

# HW4 Test Report

B06602037 徐子程

實驗條件：

以範例提供的 ex/graph.txt，重複生成 5 次 page rank，並觀察生成的數據。

亂數產生方式為使用 numpy 的 random.randint，先產生介於 1~100 的亂數，填入  $n \times 1$  的 Matrix  $R_0$ ，再取其總和 sum，將  $R_0$  每個元素除以 sum，即  $\text{sum}(R_0) = 1$ 。

生成亂數：

1	2	3	4	5
2.2775800711743771 08e-01	7.9037800687285220 12e-02	7.0175438596491224 17e-02	2.5000000000000000 00e-01	3.4254143646408841 13e-01
2.7758007117437721 87e-01	2.5429553264604809 47e-01	1.9736842105263158 19e-01	2.9166666666666667 13e-02	2.7624309392265192 22e-02
1.3879003558718860 93e-01	1.9243986254295533 67e-01	2.9385964912280704 29e-01	2.5000000000000000 00e-01	2.6519337016574584 53e-01
2.1352313167259787 12e-02	1.8556701030927835 74e-01	2.4122807017543859 70e-01	3.6666666666666664 08e-01	6.6298342541436461 33e-02
3.3451957295373663 25e-01	2.8865979381443296 34e-01	1.9736842105263158 19e-01	1.0416666666666667 13e-01	2.9834254143646410 37e-01

生成 Page Rank：

1	2	3	4	5	標準差
3.0479974631572 56504e-01	2.9747189606908 85261e-01	3.0079580119500 61517e-01	3.2983092243379 61920e-01	3.2496171231987 97475e-01	0.0132
4.1637010676156 59113e-02	3.8144329896907 21976e-02	2.9605263157894 74214e-02	4.3750000000000 00416e-03	4.1436464088397 79700e-03	0.0163
1.6805412705962 82444e-01	1.7150287541699 14960e-01	1.8449939971840 39558e-01	1.7953751703436 33808e-01	1.7964878298456 76842e-01	0.0060
2.3436828382090 35224e-01	2.5026765166326 39236e-01	2.4924381238260 09877e-01	2.5414997375787 26270e-01	2.3203501656685 31861e-01	0.0090
2.5114083212758 59223e-01	2.4261324695374 89733e-01	2.3585572354609 40482e-01	2.3210658677396 78101e-01	2.5921084171985 97525e-01	0.0099

由以上結果可以觀察到，由 5 組不同亂數生成的 page rank 標準差並不大，並且與使用  $R_0 = [1/N]$  生成的 page rank 也差異不大，故可以推測在  $R_0$  不同的起始條件下，產生的 page rank 有收斂現象。

理論推導：

令  $N_0 = [\frac{1}{N} \quad \frac{1}{N} \quad \frac{1}{N} \dots \frac{1}{N}]^T$ ，其中  $\text{sum}(R_0) = 1$ 。  $R_{n+1} = (1-d)N_0 + d T \cdot R_n$ ，則

$$\begin{aligned} R_n &= (1-d) \left[ \sum_{k=0}^{n-1} (dT)^k \right] N_0 + (dT)^n R_0 \\ &= (1-d)(dT - I_N)^{-1} [(dT)^n - I_N] N_0 + (dT)^n R_0 \\ R_n(n \rightarrow \infty) &= \begin{cases} N_0, d=0 \\ (d-1)(dT - I_N)^{-1} N_0, 0 < d < 1 \end{cases} \Rightarrow \text{Independent of } R_0 \end{aligned}$$