4.变换（下）

4.1 三维变换

与二维空间中类似

$$\text{三维点：}(x,y,z,1)^T$$
$$\text{三维向量：}(x,y,z,0)^T$$
$$(x,y,z,w)\text{代表三维点}(x/w,y/w,z/w)$$

三维空间中的变换矩阵与二维空间中的几乎一致，结构也十分相似。

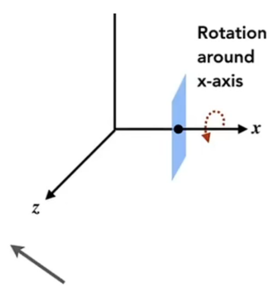
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & c & t_x \\ d & e & f & t_y \\ g & h & i & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

左上方3*3的矩阵表示线性变换，右上方3*1矩阵表示平移，先进行线性变换再进行平移。

$$\mathbf{R}_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_y(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



分别绕坐标轴的旋转矩阵可以写作上图中的形式，而任何复杂的旋转都可以被转化为绕这三个轴旋转的组合，所以将这三个变换矩阵相乘（不论次序）,就可以得到复杂旋转的变换矩阵。

4.2 视图变换

如何得到一张图片?

1. 首先，摆好拍摄对象（模型变换）
2. 然后，摆好摄影机（视图变换）
3. 最后，拍照（投影变换）

确定一个相机需要哪些信息?

1. 相机的位置 $\vec{e}$
2. 相机朝向 $\hat{g}$
3. 相机的向上方向 $\hat{t}$ （否则可以绕朝向旋转）

因为相机如果与物体同步平移，那么不会改变成像，所以可以将相机固定在原点，朝向Z轴负方向，Y轴正方向为向上方向。

移动相机的方式是先平移，再旋转，物体也保持同样的变换，这一过程称为试图变换。

4.3 投影变换

最简单的方式——正交投影：

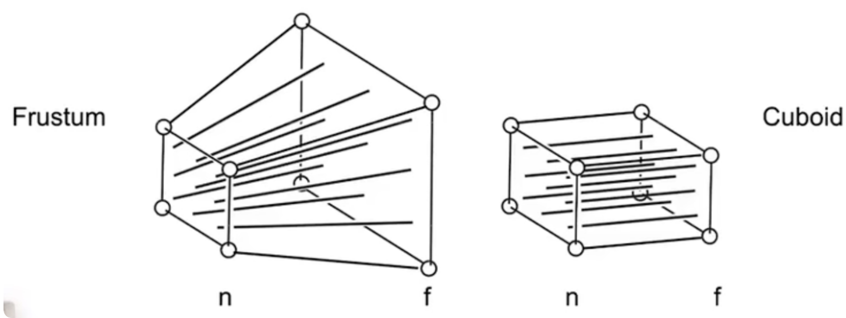
简单的把Z轴信息忽略，远近的物体大小一致。

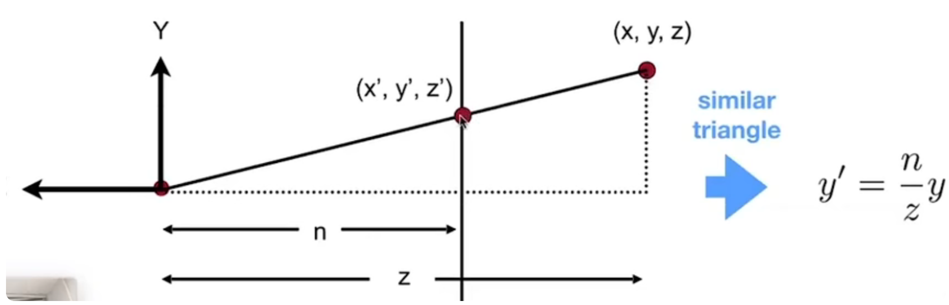
最广泛的方式——透视投影：

近大远小，会改变平行线的关系。几乎也是人类肉眼观测到的方式。

进行透视投影计算的方式是先确定一个近平面和一个远平面（其间的部分即为成像范围），然后将其转化为正交投影来进行。

转化的方式为乘上一个变化矩阵，具体数据可以由数个特殊点计算得到。





透视投影的计算方式