)
    tau=t-z(i)/vg;
    v_ztau= ifft(exp(1i.*w.*tau-1*1i*(k-w./vg).*z(i)).*V_w);
    subplot(6,1,i);
    plot(tau,v_ztau);
    grid on;
    title(['V(z=',num2str(z(i)),',tau) exact']);
    xlabel('tau [sec]');
    ylabel=('V(z,t) [v]');
end
```