

# 太阳影子定位

## 摘 要

本文研究了太阳影子定位问题,建立了基于太阳高度角和偏移量的三角函数模型,非线性回归模型,非线性方程模型及基于灭点的透视校正和空间定位模型。分析了影子长度关于相关参数的变化规律,得到了不同条件下被测直杆所处的地点与日期。并采用卡方检验, F 检验和 T 检验对模型分别进行了检验。

对于问题一,建立了基于太阳高度角和偏移量的三角函数模型,分析了被测物影子长度关于 5 个参数的变化规律,并采用卡方检验法检验了该模型。其中观测的时间和被测物高度影响影子的总体长度;纬度和日期影响一天之中被测物最短影子的长度;经度则影响影子到达最短长度的时刻。求解该模型,得到给定 3 米直杆的影子长度变化曲线,整体趋势为从清晨到正午影子逐渐变短,最短影长为 3.8806 米,然后逐渐变长。最后采用卡方检验法对模型的准确性进行了检验,本模型的可信度高达 99.5%。

对于问题二,建立了非线性回归模型和非线性方程模型,确定了直杆所处地点,并对两模型分别进行 F 检验和 T 检验,最后选用了准确度较高的非线性回归模型。通过迭代和最小二乘法解得该地点的纬度和经度,获得该点位置。求得直杆所处的地点分别为:云南昆明( $E 103^{\circ}53'50''$ ,  $N 24^{\circ}34'54''$ );印度尼西亚占碑( $E 103^{\circ}53'50''$ ,  $S 2^{\circ}56'36''$ )。经 T 检验,非线性方程模型的拒绝假设的概率小于 0.01,准确度很高。

对于问题三,基于第二问的模型,建立了多元非线性方程模型,确定了直杆所处地点和拍摄日期,并采用 T 检验方法检验了模型的准确性。解得经度坐标和日期纬度函数,确定了直杆所处地点和拍摄日期。附件二中直杆所处地为: $E 76^{\circ}48'42''$ ,  $N 26^{\circ}0'0''$ 至  $N 35^{\circ}9'0''$ ,对应的日期为 5 月 4 日至 4 月 16 日和 8 月 7 日至 8 月 24 日。附件三中直杆所处地为: $E 111^{\circ}5'39''$ ,  $N 24^{\circ}42'36''$ 至  $N 45^{\circ}52'48''$ ,对应的日期为 8 月 2 日至 6 月 3 日和 6 月 3 日至 4 月 1 日。拍摄日期与纬度满足正弦关系。最后采用 T 检验方法对模型进行准确度的检验,其拒绝假设的概率小于 0.01,具有很高的准确度。

对于问题四,建立了基于灭点的透视校正和空间定位模型,得到了可能的拍摄地点。北半球中拍摄可能地点是内蒙古通辽市(东经  $120^{\circ}45'56''$  北纬  $44^{\circ}7'1''$ ),南半球中可能的拍摄地点为印度尼西亚(东经  $120^{\circ}45'56''$  南纬  $0^{\circ}46'31''$ )。在日期未知的情况下我们能够利用问题三所建立的多元非线性方程模型求解拍摄日期,得到  $E 120^{\circ}45'56''$ ,  $N 24^{\circ}42'36''$ 至  $N 45^{\circ}52'48''$ ,对应的日期为 8 月 2 日至 6 月 3 日和 6 月 3 日至 4 月 1 日。该范围内包含上面提到的 7 月 13 日,  $E 120^{\circ}45'56''$ ,  $N 44^{\circ}7'1''$ 。

**关键词:** 非线性方程 卡方检验 T 检验 透视投影

## 一、问题重述

如何确定视频的拍摄地点和拍摄日期是视频数据分析的重要方面,太阳影子定位技术就是通过分析视频中物体的太阳影子变化,确定视频拍摄的地点和日期的一种方法。

1.建立影子长度变化的数学模型,分析影子长度关于各个参数的变化规律,并应用你们建立的模型画出 2015 年 10 月 22 日北京时间 9:00-15:00 之间天安门广场(北纬 39 度 54 分 26 秒,东经 116 度 23 分 29 秒)3 米高的直杆的太阳影子长度的变化曲线。

2.根据某固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据,建立数学模型确定直杆所处的地点。将你们的模型应用于附件 1 的影子顶点坐标数据,给出若干个可能的地点。

3.根据某固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据,建立数学模型确定直杆所处的地点和日期。将你们的模型分别应用于附件 2 和附件 3 的影子顶点坐标数据,给出若干个可能的地点与日期。

4.附件 4 为一根直杆在太阳下的影子变化的视频,并且已通过某种方式估计出直杆的高度为 2 米。请建立确定视频拍摄地点的数学模型,并应用你们的模型给出若干个可能的拍摄地点。

如果拍摄日期未知,你能否根据视频确定出拍摄地点与日期?

## 二、问题分析

对于问题一,太阳在黄道上运动可以看作是一个圆周运动,以春分日为起始日期进行计算,可以得到太阳直射点纬度与日期的关系,从而得到观测点所在纬度的太阳高度角。当已知被测物高度,可以求得被测物在正午 12 时的影长。

考虑地球自转产生的偏移角度引起的偏移分量,因而利用正午影长与时间引起的偏移分量与被测物影长的关系得到被测物的影长,建立求解任意时刻被测物影长的二次函数模型,分析影子长度关于观测日期,时间,被测物所在经度,纬度以及被测物高度 5 个参数的变化规律,得到指定时间地点 3 米高直杆的太阳影子长度的变化曲线。

对于问题二,通过观察问题一中影长随时间变化曲线,据附件一所给数据对直杆的太阳影长随时间的变换进行一元二次非线性拟合,建立非线性回归模型。利用最小二乘法拟合多项式搜索一天中太阳影子最短的时刻,求解直杆所在地的经度和纬度值。然后对非线性回归模型的稳定性与准确度进行 F 检验。

以问题一建立的二次函数模型为基础,求解正午时的太阳影子长度以及任意时刻偏移角引起的偏移分量。在已知日期的情况下,在当日进行不同时刻的测量,测得对应的太阳影子长度,建立非线性方程模型。通过迭代和最小二乘法解该地点的纬度和经度,获得该点位置。采用 T 检验方法检验非线性方程模型的准确性,将所建非线性回归模型与非线性方程模型进行比较,选择出更优的模型,以求解出较为准确的直杆所在地的经纬度。

对于问题三,相较问题二,缺少了当日日期这一条件,假设出该日距离春分日的天数,太阳直射点纬度与时间的关系。基于问题二的非线性方程模型,推出

在日期、经度纬度均未知的情况下太阳影子的长度。建立多元非线性方程模型，利用测量所得的太阳影子高度及其对应的时间，求得距离春分日天数，经度和纬度，来确定直杆所处的地点和拍摄日期。

对于问题四，世界坐标与投影后的平面坐标并不相同，由于透视作用的存在，真实的物体投影到平面上会随着距离不同产生不同程度的形变，近大远小，最后集中于灭点。选取视频中的两条在世界坐标下平行的直线来求其灭点，建立基于灭点的透视校正和空间定位模型，根据相交于灭点的直线平行的原理，计算影子长度在  $x-z$  平面的  $x$  分量。

地球自转的一周的时长为 24 小时，可求其在某一时间段内转过的角度，得到初始角度对应的世界坐标中的角度，进而求得其影子沿  $y$  方向上的分量，得到影长。已知像平面中的影长的  $x-y$  平面像素值和直杆在世界坐标中的真实长度以及在图像中  $z-x$  平面的像素值，便可以得到直杆在世界坐标系下的真实长度，求得每段时间的影长，得到一段等间隔影长变化的具体数值，已知杆长，日期，以及等间隔时刻的影长，代入问题二所建立的非线性方程模型，即可得到标杆所在的具体地点。在日期未知的情况下根据问题三所建立的多元非线性方程模型进行求解，可以解得关于拍摄地点纬度和日期的函数以及经度，进而推测出相关的可能地点。

### 三、问题假设

- 1.把地球看作标准的球体。
- 2.太阳光的照射不受大气层折射的影响。
- 3.春分日阳光直射赤道。

### 四、符号假设

$\omega$ : 观测点所在纬度;  
 $m$ : 观测点所在经度;  
 $\alpha$ : 太阳高度角;  
 $\beta$ : 偏移角度;  
 $p$ : 偏移角度引起的偏移分量;  
 $H$ : 被测物的影长;  
 $h$ : 被测物高度;  
 $m_0$ : 北京所在的位置的经度;  
 $l$ : 正午时的太阳影子长度;  
 $\sigma$ : 日期纬度函数;  
 $L'$ : 间隔时刻的影长。

## 五、问题解答

### 5.1 问题一模型的建立与求解

以春分日为起始日期进行计算,得到太阳直射点纬度与时间的关系,从而得到观测点所在纬度的太阳高度角,考虑地球自转产生的偏移角度,求得直杆的影长为正午影长与时间引起的偏移分量的向量和,据此建立二次函数模型,得到任意时刻被测物影长的计算方法。进而分析影子长度关于观测日期,时间,被测物所在经度,纬度以及被测物高度 5 个参数的变化规律,得到指定时间地点 3 米高直杆的太阳影子长度的变化曲线。最后采用卡方检验方法对模型的准确性进行检验。

#### 5.1.1 问题一模型的建立

太阳在黄道上运动可以看作是一个圆周运动,因此直射点纬度的变化应遵循正弦函数的变化规律。以春分日为起始日期进行计算,可以得到太阳直射点纬度与日期的关系如下:

$$\omega_0 = 23^\circ 26' \cdot \sin\left(\frac{t}{365.2422}\right) \quad (\text{公式 5.1.1})$$

其中  $t$  的单位为天。

设  $\omega$  为观测点所在纬度,可以得到太阳高度角  $\alpha$  为[2]:

$$\alpha = 90^\circ - |\omega - \omega_0| \quad (\text{公式 5.1.2})$$

当被测物高度为  $h$ , 可以求得被测物在正午 12 时的影长  $l$  为:

$$l = \frac{h}{\tan \alpha} \quad (\text{公式 5.1.3})$$

由于太阳在一天内的不同时刻所直射的经度是不同的,因此会产生一个偏移角度  $\beta$ , 其与时间  $t_0$  (单位为时) 的关系为:

$$\beta = 15 \cdot |t_0 - 12| \quad (\text{公式 5.1.4})$$

设其偏移角度引起的偏移分量为  $p$ , 则  $p$  为:

$$p = \sqrt{l^2 + h^2} \cdot \tan \beta \quad (\text{公式 5.1.5})$$

被测物的影长为正午影长  $l$  与时间引起的偏移分量  $p$  的向量和,故被测物的影长  $H$  为:

$$H = \sqrt{\frac{h^2}{\tan^2 \alpha} + (l^2 + h^2) \cdot \tan^2 \beta} \quad (\text{公式 5.1.6})$$

上式即为求解任意时刻被测物影长的二次函数模型[1] (25—28)。

由于本模型以春分为太阳直射赤道的时间,而对于  $\omega_0$  的计算时采用的是公历年进行的计算,故应对本模型中的经度进行修正,即  $m = m_0 + \Delta m$ , 公历年天数为  $d$ , 农历年天数为  $d_0$ , 则  $\Delta m$  为:

$$\Delta m = \frac{d - d_0}{d} \cdot 360^\circ$$

计算可得  $\Delta m = 5.1670$  度, 所得经度应加上该经度即为该点实际经度。

由公式 5.1.6 可知，一天之中的时间  $t$  不同，影子长度不同，而纬度  $\omega$  和日期  $T$  共同决定了太阳的高度角，进而影响一天之中太阳影子影长最短时刻的影子长度值，经度  $m$  则影响了影子到达最短长度值的时刻。

本文以北京时间为参考时刻，因此北京地区影子到达最短长度的时刻是 12 时。且被测物影长随被测物高度  $h$  的增大而增大。综上所述，日期  $T$ ，时间  $t$ ，经度  $m$ ，纬度  $\omega$  以及被测物高度  $h$  共同影响了影子的长度。

### 5.1.2 问题一模型的求解

根据题目数据，可知测量地点位于天安门广场（北纬 39 度 54 分 26 秒，东经 116 度 23 分 29 秒），测量物高度  $h$  为 3m，代入被测物影长的计算公式 5.1.6 时，可以求得 2015 年 10 月 22 日北京时间 9:00-15:00 3m 直杆的太阳影子长度  $H$  的变化曲线如下图图 5.1.1 所示：

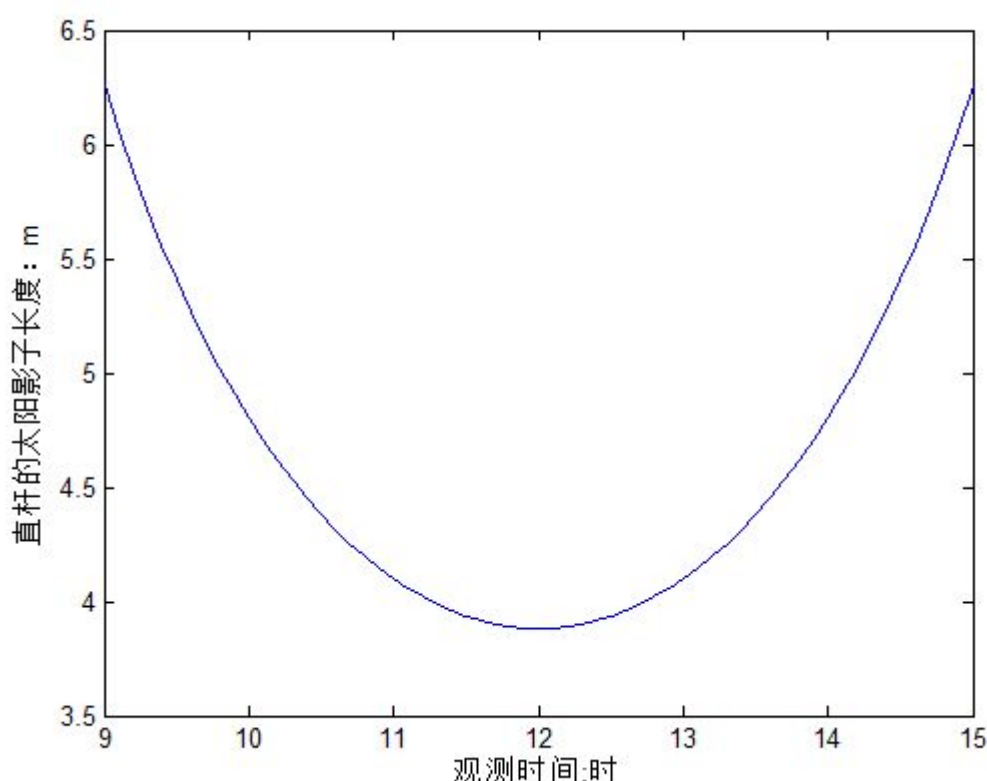


图 5.1.1 直杆的太阳影子长度的变化曲线

在中午 12 时直杆的太阳影子长度最短，为 3.8806m，在 9 时和 15 时最长，为 6.2548m，整体趋势为从清晨到正午影子逐渐变短，然后逐渐变长，这一结果符合生活常识和已有的影子长度的测量数据。

### 5.1.3 问题一的结论

观测日期，时间，被测物所在经度，纬度以及被测物高度 5 个参数共同影响了被测物的影子长度。一天之中的时间不同，影子长度不同；而纬度和日期共同决定了太阳的高度角，进而影响一天之中太阳影子影长最短时刻的影子长度值；纬度则影响了影子到达最短长度值的时刻；且被测物影长随被测物高度的增大而增大。

本文以北京时间为参考时刻，得到北京地区在中午 12 时 3 m 直杆的太阳影

子长度最短，为 3.8806m，在 9 时和 15 时最长，为 6.2548m，整体趋势为从清晨到正午影子逐渐变短，然后逐渐变长。

#### 5. 1. 4 问题一模型的检验

为检验该模型准确性，在当地实际测量了一根长为 1m 的直杆在 9 时到 15 时之间每隔一小时太阳影长的变化，并对同时同地的直杆影长利用上述模型进行预测。根据实验数据得到变化曲线如下图所示：

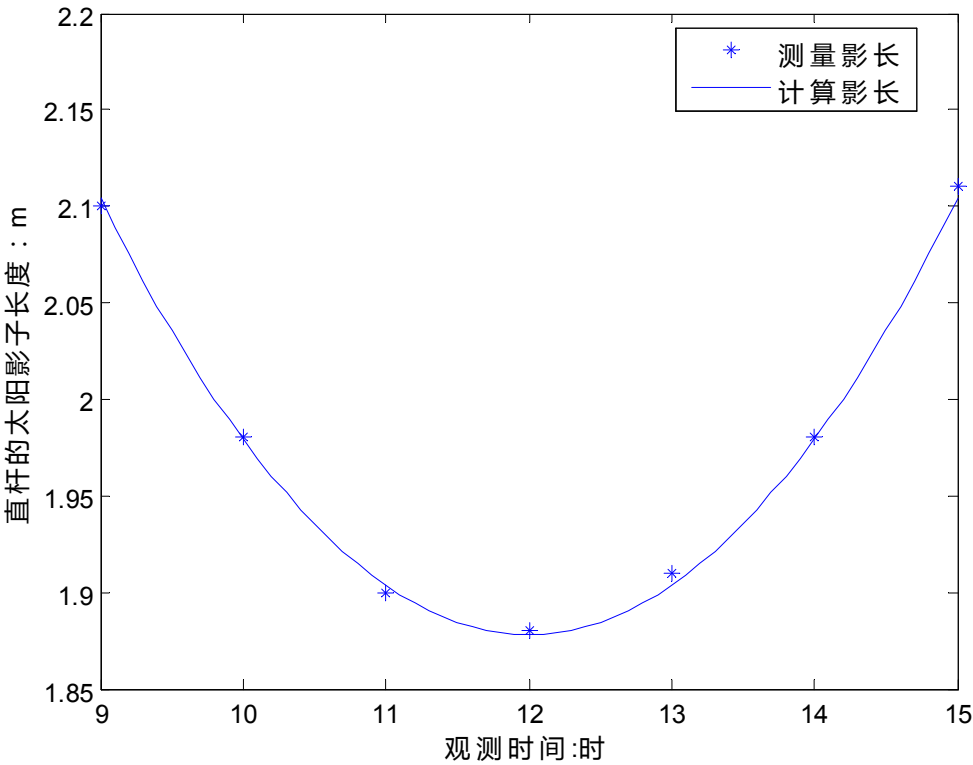


图 5.1.2 实测直杆太阳影子长度的变化曲线

首先观察绘制的图形可以看到，在误差范围内，利用模型一计算所得的影长准确性很高。然后采用卡方检验法[3]对模型的准确性进行检验。

对观测数据与预测数据进行处理得到如下表格表 5.1.1。

表 5.1.1 对观测与预测数据的处理

时间 (时)	9	10	11	12	13	14	15
观测 $l_1$ (m)	2.1000	1.9800	1.9000	1.8800	1.9100	1.9800	2.1100
预测 $l_2$ (m)	2.1041	1.9792	1.9036	1.8783	1.9036	1.9792	2.1041
$(l_1 - l_2)^2 / l_2 (10^{-6})$	8.0304	0.3039	6.8303	1.6300	21.4775	0.3039	16.5438

样本总数为  $n$  为 7，故起自由度  $\nu$  为 5。取显著性水平  $\alpha$  为 0.005，与  $\chi^2$  分布表可知  $\chi^2_{0.005}(5) = 16.75$ ，表格所得  $\chi^2$  值远小于 16.75，因此结论是该模型模拟的太阳影长随时间的变化的可信度高达 99.5%。模型具有很高的准确性。

#### 5. 1. 5 问题一模型的分析

通过本模型可以得到被测物影长所在地坐标和测量日期已知情况下的任意时刻测量物的影长的计算方法，进而分析影子长度关于直杆所在经度、纬度，

观测日期以及直杆高度四个参数的变化规律。采用卡方检验方法对模型的准确性进行检验可知，该模型模拟的太阳影长随时间的变化的可信度高达 99.5%。。

本模型最大的优点是简单易懂、易于实现，且准确度很高。

## 5.2 问题二模型的建立与求解

通过观察问题一中影长随时间变化曲线，据附件一所给数据对直杆的太阳影长随时间的变换进行一元二次非线性拟合，建立非线性回归模型。利用最小二乘法拟合多项式可以搜索出一天中太阳影子最短的时刻，求解出直杆所在地的经度和纬度值。采用 F 检验[5]检验非线性回归模型的稳定性和准确性。

以问题一建立的二次函数模型为基础，求得正午时的太阳影子长度以及任意时刻偏移角引起的偏移分量。在已知日期的情况下，在当日进行不同时刻的测量，测得对应的太阳影子长度，建立非线性方程模型。通过迭代和最小二乘法解得该地点的纬度和经度，获得该点位置。采用 T 检验[6]方法检验非线性方程模型的准确性。

将所建非线性回归模型与非线性方程模型进行比较，选择出更优的模型，以求解出较为准确的直杆所在地的经纬度。

### 5.2.1 问题二模型的建立

通过观察问题一中影长随时间变化曲线，可知一天中直杆的太阳影长随时间的变化符合一元二次方程，因此根据附件一所给数据对直杆的太阳影长随时间的变换进行一元二次非线性拟合，建立非线性回归模型。

首先假设直杆的太阳影长  $H$  与时间  $t$  的关系符合公式 5.2.1。

$$H = at^2 + bt + c \quad (\text{公式 5.2.1})$$

则近似函数  $H$  与实际观测数据点的误差  $r_i$  计算公式如下，

$$r_i = H_i - h_i = at_i^2 + bt_i + c - h_i \quad (\text{公式 5.2.2})$$

$$P = \sum_{i=1}^{21} r_i^2 \quad (\text{公式 5.2.3})$$

利用最小二乘法拟合多项式，求解出使  $P$  最小的多项式的系数。

利用该拟合多项式可以搜索出一天中太阳影子最短的时刻，然后利用时差的计算公式（公式）可以求解出直杆所在地的经度值，以及最短的影长，最后可根据最短影长确定直杆的纬度值。

$$t = t_{ck} \pm 4 \times \Delta m \quad (\text{公式 5.2.4})$$

其中  $t$  表示当地时间， $t_{ck}$  表示参考时间，本文取北京时间， $\Delta m$  表示当地经度与北京经度之差。根据资料可知在同一纬线上东早西晚，因此满足东加西减的原则。

经过计算得到附件一中直杆的影长与时间关系的多项式拟合函数如下

$$H = 0.1489t^2 - 3.752t + 24.13 \quad (\text{公式 5.2.5})$$

搜索得到的极小值点在 12:36 时，影子最短为 0.4942m。再将极小值点代入公式 5.2.4，计算得到该直杆在东经 107°1'。

但是，经 F 检验，该拟合多项式的相关系数  $r^2$  为 0.2404，因而回归方程的

显著性不高。因此我们又建立了非线性方程模型来更准确的求解直杆所在地的经纬度。

不同的经度所对应的时间是不同的，因此我们以北京所在的位置的经度  $m_0$  为参考经度，以北京时间  $t_0$  为标准时间，已知时间每变化一小时经度变化 15 度，可得在经度为  $m$  的情况下所对应的时间  $t$  为

$$t = t_0 - \frac{m - m_0}{15} \quad (\text{公式 5.2.6})$$

根据第一问可知，正午时的太阳影子长度  $l$  为：

$$l = \frac{h}{\tan(90^\circ - |\omega - \omega_0|)} \quad (\text{公式 5.2.7})$$

任意时刻偏移角引起的偏移分量  $p$  为

$$p = \tan(15|t + \Delta t - 12|) \quad (\text{公式 5.2.8})$$

设该点的纬度为  $\omega$ ，可以得到经度为  $m$ ，纬度为  $\omega$  的坐标点在某日的任意时刻的太阳影子长度为：

$$H^2 = l^2 + [h^2 + l^2] \cdot p^2 \quad (\text{公式 5.2.9})$$

在已知日期的情况下，在当日进行不同时刻的测量，测得  $t_1$  时刻对应的太阳影子长度  $H_1$  和  $t_2$  时刻对应的太阳影子长度  $H_2$ ， $t_3$  时刻对应的太阳影子长度  $H_3$  和  $t_4$  时刻对应的太阳影子长度  $H_4$ ，北京与该地时差为  $\Delta t$ ，便可以得到方程组如下：

$$\begin{cases} \frac{H_1^2}{H_2^2} = \frac{l^2 + [h^2 + l^2] \cdot p_1^2}{l^2 + [h^2 + l^2] \cdot p_2^2} \\ \frac{H_3^2}{H_4^2} = \frac{l^2 + [h^2 + l^2] \cdot p_3^2}{l^2 + [h^2 + l^2] \cdot p_4^2} \end{cases} \quad (\text{公式 5.2.10})$$

这里  $h$  可通过两太阳影子长度之比约去，进而可解得该地点的纬度  $\omega$  和经度  $m$ ，获得该点位置。

### 5.2.2 问题二模型的解答

可以求得在 4 月 18 日时，太阳直射点的纬度为北纬  $10^\circ 51' 22''$ ，且固定直杆高为 3 米，取附件一中的数据代入模型中进行求解，可得直杆所在的两个地点经纬度。其中地点一为东经  $98^\circ 43' 49''$ ，北纬  $24^\circ 34' 54''$ ；地点二为东经  $98^\circ 43' 49''$ ，南纬  $2^\circ 56' 36''$ ，我们利用问题一中的修正函数  $\Delta m$  对该模型进行修正，所得结果如下表 5.2.1 所示：

表 5.2.1 直杆所在的两个地点的经纬度

	经度	纬度
地点 1	东经 $103^\circ 53' 50''$	北纬 $24^\circ 34' 54''$
地点 2	东经 $103^\circ 53' 50''$	南纬 $2^\circ 56' 36''$

对于固定直杆在地点 1 的情况，可以得到理论值和实际观测值的曲线如下图 5.2.1：



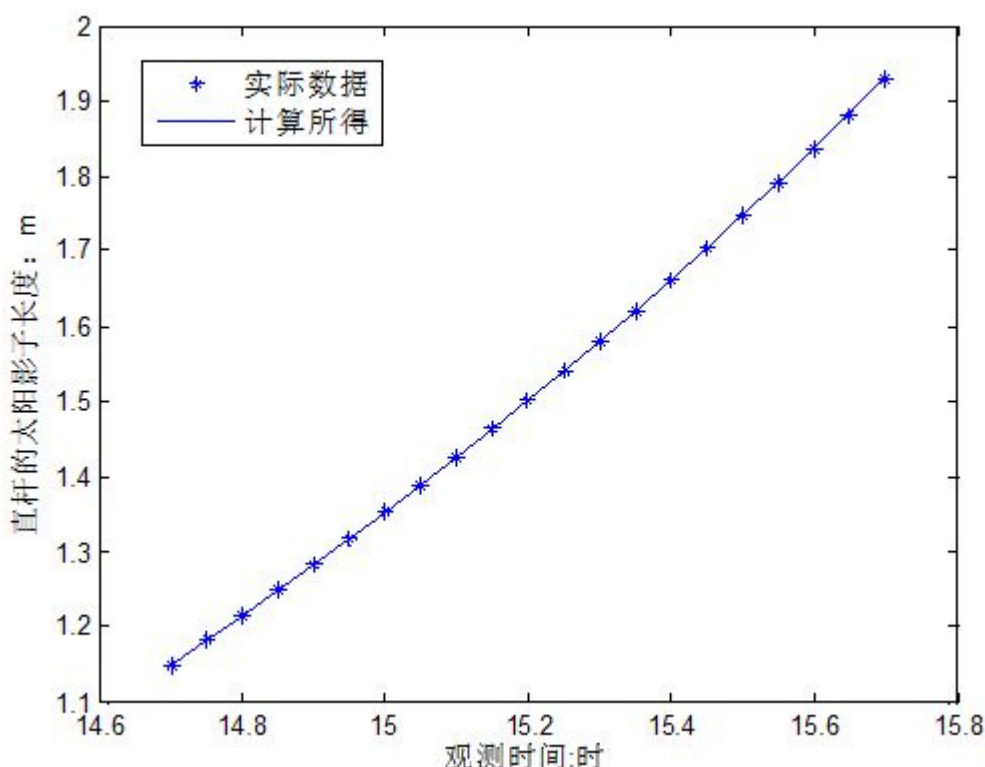


图 5.2.1 在地点 1 固定直杆影长理论值和实际观测值的曲线

根据图像可知直杆影长的计算值与实际测得的数据十分吻合。对计算所得数据以及附件二中的数据进行处理,可以得到两组数据间差值的标准差 $\delta$ 为 0.0011,差值的均值 $\mu$ 为 0.0002。而多项式拟合模型进行数据处理得到两组数据间差值的标准差 $\delta$ 为 0.2047,差值的均值 $\mu$ 为 0.0041。非线性方程模型数据误差的均值更接近于理想值 0,且标准差更小,说明我们建立的非线性方程模型稳定性更好,且准确性更高。

为了检验非线性方程模型的准确性,本文采用 T 检验的方法。首先,我们假设模型符合实际影长的变化。理想均值 $\mu_0$ 为 0,且样本总数  $n$  为 21,自由度为  $v$ 。根据公式 5.2.11 和公式 5.2.12 计算  $t$  检验值。

$$v = n - 1 \quad (\text{公式 5.2.11})$$

$$t = \frac{|\bar{X} - \mu_0|}{S_{\bar{X}}} = \frac{|\mu - \mu_0|}{\delta / \sqrt{v}} \quad (\text{公式 5.2.12})$$

根据计算得到  $t$  检验值为 0.8682,通过查询  $t$  检验临界值表,显著水平 $\alpha$ 取 0.01 时的  $t$  检验临界值为 2.845,计算所得小于临界值,即拒绝假设的概率小于 0.01,因此该模型具有很好的准确度。

对于固定直杆在地点 2 的情况,可以得到理论值和实际观测值的曲线如下图 5.2.1:

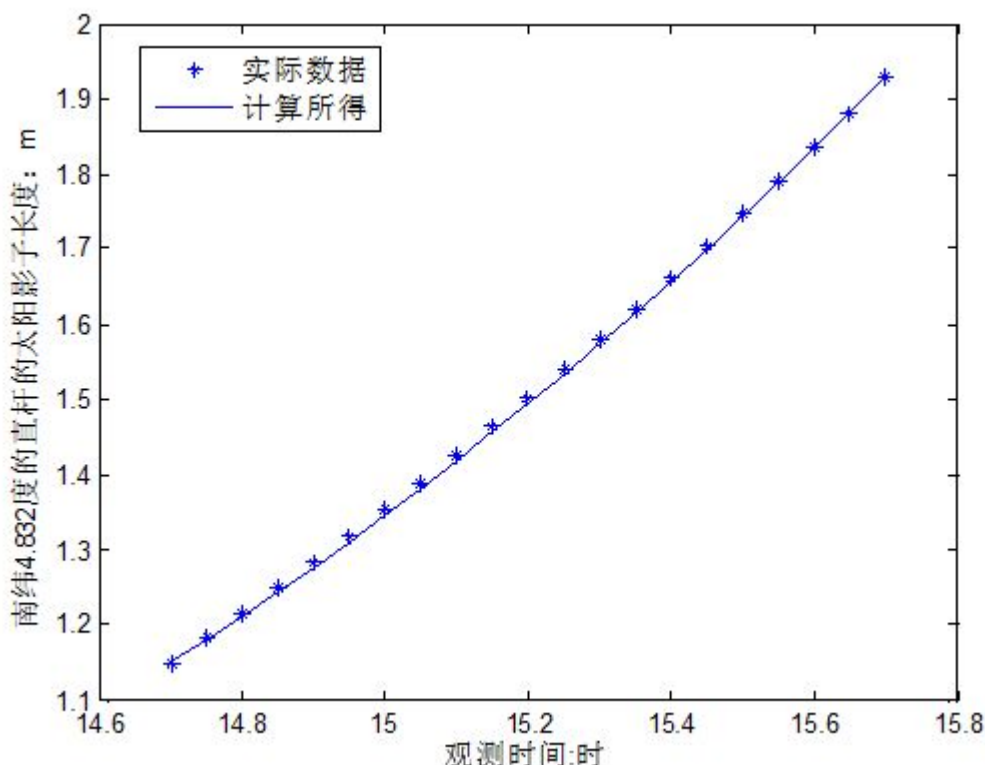


图 5.2.2 在地点 2 固定直杆影长理论值和实际观测值的曲线

图像中直杆影长的计算值与实际测得的数据也十分吻合。仍采用 T 检验方法来对模型的准确性进行检验。

计算地点二的影长并对附件二中的数据进行处理,得到两组数据间差值的标准差 $\delta$ 为 0.0049, 差值的均值 $\mu$ 为 0.0002, 理想均值 $\mu_0$ 为 0, 且样本总数  $n$  为 21, 自由度为  $\nu$ 。根据公式 5.2.6 和公式 5.2.7 计算  $t$  检验值。

根据计算得到  $t$  检验值为 0.1491, 通过查询  $t$  检验临界值表, 显著水平 $\alpha$ 取 0.01 时的  $t$  检验临界值为 2.845, 计算所得小于临界值, 即拒绝假设的概率小于 0.01, 因此该模型具有很高的准确度。

### 5.2.3 问题二的结论

在 4 月 18 日时, 太阳直射点的纬度为北纬  $10^{\circ} 51' 22''$ , 且固定直杆高为 3 米, 取附件 1 中的数据代入模型中进行求解, 可得直杆所在的两个地点经纬度分别为: 地点 1: 东经  $103^{\circ} 53' 50''$ , 北纬  $24^{\circ} 34' 54''$ ; 地点 2: 东经  $103^{\circ} 53' 50''$ , 南纬  $98^{\circ} 43' 49''$ 。

### 5.2.4 问题二模型的分析

经 F 检验, 对于非线性回归模型, 回归方程的显著性不高, 改用非线性方程模型。

对于非线性方程模型, 根据计算得到两地区  $t$  检验值分别为 0.8682, 0.1491。通过查询  $t$  检验临界值表, 显著水平 $\alpha$ 取 0.01 时的  $t$  检验临界值均为 2.845, 计算所得小于临界值, 即拒绝假设的概率小于 0.01, 因此该模型具有很好的准确度。

将非线性模型所给出的地点的经纬度坐标用问题一的二次函数模型进行计

算所得的太阳影子长度的结果与实际测量值符合的很好,可以说明用该非线性方程模型计算所得的直杆所在地点是准确的。

### 5.3 问题三模型的建立与求解

基于问题二的非线性方程模型,假设出该日距离春分日的时长,得到太阳直射点纬度与时间的关系,推出在日期、经度纬度均未知的情况下太阳影子的长度。建立多元非线性方程模型,将测量所得的太阳影子高度和其对应的时间代入求解,求得距离春分日天数,经度和纬度,从而确定直杆所处的地点和拍摄日期。最后采用 T 检验方法对模型进行准确度的检验。

#### 5.3.1 问题三模型的建立

问题三相较问题二缺少了当日日期这一条件,因此设该日距离春分日的时长为  $T$  天,太阳直射点纬度与时间的关系为:

$$\omega_0 = 23^\circ 26' \cdot \sin\left(\frac{T}{365.2422}\right) \quad (\text{公式 5.3.1})$$

由模型二可以推出在日期、经度纬度均未知的情况下太阳影子长度可以表示为

$$H = \sqrt{l^2 + [h^2 + l^2] \cdot p^2} \quad (\text{公式 5.3.2})$$

其中  $l$  为:

$$l = \frac{h}{\tan(90^\circ - |\omega - \omega_0|)} \quad (\text{公式 5.3.3})$$

$p$  为:

$$p = \tan(15|t + \Delta t - 12|) \quad (\text{公式 5.3.4})$$

设  $|\omega - \omega_0|$  为  $\sigma$ , 则经纬度以及日期均未知的情况下太阳的影子长度可以表示为:

$$H = h \sqrt{\frac{1}{\tan^2(90^\circ - \sigma)} + \left(\frac{1}{\tan^2(90^\circ - \sigma)} + 1\right) \cdot p^2} \quad (\text{公式 5.3.5})$$

将  $H_1$  和  $H_2$  相比以消去  $h$ , 可得

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{\sqrt{\frac{1}{\tan^2(90^\circ - \sigma_1)} + \left(\frac{1}{\tan^2(90^\circ - \sigma_1)} + 1\right) \cdot p_1^2}}{\sqrt{\frac{1}{\tan^2(90^\circ - \sigma_2)} + \left(\frac{1}{\tan^2(90^\circ - \sigma_2)} + 1\right) \cdot p_2^2}} \quad (\text{公式 5.3.6})$$

设:

$$c_i = \frac{h}{\tan(90^\circ - \sigma_i)}$$

将测量所得的太阳影子高度  $H_i$  和其对应的时间  $\Delta t_i$  带入公式 5.3.6, 即可得到模型如下;

$$\begin{cases} \frac{H_1^2}{H_2^2} = \frac{c_1^2 + (c_1^2 + 1) \cdot p_1^2}{c_2^2 + (c_2^2 + 1) \cdot p_2^2} \\ \frac{H_3^2}{H_4^2} = \frac{c_3^2 + (c_3^2 + 1) \cdot p_1^2}{c_4^2 + (c_4^2 + 1) \cdot p_2^2} \end{cases} \quad (\text{公式 5.3.7})$$

对该方程组进行求解，便可解得经度坐标  $m$  和日期纬度函数  $\sigma$ ，其中  $\sigma$  为：

$$\sigma = \omega - 23^\circ 26' \sin\left(\frac{T}{365.2422}\right) \quad (\text{公式 5.3.8})$$

解出该方程即可求得距离春分日天数  $T$ ，经度  $m$ ，纬度  $\omega$  三个量，从而确定了该拍摄点的地点和拍摄日期。

### 5.3.2 问题三模型的解答

将附件二中所给数据代入模型，可以求得  $\Delta t = -2.9838$ ，根据公式 5.3.9：

$$m = m_0 + 15\Delta t \quad (\text{公式 5.3.9})$$

可以求得该地点的经度为东经 71.6448 度。日期纬度函数  $\sigma = 25.0365$ ，可得到日期  $T$  和纬度  $\omega$  的关系如下：

$$25.0365 = \omega - 23^\circ 26' \sin\left(\frac{T}{365.2422}\right) \quad (\text{公式 5.3.10})$$

观测点经度为 71.6448 度，经修正函数修  $\Delta m$  正得到观测点的经度为 76.8118 度，根据公式 5.3.10 可作出北半球符合附件二中地点所在的纬度与日期关系的图像如下图所示图 5.3.1 所示：

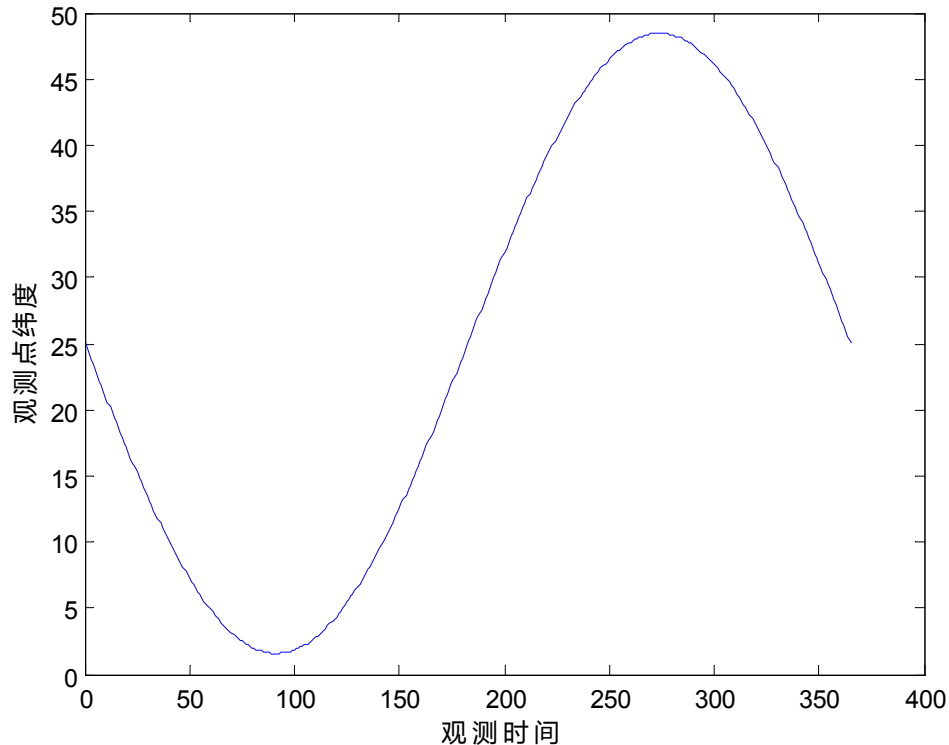


图 5.3.1 北半球符合附件二中地点所在的纬度与日期的关系

在该经度下中国境内符合上述纬度与日期关系的纬度范围为  $N41^{\circ}0'8.31''$ — $N35^{\circ}42'1.39''$ ，因此所处地点是新疆。

南半球的情况与北半球相反，因此南半球符合附件二中地点所在位置的纬度与日期关系的图像如下图图 5.3.2 所示：

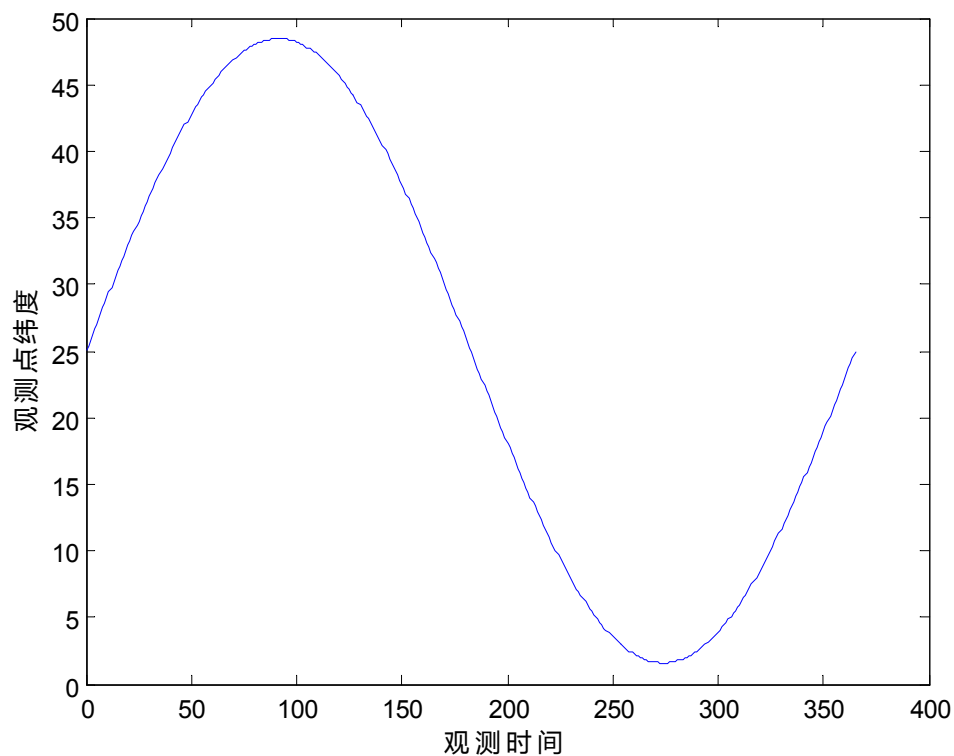


图 5.3.2 南半球符合附件二中地点所在位置的纬度与日期的关系

在经度为东经  $76.8118$  度且纬度与观测日期符合上述函数关系的若干个地点，利用模型对日期纬度函数值  $\sigma=25.0365$ ，经度为  $76.8118$  度处的直杆的影长进行模拟，可以得到计算影长与观测影长数值间的关系图像如图图 5.3.2。

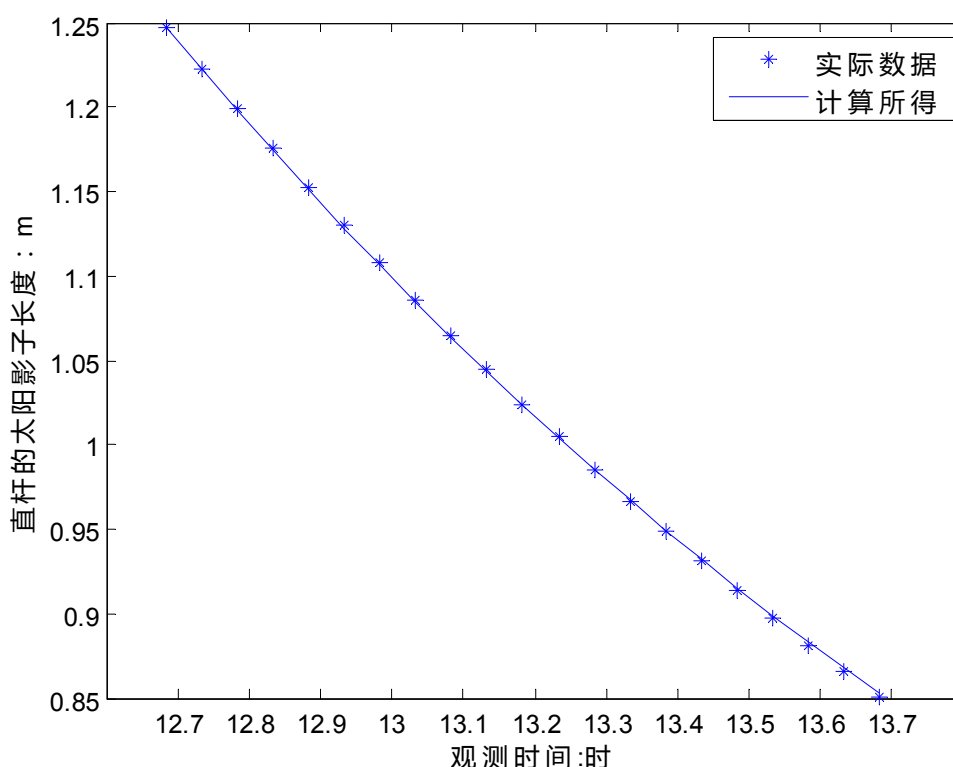


图 5.3.2 计算影长与观测影长数值间的关系

通过观察图像可以发现模型对该直杆的影长可以很好地模拟。然后我们采用 T 检验对模型的准确性进行分析。得到两组数据间差值的标准差  $\delta$  为 0.0060，差值的均值  $\mu$  为 0.0001，理想均值  $\mu_0$  为 0，且样本总数  $n$  为 21，自由度为  $\nu$ 。根据公式 5.2.11 和公式 5.2.12 计算  $t$  检验值。

根据计算得到  $t$  检验值为 0.0825，通过查询  $t$  检验临界值表，显著水平  $\alpha$  取 0.01 时的  $t$  检验临界值为 2.845，计算所得小于临界值，即拒绝假设的概率小于 0.01，因此该模型具有很好的准确性。

同理将附件三中所给数据带入模型，可以求得  $\Delta t = -0.6976$ ，根据公式 5.3.11：

$$m = m_0 + 15\Delta t \quad (\text{公式 5.3.11})$$

可以求得该地点的经度为东经 105.9273 度。日期纬度函数  $\sigma = 40.6178$ ，可得到日期 T 和纬度  $\omega$  的关系如下：

$$40.6178 = \omega - 23^\circ 26' \sin\left(\frac{T}{365.2422}\right) \quad (\text{公式 5.3.12})$$

求得经度为东经 105.9273 度，经修正函数修  $\Delta m$  正得到观测点的经度为 111.0943 度。根据上式可作出北半球符合附件三中地点所在的纬度与日期关系的图像如下图图 5.3.3：

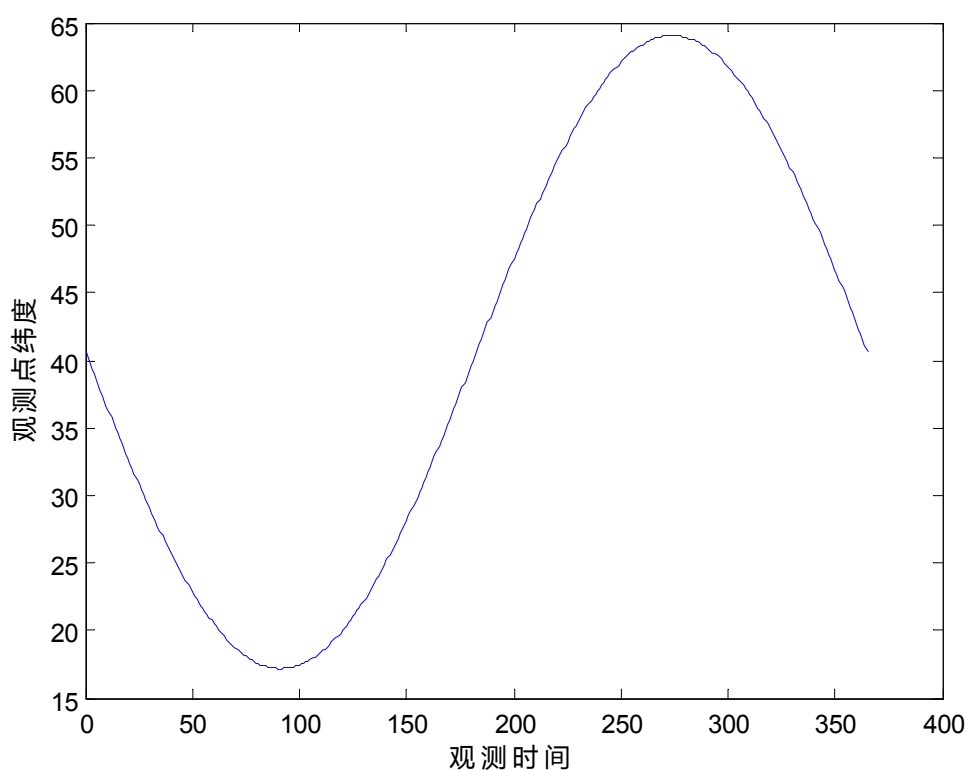


图 5.3.3 北半球符合附件三中地点所在的纬度与日期的关系

在该经度下中国境内符合上述纬度与日期关系的纬度范围为  $N40^{\circ}46'2''$ — $N20^{\circ}0'0''$ 。9月20日所处地点是内蒙古呼和浩特；3月28日和9月12日所处地点是山西太原；4月3日和9月7日所处地点是河南郑州；4月23日和8月18日所处地点是湖南长沙；5月22日和7月17日所处地点是海南海口。

综上，在该经度下中国境内所处地点有：河南，湖北，澳门，广东，内蒙古，湖南，湖北和海南。

南半球的情况与北半球相反，因此南半球符合附件三中地点所在位置的纬度与日期关系的图像如下图图 5.3.4：

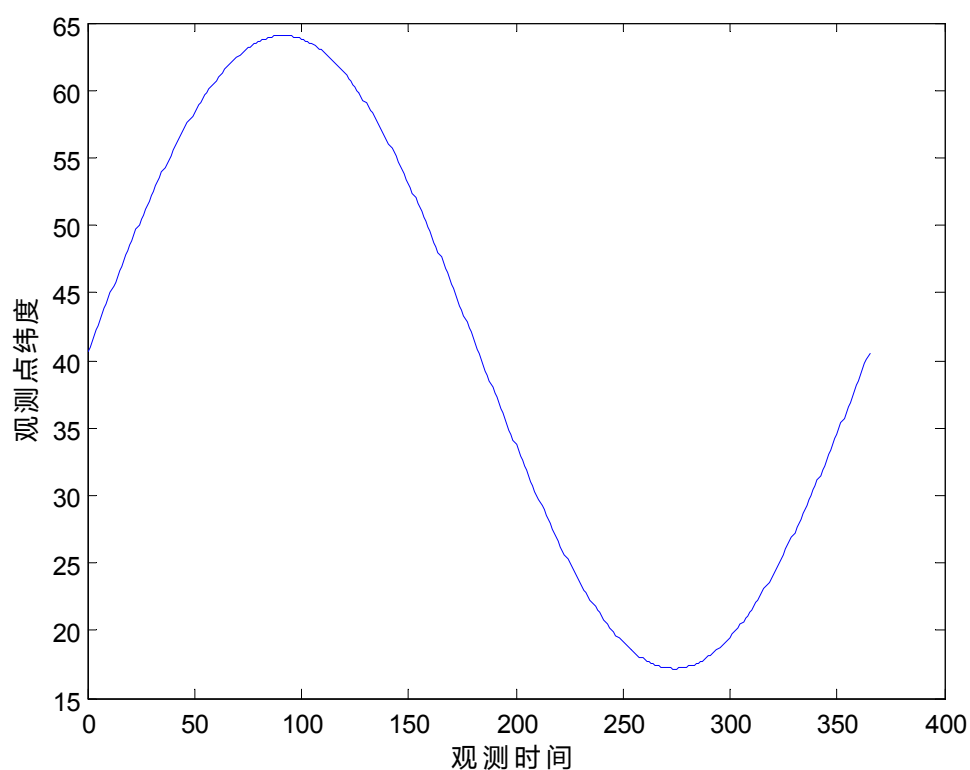


图 5.3.4 南半球符合附件三中地点所在位置的纬度与日期的关系  
利用模型对日期纬度函数值 $\sigma=40.6178$ ，经度为东经 111.0943 度处的直杆的影长进行模拟，可以得到计算影长与观测影长数值间的关系如下图图 5.3.5。

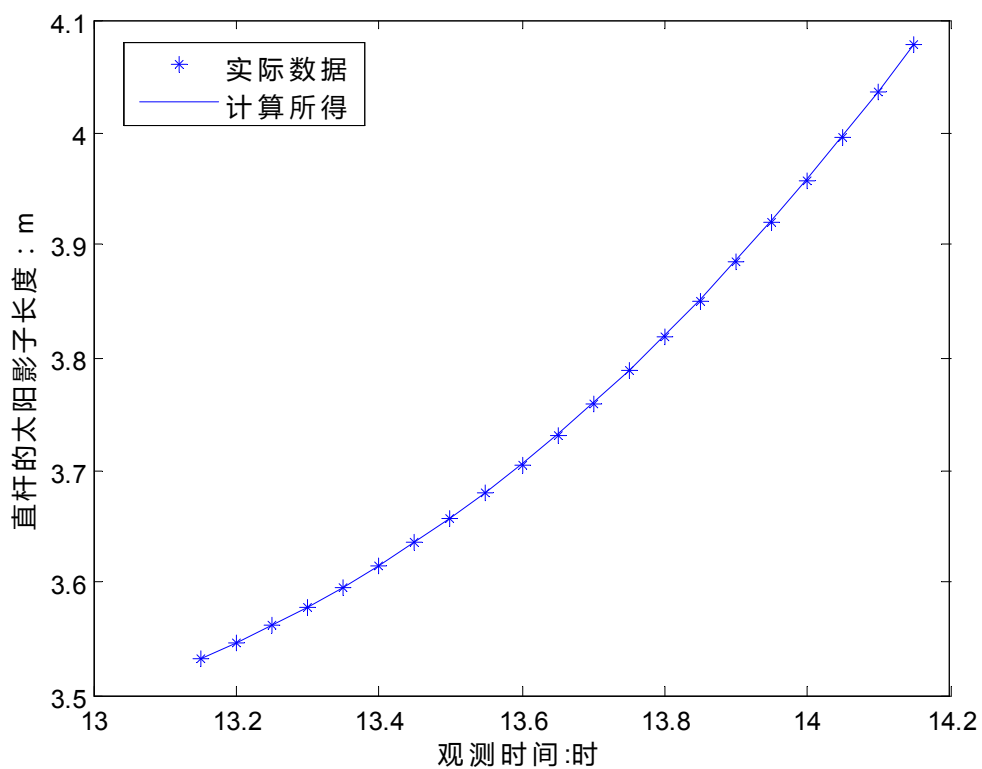


图 5.3.5 计算影长与观测影长数值间的关系



图像中模型对该直杆的影长可以很好地模拟。然后我们采用 T 检验对模型的准确性进行分析。得到两组数据间差值的标准差 $\delta$ 为 0.0031, 差值的均值 $\mu$ 为 0.0005, 理想均值 $\mu_0$ 为 0, 且样本总数  $n$  为 21, 自由度为  $\nu$ 。根据公式 5.2.11 和公式 5.2.12 计算  $t$  检验值。

根据计算得到  $t$  检验值为 0.7641, 通过查询  $t$  检验临界值表, 显著水平 $\alpha$ 取 0.01 时的  $t$  检验临界值为 2.845, 计算所得小于临界值, 即拒绝假设的概率小于 0.01, 因此该模型准确度很高。

### 5.3.3 问题三结论

根据固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据, 建立了非线性方程模型来确定直杆所处的地点和日期。将附件二中所给数据代入模型, 求得该地点的经度为  $E76^{\circ}48'42''$ , 在该经度下中国境内符合上述纬度与日期关系的纬度范围为  $N26^{\circ}0'0''$ — $N35^{\circ}9'0''$ , 对应的日期为 5 月 4 日—4 月 16 日, 和 8 月 7 日—8 月 24 日。

将附件三中所给数据代入模型, 求得该地点的经度为  $E111^{\circ}5'39''$ , 在该经度下, 中国境内符合上述纬度与日期关系的纬度范围为  $N24^{\circ}42'36''$ — $N45^{\circ}52'48''$ 。对应的日期为 8 月 2 日—6 月 3 日, 和 6 月 3 日—4 月 1 日。

当在南半球时其纬度的情况与北半球相反。

### 5.3.4 问题三模型的分析

经过 T 检验对模型的准确性进行分析, 得到两地区  $t$  检验值分别为 0.0825, 0.7641。通过查询  $t$  检验临界值表, 显著水平 $\alpha$ 取 0.01 时的  $t$  检验临界值均为 2.845, 计算所得小于临界值, 拒绝假设的概率小于 0.01, 因此该模型准确度很高; 且本模型简便易行, 效率较高。

## 5.4 问题四的模型建立与求解

建立基于灭点的透视校正和空间定位[7]模型, 得到影子长度在  $x$ - $z$  平面的  $x$  分量。根据地球自转的一周的时长为 24 小时, 得到初始角度对应的世界坐标中的角度, 得到影长。从而得到直杆在世界坐标系下的真实长度, 得到一段等间隔影长变化的具体数值, 将其与杆长, 日期代入问题二所建立的非线性方程模型, 即可得到标杆所在的具体地点。

在日期未知的情况下我们根据问题三所建立的非线性方程模型进行求解, 可以解得关于拍摄地点纬度和日期的函数以及经度, 进而推测出相关的可能地点。

### 5.4.1 问题四模型的建立

摄像机投影的集合模型是把世界坐标[8]投影到一个球面, 然后把球面上的影像投影到一个平面, 因此世界坐标与投影后的平面坐标并不相同。由于这种透视作用的存在, 真实的物体投影到平面上会随着距离不同产生不同程度的形变, 即近大远小, 最后集中于无穷远处的一点, 即为灭点, 如下图所示: 如下图图 5.4.1 所示:

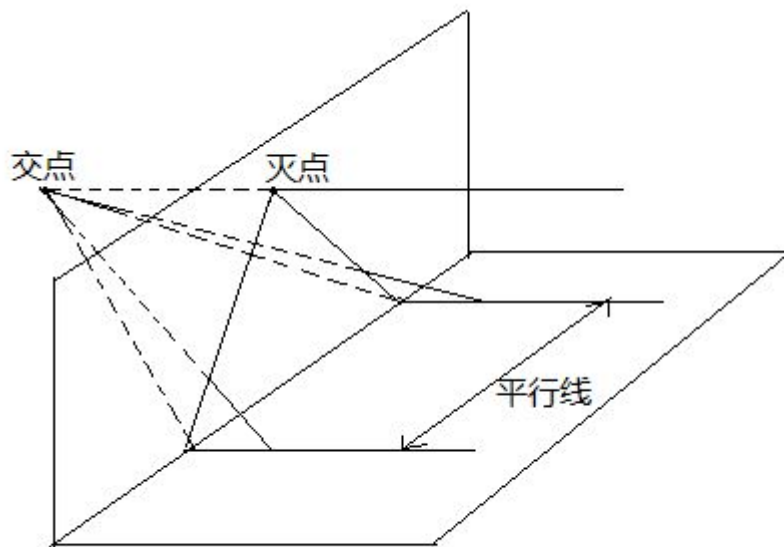


图 5.4.1 物体投影到平面产生形变

从图中可以看出，在摄像机呈像的平面上相交于灭点的两条直线在世界坐标下是平行的，因此我们选取视频中的两条在世界坐标下平行的直线，求出其灭点，然后根据相交于灭点的直线平行的原理，计算出影子长度在  $x$ - $z$  平面的  $x$  分量，如下图图 5.4.2:

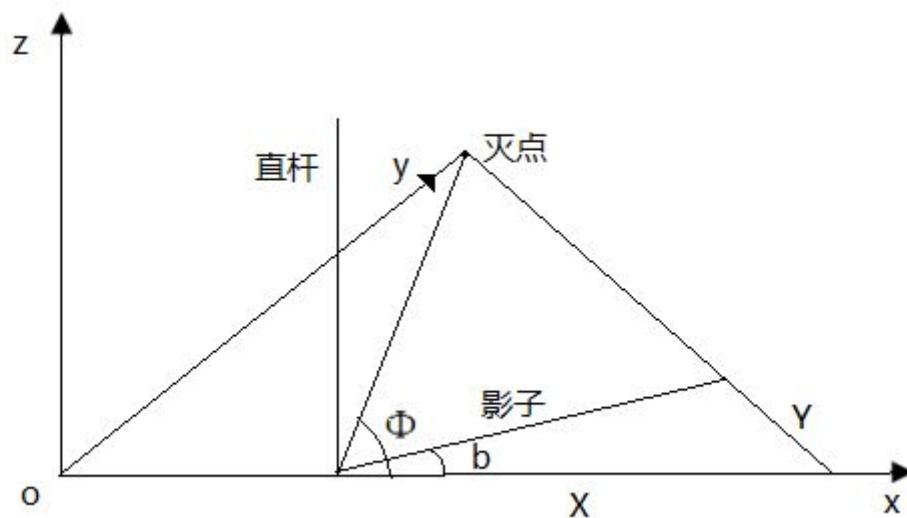


图 5.4.2 影子长度在  $x$ - $z$  平面的  $x$  分量

地球自转的一周的时长为 24 小时，因此每分钟转过的角度  $a$  为 0.25 度，因此在  $\Delta t$  时间段内转过的角度  $\theta$  为

$$\theta = 0.25 \Delta t \quad (\text{公式 5.4.1})$$

则初始角度  $b$  对应的世界坐标中的角度约为  $b_1$  为:

$$b_1 = \frac{90}{\phi} \cdot b \quad (\text{公式 5.4.2})$$

因此在任意时刻的角度  $\phi$  为

$$\Phi = b_1 + \theta \quad (\text{公式 5.4.3})$$

进而求得其影子沿  $y$  方向上的分量  $Y$  为:

$$Y = X \tan \Phi \quad (\text{公式 5.4.4})$$

可以得到影长  $L'$  为:

$$L' = X \sqrt{1 + \tan^2 \Phi} \quad (\text{公式 5.4.5})$$

已知像平面中的影长的  $x$ - $y$  平面像素值和直杆在世界坐标中的真实长度  $h$  以及在图像中  $z$ - $x$  平面的像素值  $h'$ , 我们便可以得到直杆在世界坐标系下的真实长度:

$$L = \frac{h}{h'} \cdot L'$$

求得了每段时间的影长, 我们即可得到一段等间隔影长变化的具体数值, 已知杆长  $h$ , 日期  $T$ , 以及等间隔时刻的影长  $L'$ , 带入问题二所建立的非线性方程模型, 即可得到标杆所在的具体地点。在日期  $T$  未知的情况下我们根据问题三所建立的非线性方程模型进行求解, 可以解得关于拍摄地点纬度和日期的函数及经度, 进而推测出相关的可能地点。

#### 5.4.2 问题四模型的解答

因附件四为视频文件, 不容易做定量的分析与计算。因此我们将视频转化成每三分钟一次的截图, 分析截图内事物存在的平行关系找到灭点的像素坐标为 (475.4375, 229.3125), 通过计算我们得到了直杆的像平面像素长度  $h'$  为 279,  $x$  轴上的分量  $X$ ,  $y$  轴上的分量  $Y$ ,  $x$ - $y$  平面的像素坐标长度  $L'$  以及世界坐标下影长的长度  $L$  如下表表 5.4.2 所示。

然后将表格中的数据运用到问题二的非线性方程模型, 求解得经度为  $115^\circ 35' 55''$ , 经过修正函数  $\Delta m$  进行修正, 得到北半球中拍摄可能地点是东经  $120^\circ 45' 56''$  北纬  $44^\circ 7' 1''$ , 南半球中可能的拍摄地点为东经  $120^\circ 45' 56''$  南纬  $0^\circ 46' 31''$ 。考虑到视频中的建筑特色以及周边环境, 最终确定视频的拍摄地点为东经  $120^\circ 45' 56''$  北纬  $44^\circ 7' 1''$ 。

表 5.4.2 不同时刻像素坐标长度及影长长度

观测时间	$X$	$Y$	像素影长 $L'$	影长 $L$
8:57	334.1250	52.9202	323.2928	2.4250
9:00	326.1381	47.2878	314.4415	2.3624
9:03	321.2813	42.2975	309.0817	2.3230
9:06	307.2813	36.3691	303.2898	2.2181
9:09	307.3125	32.2998	297.8190	2.2151
9:12	302.3750	27.7844	293.6695	2.1767
9:15	293.2813	23.0817	286.1947	2.1089
9:18	291.4063	19.0998	281.7908	2.0934
9:21	283.2656	14.8453	275.8155	2.0334
9:24	277.2969	10.8950	270.4429	1.9893
9:27	271.2813	7.1037	265.2940	1.9453
9:30	265.7813	3.4793	261.2568	1.9054
9:33	258.6875	0.0000	258.2188	1.8544

利用问题一建立二次函数模型对东经  $115^{\circ}35'55''$  北纬  $44^{\circ}7'1''$  处的直杆在 8:57 至 9:33 时间内直杆影长进行模拟, 可以得到模拟数值与处理视频得到的影长数值的比较图如图 5.4.3。由于对视频处理的技术有限, 测得的影长的实际数值存在一定误差, 因此在误差允许的范围内可以认为, 该模型求解的拍摄地点是准确的。

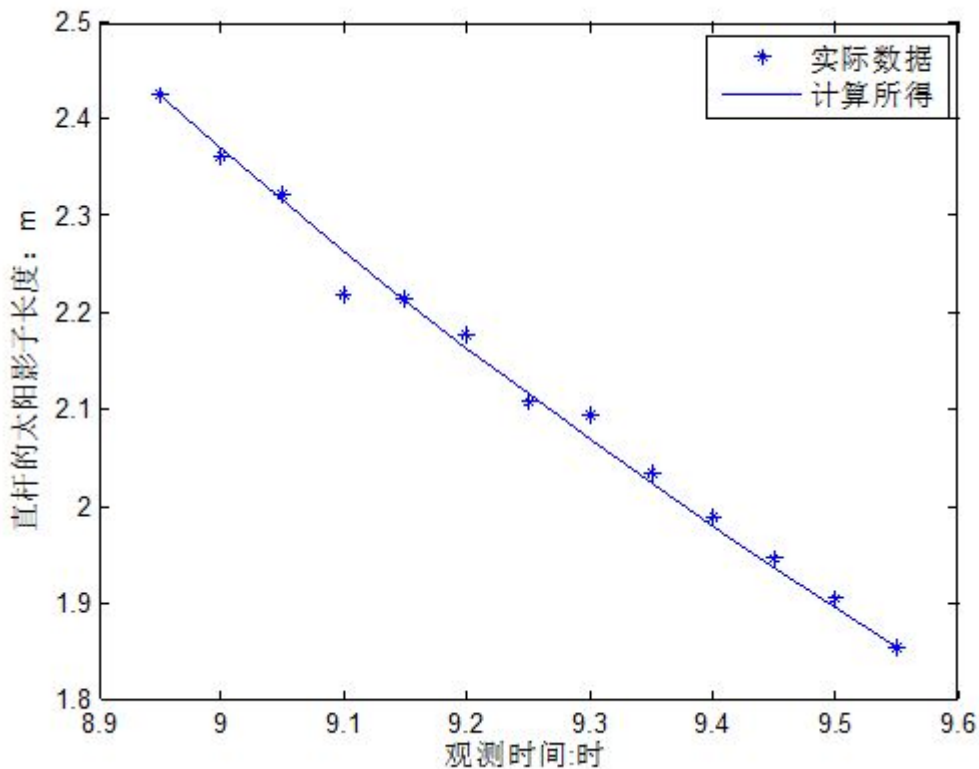


图 5.4.3 模拟数值与处理视频得到的影长数值的比较图

若拍摄地点与日期均未知, 我们仍需对视频进行如上的数据处理与分析。然后利用问题三的非线性方程模型对拍摄时间与地点分别求解。

#### 5.4.3 问题四的结论

建立了基于灭点的透视校正和空间定位模型, 得到北半球中拍摄可能地点是东经  $120^{\circ}45'56''$  北纬  $44^{\circ}7'1''$ , 南半球中可能的拍摄地点为东经  $120^{\circ}45'56''$  南纬  $0^{\circ}46'31''$ 。考虑到视频中的建筑特色以及周边环境, 最终确定视频的拍摄地点为东经  $120^{\circ}45'56''$  北纬  $44^{\circ}7'1''$ 。

若拍摄地点与日期均未知, 我们仍需对视频进行如上的数据处理与分析。然后利用问题三的多元非线性方程模型对拍摄时间与地点分别求解。得到 E  $120^{\circ}45'56''$ , N  $24^{\circ}42'36''$ —N  $45^{\circ}52'48''$ , 对应的日期为 8 月 2 日—6 月 3 日和 6 月 3 日—4 月 1 日。该范围内包含上面提到的 7 月 13 日, E  $120^{\circ}45'56''$ , N  $44^{\circ}7'1''$ 。

#### 5.4.4 问题四模型的分析

利用问题一建立二次函数模型对本问模型求解结果进行检验, 将东经  $115^{\circ}35'55''$  北纬  $44^{\circ}7'1''$  处的直杆在 8:57 至 9:33 时间内直杆影长进行模拟, 可以得到模拟数值与处理视频得到的影长数值的比较图。由于对视频处理的技术有

限，测得的影长的实际数值存在一定误差，因此在误差允许的范围内可以认为，该模型求解的拍摄地点是准确的。

## 六、模型的评价

本文针对太阳影子定位问题，建立了二次函数模型，非线性方程模型以及基于灭点的透视校正和空间定位模型，在一定精度范围内得到了较为满意的结果。经检验，各个模型均有一定的适用范围。

对于二次函数模型，此模型最大的优点是简单易懂、易于实现，在一定误差范围内是可行的；其效率很高，可迅速解出结果，具有一定的精确度。

对于非线性方程模型，本模型计算复杂度相对较低，求解比较容易，同时准确度较高。实际应用中可以先用本模型算出被测物大致位置，再使用寻优算法进行迭代，提高模型精度。

对于基于灭点的透视校正和空间定位模型，用一种简单的方法实现了透视图像的校正，减少了计算量，简便实用。经过校正后的图像，可用于提高测量和定量分析的精度，并且可以得到理想的定位结果。

## 参考文献

- [1] 姜启源, 谢金星, 叶俊. 数学模型(第四版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2011.
- [2] 王国安, 米洪涛, 邓天宏, 李亚男, 李兰霞. 太阳高度角和日出日落时刻太阳方位角一年变化范围的计算[J]. 气象与环境科学, 30(1):161-164, 2007.
- [3] 李明, 李广杰, 张文, 刘慧明, 王吉亮, 杨静. 基于卡方检验法对长白山龙门峰裂隙岩体统计均质区划分[J]. 吉林大学学报:地球科学版, 42(2):449-453, 2012.
- [4] 李春燕, 俞集辉, 谢开贵, 张谦, 史江陵. 基于多元非线性回归的阻塞管理优化模型[J]. 电工技术学报, 23(2):96-102, 2008.
- [5] 靳庭良, 张宝青, 谢开贵, 张谦, 史江陵. 回归分析中 t 检验与 F 检验关系的进一步探讨[J]. 理论新探, 21: 7-9, 2009.
- [6] 刘明, 王仁曾. 基于 t 检验的逐步回归的改进[J]. 理论新探, 6: 16-19, 2012.
- [7] 杨华超, 张书毕, 刘超. 基于灭点理论和平面控制场的相机标定方法研究[J]. 中国图象图形学报, 15(8): 1168-1174, 2010.
- [8] 张广军, 魏振中. 多视觉检测系统的世界坐标唯一全局标定方法[J]. 北京航空航天大学学报, 32(11):1268-1272, 2006.

## 附录

%问题一：使用 matlab 软件利用画出 2015 年 10 月 22 日北京时间 9:00-15:00 之间北纬 39 度 54 分 26 秒,东经 116 度 23 分 29 秒) 3 米高的直杆的太阳影子长度的变化曲线

```
a=90-abs(39+((26/60)+54)/60-(23+26/60)*sin(2*pi*(215/365.2422)));
```

```
aa=a/180*pi;
```

```
t=9:0.1:15;
```

```
b=15.*abs(t-12);
```

```
bb=b./180*pi;
```

```
l=3./tan(aa); p=sqrt(l^2+9).*(tan(bb));
```

```
H=sqrt(l.^2+p.^2);
```

```
plot(t,H);
```

```
xlabel('观测时间:时');
```

```
ylabel('直杆的太阳影子长度: m');
```

%使用 matlab 软件对问题一模型准确性检验

```
t_=9:1:15;
```

```
a_=90-abs((32+3/60)-(23+26/60)*sin(2*pi*(0/365.2422)));
```

```
aa_=a_/180*pi;
```

```
tt_=9:0.1:15;
```

```
b_=5.*abs(tt_-12);
```

```
bb_=b_/180*pi;
```

```
l_=3./tan(aa_); p_=sqrt(l_^2+9).*(tan(bb_));
```

```
HH_=sqrt(l_.^2+p_.^2);
```

```
>> plot(t_,H_,'*')
```

```
>> hold on
```

```
>> plot(tt_,HH_)
```

```
>> xlabel('观测时间:时');
```

```
ylabel('直杆的太阳影子长度: m');
```

```
legend('测量影长','计算影长')
```

```
Y=HH_-H_;
```

%问题二利用 matlab 根据所给数据确定直杆的位置。

```
[x,fval]=fsolve(@myfun,[39.9,0])
```

%利用 matlab 根据模型计算出直杆影长的变化曲线一

```
[N]=solve('N/(tan(((90-(24.5818-10.85588909))/180)*pi))^2+(N/(tan(((90-(24.5818-10.85588909))/180)*pi))^2+N)*(tan((15*(14.7-12-1.1641)/180)*pi))^2=1.149625^2','N');
```

```
N=5.2591611183426071431079229704419;
```

```
x=24.5818;
```

```
t=-1.1641;
```

```
m=tan(((90-abs(x-(23+26/60)*sin((28/365.2422)*2*pi)))/180)*pi);
```

```
tt=14.7:0.05:15.7;
```

```
n=tan(((15.*abs(tt-12+t))/180)*pi);
```

```
HH=sqrt(N./m.^2.*(1+(n.^2))+N.*n.^2);
```

```

plot(tt,H','*')
hold on
plot(tt,HH)
xlabel('观测时间:时');
ylabel('直杆的太阳影子长度: m');
legend('实际数据','计算所得')
%使用 matlab 软件计算模型 2-1 的 T 检验值
Y1=HH'-H;
for i=1:21
Z=Y1(i)+Z;
i=i+1;
end
Z/21
Z=zeros(21,1);
for i=1:21
Z(i)=(Y1(i)-ans)^2;
i=i+1;
end
M=0;
for i=1:21
M=Z(i)+M;
i=i+1;
end
>> (M/21)^(0.5)
0.00021355299893839987079892953082136/(0.0011/20^0.5)
%利用 matlab 根据模型计算出直杆影长的变化曲线二
[x,fval]=fsolve(@myfun,[0,0])
[N]=solve('N/(tan(((90-(-2.9431-10.85588909))/180)*pi))^2+(N/(tan(((90-(-2.9431-10.85588909))/180)*pi))^2+N)*(tan((15*(14.7-12+-1.1774)/180)*pi))^2=1.149625^2',
'N')
x=-2.9431;
t=-1.1774;
m=tan((((90-abs(x-(23+26/60)*sin((28/365.2422)*2*pi))))/180)*pi);
tt=14.7:0.05:15.7;
n=tan(((15.*abs(tt-12+t))/180).*pi);
HH1=sqrt(N./m.^2.*(1+(n.^2))+N.*n.^2);
plot(tt,H','*')
hold on
plot(tt,HH1)
xlabel('观测时间:时');
ylabel('直杆的太阳影子长度: m');
legend('实际数据','计算所得')
%使用 matlab 软件对模型 2-2 的检验
Y21=HH1'-H;

```

```

Z2=0;
for i=1:21
Z2=Y21(i)+Z2;
i=i+1;
end
AVE=Z2/21;
Z2=zeros(7,1);
for i=1:21
Z2(i)=(Y21(i)-AVE)^2;
i=i+1;
end
M2=0;
for i=1:21
M2=Z2(i)+M2;
i=i+1;
end
>> MM2=M2^(0.5);
T2=AVE/(MM2/20^0.5)
%问题三
%使用 matlab 软件计算附件二的位置与观测日期
[x,fval]=fsolve(@myfunS,[25,-2])
%求得附件二观测点的不同时间影长的计算数值与实测数值变化图
[N]=solve('N/(tan(((90-25.0365)/180)*pi))^2+(N/(tan(((90-25.0365)/180)*pi))^2+N)*
(tan((15*((12+41/60)-12-2.9838)/180)*pi))^2=1.247256205^2','N')
N=1.9595614390823672036858591521664;
m=tan(((90-25.0365)/180)*pi);
tt=(12+41/60):0.05:(13+41/60);
n=tan(((15.*abs(tt-12-2.9838))/180).*pi);
H3H=sqrt( N./m.^2.*(1+(n.^2))+N.*n.^2);
plot(tt,H3','*')
hold on
plot(tt,H3H)
xlabel('观测时间:时');
ylabel('直杆的太阳影子长度: m');
legend('实际数据','计算所得')
%利用 matlab 绘制附件二的观测时间与北半球的观测地纬度变化的关系图
t=0:1:365;
w=25.0185-(23+26/60)*sin(2*pi*t/365.2422);
plot(t,w)
xlabel('观测时间');
ylabel('观测点纬度');
%利用 matlab 绘制附件二的观测时间与南半球的观测地纬度变化的关系图
t=0:1:365;
w=25.0185+(23+26/60)*sin(2*pi*t/365.2422);

```



```

plot(t,w)
xlabel('观测时间');
ylabel('观测点纬度');
%利用 matlab 计算求得观测点的影长的计算值与实际观测值误差的 T 检验值
N=1.9595614390823672036858591521664;
m=tan(((90-25.0365)/180)*pi);
tt=(12+41/60):0.05:(13+41/60);
n=tan(((15.*abs(tt-12-2.9838))/180).*pi);
H3H=sqrt( N./m.^2.*(1+(n.^2))+N.*n.^2);
>> Y31=H3H'-H3;
Z31=0;
for i=1:21
Z31=Y31(i)+Z31;
i=i+1;
end
>> AVE=Z31/21;
>> Z31=zeros(21,1);
for i=1:21
Z31(i)=(Y31(i)-AVE)^2;
i=i+1;
end
M2=0;
for i=1:21
M2=Z31(i)+M2;
i=i+1;
end
MM2=M2^(0.5);
T2=AVE/(MM2/20^0.5)
%使用 matlab 软件计算附件三的位置与观测日期
[x,fval]=fsolve(@myfunSS,[41,-1])
%%附件三的不同时间影长的计算数值与实测数值变化图
[N]=solve('N/(tan(((90-40.6178)/180)*pi))^2+(N/(tan(((90-40.6178)/180)*pi))^2+N)*
(tan((15*((13+9/60)-12-0.6976)/180)*pi))^2=3.533142183665979^2','N')
m=tan(((90-40.6178)/180)*pi);
tt=(13+9/60):0.05:(14+9/60);
n=tan(((15.*abs(tt-12-0.6976))/180).*pi);
H32H=sqrt( N./m.^2.*(1+(n.^2))+N.*n.^2);
plot(tt,H32','*')
hold on
plot(tt,H32H)
xlabel('观测时间:时');
ylabel('直杆的太阳影子长度: m');
legend('实际数据','计算所得')
%利用 matlab 绘制附件三的观测时间与观测地北半球纬度的关系图

```

```

t=0:1:365;
w=40.6178-(23+26/60)*sin(2*pi*t/365.2422);
plot(t,w)
>> xlabel('观测时间');
>> ylabel('观测点纬度');
%利用 matlab 绘制附件三的观测时间与观测地南半球纬度的关系图
t=0:1:365;
w=40.6178+(23+26/60)*sin(2*pi*t/365.2422);
plot(t,w)
xlabel('观测时间');
ylabel('观测点纬度');
%利用 matlab 计算求得观测点的影长的计算值与实际观测值误差的 T 检验值
N=16.422399370772432704060013843937;
>> m=tan(((90-40.6178)/180)*pi);
tt=(13+9/60):0.05:(14+9/60);
n=tan(((15.*abs(tt-12-0.6976))/180).*pi);
H32H=sqrt( N./m.^2.*(1+(n.^2))+N.*n.^2);
Y32=H32H'-H32;
Z32=0;
for i=1:21
Z32=Y32(i)+Z32;
i=i+1;
end
AVE=Z32/21;
Z32=zeros(21,1);
for i=1:21
Z32(i)=(Y32(i)-AVE)^2;
i=i+1;
end
M2=0;
for i=1:21
M2=Z32(i)+M2;
i=i+1;
end
MM2=M2^(0.5);
T2=AVE/(MM2/20^0.5)
%问题四
%使用 MATLAB 求得 h'
A=imread('最后 1 图.jpg');
imshow(A);
B1=ginput(1);
B2=ginput(1);
B3=B2-B1;
%处理视频截图获取 13 个影子定点的 XY 像素坐标值

```

```

A=imread('x857.jpg');
imshow(A);
D=zeros(13,1);
D(1,:)=ginput(1)';
D=zeros(13,2);
D(1,:)=ginput(1)';
A=imread('x900.jpg');
imshow(A);
D(2,:)=ginput(1)';
A=imread('x903.jpg');
imshow(A);
D(3,:)=ginput(1)';
A=imread('x906.jpg');
imshow(A);
D(4,:)=ginput(1)';
A=imread('x909.jpg');
imshow(A);
D(4,:)=ginput(1)';
A=imread('x912.jpg');
imshow(A);
D(6,:)=ginput(1)';
A=imread('x909.jpg');
imshow(A);
D(5,:)=ginput(1)';
A=imread('x915.jpg');
imshow(A);
D(7,:)=ginput(1)';
A=imread('x918.jpg');
imshow(A);
D(8,:)=ginput(1)';
A=imread('x921.jpg');
imshow(A);
D(9,:)=ginput(1)';
A=imread('x924.jpg');
imshow(A);
D(10,:)=ginput(1)';
A=imread('x927.jpg');
imshow(A);
D(11,:)=ginput(1)';
A=imread('x930.jpg');
imshow(A);
D(12,:)=ginput(1)';
A=imread('x933.jpg');
imshow(A);

```

```

D(13,:)=ginput(1)';
%求取 13 个点 XY 的像素长度值
DD=zeros(13,1);
for i=1:1:13
DD(i)=D(i,1)-358.25
end
for i=1:1:13
YCT(i)=DD(i)*tan(JDS(i));
end
%求得不同时刻的影长
for i=1:1:13
YC(i)=YCT(i)^2+DD(i)^2;
end
for i=1:1:13
SSS(i)=YC(i)^0.5;
end
%matlab 求解视频中拍摄地的纬度与时差
[x,fval]=fsolve(@myfunF2,[40,0])

[x,fval]=fsolve(@myfunF2,[0,0])
%绘制模拟的影长变化曲线
m=tan(((90-44.1170+21.6708)/180)*pi);
tt=(8+57/60):0.05:(9+33/60);
n=tan(((15.*abs(tt-12-0.0497))/180).*pi);
H41H=sqrt( 4./m.^2.*(1+(n.^2))+4.*n.^2);
plot(tt,H41','*')
hold on
plot(tt,H41H)
xlabel('观测时间:时');
ylabel('直杆的太阳影子长度: m');
legend('实际数据','计算所得')
%matlab 求解视频中拍摄地的时差和纬度与日期联合函数
[x,fval]=fsolve(@myfunFS,[20,0])

```