2020 年度　修士論文

超伝導準集中定数共振器間における
高強度可変結合素子の研究開発

2020 年 12 月 28 日

東京理科大学大学院 理学研究科物理学専攻　蔡研究室
（学籍番号 1219537）

宮永　崇史

東京理科大学大学院 理学研究科物理学専攻

序章

超伝導体を用いた擬似人工原子システムの確立 [1] から約 23 年を経た現在、超伝導量子計算機の開発に注目が集まっている。量子計算機が古典コンピュータと比較して有意な結果を発揮するためには約 100 万もの擬似人口原子（以下量子ビット）を集積してからだといわれており、回路の集積度は年々増加している。回路に装填される素子は量子ビットだけではない。量子情報を取得する読み出し素子。量子ビット同士を相互作用させる結合素子。量子情報を伝送させる伝送ライン。これら素子群をパッケージングする回路デザインも量子ビットの集積度に大きく寄与する。当研究室でも万能型量子計算機、専門特化型量子計算機の回路アーキテクチャ [2] をそれぞれ提案しており、これらの提案は 2 次元平面状で実装可能であることが利点である。このアーキテクチャの特徴的な点は量子ビット同士を結合素子を介して直接結合させるのではなく、共振器を介していることである。共振器に準集中定数型の共振器を用いることにより回路デザインの拡張性も高い。その一方で量子ビット間に新たな素子が介入したことにより、共振器間の結合強度はかなり高強度にする必要がある。

本研究のテーマは上記前提のもと、共振器間の高強度可変結合素子の研究開発である。共振器間の結合素子には従来型の rf-SQUID を拡張させたものを使用している。エンジニアリングな内容が主になるため本稿もそれに合わせた構成となっている。第 1 章で共振器結合素子開発の目的。第 2 章で前半で結合回路の物理モデルと使用する超伝導素子について記述する。第 3 章では実際に素子を作成する際にとった手順をパラメータの決定の仕方から電磁界シミュレーションまでを設計のパートで、製造パートではジョセフソン接合を製造する 2 重蒸着法について説明する。また章の最後では測定したサンプルの物理パラメータをまとめている。第 4 章では測定の手法と解析の手法を、第 5 章では測定結果を示す。第 6 章では前章の結果を受けた結合強度の解析を前半部で、後半部では回路を結合連成振動子とした物理のもとで解析を行う。第 7 章では結果を踏まえた総括を、第 8 章では今後の展望について記述する。

第１０章では本文に記載するには冗長であるが重要である計算について補足という形でまとめてあるので参照されたい。

目次

第 1 章

目的

研究の目的

1.1　超伝導回路の大規模化

本研究の目的は共振器間の高強度結合素子の開発である。まずはこの研究のモチベーションについて説明することから始める。序章でも述べたが超伝導量子回路の集積度は年々向上しており、知名度の高い企業が研究開発に乗り出していることからも世間からの注目度は非常に高い。しかしながら、各々の量子ビットを効率よく相互作用させようとする際にはまだまだ課題も多い。超伝導量子回路を用いた大規模な集積回路として有名なのは D-wave 社の量子アニーリング回路、Google の万能型量子回路であるがその 2 つの例を見ても各々の量子ビットの全結合は実現できていない。量子ビットと結合素子を直接結合させるには回路デザインの観点から限界が生じている。我々の研究チームでは量子アニーリング型及び万能型のそれぞれについて 2 次元回路アーキテクチャの開発に取り組んでいる。この 2 つのアーキテクチャのうち特に量子アニーリング回路では本稿のテーマである。共振器間の高強度結合素子の開発が要となる。以下に大規模アニーリング回路を駆動するために必要なここの超伝導素子のパラメータを示す。

この図には量子ビット間の実質的な結合強度 Jij と量子ビットのパラメータが示されている。量子アニーリングはイジンぐモデルを前提に構築されたモデルであり、最終的な解は結合強度 Jij にマッピングされる。始状態のパラメータは量子ビットの遷移周波数にマップされるため始状態と終状態において、この 2 つのパラメータはバランスがとれていることが前提となる。またスイープ時間において突発的な状態遷移を避けるために量子ビットの遷移周波数は GH z 帯に設定する必要がある。この状況において Jij の強度を GHz 体に保つためには共振器間の結合強度の絶対値には少なくとも 400MHz が必要とされる。マッピングの自由度を上げるにはこの Jij は正負でのバランスがとれていることが望ましい。以上より共振器間の結合に要請される理想的なパラメータは-400MHz から 400MHz を自由に変調できるものである。先行研究 [3] では-320MHz から 37MHz の結合強度を実現しているが、正負両方向において強度不足であることがわかる。

1.2

1.3　結合振動子

本研究のテーマはエンジニアリングな側面が強いが、研究対象としている結合共振回路は物理モデルとしても非常に興味深い内容である。量子力学と古典力学のアナロジーとして連成振動子モデルは多くの研究がなされている。[4][5][6] 上記のモデルは一般的な共振素子（振動子）と共振素子を結合した系を理論的視点から論じている。今回作成した共振回路は共振器間のダイレクトな結合強度を変調できるという点で非常に魅力的である。一般的な共振素子はその遷移周波数がすべて同一であり、共振回路の周波数を持った光子を外部から入力しても高準位へと遷移してしまい、光子の放出現象は示さない。しかし、振動子間に結合項が存在すると振る舞いは一変し新たな固有モードが出現する。古典力学ではしばしばこのモードのことを基準モードと呼んでいる。この

第 2 章

原理

超伝導回路の紹介と結合素子の物理モデルの導入

2.1　物理モデル

本章ではまず結合共振回路の物理モデルの説明から始める。

2.2　超伝導回路素子

サンプル作成に使用した超伝導回路素子の説明を包括的に行う。まずは超伝導共振器の導入を行う。

2.2.1　超伝導共振器

超伝導量子エレクトロニクスの分野ではしばしば共振回路が使用される。目的は様々であるが、量子ビットを外部から遮断するためのフィルターとしてや量子ビット同士を結合させるバスとしても利用される。

超伝導分布定数回路

最も使用頻度の高いデザインは平面型共振回路（CPW）である。CPW 型共振回路の特徴は伝送ラインの断面図が任意の点で 50 Ωに保たれていることである。グランドラインと伝送ラインの間の溝を常に一定に保つことで共振回路長を調節するだけで共振周波数を調節することができる。この時共振回路全体のインダクタンスとキャパシタンスは単位あたりのインダクタンス Lp.u.l とキャパシタンス Cp.u.l を共振回路長で乗算したものである。このように回路の共振パラメータが一様に分布したモデルで記述される共振器のことを分布定数型共振回路と呼ぶ。またインピーダンス不整合が抑制されているため共振回路の Q 値も特別な処理を施さずとも高い。CPW 型の共振周波数がどのような物理モデルによって記述されるのかは補足に記したので参照されたい。

超伝導準集中定数回路

分布定数型の共振回路のデメリットはデザインに自由度がないことである。多くの超伝導素子を 1 つのサンプルに集積する際には回路デザインは非常に重要である。量子ビットの Q 値は高く保って置きたいため、次にデザインに自由度を持たせるとすれば共振器になる。そういったケースを考えると CPW のような共振回路では回路作成に困難を要する。また、共振回路同士の結合を考える場合、その結合方式は電気的結合（キャパシティブ結合）か磁気的結合（インダクティブ結合）になる。高強度の結合を考える際、結合にはどちらか一方のみを考える方が望ましい。両方の結合項を同時に記述すれば結合強度に対してそれぞれ逆符号をとっていることがわかる。今回作成したサンプルではどれもインダクティブな結合方式を利用することを考えた。この場合結合には電磁誘導の法則が適用されるため、結合強度を決めるパラメータは共振器間の実質的な相互インダクタンスと共振器に流れる電流に依存する。つまり共振器に流れる電流は大きい方がよい。共振回路を流れる電流は共振回路のインダクタンスを用いて以下のように記述される。つまり同一の周波数を持つ共振器において、キャパシタンス部分は小さく、インダクタンス部分が大きいことが共振器としては望ましいことがわかる。こういった調整を CPW 型の共振器で行うことは難しい。局所的なパラメータを調整する際には今回採用した集中定数素子型の共振器 w お使用することが理想的であるといえる。分布定数回路に対して共振素子のインダクタンスとキャパシタンスが部分的に集中した回路のことを集中定数素子型の共振器と呼ぶ。この場合、CPW 型の共振素子とはその特性が異なる。CPW 型の共振器はキャパシタンスを開放端、グランドを固定端とした空洞間に閉じ込められた音響モードと物理的には全く同じ振る舞いをする。基本モードの整数倍の共振周波数で共鳴し、両端開放型の共振器を $\lambda/2$ 型の共振器、開放ー固定型の共振器を $\lambda/4$ 型共振器と呼び、通常はそれぞれの基本モードのみを使う。

2.2.2　ジョセフソン接合

ジョセフソン接合は超伝導量子エレクトロニクスという研究分野の根幹をなす素子である。超伝導量子回路を構成するあらゆる素子にジョセフソン接合は使われている。使用用途は様々であるが例えば量子ビットを作成することを考える際には共振回路に非調和性をもたらす素子として導入される。前小節で述べたように共振回路の遷移周波数はすべて同一である。同一の周波数を持っていることは例えば量子ビットを作ろうと考えた時には、適していないことがわかる。量子ビットの状態をその遷移周波数で励起しても高準位の遷移周波数も同一であるためいつまでたっても励起し続けてしまうためである。本研究では結合素子である rf-SQUID を構成する素子としてジョセフソン接合を導入する。

多方面である使用されるジョセフソン接合であるがその基本的な物理現象についてこの小節にて説明する。２つの超伝導体を薄い常伝導金属、半導体などを介してサンドウィッチするような接合のことを、josephson 接合と呼ぶ
この接合により生じる物理的現象を利用して我々は量子ビットや SQUID、その他微細デバイスを作成している。
ここでは josephson 接合による物理的効果を理論から解説していくこととする。

この接合により生じる物理的現象を、発見者の名に因んで josephson 効果と呼ぶ。この現象は大別すると ACjosephson 効果、DCjosephson 効果の 2 つに分けることができる。この 2 つの効果につい

て GL 理論から解説を始めることとする。

dc josephson 効果

josephson が１９６２年に行った理論的予言によれば、２つの超伝導体の間にゼロ電圧下で以下のような超伝導電流が流れるとしている。

$$I_s = I_c \sin(\Delta\psi)$$

ここで $\Delta\psi$ とは GL 波動関数の位相差である。また、臨界電流 I_c は接合に流すことのできる、最大の超伝導電流である。彼はさらに接合に電位差 v が生じているときに位相差が次のように振動すると予言した。

$$\frac{d(\Delta\psi)}{dt} = \frac{2eV}{\hbar}$$

これにより、電流は振幅を臨界電流 I_c、周波数を $\nu = \frac{2eV}{h}$ の交流となる。つまり、この電流変化はエネルギー $h\nu$ でクーパー対が接合を通過するエネルギーと一致していることがわかる。以上２つの関係式によりこの接合により蓄えられるエネルギーは

$$\int_0^t (I_s V)dt = \int_0^\delta I_s(\hbar/2e)d\delta \tag{2.1}$$

$$= E_j(1-\cos(\delta)) \tag{2.2}$$

$$\tag{2.3}$$

と表現することができる。ここで $E_j = \hbar I_c/2e$ である。

2.2.3　rf-SQUID

2.2.4　dc-SQUID

2.2.5　カイネティックインダクタンス

2.2.6　ミアンダインダクタンス

第 3 章

実装

結合素子の設計手法と作成方法を紹介。測定に使用したサンプルについても言及

3.1 設計

3.1.1 遷移スペクトル計算

3.1.2 メインループによる変調

3.1.3 β ループによる変調

3.1.4 回路デザイン

3.1.5 電磁界シミュレーション

3.2 製造

3.2.1 製造パラメータ

3.2.2 二重角度蒸着

3.3 測定サンプル

3.3.1 回路パラメータ

第 4 章

測定

測定環境の説明。希釈冷凍機、使用した実験機器など

4.1　解析手法

4.1.1　クロストーク

4.2　測定環境

第 5 章

結果

測定結果など

5.1　周波数領域測定

5.1.1　セットアップ

5.2　時間領域測定

5.2.1　セットアップ

第 6 章

考察

解析手法の説明と測定結果からいえる結合性能について言及

6.1　結合性能

6.2　結合振動子の物理

第 7 章

結論

結合素子として使えるのかどうか総論

7.1 解析を終えて

第 8 章

展望

今後改善可能性のある部分について言及

8.1　今後の展望

第 9 章

謝辞

謝辞

謝辞

第 10 章

補足

本文に直接記載すると煩雑になりがちだが重要な計算をここに記す。

10.1　ハミルトニアンの基底変換

ここでは、Hamiltonian の変換を行う。

$$\hat{\mathcal{H}} = \hbar \left(\hat{a}^\dagger \ \hat{b}^\dagger\right) \begin{pmatrix} \tilde{\omega}_a & g(\Phi) \\ g(\Phi) & \hat{\omega}_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{pmatrix} \tag{10.1}$$

$$= \hbar\hat{\omega}_a \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\hat{\omega}_b \hat{b}^\dagger \hat{b} + \hbar g(\Phi) \left(\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{a}\vec{b}^{+}\right) \tag{10.2}$$

$$\hat{c}_\pm = \frac{\hat{a} \pm \hat{b}}{\sqrt{2}} \quad \hat{c}^\dagger_+ = \frac{\hat{a}^\dagger \pm \hat{b}^\dagger}{\sqrt{2}} \tag{10.3}$$

$$\hat{a}^\dagger = \frac{\hat{c}^\dagger_+ + \hat{c}^\dagger_-}{\sqrt{2}} \quad \hat{b} = \frac{\hat{c}^\dagger_+ - \hat{c}^\dagger_-}{\sqrt{2}} \tag{10.4}$$

$$\hat{a} = \frac{\hat{c}_+ + \hat{c}}{\sqrt{2}} \quad \hat{b} = \frac{\hat{c}_+ - \hat{c}_-}{\sqrt{2}} \tag{10.5}$$

$$\hat{a}^\dagger \hat{a} = \frac{1}{2}\left(\hat{c}^\dagger_+ + \hat{c}^+_-\right)\left(\hat{c}_t + \hat{c}_-\right) \quad \hat{a}^\dagger \hat{b} = \frac{1}{2}\left(\hat{c}^+_t + \hat{c}^+_-\right)\left(\hat{c}_+ - \hat{c}_-\right) \tag{10.6}$$

$$\hat{b}\hat{b} = \frac{1}{2}\left(\hat{c}_t + \hat{c}^+_-\right)\left(\hat{c}_+ - \hat{c}_-\right) \quad \hat{a}\hat{b}^\dagger - \frac{1}{2}\left(\hat{c}_t + \hat{c}_-\right)\left(\hat{c}^+_t - \hat{c}^+_-\right) \tag{10.7}$$

$$\hat{a}^\dagger \hat{a} = \frac{1}{2}\left[\hat{c}^+_t \hat{c}_+ + \hat{c}^+_t \hat{c} + \hat{c}^+_- \hat{c}_t + \hat{c}^+_- \hat{c}_-\right] \tag{10.8}$$

$$\hat{b}^\dagger \hat{b} = \frac{1}{2}\left[\hat{c}^*_t \hat{c}_t - \hat{c}^n_t \hat{c} - \hat{c}^+_- \hat{c}_t + \hat{c}^+_- \hat{c} -\right] \tag{10.9}$$

$$\hat{a}^\dagger \hat{b} = \frac{1}{2}\left[\dot{c} + \hat{c}_t - \hat{c}_t \hat{c}_- + \hat{c}^+_- \hat{c}_t - \hat{c}'\_ \hat{c}_-\right] \tag{10.10}$$

$$\hat{a}\hat{b}^{\dagger} = \frac{1}{2}\left[\hat{c}_{+}\hat{c}_{+}^{4} - \hat{c}_{+}\hat{c} \pm +\hat{c} - \hat{c}_{+}^{2} - \hat{c} - \hat{c}_{-}\right] \tag{10.11}$$

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2}\hat{w}_{a}\left[\hat{c}_{t}^{+}\hat{c}_{+} + \hat{c}_{t}^{+}\hat{c} + \hat{c}_{-}^{+}\hat{c}_{t} + \hat{c}_{-}^{+}\hat{c}_{-}\right] \tag{10.12}$$

$$+\frac{\hbar}{2}\hat{\omega}_{b}\left[\hat{c}_{+}^{+}\hat{c}_{+} - \hat{c}_{+}^{+}\hat{c}_{-} - \hat{c}_{-}^{+}\hat{c}_{+} + \hat{c}_{-}^{+}\hat{c}_{-}\right] \tag{10.13}$$

$$+\frac{\hbar}{2}g\left[2\hat{c} + \hat{c}_{+} - 2\hat{c}_{-}\hat{c}\right] \tag{10.14}$$

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2}\left(\hat{\omega}_{a} + \hat{\omega}_{b} + 2g(\Phi)\right)\hat{c}_{t}^{+}\hat{c}_{+} + \frac{\hbar}{2}\left(\hat{w}a + \hat{w}_{b} - 2g(\Phi)\right)\hat{c}_{-}^{+}\hat{c}_{-} \tag{10.15}$$

$$+\frac{\hbar}{2}A\left(\hat{w}_{a} - \hat{w}_{b}\right)\left(\hat{c}_{t} + \hat{c}_{-} + \hat{c}_{+}\hat{c}_{-}\right) \tag{10.16}$$

$$\omega_{a} + \bar{c}_{b} + 2g(\Phi) = \Omega + \tag{10.17}$$

$$\omega_{a} + \bar{c}_{b} - 2g(\Phi) = \Omega - \tag{10.18}$$

$$\hat{\omega}_{a} - \hat{w}_{b} = \Delta \tag{10.19}$$

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2}\Omega + \hat{c} + \hat{c} + \frac{\hbar}{2}\Omega - \hat{c} \pm \hat{c} + \frac{\hbar}{2}\Delta\left(\hat{c} + \hat{c} + \hat{c}_{+}\hat{c}_{-}^{+}\right) \tag{10.20}$$

$$-\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} \hat{c}_{+} & \hat{c}\pm \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Omega_{1} & \Delta \\ 2 & \Omega_{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \hat{c}_{+} \\ \hat{c}_{-} \end{pmatrix} \tag{10.21}$$

10.2　ミアンダインダクタンス

10.3　rf-SQUID の相互インダクタンス

dc-SQUID のインダクタンスは

$$L_{s}(\Phi) = \frac{\Phi_{0}}{4\pi I_{c}|\cos(\phi_{-}^{min}(\Phi_{ext}))|} \tag{10.22}$$

と記述することができる。

$$\Phi = \Phi_{ext} + L_{loop} \tag{10.23}$$

$$\beta_{dc} = \frac{2\pi L_{loop}I_{c}}{\Phi_{0}} \tag{10.24}$$

とすると。

10.4　マスター方程式

10.5　2 点相関関数

参考文献

[1] Y. Nakamura, Y. A. Pashkin, and J. Tsai, "Coherent control of macroscopic quantum states in a single-cooper-pair box", nature **398**, 786 (1999).

[2] H. Mukai, A. Tomonaga, and J.-S. Tsai, "Superconducting Quantum Annealing Architecture with LC Resonators", **061011**, 1 (2019).

[3] F. Wulschner, J. Goetz, F. R. Koessel, E. Hoffmann, A. Baust, P. Eder, M. Fischer, M. Haeberlein, M. J. Schwarz, M. Pernpeintner, E. Xie, L. Zhong, C. W. Zollitsch, B. Peropadre, J. J. G. Ripoll, E. Solano, K. G. Fedorov, E. P. Menzel, F. Deppe, A. Marx, and R. Gross, "Tunable coupling of transmission-line microwave resonators mediated by an rf SQUID", EPJ Quantum Technology **3** (2016) `10.1140/epjqt/s40507-016-0048-2`.

[4] S. R.-K. Rodriguez, "Classical and quantum distinctions between weak and strong coupling", European Journal of Physics **37**, 025802 (2016).

[5] O. V. Ivakhnenko, S. N. Shevchenko, and F. Nori, "Simulating quantum dynamical phenomena using classical oscillators: Landau-Zener-Stückelberg-Majorana interferometry, latching modulation, and motional averaging", Scientific Reports **8**, 1 (2018).

[6] L. Novotny, "Strong coupling, energy splitting, and level crossings: A classical perspective", American Journal of Physics **78**, 1199 (2010).