

太阳影子定位

摘要

本文对太阳影子定位进行了深入的研究,利用矢量数量积、最小二乘法拟合、方程组求解、迭代算法和灭点原理分别建立了影子长度变化的数学模型、根据影子顶点坐标确定时空的数学模型,基于灭点原理和相机透视原理确立视频拍摄地点的数学模型,解决了通过影子定位的一系列问题。

针对问题一,本文利用矢量数量积的方法建立了影子长度随时间变化的模型,求解出了影子长度和经纬度、太阳直射纬度和杆高的函数关系。并应用该模型的函数关系得到了天安门广场 3 米高的直杆的太阳影子在 9 点到 15 点的变化曲线,在 6 点时影子最长为 7.5433 米,12 时 14 分时影子最短为 3.7552 米。

针对问题二,本文利用最小二乘法拟合和方程组求解建立了根据影子顶点坐标确定经纬度的数学模型。通过最小二乘法拟合二次函数得到直杆所在的经度,根据赤纬角、方位角和太阳高度角的定义联立方程组求解出直杆所在的纬度,最终求解出附件 1 直杆可能的地点为马来西亚北纬 $1^{\circ}18'2''$ 东经 $111^{\circ}1'26''$ 和海南北纬 $17^{\circ}43'59''$ 东经 $111^{\circ}1'26''$ 。

针对问题三,本文根据问题一得到的函数关系结合日期与太阳直射纬度的正弦关系得到根据影子端点确定时空的数学模型。对所给的数据进行非线性拟合最终利用迭代算法进行求解,得出附件2的直杆可能是4月7日,东经 $71^{\circ}56'13''$ 北纬 $30^{\circ}54'19''$; 9月3日,东经 $71^{\circ}56'13''$ 北纬 $2^{\circ}26'27''$; 12月19日,东经 $71^{\circ}56'13''$ 北纬 $2^{\circ}26'27''$ 。附件三的直杆可能是4月11日,东经 $108^{\circ}58'8''$ 北纬 $44^{\circ}38'21''$;8月29日,地点为东经 $108^{\circ}58'8''$ 北纬 $44^{\circ}38'21''$ 。

针对问题四,建立了基于灭点原理和透视原理的时空求解模型。通过对视频的分析,得到空间坐标与影像坐标之间的旋转矩阵和平移矢量,从而得到实际影长随时间变化的关系,在问题三模型的基础上,求得已知日期的情况下,地点为度为 $46^{\circ}46'5''$,地点为东经 $114^{\circ}2'53''$,北纬 $46^{\circ}46'5''$ 。在不知道日期的情况下将日期转化为距离春分的天数作为一个待求变量代入方程进行非线性拟合,求得结果:7月31日,东经 $114^{\circ}2'53''$ 北纬 $39^{\circ}38'35''$ 为河北省张家口市;3月16日,东经 $114^{\circ}2'53''$ 南纬 $3^{\circ}9'25''$ 为印度尼西亚。

关键词: 矢量数量积 最小二乘法 非线性拟合 灭点原理 透视原理

一、问题重述

如何确定视频的拍摄地点和拍摄日期是视频数据分析的重要方面，太阳影子定位技术就是通过分析视频中物体的太阳影子变化，确定视频拍摄的地点和日期的一种方法。

1. 建立影子长度变化的数学模型，分析影子长度关于各个参数的变化规律，并应用你们建立的模型画出 2015 年 10 月 22 日北京时间 9:00-15:00 之间天安门广场(北纬 39 度 54 分 26 秒, 东经 116 度 23 分 29 秒) 3 米高的直杆的太阳影子长度的变化曲线。

2. 根据某固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据，建立数学模型确定直杆所处的地点。将你们的模型应用于附件 1 的影子顶点坐标数据，给出若干个可能的地点。

3. 根据某固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据，建立数学模型确定直杆所处的地点和日期。将你们的模型分别应用于附件 2 和附件 3 的影子顶点坐标数据，给出若干个可能的地点与日期。

4. 附件 4 为一根直杆在太阳下的影子变化的视频，并且已通过某种方式估计出直杆的高度为 2 米。请建立确定视频拍摄地点的数学模型，并应用你们的模型给出若干个可能的拍摄地点。

如果拍摄日期未知，你能否根据视频确定出拍摄地点与日期？

二、问题分析

问题一要求建立影子长度变化的数学模型，根据已学的地理知识可以知道影子的长度和该地所在的经纬度和当时太阳直射的纬度以及直杆的高度有关，也就是要求出一个影子长度和当地经纬度、太阳直射纬度和直杆的高度的函数关系。由于影子的长度等于直杆的高度与直杆和太阳光夹角的正切的乘积，利用物体的向量和光的单位方向向量之间的运算可以得到直杆与太阳光的夹角，问题就转化为了求物体的向量和光的单位方向向量。

我们首先需要选定一个坐标系，为了方便起见，可以认为地球是不动的，太阳绕着地球转，则可以选定赤道平面为 xoy 平面，地球自转轴为 z 轴。如果已知物体的经纬度就可以得到物体在该坐标系中的向量，根据当时太阳直射纬度就可以得到光的单位方向向量，这样就可以求得影长和经纬度和当时太阳直射的纬度之间的关系。要应用模型画出 2015 年 10 月 22 日北京时间 9:00-15:00 之间天安门广场 3 米高的直杆的太阳影子长度的变化曲线就要确定在坐标系中物体坐标的变化规律，这个规律可由地球自转的速度得到，根据模型求出的关系就可以得到变化曲线。

问题二要求根据某固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据，建立数学模型确定直杆所处的地点。首先，可以由顶点的坐标数据根据三角关系得到影长的数据，又有地方时 12 点影子长度最短的规律，可以将影长的数据利用最小二乘法进行二次函数拟合，这样可以得到影长最短时的北京时间，也就得到了该地的经度。由于给出了很多时刻对应的 xy 坐标，可以求出与之对应的太阳方位角，又已知了太阳赤纬，可以求出太阳高度角。根据太阳高度角的定义，可以得到一个纬度为未知量的方程，只要对不同时刻的方程进行求解分析，就可以得到可能的地点。

问题三要求和问题二一样建立数学模型确定直杆所处地点，但是比问题二要多求一个日期。首先在求解经度时可以采取和问题二一样的方法，为了求解纬度和日期，需要找到影长和这些未知量的函数关系，而问题一我们已经求出了影子长度变化的数学模型，

只要把问题一模型中的太阳直射纬度和日期的关系找到，就可以得出影子长度和纬度日期的关系。最后根据附件所给数据，用 MATLAB 利用迭代算法进行求解就可以求解出当地的经纬度和日期。

问题四所给的数据为一个视频，首先要做的是对视频信息进行等时间间隔截取，通过数学工具对采集到的图像进行处理，标定影子顶点的像素坐标，并求得其在影像坐标系中的坐标。要想知道影子的实际长度随时间的变化，须得先求得影子的实际长度。而影子的实际长度要通过影像的长度求得，期间我们需要建立空间坐标系、影像坐标系和照相机坐标系。

以上三个坐标系之间的转换需要知道旋转矩阵、平移矢量和照相机的焦距。随后我们就可以根据灭点原理和透视原理进行求解。当求出影子的实际长度时，我们可以根据问题三模型来求出相应的时间和地点。

三、问题假设

- (1) 假设太阳光线与赤道平面的夹角仅与当时太阳直射的纬度有关，不考虑光线在大气中的折射；
- (2) 太阳直射点的纬度一天中可以取相同的值；
- (3) 直杆垂直于水平地面；
- (4) 题中所给的数据客观可靠。

四、符号说明

- $O-xyz$: 以地球的中心为原点，赤道平面为 xoy 平面，地球的自转轴为 z 轴建立的空间直角坐标系；
- \vec{A} : 物体在坐标系中的向量；
- \vec{B} : 光线在坐标系中的单位方向向量；
- R : 地球半径；
- l : 固定直杆的高度；
- k : 影子的长度；
- α : 直杆与地球中心的连线与它在 xoy 平面的投影所成的夹角；
- β : 直杆与地球中心的连线在 xoy 平面的投影与 x 轴所成的夹角；
- θ : 太阳光线与 xoy 平面所成的夹角；
- γ : 太阳光线与直杆所成的夹角
- Ω : 时角
- δ : 太阳赤纬角
- ω : 太阳方位角
- h : 太阳高度角
- $W(uvw)$: 空间坐标系
- $B(ij)$: (X_w, Y_w, Z_w) 影像坐标系
- $C(ijk)$: (X_c, Y_c, Z_c) 相机坐标系
- R' : 旋转矩阵
- T : 转移矢量

五、模型的建立与求解

5.1 问题一的模型建立与求解

决定影长的因素主要有三个：物体所在的经度、物体所在的纬度和太阳直射点的纬度。由于光线在大气中的折射对光线与赤道平面的夹角影响很小，所以可以忽略不计。直杆的高度远小于地球的半径，在求解直杆的坐标时可以忽略直杆的高度。

5.1.1 问题一的模型建立

首先求解日期与当日太阳直射纬度的关系^[2]，如图5.1所示， O 为地球， S 为太阳， δ 为太阳直射点纬度， λ 是太阳在黄道上由春分点， ω 为自西向东运行到 S 点所转过的角度，图中黄赤交角 $\angle DOE = \angle SAC = 23^\circ 26' 21''$ 。

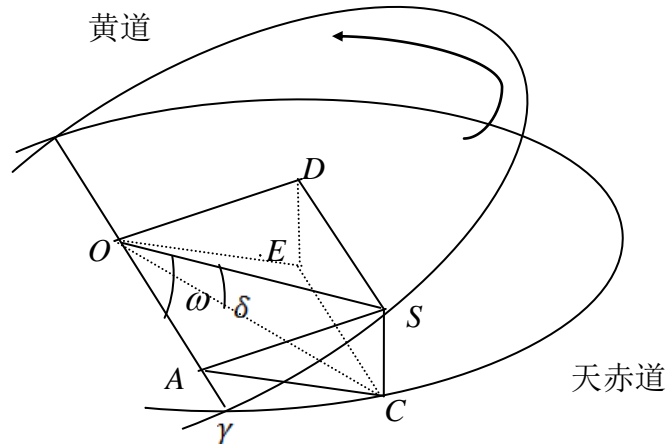


图 5.1 求解太阳直射纬度示意图

因为

$$SC = OS \cdot \sin \delta$$

且

$$\begin{aligned} SC &= AS \cdot \sin 23^\circ 26' 21'' \\ &= OS \cdot \sin \lambda \cdot \sin 23^\circ 26' 21'' \end{aligned}$$

所以

$$\sin \delta = \sin \lambda \times \sin 23^\circ 26' 21'' \approx 0.397775 \sin \lambda \quad (1)$$

夏半年：

从春分日(3月21日前后)到秋分日(9月23日前后)总计186天，在此时段内视太阳在黄道上运转 180° ，设从春分日开始，视太阳运行了 n 天，则 n 天运行了 λ 经度：

$$\omega = \frac{180^\circ}{186} \cdot n$$

代入(1)式得：

$$\delta = \arcsin[0.397775 \cdot \sin(\frac{180^\circ}{186} \cdot n)] \quad (n \in [0, 186]) \quad (2)$$

冬半年：

自秋分日(9月23日前后)至冬至日(12月22日前后)总计90天，在此时段内视太阳的

黄道上运转 90° 。设从春分日开始，视太阳运行了 n 天，则 n 天运行了 λ 经度：

$$\lambda = 180^\circ + \frac{90^\circ}{90} \cdot (n - 186)$$

代入(1)式得：

$$\begin{aligned} \sin \delta &= 0.397775 \cdot \sin[180^\circ + \frac{90^\circ}{90} \cdot (n - 186)] \\ \delta &= -\arcsin[0.397775 \cdot \sin(n - 186)^\circ] \quad (n \in [186, 276]) \end{aligned} \quad (3)$$

自冬至日至次年春分日总计89天，在此时段内视太阳在黄道上运转 90° 。

设从春分日开始，视太阳运行了 n 天，运行了 λ 经度：

$$\lambda = 270^\circ + \frac{90^\circ}{89} \cdot (n - 276)$$

代入(1)式得：

$$\begin{aligned} \sin \delta &= 0.397775 \cdot \sin[270^\circ + \frac{90^\circ}{89} \cdot (n - 276)] \\ \delta &= -\arcsin[0.397775 \cdot \cos[\frac{90^\circ}{89} (n - 276)^\circ]] \quad (n \in [276, 365]) \end{aligned} \quad (4)$$

综上所述：

$$\delta = \begin{cases} \arcsin[0.397775 \cdot \sin(\frac{180^\circ}{186} \cdot n)] & (n \in [0, 186]) \\ -\arcsin[0.397775 \cdot \sin(n - 186)^\circ] & (n \in [186, 276]) \\ -\arcsin[0.397775 \cdot \cos[\frac{90^\circ}{89} (n - 276)^\circ]] & (n \in [276, 365]) \end{cases} \quad (5)$$

由此可以作出太阳直射点纬度随日期的变化曲线，如图5.2：

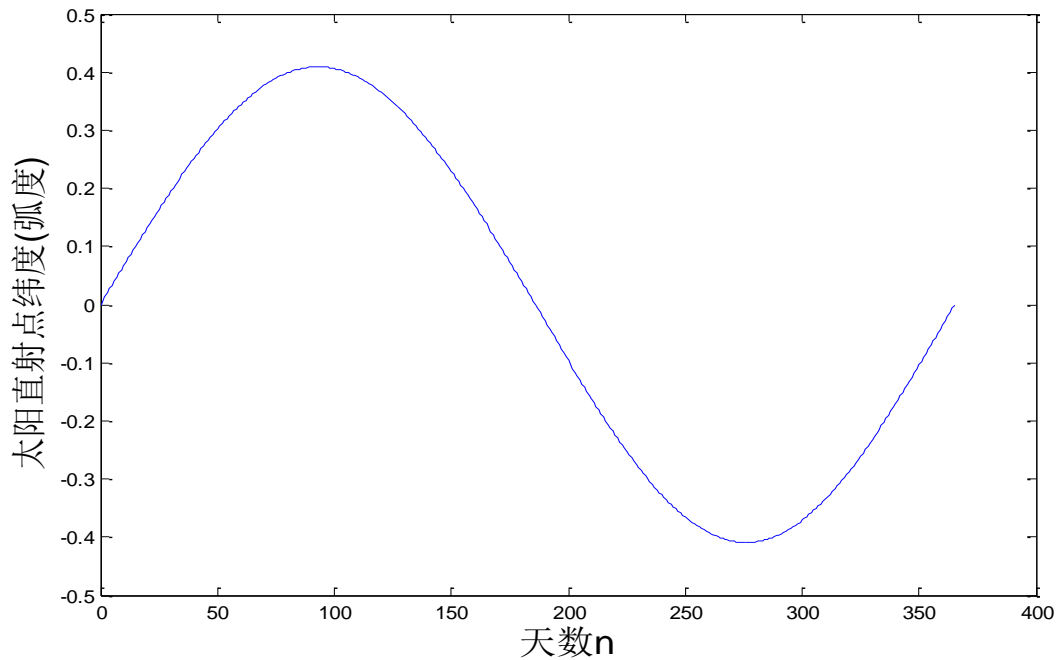


图5.2 太阳直射点纬度随日期变化的曲线

由上式(5)可以求得全年不同日期时的太阳直射点纬度，见附录1。

然后以地球的中心为原点，赤道平面为 xoy 平面，地球的自转轴为 z 轴建立一个空间直角坐标系如下图所示。

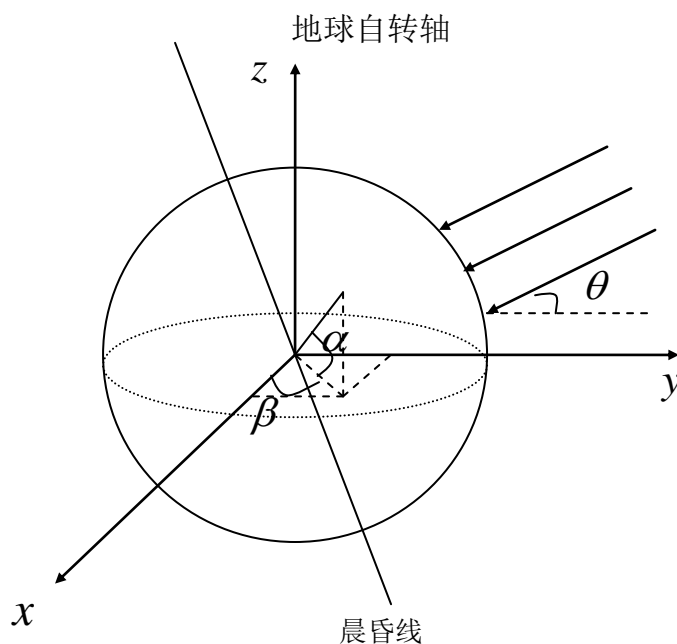


图 5.3 坐标轴示意图

图中 α 为直杆与地球中心的连线与它在 xoy 平面的投影所成的夹角， β 为直杆与地球中心的连线在 xoy 平面的投影与 x 轴所成的夹角， θ 为太阳光线与 xoy 平面所成的夹角。由纬度的定义可知， α 也是物体所在的纬度。 β 为 xoz 平面所在的经度与物体所在的经度之差。

直杆与地球中心的连线可以用向量 \vec{A} 表示，光线的单位方向向量用 \vec{B} 表示。

$$\vec{A} = (R \cos \alpha \cos \beta, R \cos \alpha \sin \beta, R \sin \alpha)$$

$$\vec{B} = (0, \cos \theta, \sin \theta)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = R \cos \alpha \cos \theta \sin \beta + R \sin \alpha \sin \theta$$

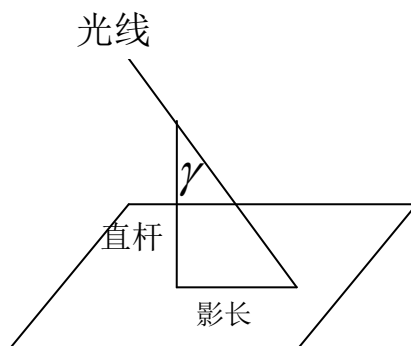


图 5.4 光线与直杆示意图

由图 5.4 可知:

$$\cos \gamma = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A} \cdot \vec{B}|} = \cos \alpha \cos \theta \sin \beta + \sin \alpha \sin \theta$$

则夹角 γ 为

$$\gamma = \arccos \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A} \cdot \vec{B}|} = \arccos(\cos \alpha \cos \theta \sin \beta + \sin \alpha \sin \theta)$$

又根据三角关系有

$$\frac{k}{l} = \tan \gamma$$

所以, 影长为

$$k = l \tan(\arccos(\cos \alpha \cos \theta \sin \beta + \sin \alpha \sin \theta))$$

5.1.2 问题一的模型求解

根据之前建立的坐标轴, 确定 x 轴方向为北京时间 12 点时地球中心指向 $(0^\circ, 30^\circ \text{E})$ 的方向, y 轴方向为北京时间 12 点时地球中心指向 $(0^\circ, 120^\circ \text{E})$ 的方向。由于直杆所在的经纬度为北纬 39 度 54 分 26 秒, 东经 116 度 23 分 29 秒, 直杆高度为 3 米, 查附录 1 表中数据可得 2015 年 10 月 22 日太阳直射的纬度为 10.76°S 。所以可得:

$$\theta = -10.76^\circ$$

$$\alpha = 39.9^\circ$$

$$l = 3$$

β 是一个与时间成线性的函数, 北京时间 12 点时 β 为 90° , 北京时间 15 点时 β 为 135° , 可以得到 β 与 t 的关系为

$$\beta = 15t - 90$$

所以 2015 年 10 月 22 日北京时间 9:00-15:00 之间天安门广场 (北纬 39 度 54 分 26 秒, 东经 116 度 23 分 29 秒) 3 米高的直杆的太阳影子长度与时间的函数关系为

$$k = 3 \tan(\arccos(\cos(39.9^\circ) \cos(-10.76^\circ) \sin(15t - 90) + \sin(39.9^\circ) \sin(-10.76^\circ)))$$

用 MATLAB 对该函数进行作图可以得到影长与时间的关系, 关系曲线如图 5.5 所示。

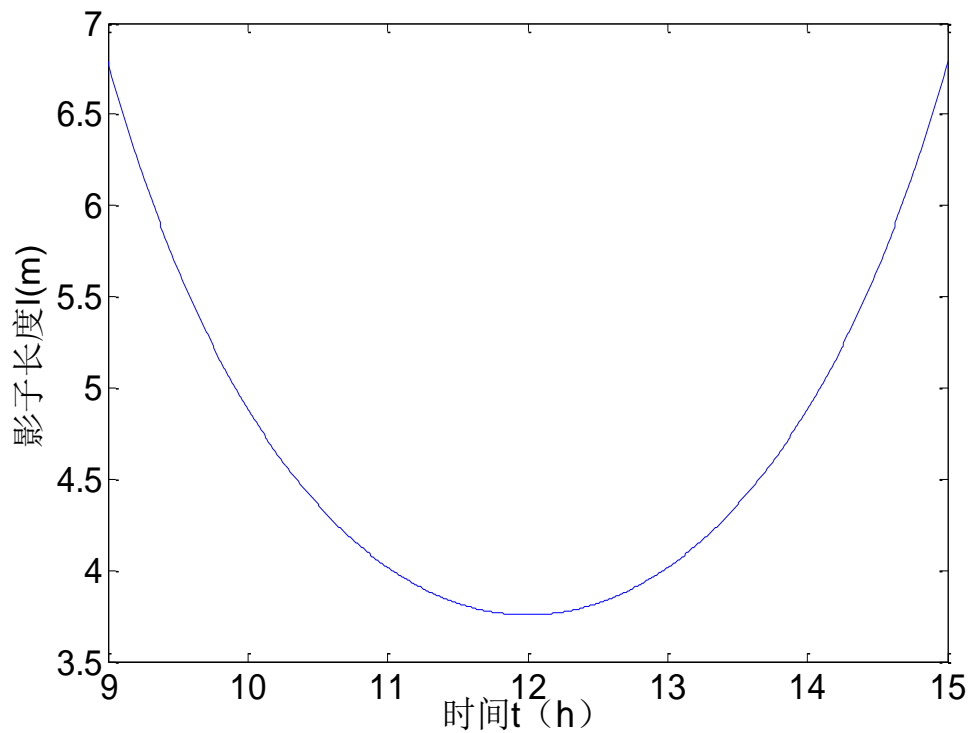


图 5.5 影子长度与时间的关系曲线图

在上面的过程中，我们是把直杆所在经度的地方时与北京时间相同来处理的，但是直杆的经度是在东经 116 度 23 分 29 秒，北京时间是取东经 120 度的地方时，所以这两个地方时存在一定的误差，对这个误差进行修正可以得到修正后影子长度与时间的关系图，如图 5.6。

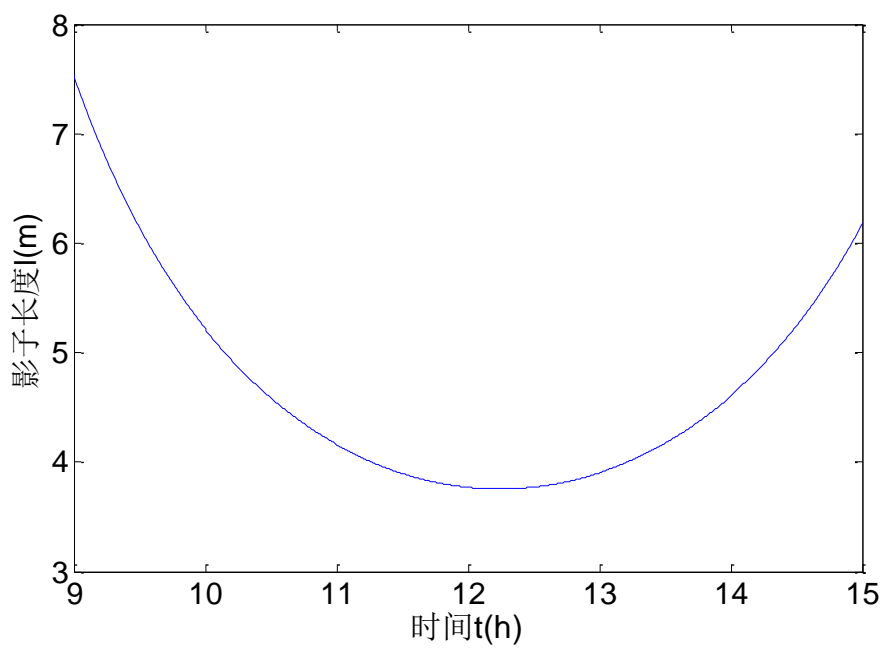


图 5.6 修正后影子长度与时间关系曲线图

由图可以看出在北京时间 9 点时影子长度最长，长度为 7.5433 米，在 12 时 14 分时影子长度最短，长度为 3.7552 米，这与生活经验也是相符的。

5.2 问题二的模型建立与求解

问题要求直杆所处的地点，即要求出直杆的经纬度。经度和直杆的最短影长对应的北京时间有关，纬度则需要通过影长与经纬度、太阳直射纬度和杆长之间的关系求出。

5.2.1 问题二的模型建立

由于题目中给出了影子端点的 xy 坐标，但是并不知道 x 坐标和 y 坐标的具体方向，所以可以根据三角关系求出影子的长度。

$$k = \sqrt{x^2 + y^2}$$

根据地方时 12 点时影子长度最短，可以对影子的长度利用最小二乘法^[3]进行二次函数拟合。二次函数的对称轴就是地方时 12 点，由此可以得出经度。

查阅文献^[4]可知，太阳对地球上某点的垂直照射光线与其在赤道圈上投影线的夹角称为赤纬角；太阳中心与地球中心的连线在地平圈上投影线的夹角称为高度角；太阳中心与地球中心的连线在地平圈上投影点的直线与地平圈正南向所夹的角称为方位角。

时角公式为：

$$\Omega = 15n$$

$$n = t - 12$$

式中 n 表示太阳某位置的方位时间， t 表示 24h 制的时间数。

太阳赤纬角公式为：

$$\delta = 23.45 \sin\left(\frac{2\pi(284 + m)}{365}\right)$$

式中 m 为从 1 月 1 日起过去的天数

太阳高度角公式为：

$$\sinh = \sin \alpha \cdot \sin \delta + \cos \alpha \cdot \cos \delta \cdot \cos \Omega$$

太阳方位角公式为：

$$\sin \omega = \frac{\cos \delta \cdot \cos \Omega}{\cosh}$$

影子端点的坐标又和太阳方位角有如下的关系：

$$y = \tan \omega \cdot x$$

由于 m 已知，可以求出太阳赤纬角，每个时刻对应的坐标是时角都是已知的，所以联立方程组可以求出未知数 α 。

5.2.2 问题二的模型求解

利用最小二乘法拟合形式为 $f = ax^2 + bx + c$ 的二次函数，拟合出的函数为

$$f = 0.15x^2 - 3.75x + 24.13$$

该拟合函数的平方误差为：

$$\sigma^2 = 1.6489 \times 10^{-5}$$

可知误差较小，求出的对称轴较合理，所以经度也合理。

由拟合出的函数可知对称轴 12.5984，所以直杆的经度为

$$x = 120^\circ - (12.5948 - 12) \times \frac{60}{4} = 111^\circ 1' 26''$$

将模型中的表达式联立成方程组：

$$\begin{cases} \Omega = 15(t - 12) \\ \delta = 23.45 \sin\left(\frac{2\pi(284 + m)}{365}\right) \\ \sinh = \sin \alpha \cdot \sin \delta + \cos \alpha \cdot \cos \delta \cdot \cos \Omega \\ \sin \omega = \frac{\cos \delta \cdot \cos \Omega}{\cosh} \\ y = \tan \omega \cdot x \end{cases}$$

对以上方程组进行求解可以得到多组不同的解。

通过MATLAB进行误差分析，最终得到两个纬度的误差较小。所以，最终算得纬度为 $1^\circ 18' 2''$ 和 $17^\circ 43' 59''$ 。

综上，直杆的经纬度为北纬 $1^\circ 18' 2''$ 东经 $111^\circ 1' 26''$ 为马来西亚、北纬 $17^\circ 43' 59''$ 东经 $111^\circ 1' 26''$ 为海南。

5.3 问题三的模型建立与求解

问题三需要比问题二多求一个日期，即太阳直射的纬度是未知的，要寻找日期与太阳直射纬度之间的关系。经度和直杆的最短影长对应的北京时间有关，纬度则需要通过影长与经纬度、太阳直射纬度和杆长之间的关系求出。

5.3.1 问题三的模型建立

由于题目中给出了影子端点的 xy 坐标，但是并不知道 x 坐标和 y 坐标的具体方向，所以可以根据三角关系求出影子的长度。

$$k = \sqrt{x^2 + y^2}$$

根据地方时 12 点时影子长度最短，可以对影子的长度利用最小二乘法进行二次函数拟合。二次函数的对称轴就是地方时 12 点，由此可以得出经度。由问题一求出的影长与当地经纬度、太阳直射纬度和直杆的高度的函数关系为：

$$k = l \tan(\arccos(\cos \alpha \cos \theta \sin \beta + \sin \alpha \sin \theta))$$

而太阳直射纬度与日期的函数关系为：

$$\theta = 0.4089 \sin(2\pi n / 365)$$

上式中 n 为自春分以后的天数。

所以影长与当地经纬度、日期和直杆的高度的函数关系为：

$$k = l \tan(\arccos(\cos(0.4089 \sin(2\pi n / 365)) \sin((t - 9.20)\pi / 12) \cos \alpha + \sin(0.4089 \sin(2\pi n / 365)) \sin \alpha))$$

该关系式中 k 和对应时刻的 t 是已知的，即通过附件中的 21 组数据列 21 个方程，每个方程有三个未知数，运用迭代算法编程求解方程的解，就可以得到纬度和对应的日期。

5.3.2 问题三模型求解

首先用最小二乘法拟合数据，得出对称轴为 15.2042，所以所在的经度为：

$$x = 120 - (12.3968 - 12) \times 15 = 114^\circ 2' 53''$$

将附件 2 中的影长、对应时间和求出的经度全部代入下面的公式，共得到 21 个含有三个未知数的方程：

$$k = l \tan(\arccos(\cos(0.4089 \sin(2\pi n / 365))) \sin((t - 9.20)\pi / 12) \cos \alpha + \sin(0.4089 \sin(2\pi n / 365)) \sin \alpha)$$

通过MATLAB运用迭代算法求解未知数日期和纬度：

其中第一种可能的时间地点：自3月21日后17天，即4月7日，地点为东经 $71^\circ 56' 13''$ 北纬 $30^\circ 54' 19''$ 为巴基斯坦；

第二种可能的时间地点：自3月21日后166天，即9月3日，地点为东经 $71^\circ 56' 13''$ 北纬 $2^\circ 26' 27''$ 为马尔代夫；

第三种可能的时间地点：自3月21日后273天，即12月19日，地点为东经 $71^\circ 56' 13''$ 北纬 $2^\circ 26' 27''$ 为马尔代夫。

对于附件 3 的数据，同样用该方法进行求解。

首先用最小二乘法拟合数据，得出对称轴为 12.7354，所以所在的经度为

$$x = 120 - (12.7354 - 12) \times 15 \approx 108^\circ 58' 8''$$

再通过非线性多项式的拟合与迭代计算：

其中第一种可能的时间地点：自3月21日后21天，即4月11日，地点为东经 $108^\circ 58' 8''$ 北纬 $44^\circ 38' 21''$ 为外蒙古；

第二种可能的时间地点：自3月21日后161天，即8月29日，地点为东经 $108^\circ 58' 8''$ 北纬 $44^\circ 38' 21''$ 为外蒙古。

5.4 问题四的模型建立与求解

本问题的相对于前三问最大困难在于需要自己从视频中提取时间与直杆影长的关系，并找出视频中影长与实际影长之间的关系。所以，建立空间坐标系、相机坐标系和影像坐标系，通过求解三个坐标系之间的转换矩阵，最终求得影子的实际长度。

5.4.1 问题四的模型建立

灭点的理论：相机成像满足透视原理，因此空间上两条平行的直线在成像平面上的投影相交，有且只有一个交点。

建立三个坐标系，空间坐标系 $W(uvw)$ ，影像坐标系 $B(ij)$ ，相机坐标系 $C(ijk)$ 。根据文献^[7]，三个坐标系之间的关系：

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R' & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & s & u_0 & 0 \\ 0 & rf & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$

上式中：相机的外部参数决定空间坐标系转换为相机坐标系的旋转矩阵 R 和平移向量 T 。相机的内部参数决定照相机的焦距 f 为、畸变因子 S 、实物在影像平面坐标系内的坐标 (u_0, v_0) 、纵横比 r 以及比例因子 λ 。本文中由于数据量大，令 $S=0, r=1, (u_0, v_0)=(0,0)$ ，此时上式可以变换为

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & s & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$

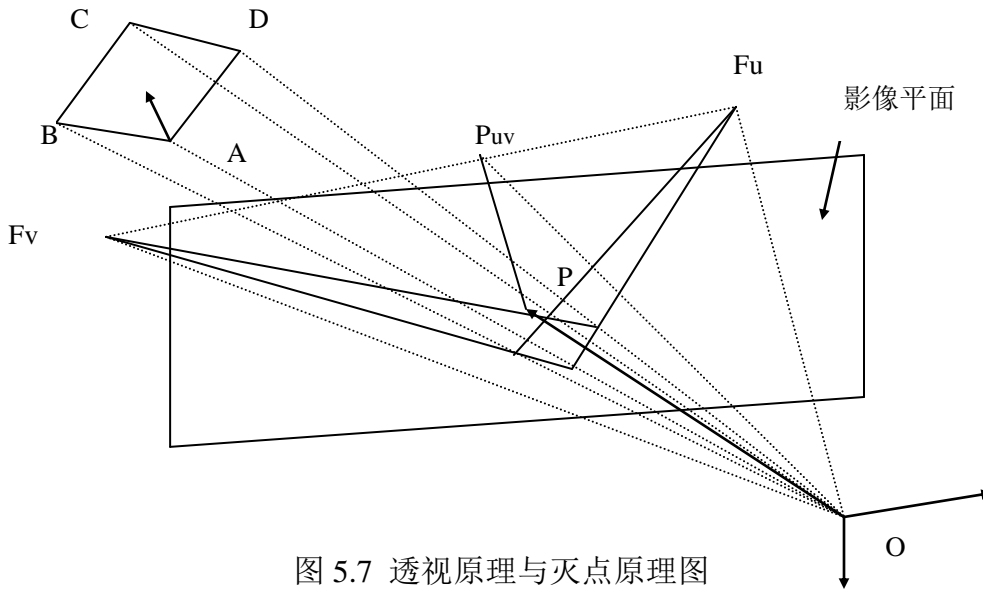


图 5.7 透视原理与灭点原理图

为了求出直杆影子的实际长度，需要对相机的焦距 f 、平移向量 T 以及旋转矩阵 R 。

为展示如何求解，作出下图5.4.1，图中ABCD为一实物，其与 O 点的连线中有一小四边形为其像， F_u, F_v 为其影像的灭点，摄像机中心 O 点在图像上的投影为 P 点。

相机的焦距 f :

$$f = OP = \sqrt{OP_{uv}^2 - PP_{uv}^2}$$

$$f = OP = \sqrt{F_v P_{uv} \times P_{uv} F_u - PP_{uv}^2}$$

旋转矩阵 R' :

$$R = \begin{bmatrix} \frac{F_{ui}}{Q} & \frac{F_{vi}}{Q} & w_i' \\ \frac{F_{uj}}{Q} & \frac{F_{vj}}{Q} & w_j' \\ \frac{f}{Q} & \frac{f}{Q} & w_k' \end{bmatrix}; \quad Q = \sqrt{F_{ui}^2 + F_{uj}^2 + f^2}$$

平移向量 T :

$$\overrightarrow{OA_{/Rc}} = \left\| \overrightarrow{OA_{/Rc}} \right\| \frac{\overrightarrow{OA_{/Rc}}}{\left\| \overrightarrow{OA_{/Rc}} \right\|}$$

由以上相机的焦距 f 、平移向量 T 以及旋转矩阵 R 的公式，以及在视频中每隔3分钟截取的视频图像中的影子长度，可以计算出实际的影子长度。

根据问题三所建的模型，在已知影子长度随时间变化的情况，可以求解出拍摄的地点以及时间。

5.4.1 问题四的模型解答

对附件中所给的视频，通过MATLAB进行处理，每三分钟获取一次图像，并求解出影子顶端在影像坐标系中的像素坐标，如表5.1:

表5.1 影子顶端的像素坐标

| 时间 | x坐标 | y坐标 | 时间 | x坐标 | y坐标 |
|-----------|--------|-------|-----------|--------|-------|
| 8: 54: 06 | 1673.5 | 863.5 | 9: 15: 06 | 1579.5 | 875.5 |
| 8: 57: 06 | 1661.5 | 865.5 | 9: 18: 06 | 1563.5 | 877.5 |
| 9: 00: 06 | 1649.5 | 869.5 | 9: 21: 06 | 1557.5 | 877.5 |
| 9: 03: 06 | 1635.5 | 869.5 | 9: 24: 06 | 1531.5 | 879.5 |
| 9: 06: 06 | 1619.5 | 869.5 | 9: 27: 06 | 1519.5 | 883.5 |
| 9: 09: 06 | 1605.5 | 875.5 | 9: 30: 06 | 1509.5 | 885.5 |
| 9: 12: 06 | 1591.5 | 875.5 | 9: 33: 06 | 1499.5 | 883.5 |

通过透视原理转化解得，每隔3分钟影子的实际长度，如下表5.2:

表5.2 影子的实际长度

| 时间 | 影长 | 时间 | 影长 |
|-----------|----------|-----------|----------|
| 8: 54: 06 | 2.336357 | 9: 15: 06 | 1.988739 |
| 8: 57: 06 | 2.270904 | 9: 18: 06 | 2.003615 |
| 9: 00: 06 | 2.23528 | 9: 21: 06 | 1.875853 |
| 9: 03: 06 | 2.20552 | 9: 24: 06 | 1.825376 |
| 9: 06: 06 | 2.160962 | 9: 27: 06 | 1.861169 |
| 9: 09: 06 | 2.110474 | 9: 30: 06 | 1.828449 |
| 9: 12: 06 | 2.068934 | 9: 33: 06 | 1.80168 |

对与以上数据进行最小二乘拟合，最终拟合出的方程为:

$$f = 0.1293x^2 + 3.2058x + 20.6573$$

由此方程可以知对称轴为12.3968，地点为东经

$$x = 120 - (12.3968 - 12) \times 15 = 114^\circ 2' 53''$$

经过问题三模型的拟合与迭代之后，解得纬度为 $46^\circ 46' 5''$ ，地点为东经 $114^\circ 2' 53''$ ，北纬 $46^\circ 46' 5''$ 。

在不知道日期的情况下，将日期转化为距离春分的天数作为一个待求变量代入方程进行非线性拟合，求得结果：

7月31日，东经 $114^\circ 2' 53''$ 北纬 $39^\circ 38' 35''$ 为河北省张家口市；

3月16日，东经 $114^\circ 2' 53''$ 南纬 $3^\circ 9' 25''$ 为印度尼西亚。

六、模型的评价

6.1 模型的优缺点

6.1.1 模型的优点

问题 1：太阳直射角可以有公式计算查表得到，能够使模型简化，而且结果符合度高。计算影子长度时分析合理，运算到位，且能用简单的程序实现，稳定性好。

问题 2：充分考虑了各个变量对影子长度的影响，模型精度高，稳定性好。

问题 3：用非线性拟合的方法算出影子长度变化的函数，通过数据检验可知模型能够很好地贴合实际情况，并且能够多次优化。

问题 4：将实际录像中影子长度的变化情况提取出来，运用矩阵变换得到实际影长，对实际生活提供了指导方向。

6.1.2 模型的缺点

问题 2 中求解棍长时选择了一组特定的值进行计算，不具有普遍性，并会带来一定的误差。

问题 4 中处理视频图像时运用了大量估值计算，会给最后的结果带来误差。在提取录像中的数值时选择的时间间隔较大，在精度上也会有一定的影响。

6.2 模型的改进方向

本文在数据处理上可以使用矩阵计算的方式来代替代入特殊值的方式，并且通过最优化计算来确定最优代入值；在视频数据的处理上可以寻找更好的取值方法来减小人为提取数值时所带来的误差。

检验计算出的数值，继续优化模型，提高结果的可信度。

参考文献

- [1] 姜启源，谢金星，实用数学建模[M]，北京：高等教育出版社，2014。
- [2] 蒋洪力，太阳直射点纬度的数学推导和分析[J]，数学通报，46（9）：39-40，2007。
- [3] 百度文库，最小二乘法的二次数据拟合，http://wenku.baidu.com/link?url=-5AdUM3rfCJHFJdDes1XLngkvDIEXFGRLP7M61OTr8uSj5xI-aznCESQMo5kt_BJXfVRnBSFHYcTdMIbRmdp0vrPDiVvMLqxnPUM4J_zf-W，2015年9月12日。
- [4] 郑鹏飞，林大钧，刘小羊，吴志庭，基于影子轨迹线反求采光效果的技术研究[J]，华东理工大学学报，36（3）：458-463,2010。

- [5] 刘二根,王广超,朱旭生, **MATLAB与数学实验**[M], 北京: 国防工业出版社, 2014
- [6] 胡桂廷,陈向东,基于两灭点法的摄像机标定方法的研究[J],电子测量技术, 35(7): 37-39, 2012。
- [7] 聂冬金, 基于照片反求产品原型的研究[D], 华东理工大学, 12-26,2013。
- [8] 武琳, 基于太阳阴影轨迹的经纬度估计技术研究[D], 天津大学, 2010。
- [9] 张金金,梁洪有,陈兴峰等, 像平面坐标到经纬度坐标的转换[J], 地理空间信息, 8 (1), 63-65, 2010。

附录

问题一：

附录一：太阳直射点纬度随日期的变化

```
n=0:1:186;
y=asin(0.397775*sin(1/186.*n*pi));
plot(n,y,'r');
hold on;
n=186:1:276;
y=-asin(0.397775*sin((n-186)/180*pi));
plot(n,y,'b')
hold on;
n=276:1:365;
y=-asin(0.397775*cos(1/89/2*(n-276)*pi));
plot(n,y,'y')
```

附录二：不同日期对应的太阳直射点纬度表

| | | | | | | | | | |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 日期 | 3.21 | 3.22 | 3.23 | 3.24 | 3.25 | 3.26 | 3.27 | 3.28 | 3.29 |
| δ | 0 | 0.0067 | 0.0134 | 0.0201 | 0.0269 | 0.0336 | 0.0403 | 0.0469 | 0.0536 |
| 日期 | 3.30 | 3.31 | 4.1 | 4.2 | 4.3 | 4.4 | 4.5 | 4.6 | 4.7 |
| δ | 0.0603 | 0.0669 | 0.0735 | 0.0802 | 0.0867 | 0.0933 | 0.0999 | 0.1064 | 0.1129 |
| 日期 | 4.8 | 4.9 | 4.10 | 4.11 | 4.12 | 4.13 | 4.14 | 4.15 | 4.16 |
| δ | 0.1194 | 0.1258 | 0.1322 | 0.1386 | 0.1449 | 0.1512 | 0.1575 | 0.1637 | 0.1699 |
| 日期 | 4.17 | 4.18 | 4.19 | 4.20 | 4.21 | 4.22 | 4.23 | 4.24 | 4.25 |
| δ | 0.1761 | 0.1822 | 0.1882 | 0.1943 | 0.2002 | 0.2061 | 0.2120 | 0.2178 | 0.2235 |
| 日期 | 4.26 | 4.27 | 4.28 | 4.29 | 4.30 | 5.1 | 5.2 | 5.3 | 5.4 |
| δ | 0.2292 | 0.2349 | 0.2404 | 0.2460 | 0.2514 | 0.2568 | 0.2621 | 0.2673 | 0.2725 |
| 日期 | 5.5 | 5.6 | 5.7 | 5.8 | 5.9 | 5.10 | 5.11 | 5.12 | 5.13 |
| δ | 0.2776 | 0.2826 | 0.2876 | 0.2925 | 0.2973 | 0.3020 | 0.3066 | 0.3111 | 0.3156 |
| 日期 | 5.14 | 5.15 | 5.16 | 5.17 | 5.18 | 5.19 | 5.20 | 5.21 | 5.22 |
| δ | 0.3200 | 0.3243 | 0.3285 | 0.3326 | 0.3366 | 0.3405 | 0.3443 | 0.3481 | 0.3517 |
| 日期 | 5.23 | 5.24 | 5.25 | 5.26 | 5.27 | 5.28 | 5.29 | 5.30 | 5.31 |
| δ | 0.3552 | 0.3586 | 0.3620 | 0.3652 | 0.3683 | 0.3713 | 0.3742 | 0.3770 | 0.3797 |
| 日期 | 6.1 | 6.2 | 6.3 | 6.4 | 6.5 | 6.6 | 6.7 | 6.8 | 6.9 |
| δ | 0.3823 | 0.3847 | 0.3871 | 0.3893 | 0.3914 | 0.3934 | 0.3953 | 0.3971 | 0.3987 |

| | | | | | | | | | |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 日期 | 6.10 | 6.11 | 6.12 | 6.13 | 6.14 | 6.15 | 6.16 | 6.17 | 6.18 |
| δ | 0.4002 | 0.4016 | 0.4029 | 0.4041 | 0.4051 | 0.4061 | 0.4069 | 0.4075 | 0.4081 |
| 日期 | 6.19 | 6.20 | 6.21 | 6.22 | 6.23 | 6.24 | 6.25 | 6.26 | 6.27 |
| δ | 0.4085 | 0.4088 | 0.4090 | 0.4091 | 0.4090 | 0.4088 | 0.4085 | 0.4081 | 0.4075 |
| 日期 | 6.28 | 6.29 | 6.30 | 7.1 | 7.2 | 7.3 | 7.4 | 7.5 | 7.6 |
| δ | 0.4069 | 0.4061 | 0.4051 | 0.4041 | 0.4029 | 0.4016 | 0.4002 | 0.3987 | 0.3971 |
| 日期 | 7.7 | 7.8 | 7.9 | 7.10 | 7.12 | 7.13 | 7.14 | 7.15 | 7.16 |
| δ | 0.3953 | 0.3934 | 0.3914 | 0.3893 | 0.3871 | 0.3847 | 0.3823 | 0.3797 | 0.3770 |
| 日期 | 7.17 | 7.18 | 7.19 | 7.20 | 7.21 | 7.22 | 7.23 | 7.24 | 7.25 |
| δ | 0.3742 | 0.3713 | 0.3683 | 0.3652 | 0.3620 | 0.3586 | 0.3552 | 0.3517 | 0.3481 |
| 日期 | 7.26 | 7.27 | 7.28 | 7.29 | 7.30 | 7.31 | 8.1 | 8.2 | 8.3 |
| δ | 0.3443 | 0.3405 | 0.3366 | 0.3326 | 0.3285 | 0.3243 | 0.3200 | 0.3156 | 0.3111 |
| 日期 | 8.4 | 8.5 | 8.6 | 8.7 | 8.8 | 8.9 | 8.10 | 8.11 | 8.12 |
| δ | 0.3066 | 0.3020 | 0.2973 | 0.2925 | 0.2876 | 0.2826 | 0.2776 | 0.2725 | 0.2673 |
| 日期 | 8.13 | 8.14 | 8.15 | 8.16 | 8.17 | 8.18 | 8.19 | 8.20 | 8.21 |
| δ | 0.2621 | 0.2568 | 0.2514 | 0.2460 | 0.2404 | 0.2349 | 0.2292 | 0.2235 | 0.2178 |
| 日期 | 8.22 | 8.23 | 8.24 | 8.25 | 8.26 | 8.27 | 8.28 | 8.29 | 8.30 |
| δ | 0.2120 | 0.2061 | 0.2002 | 0.1943 | 0.1882 | 0.1822 | 0.1761 | 0.1699 | 0.1637 |
| 日期 | 8.31 | 9.1 | 9.2 | 9.3 | 9.4 | 9.5 | 9.6 | 9.7 | 9.8 |
| δ | 0.1575 | 0.1512 | 0.1449 | 0.1386 | 0.1322 | 0.1258 | 0.1194 | 0.1129 | 0.1064 |
| 日期 | 9.9 | 9.10 | 9.11 | 9.12 | 9.13 | 9.14 | 9.15 | 9.16 | 9.17 |
| δ | 0.0999 | 0.0933 | 0.0867 | 0.0802 | 0.0735 | 0.0669 | 0.0603 | 0.0536 | 0.0469 |
| 日期 | 9.18 | 9.19 | 9.20 | 9.21 | 9.22 | 9.23 | 9.24 | 9.25 | 9.26 |
| δ | 0.0403 | 0.0336 | 0.0269 | 0.0201 | 0.0134 | 0.0067 | 0.0000 | -0.0069 | -0.0139 |
| 日期 | 9.27 | 9.28 | 9.28 | 9.30 | 10.1 | 10.2 | 10.3 | 10.4 | 10.5 |
| δ | -0.0208 | -0.0278 | -0.0347 | -0.0416 | -0.0485 | -0.0554 | -0.0623 | -0.0691 | -0.0760 |
| 日期 | 10.6 | 10.7 | 10.8 | 10.9 | 10.10 | 10.11 | 10.12 | 10.13 | 10.14 |
| δ | -0.0828 | -0.0896 | -0.0964 | -0.1031 | -0.1099 | -0.1166 | -0.1232 | -0.1299 | -0.1365 |
| 日 | 10.15 | 10.16 | 10.17 | 10.18 | 10.19 | 10.20 | 10.21 | 10.22 | 10.23 |

| | | | | | | | | | |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 期 | | | | | | | | | |
| δ | -0.1430 | -0.1496 | -0.1561 | -0.1625 | -0.1689 | -0.1753 | -0.1816 | -0.1878 | -0.1941 |
| 日期 | 10.24 | 10.25 | 10.26 | 10.27 | 10.28 | 10.29 | 10.30 | 10.31 | 11.1 |
| δ | -0.2002 | -0.2063 | -0.2124 | -0.2184 | -0.2243 | -0.2302 | -0.2360 | -0.2417 | -0.2474 |
| 日期 | 11.2 | 11.3 | 11.4 | 11.5 | 11.6 | 11.7 | 11.8 | 11.9 | 11.10 |
| δ | -0.2530 | -0.2586 | -0.2640 | -0.2694 | -0.2747 | -0.2800 | -0.2851 | -0.2902 | -0.2952 |
| 日期 | 11.11 | 11.12 | 11.13 | 11.14 | 11.15 | 11.16 | 11.17 | 11.18 | 11.19 |
| δ | -0.3001 | -0.3049 | -0.3096 | -0.3143 | -0.3188 | -0.3233 | -0.3276 | -0.3319 | -0.3361 |
| 日期 | 11.20 | 11.21 | 11.22 | 11.23 | 11.24 | 11.25 | 11.26 | 11.27 | 11.28 |
| δ | -0.3401 | -0.3441 | -0.3479 | -0.3517 | -0.3553 | -0.3589 | -0.3623 | -0.3656 | -0.3688 |
| 日期 | 11.29 | 11.30 | 12.1 | 12.2 | 12.3 | 12.4 | 12.5 | 12.6 | 12.7 |
| δ | -0.3719 | -0.3749 | -0.3777 | -0.3805 | -0.3831 | -0.3856 | -0.3880 | -0.3902 | -0.3924 |
| 日期 | 12.8 | 12.9 | 12.10 | 12.11 | 12.12 | 12.13 | 12.14 | 12.15 | 12.16 |
| δ | -0.3944 | -0.3962 | -0.3980 | -0.3996 | -0.4011 | -0.4025 | -0.4038 | -0.4049 | -0.4059 |
| 日期 | 12.17 | 12.18 | 12.19 | 12.20 | 12.21 | 12.22 | 12.23 | 12.24 | 12.25 |
| δ | -0.4067 | -0.4074 | -0.4080 | -0.4085 | -0.4088 | -0.4059 | -0.4091 | -0.4091 | -0.4090 |
| 日期 | 12.26 | 12.27 | 12.28 | 12.29 | 12.30 | 12.31 | 1.1 | 1.2 | 1.3 |
| δ | -0.4088 | -0.4085 | -0.4080 | -0.4074 | -0.4067 | -0.4058 | -0.4048 | -0.4036 | -0.4024 |
| 日期 | 1.4 | 1.5 | 1.6 | 1.7 | 1.8 | 1.9 | 1.10 | 1.11 | 1.12 |
| δ | -0.4010 | -0.3994 | -0.3978 | -0.3960 | -0.3940 | -0.3920 | -0.3898 | -0.3875 | -0.3851 |
| 日期 | 1.13 | 1.14 | 1.15 | 1.16 | 1.17 | 1.18 | 1.19 | 1.20 | 1.21 |
| δ | -0.3825 | -0.3798 | -0.3770 | -0.3741 | -0.3711 | -0.3679 | -0.3647 | -0.3613 | -0.3578 |
| 日期 | 1.22 | 1.23 | 1.24 | 1.25 | 1.26 | 1.27 | 1.28 | 1.29 | 1.30 |
| δ | -0.3542 | -0.3504 | -0.3466 | -0.3427 | -0.3386 | -0.3345 | -0.3302 | -0.3259 | -0.3214 |
| 日期 | 1.31 | 2.1 | 2.2 | 2.3 | 2.4 | 2.5 | 2.6 | 2.7 | 2.8 |
| δ | -0.3169 | -0.3123 | -0.3075 | -0.3027 | -0.2978 | -0.2928 | -0.2877 | -0.2825 | -0.2773 |
| 日期 | 2.9 | 2.10 | 2.11 | 2.12 | 2.13 | 2.14 | 2.15 | 2.16 | 2.17 |
| δ | -0.2719 | -0.2665 | -0.2610 | -0.2555 | -0.2498 | -0.2441 | -0.2383 | -0.2325 | -0.2266 |
| 日期 | 2.18 | 2.19 | 2.20 | 2.21 | 2.22 | 2.23 | 2.24 | 2.25 | 2.26 |

| | | | | | | | | | |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| δ | -0.2206 | -0.2145 | -0.2084 | -0.2023 | -0.1961 | -0.1898 | -0.1835 | -0.1771 | -0.1707 |
| 日期 | 2.27 | 2.28 | 3.1 | 3.2 | 3.3 | 3.4 | 3.5 | 3.6 | 3.7 |
| δ | -0.1642 | -0.1577 | -0.1512 | -0.1446 | -0.1379 | -0.1313 | -0.1246 | -0.1178 | -0.1111 |
| 日期 | 3.8 | 3.9 | 3.10 | 3.11 | 3.12 | 3.13 | 3.14 | 3.15 | 3.16 |
| δ | 0.1043 | 0.0974 | 0.0906 | 0.0837 | 0.0768 | 0.0699 | 0.0630 | 0.0560 | -0.0490 |
| 日期 | 3.17 | 3.18 | 3.19 | 3.20 | 3.21 | 3.22 | 3.23 | | |
| δ | 0.0421 | 0.0351 | 0.0281 | 0.0211 | 0.0140 | 0.0070 | 0.0000 | | |

附录三

影长随时间的变化曲线

clear;

t=9:0.01:15;

A=(cos(11.472/180*pi).*(cos((t-12)*15/180*pi)*0.76708429));

B=-sin(11.472/180*pi)*0.6415463288;

C=3*tan(acos(A+B));

plot(t,C);

修正:

北纬 39 度 54 分 26 秒,东经 116 度 23 分 29 秒此时时间为 9: 14: 26~15: 14: 26

clear;

t=9:0.01:15;

A=(cos(11.472/180*pi).*(cos((t-12.24)*15/180*pi)*0.76708429));

B=-sin(11.472/180*pi)*0.6415463288;

C=3*tan(acos(A+B));

plot(t,C);

问题二

附录四

最小二乘法拟合代码

m 文件

function []=zuixiaoeercinihe2(x,y)

n=length(x);

k00=0;

for i=1:n

k00=k00+1;

end

k01=0;

for i=1:n

k01=k01+x(i);

end

k02=0;

for i=1:n

k02=k02+x(i)*x(i);

```

end
k11=0;
for i=1:n
    k11=k11+x(i)*x(i);
end
k12=0;
for i=1:n
    k12=k12+x(i)*x(i)*x(i);
end
k22=0;
for i=1:n
    k22=k22+x(i)*x(i)*x(i)*x(i);
end
k0y=0;
for i=1:n
    k0y=k0y+y(i);
end
k1y=0;
for i=1:n
    k1y=k1y+x(i)*y(i);
end
k2y=0;
for i=1:n
    k2y=k2y+x(i)*x(i)*y(i);
end
A=[k00 k01 k02;k01 k11 k12;k02 k12 k22];
B=[k0y;k1y;k2y];
C=A\B;
p=C(1);
q=C(2);
r=C(3);
syms m;
'拟合的二次函数为: '
f=p+q*m+r*m*m
l=0;
for i=1:n
    l=l+((p+q*x(i)+r*x(i)*x(i))-y(i))*((p+q*x(i)+r*x(i)*x(i))-y(i));
end
'该拟合函数的平方误差为: '
l

```

命令窗口:

```

x=[14.7  14.75  14.8  14.85  14.9  14.95  15  15.05  15.1  15.15  15.2  15.25
15.3  15.35  15.4  15.45  15.5  15.55  15.6  15.65  15.7];
z=[1.0365  1.0699  1.1038  1.1383  1.1732  1.2087  1.2448  1.2815  1.3189
1.3568  1.3955  1.4349  1.4751  1.516  1.5577  1.6003  1.6438  1.6882  1.7337
1.7801  1.8277];
c=[0.4973  0.5029  0.5085  0.5142  0.5198  0.5255  0.5311  0.5368  0.5426
0.5483  0.5541  0.5598  0.5657  0.5715  0.5774  0.5833  0.5892  0.5952  0.6013

```

```

0.6074 0.6135];
y=sqrt(z.^2+c.^2);
zuixiaoercinihe2(x,y)
结果:
ans =
拟合的二次函数为:
f=(5364791783351625*m^2)/36028797018963968-(4224245003018001*m)/
1125899906842624 + 6791287892156247/281474976710656
ans =
该拟合函数的平方误差为:
l= 1.6489e-05

```

附录五

非线性拟合

```

function f=fun(x,t)
f=x(1)*tan(acos(0.981192*cos((t-12.6)*pi/12)*cos(x(2))+0.193036*sin(x(2))))
end
z=[1.0365 1.0699 1.1038 1.1383 1.1732 1.2087 1.2448 1.2815 1.3189
1.3568 1.3955 1.4349 1.4751 1.516 1.5577 1.6003 1.6438 1.6882 1.7337
1.7801 1.8277];
c=[0.4973 0.5029 0.5085 0.5142 0.5198 0.5255 0.5311 0.5368 0.5426
0.5483 0.5541 0.5598 0.5657 0.5715 0.5774 0.5833 0.5892 0.5952 0.6013
0.6074 0.6135];
l=sqrt(z.^2+c.^2);
t=[14.7 14.75 14.8 14.85 14.9 14.95 15 15.05 15.1 15.15 15.2 15.25
15.3 15.35 15.4 15.45 15.5 15.55 15.6 15.65 15.7];
x0=[0.2,0.05];
x=lsqcurvefit(@fun,x0,t,l)
x=1.7904 0.0227
0.0227/pi*180
x0=[1,0.5];
x= lsqcurvefit(@fun,x0,t,l)
x=1.9023 0.3095

```

问题三

附录六

对于附件 2 中数据的非线性拟合:

```

function f=fun(x,t)
f=x(1)*tan(acos(cos(0.4089*sin(2*pi/365.*x(2))))*cos((t-15.20)*pi/12)*cos(x(3))+sin(0.4089
*sin(2*pi/365.*x(2))))*sin(x(3)))
end

```

```

t=[12.68 12.73 12.78 12.83 12.88 12.93 12.98 13.03 13.08 13.13 13.18
13.23 13.28 13.33 13.38 13.43 13.48 13.53 13.58 13.63 13.68];
x=[-1.2352 -1.2081 -1.1813 -1.1546 -1.1281 -1.1018 -1.0756 -1.0496 -1.0237 -0.9980
-0.9724 -0.9470 -0.9217 -0.8965 -0.8714 -0.8464 -0.8215 -0.7967 -0.7719 -0.7473
-0.7227];
y=[0.1730 0.1890 0.2048 0.2203 0.2356 0.2505 0.2653 0.2798 0.2940 0.3080
0.3218 0.3354 0.3488 0.3619 0.3748 0.3876 0.4001 0.4124 0.4246 0.4366

```

```

    0.4484];
l=sqrt(x.^2+y.^2);
x0=[2,30,0.5];
x=lsqcurvefit(@ fun,x0,t,l)
%x=1.3473  16.9726  0.5394
x0=[2,120,0.5];
x=lsqcurvefit(@ fun,x0,t,l)
%x=1.3473  165.5274  0.5349
x0=[2,250,0.2];
x=lsqcurvefit(@ fun,x0,t,l)
%x=1.2532  273.1218  0.0426

```

问题四

附录七

视频处理

```

video=VideoReader('E:\Appendix4.avi');
nFrames = video.NumberOfFrames; %得到帧数
H = video.Height; %得到高度
W = video.Width; %得到宽度
Rate = video.FrameRate;
% Preallocate movie structure.
mov(1:nFrames) = struct('cdata',zeros(H,W,3,'uint8'),'colormap',[]);
%获取每一帧
for i = 1:4320:nFrames
    mov(i).cdata = read(video,i);
    P = mov(i).cdata;
    %imresize() []中格式要求: [高 宽]
    Q = imresize(P,[720 960]);
    disp('当前播帧数: '),disp(i);
    imshow(P),title('原始图片');%显示原始图片
    if i<10
        imwrite(Q, strcat('0000',int2str(i),'.jpg'),'jpg');%写入文件中
    else if i>=10 & i<100
        imwrite(Q, strcat('000',int2str(i),'.jpg'),'jpg');
    else
        imwrite(Q, strcat('00',int2str(i),'.jpg'),'jpg');
    end
end
end
end

```