1. 다항함수

2. 지수/로그 함수

3. 삼각함수

4. etc.

☆ Polynomial function ☆

1. linear equation (일차방정식)

☆ 연립일차 .... ↗ linear system

ex) $2x-3=-5x+18$

$$2x+5x=18+3$$

$$7x=21$$

$$x=3$$

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2=2 \\ 3x_1-5x_2=-16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1+x_2-x_3=6 \\ -2x_1 \qquad +3x_3=-1 \\ \qquad -x_2-x_3=-2. \end{cases}$$

3개 ⇓ 2개 ⇓ 1개

연립일차방정식과 행렬

- 대입법
- ☆ 소거법 ⇒ 식의 양쪽에 스칼라 (숫자)곱
  ⇒ 한 문자의 계수 (coefficient) 가 같아지게 … 더하거나 빼기.

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2=2 \\ 3x_1-5x_2=-16 \end{cases}$$

→ 문자개수: 1개 ⇓

소거법

$$\begin{array}{rl} & 6x_1+9x_2=6 \\ - & 6x_1-10x_2=-32 \\ \hline & 19x_2=38 \end{array}$$

$$x_2=2$$

행렬 : 숫자나 문자를 직사각형 형태로 나열

ex) $$A = \begin{array}{c|c} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \to 1행 \\ \to 2행 \end{array} \\ \begin{array}{ccc} 1열 & 2열 & 3열. \end{array} & \end{array} \to 2 \times 3$$

*** 행렬의 크기 : 행 개수 × 열 개수**

*** 행렬의 연산**

- 덧셈 : 행렬 + 행렬
  - 크기가 같아야 함
  - 같은 위치 성분끼리 더하기
- 곱셈
  - 행렬의 곱셈
  - 행렬 – (숫자) 스칼라 곱셈
    - ↳ 행렬의 모든 성분에 스칼라곱!

(ex) $$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

ex) $$3\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 6 \\ 0 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

★ 행렬의 곱셈 ★

행렬 $A_{m\times n}$, $B_{p\times q}$ 에 대하여

1. AB가 정의될 조건

$A_{m\times n}$ $B_{p\times q}$

서로 같아야함

2. $AB = C$

$m \times q$

3. 곱하는 방법? A의 행과 B의 열을 곱!

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}$$

ex) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

$0\times2 + 3\times3 = 9$

$AB = \begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}$ 2×3

9

2행 2열 성분

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

$1\times1 + 2\times0 = 1$

$AB = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 0 & 9 & 6 \end{pmatrix}$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & -3 & 5 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & -3 & 5 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

AB의 3행 2열 성분?

$$-3-0+2-12-15 = -27-1 = -28$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

연립일차방정식과 행렬

$$\begin{bmatrix} 2x_1 + 3x_2 \\ 3x_1 - 5x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -16 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 - 5x_2 = -16 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -16 \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 2 \\ 3 & -5 & -16 \end{array}\right]$$: Augmented matrix (첨가행렬)

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 6 \\ -2x_1 + 3x_3 = -1 \\ -x_2 - x_3 = -2 . \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} x_1 &= \\ x_2 &= \\ x_3 &= \end{aligned}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -2 \end{array}\right]$$

행렬을 이용한 연립일차방정식의 풀이

1. 연립일차방정식 → 첨가행렬

→ (Reduced) Row Echelon Form.

2. 기본행연산 → (기약) 행 사다리꼴 형태

Elementary Row operation

Elementary Row Operation (기본행연산)

1. 서로 다른 두 행의 위치를 바꾼다.

2. 한 행에 스칼라 (숫자)를 곱한다

3. " " 곱하여 다른 행에 더해준다.

ex)

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - x_3 &= 6 \\ -2x_1 \quad + 3x_3 &= -1 \\ -x_2 - x_3 &= -2. \end{aligned} \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -2 \end{array}\right]$$

1. 서로 다른 두 행의 위치를 바꾼다. ; 식의 순서만 바꿈.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -2 \end{array}\right] \qquad \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -1 & 6 \\ 0 & -1 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & 3 & -1 \end{array}\right]$$

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - x_3 &= 6 \\ -2x_1 \qquad + 3x_3 &= -1 \\ -x_2 - x_3 &= -2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 3x_1 + x_2 - x_3 &= 6 \\ -x_2 - x_3 &= -2 \\ -2x_1 \qquad + 3x_3 &= -1 \end{aligned}$$

2. 한 행에 스칼라(숫자)를 곱한다 : 한 식에 양쪽 숫자곱 (변화x).

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -2 \end{array}\right] \longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -1 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & -2 \end{array}\right]$$

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - x_3 &= 6 \\ -2x_1 \qquad + 3x_3 &= -1 \\ -x_2 - x_3 &= -2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 3x_1 + x_2 - x_3 &= 6 \\ -4x_1 \qquad + 6x_3 &= -2 \\ -x_2 - x_3 &= -2 \end{aligned}$$

소거법

3. 한 행에 스칼라(숫자)를 곱하여 다른 행에 더해준다.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -2 \end{array}\right] \xrightarrow[R_1]{R_3 \times (-1) \text{을}} \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 0 & 8 \\ -2 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -2 \end{array}\right]$$

소거법

$3x_1 + x_2 - x_3 = 6$

$-2x_1 \quad + 3x_3 = -1$

$-x_2 - x_3 = -2$

$7x_2 - 3x_3 = -4.$

$0 \quad 7 \quad -3 \quad | \quad -4$

$2x_1 + x_2 - x_3 = 6$

$x_1 - 3x_2 + x_3 = 5$

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -1 & 6 \\ 1 & -3 & 1 & 5 \end{array}$$

$-2 \quad 6 \quad -2 \quad -10$

$x_1, x_2, x_3 = ?$

[Reduced] Row Echelon Form

REF

* (기약)행사다리꼴 첨가행렬....

행사다리꼴

1. 0인 행은 맨 아래행에 있다.

→ 모든 성분이 0인 행

2. 각 행에서 처음으로 나오는 0이 아닌 숫자는 1이고, 이 1을 선도 1 (leading 1) 이라고 한다

3. 아래행의 선도 1은 윗행의 선도 1보다 오른쪽에 있다

4. 선도 1이 속한 열의 나머지 성분은 모두 0이다.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

예 2 다음 행렬은 모두 REF이다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

예 3 다음 행렬 A, B, C는 각각 위 정의의 성질 (i), (ii), (iii)을 만족하지 않으므로 REF가 아니다.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & 4 \\ 0 & 2 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

예 4 다음 행렬은 모두 RREF이다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-1 \quad -\tfrac{1}{3} \quad \tfrac{1}{3} \quad \Big| \; -2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -2 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 2 \\ 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{3}{2}+\frac{1}{3} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array}\right]$$

$$\Downarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 2 \\ 0 & 1 & \frac{7}{2} & \frac{9}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{5}{2} & -\frac{5}{2} \end{array}\right] \Leftarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 2 \\ 0 & 1 & \frac{7}{2} & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array}\right] \rightarrow (-1)$$

$$0 \quad -1 \quad -\tfrac{7}{2} \quad -\tfrac{9}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \boxed{\frac{1}{3}} & -\frac{1}{3} & 2 \\ 0 & 1 & \frac{7}{2} & \frac{9}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow -\frac{1}{3}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -\frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & \frac{7}{2} & \frac{9}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 1 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(e)

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 &= 3 \\ x_1 - 4x_2 + 7x_3 &= 4 \end{aligned}$$

$$
\textbf{(e)}\quad
\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\
2x_1 + x_2 + 2x_3 &= 3 \\
x_1 - 4x_2 + 7x_3 &= 4
\end{aligned}
$$

$$
\left[\begin{array}{ccc|c}
1 & 2 & -1 & 1 \\
0 & -3 & 4 & 1 \\
0 & -6 & 8 & 3
\end{array}\right] 2 \qquad \times(-2)
$$

$-2 \quad -4 \quad 2 \quad 1 \quad -2$

$\downarrow$

$0 \quad 6 \quad -8 \mid -2$

$$
\left[\begin{array}{ccc|c}
1 & 2 & -1 & 1 \\
0 & -3 & 4 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]
\Rightarrow
\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\
-3x_2 + 4x_3 &= 1 \quad \ldots ? \\
0 &= 1 \quad \times
\end{aligned}
$$

$\Rightarrow$ 해가 없음

tem:

$$
)\quad
\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 - x_3 &= 5\\
x_1 + x_2 + x_3 &= 1\\
2x_1 - 2x_2 + x_3 &= 4
\end{aligned}
$$

. of n linear equations in n ur

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 5 \\ 0 & +1 & -2 & +4 \\ 0 & -6 & 3 & -6 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & -9 & 18 \end{array}\right)$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right) \quad //$$

$$
\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 1 \\
x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\
x_1 + 2x_2 + x_3 &= 3
\end{aligned}
$$