砂川理論電磁気学　学習ノート

orange-kyoto

2025 年 8 月 31 日

目次

第1章

真空電磁場の基本法則

§1 場の概念

§2 電場と磁場の定義

§3 Coulomb の法則

閉曲面 S の外部に点電荷が存在するときは、以下が”容易に”示せるとのこと：

$$\oint_S \boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}) \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}) dS = 0$$

ガウスの定理より、

$$\oint_S \boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}) \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}) dS = \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}) d^3x$$

閉曲面内に点電荷がないので、電場が無限大になるような特異点が無い。よって、電場の div を普通に計算することができる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} E_x &= \frac{\partial}{\partial x} \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{x - x_Q}{R^3} \\ &= \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{R^3} - \frac{3(x - x_Q)^2}{R^5} \right\}\end{aligned}$$

同じように y, z の偏微分も計算できるので

$$
\begin{aligned}
\nabla \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}) &= \frac{e}{4\pi\epsilon_0}\left\{\frac{3}{R^3} - \frac{3(x-x_Q)^2 + 3(y-y_Q)^2 + 3(z-z_Q)^2}{R^5}\right\} \\
&= \frac{e}{4\pi\epsilon_0}\left\{\frac{3}{R^3} - \frac{3R^2}{R^5}\right\} \\
&= \frac{e}{4\pi\epsilon_0}\left\{\frac{3}{R^3} - \frac{3}{R^3}\right\} \\
&= 0
\end{aligned}
$$

になり、積分しても 0 になる。電場の湧き出しが無いので、閉曲面を出入りする電場が差し引きでゼロになるイメージ。