

# M31 : Résonance

Rapport jury : Le lien qui existe entre la largeur de la résonance d'un oscillateur et la durée du régime transitoire est souvent ignoré par les candidats. Des phénomènes non linéaires ou paramétriques pourraient également être abordés. Les critères de détermination expérimentale de la fréquence de résonance ne sont pas toujours pertinents. La résonance ne se limite pas à l'étude du circuit RLC. La notion de facteur de qualité ou un équivalent est trop souvent absente. Le phénomène de résonance n'apparaît pas qu'en électricité. En outre, le circuit RLC est souvent mal connu. Le jury apprécierait de voir des résonances dans d'autres domaines de la physique, ainsi que des facteurs de qualité importants. L'étude du circuit RLC (de niveau terminale) n'est pas maîtrisée et est souvent traitée de manière superficielle par les candidats. La notion de facteur de qualité pour mesurer l'acuité de la résonance ne peut pas être passée sous silence. Il faut bien distinguer résonance et ondes stationnaires.

## Introduction:

Résonance est un phénomène se produisant lorsqu'un système oscillant est excité en régime permanent par un signal périodique dont la fréquence est égale à une fréquence propre du système. L'énergie est alors maximale. Les fréquences propres peuvent être finies ou infinies.

**Manip qualitative** M31-II avec diapason pour illustrer le phénomène de résonance : 2 diapasons en face. 1ère manip : 2 diapasons de fréquences différentes, on frappe un diapason, on n'entend pas de son dans le deuxième. 2ème manip : 2 diapasons de même fréquence, on frappe un diapason, et on remarque que le deuxième diapason résonne aussi. Lorsque la fréquence excitatrice correspond à sa fréquence propre, la réponse du diapason est non nulle. Ce phénomène est la résonance. (Un désaccord léger suffit pour atténuer la réponse → signe d'une résonance aiguë).

## I - Etude de la résonance série d'un quartz d'horlogerie.

### M31 - III.3

Les résonateurs de quartz sont l'exemple typique de circuits résonants à très fort facteur de qualité.

### Montage : RLC série avec quartz d'horlogerie

-On allume le GBF depuis un long moment pour être à l'équilibre thermique pour avoir la fréquence la plus stable possible.

-On observe à l'oscillo  $V_e$  et  $V_s$ .

-Le signal d'entrée est très brouillé ; pour parer à ce problème, on peut synchroniser avec SYNC (sur GBF) qu'on relie à la face arrière de l'oscillo sélectionner dans Trigger "Ext" ; on zoom pour bien observer la synchronisation.

Bien se positionner à la fréquence de résonance (au voisinage de 32 kHz) pour observer le signal, sinon on observe que du bruit.

-Moyenner le signal (Mettre moyennage de 64).

-On a en sortie une tension négative ( $V_s = -RI = -V_{\text{quartz}}$ ), ici on peut inverser le signal (appuyez sur bouton de la voie). **Cf poly M31 -III.3.2 pour l'explication**

L'AOP associé à la résistance réalise une conversion courant-tension. Le courant sera maximal à la résonance série, donc  $V_s$  va passer par un maximum à cette fréquence.

-Attention, sur certains GBF, la fonction  $V_{pp}$  n'est pas réellement  $V_{\text{crête-crête}}$  mais plutôt  $V_{\text{max}}$ . À vérifier!! Et ne pas dépasser 0,2 V car le Quartz ne supporte pas plus quand il est en résonance. Soit  $0,4V_{\text{peak-peak}}$ .

### 1) Régime permanent

On utilise une résistance de 10kOhm.

-On balaye les fréquences autour de la fréquence de résonance par pas de 0,1 Hz à l'aide d'un GBF extrêmement stable.

Tracé sur Regressi, l'admittance  $Y$  et la phase entre le signal d'entrée et de sortie (attention ici l'oscillo change de signe après la résonance → il faut soustraire  $-360^\circ$  pour avoir la valeur de la phase réelle.).

→ La phase varie très rapidement. En basse fréquence, le déphasage tend vers  $+90^\circ$  (comportement purement inductif  $L$ ). En haute fréquence, le déphasage tend vers  $-90^\circ$  (comportement purement capacitif  $C$ ). **À la résonance, la phase est nulle et le courant a augmenté or  $P = U.I.\cos(\phi)$  donc à la résonance le système absorbe un maximum de puissance.**

**Courant entrée/sortie en phase = comportement résistif (lorsque le signal de sortie a bien été inversé : signal de sortie en avance → montage en capacitif/quartz en mode inductif, si signal de sortie en retard → montage en inductif/quartz en mode capacitif).**

-On fitte l'admittance par sa formule théorique. On peut ainsi avoir le facteur de qualité  $Q$ , et la fréquence de résonance précisément.

-On fitte aussi la phase =  $\arctan(Q(f/f_0 - f_0/f))$

→  $Q$  très grand : quartz résonne sur une fréquence très fine, et influence sur la durée du régime transitoire.

→ On a une fréquence sélectionnée très précisément (ce qu'on peut voir avec la TF).

Ce composant dans cette gamme de fréquence (fréquence où il peut résonner) a un comportement équivalent à un RLC série. On peut ainsi en déduire  $R, C$  et  $L$  correspond. **À la résonance, l'impédance du quartz correspond à  $R$ . On obtient  $L$  par  $Q = L \cdot \omega_0 / R$  et  $C$  par  $\omega_0 = 1/(LC)$ . Valeurs que l'on compare avec les valeurs du constructeur.**

A savoir : le Quartz ne travaille pas à sa fréquence de résonance : trop de puissance il va perdre de l'énergie entraînant une fatigue mécanique. On utilise le quartz quand il se comporte comme une inductance (limite la consommation) grâce au facteur de qualité il est limité entre 2 fréquences ce qui le rend stable. L'ajout d'un condensateur en dérivation, va provoquer une diminution de la fréquence de résonance parallèle du quartz. Et permettre d'atteindre la fréquence en série sans fatiguer le Quartz.

### 2) Régime transitoire

Pas dans le poly

-On augmente  $R$  ( $R = 100 \text{ kOhm}$ ), pour augmenter le temps du régime transitoire pour pouvoir l'observer.

-Mode défilement à l'oscilloscope Vs.

-On éteint le GBF (**avec bouton output**) et on le rallume et on va observer à l'oscillo le comportement du régime transitoire du quartz à la fréquence de résonance.

**Attention :** Temps de descente faussé !!!! Quand on enregistre le signal d'entrée et qu'on éteint le GBF (output) on a une augmentation qui apparaît comme si "le gbf n'aimait pas qu'on l'éteigne". Donc on prend en compte que le temps de montée pour avoir  $\tau$ .

-Cursors → Unités Y = Rapport (%) et mettre l'amplitude max comme la référence à 100%. On mesure  $\tau$  à 63,2% de la valeur finale. On peut le comparer à la valeur théo  $\tau = Q/\pi f_0$

**Conclusion:** L'influence de Q sur le temps de réponse. Système sélectif comme celui-ci → dualité facteur de qualité/temps de réponse → bcp d'oscillations avant de s'éteindre.

## II- Corde de Melde : résonance avec des ondes stationnaires

M31 - V et M25 - V.2

Lorsque le milieu dans lequel se propage une perturbation est limité, il y a un phénomène de réflexion aux interfaces et il se crée un phénomène d'ondes stationnaires.

Pour certaines valeurs particulières, celui-ci est maximal → phénomène de résonance. Le système possède plusieurs fréquences de résonance, en théorie une infinité discrète.

On excite en régime sinusoïdal forcé une corde tendue et fixée à une de ses extrémités à l'aide d'un vibreur → avec les conditions aux limites, on voit qu'il y a propagation d'ondes stationnaires. L'amplitude du phénomène d'ondes stationnaires tend théoriquement vers l'infini lorsque  $L = p \cdot \lambda/2$  et donc est nettement visible (en théorie amortissements et non linéarités du système qui limite l'amplitude), la corde se sépare en p fuseaux de longueur  $\lambda/2$  → c'est la résonance.

**Montage :** Vibreur relié au GBF numérique, corde reliée à une masse.

-On va vérifier que quand on double la fréquence propre on a 2 fréquences de résonance.

-On prend  $L = 1\text{m}$

-On baisse l'amplitude, car la théorie suppose petite amplitude: d'abord on met une fréquence assez élevée pour repérer la résonance facilement (et pour montrer aux autres) et après on réduit pour être plus dans la théorie (mieux d'avoir des petites amplitudes).

-On fait une mesure pour les 6 premiers modes

-On trace f en fonction de n (numéro du mode) : obtention d'une courbe affine.

-On peut mettre uniquement les incertitudes sur f et n, or l'incertitude sur L est un problème, d'où une mauvaise modélisation avec les barres d'erreurs. Incertitudes : très grande sur n car le noeud ne se situe pas exactement au niveau de l'excitateur → Incertitude intrinsèque d'environ 1 à 2 cm. Les autres incertitudes sont négligeables.

$$f_n = nc/2L$$

On cherche à calculer la masse linéique de la corde car elle est reliée à la célérité et donc à la fréquence fondamentale. La comparer à la théorie.

$$f_n = nc/2L \text{ et } c = \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$$

Par rapport à la théorie : assez éloigné car on n'est pas sur des petits angles et les effets non linéaires peuvent introduire de la dispersion.

A savoir : On a fait une excitation transversale : fréquence propre, si on a 4 fuseaux, alors si on fait une excitation longitudinale, la fréquence est 2x plus grande (2 fuseaux) → c'est ce qu'on appelle le phénomène paramétrique.

### III - Cas système couplés

M31 - IV et M32

Le couplage est ici assuré par l'influence mutuelle  $M$  entre 2 selfs. Circuits de base, de type LC à fort coefficient de qualité, permettant d'avoir des signaux pas trop faibles lorsqu'on les désaccorde pour faciliter les mesures. On va étudier l'influence du couplage sur la résonance du système étudié en fonction du fait que les oscillateurs soient accordés ou non.

#### Montage :

- On intègre le GBF numérique GBX Metrix 245 dans le circuit (branchement classique sur output) et on observe le signal en sortie  $V_s$  aux bornes de la capacité sur la voie 2 de l'oscilloscope. (Il faut éventuellement brancher la masse à celle du gbif et/ ou oscillo).
- Utilisation ampli de puissance (Généboost).

#### Manipulation:

- En mode défilement sur le GBF (on observe le signal  $V_s$  en voie 2), on peut ainsi repérer la fréquence de résonance en changeant la fréquence du GBF. (Lorsque le signal est le plus faible possible, c'est la résonance).
- Puis, on veut tracer  $|H| = |V_s/V_e|$  en fonction de  $f$  (mode XY). On garde  $V_e$  constante comme ça  $H$  ne dépend que de  $V_s$ . Pour avoir  $V_e$  constant → Utilisation généboost. En effet, sans ampli de puissance, et en observant  $V_e$  plutôt que  $V_s$ , sur le mode XY on n'a pas quelque chose de constant selon la fréquence alors que c'est ce qu'on souhaite. On remarque un effondrement au niveau de la fréquence de résonance (dû aux résistances du montage).

- On passe ensuite en Mode SWEEP OUT permettant d'avoir une fréquence variable pour une tension constante.

En voie 1, on se branche à Sweep out pour la variation de fréquence (face arrière du GBF). En voie 2, on a  $V_s$ .

Réglage du mode Sweep :

- On règle avec le bouton habituel la fréquence initiale souhaitée
- On appuie sur Sweep
- Pour régler la fréquence finale, on appuie sur Fmax et on règle avec la molette Fmax.
- Pour régler la vitesse du balayage on règle molette "SW FREQ"

On se met en Mode XY sur l'oscilloscope (avec persistance infini (mode display) pour observer la fréquence de résonance et Haute résolution (dans Acquire)). Faire les réglages nécessaires pour avoir une belle courbe à l'oscillo. Il faut jouer sur la vitesse de balayage pour améliorer la netteté du signal.

On appuie sur le bouton STOP sur le GBF pour avoir la fréquence de résonance  $f_0$  (en mode XY, on fait STOP au niveau du max).

Pour que le 2ème montage ait la même fréquence  $f_0$  : On veut compenser la légère différence due à l'inductance en adaptant la capacité. Donc on règle la capa afin d'obtenir la même fréquence de résonance que précédemment. Pour cela, avec le 1er montage, on repère résonance avec curseur et on le laisse. On change alors la capacité et la bobine (par celles du montage 2) et on règle capacité pour avoir la résonance à l'endroit du curseur placé au préalable.

-Pour avoir la bonne fréquence de résonance, placer multimètre aux bornes du condensateur pour voir exactement pour quelle fréquence on a le moins de gain (0 dB).

On réalise ensuite le montage avec les 2 circuits que l'on rapproche progressivement, on visualise la tension du circuit 1. Plus on renforce le couplage, plus les 2 fréquences sur lesquelles le système réagit sont écartées. On se place au couplage maximum (On peut observer aussi la tension à l'oscillo du circuit 2, on observe la même chose.)  
On a bien 2 fréquences propres au système. (2 circuit couplés=2 fréquences propres).  
On peut en déduire la constante de couplage K.

→ On peut montrer maintenant le couplage critique :  $K_c$  correspond à la constante de couplage pour laquelle on n'a plus qu'un pic (juste avant l'apparition des 2 pics). Toute l'énergie passe, avec une bande passante minimale.

(A savoir : On utilise souvent ainsi des circuits couplés pour former des filtres . Alors qu'un seul circuit LC présente une réponse du second ordre, deux circuits convenablement couplés permettent la réalisation de filtres plus « abrupts » , c'est-à-dire avec une réponse plate dans une bande désirée, et une atténuation plus importante en dehors de la bande passante.)

-On garde le couplage maximal, et on désaccorde les 2 circuits (en variant la valeur de C), et on constate que les fréquences de résonance reviennent à celle du système seul.

Conclusion: Quand les oscillateurs ne sont pas accordés, le couplage a peu d'effet sur la valeur des fréquences de résonance, elles sont proches des fréquences propres des deux circuits. L'effet maximum sur les fréquences de résonance a lieu lorsque les circuits sont accordés. En effet, on voit bien que l'amplitude reçue du circuit 2 par le circuit 1, est maximale lorsqu'ils sont accordés, et diminue lorsque l'on augmente le désaccord.

(Il existe un programme excel, pour discuter sur les courbes simplifié ou non en fonction de la valeur de K, intéressant si on a le temps à l'oral.)

## **Conclusion**

Nous avons vu que dans chaque domaine, en électronique et en mécanique, la résonance peut être utilisée pour mesurer des paramètres du système : la vitesse de propagation d'une onde dans une corde, la masse linéique d'une corde, le facteur de qualité.... C'est donc un

phénomène intéressant à exploiter pour étudier un système dont certains paramètres inconnus sont à caractériser.

**Question:**

- Comment déterminez-vous le maximum d'amplitude du mouvement de la corde ?
- Parlez-nous de ce qui se passe à la poulie, en particulier l'effet des frottements sur la corde ?
- Quel est, en particulier, l'effet que ces frottements peuvent avoir sur la célérité des ondes dans la corde ?
- Pourquoi la corde vibre pas que selon un plan ?
- Pourquoi la corde de Melde ne se casse pas quand on l'excite à ses fréquences propres ?
- Quelles sont les conditions pour avoir une tension constante et pour avoir un noeud au niveau du vibreur ? Pour avoir un noeud au niveau du vibreur, il faut que la longueur  $L$  corresponde parfaitement à la longueur théorique.
- Par quel principe physique le diapason peut-il vibrer ?
- Comment marche une montre ?
- Pourquoi choisit-on un cristal de très haute fréquence ?