

数据驱动的中长期投资策略

2019 年 8 月 25 日

目录

第 1 章 总结	2
第 2 章 股票选择	2
第 3 章 资产配置	3
3.1 方案一:简单多样化	3
3.2 方案二:现代投资组合理论	3
3.3 方案二的优化:贝叶斯估计与自回归	8
3.4 方案三:Black-Litterman 模型	11
第 4 章 风险均衡	12
第 5 章 回测:综合表现	13
5.1 美股 (2007-2019)	13
5.2 美股 (1998-2001)	14
5.3 A 股 (2007-2019)	15
第 6 章 回测:收益率分布	16
第 7 章 总结	17
A 回测示意图	18
A.1 限制做空的 GMV 和自回归模型滚动预测对收益率的影响	18
A.2 风险均衡的表现	19
B 参考资料	20

第 1 章 总结

我们选择十只股票创建投资组合并进行收益率回测。在此基础上,我们结合现实情况增加组合内做空限制以规避风险,完善了现代投资组合理论的应用。为了改善对下一周期的估计以提升 MSR 组合的收益情况,我们首先从样本估计开始尝试指数平均。对于协方差估计我们特别加入了 Ledoit-Wolf 以及 OAS 方法,结合先验估计减少误差。此外我们还尝试运用多因子模型以及自回归滚动模型预测下一周期收益率。除了上述注重收益的资产管理方法,我们还研究了风险均衡,从管控分散风险和减少最坏情况下损失的角度配置资产。在择时因子方面,我们使用均线作为空仓信号,测试能否减少波动率。我们以探究美股为主,最后同时在美股和 A 股回测投资方案。

第 2 章 股票选择

通过调研,我们分别选取了美股和 A 股中每个独立的板块基金中权重最大的股票,以此为依据挑选了十只股票,具体如下:

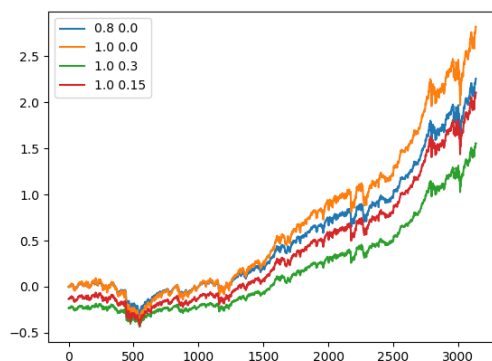
Sector	Ticker	Name
Technology	MSFT	Microsoft Corp.
Energy	XOM	Exxon Mobile Corp.
Financial	JPM	JP Morgan Chase & Co.
Industrial	BA	Boeing
Healthcare	JNJ	Johnson & Johnson
Utilities	NEE	Nextrea Enery Inc.
Consumer Staples	KO	Coca Cola
Communication	CSCO	Cisco Systems Inc.
Consumer Discretionary	DIS	Walt Disney
Consumer Discretionary	DHI	D.R. Horton Inc.

所属行业	股票代码	股票简称
金融服务	601398.SH	工商银行
化工	600028.SH	中国石化
黑色金属	600019.SH	宝钢股份
交通运输	600018.SH	上港集团
信息服务	600050.SH	中国联通
食品饮料	600519.SH	贵州茅台
信息设备	000063.SZ	中兴通讯
商业贸易	002024.SZ	苏宁易购
综合	000839.SZ	中信国安
纺织服装	600177.SH	雅戈尔

第3章 资产配置

3.1 方案一:简单多样化

在开始时按照调仓策略等资金比例购入 10 只股票并在结束时卖出,这种组合简单易行,但市场波动剧烈时不能有效反应。



- 第一个浮点数:做多比例

- 第二个浮点数:对冲比例

从图中可以看出,在这十二年内,如果选择买入行业龙头股,不进行对冲将获得最高的收益率。因为近十二年来美股走势一直良好,除了 2008 年金融危机那一波行情。

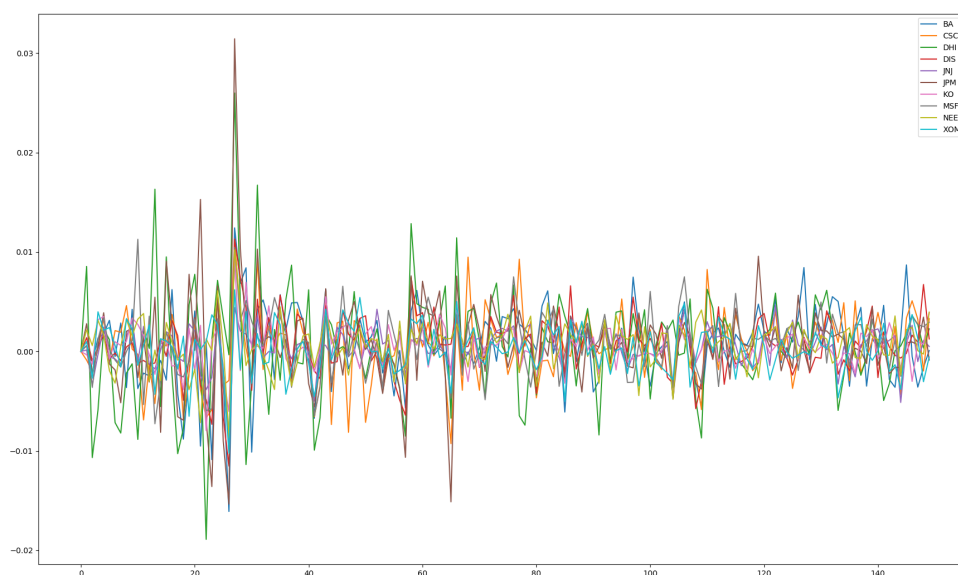
3.2 方案二:现代投资组合理论

在开始时等资金比例购入十只股票,并按照一定周期更新比例。过程如下:

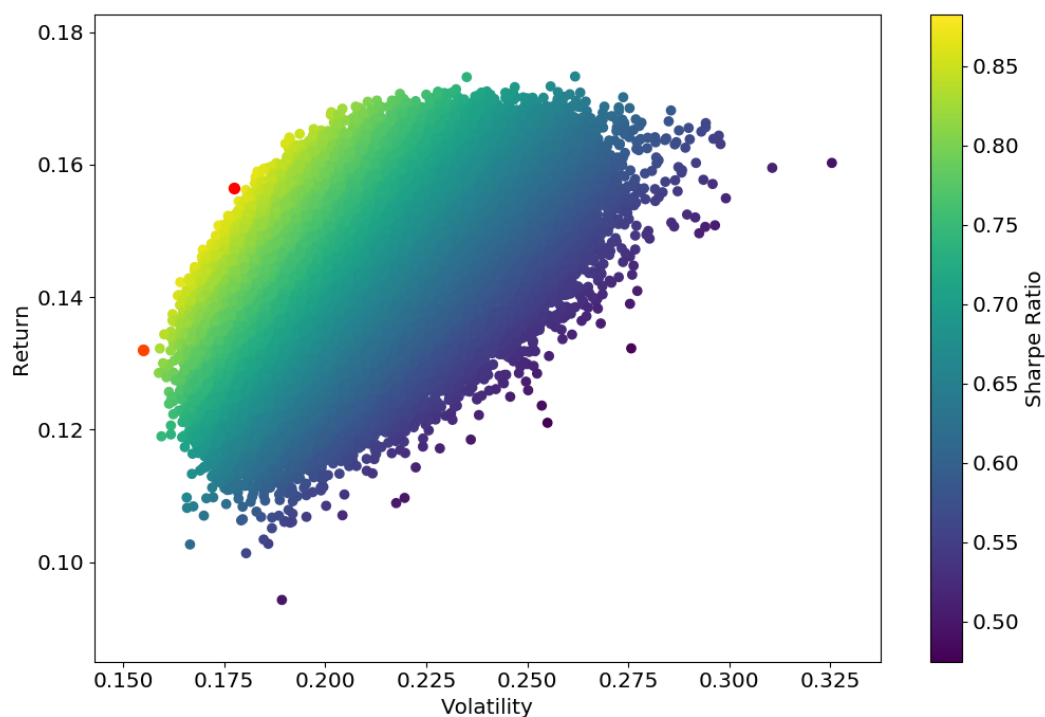
1. 计算每个周期每只股票的平均回报率和股票之间的协方差,假设这些参数在下一周期保持不变,并通过画出十只股票回报率的时间函数图像检验假设(下图)。

(a) 回报率假设与事实相差过大,这也是后期 MSR 回报率不如预期的主要原因。

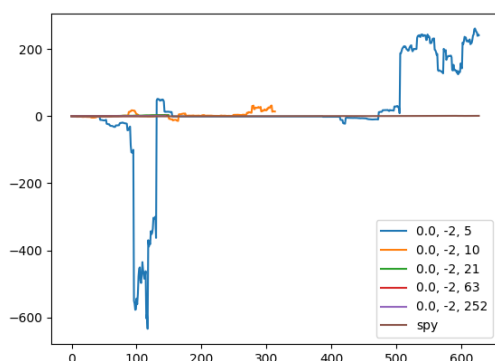
(b) 波动率假设同样与事实相差过大。



2. 带入马科维茨 (Markovitz) 优化函数, 依据不同优化情况得到不同比例。
3. 将每只股票由旧比例通过当前市场价格买入或卖出调整到新比例, 并更新自己手上的流动资金。
 - (a) 马科维茨优化原理有时会让某些股票会做空, 假如实际操作中不允许做空, 则有必要调整或更改方案。
 - (b) 考虑到方案二对流动性要求较高, 原则上不采用 100% 做多, 且在回测中必须时刻关心流动性, 尽量避免资金短缺的情况。

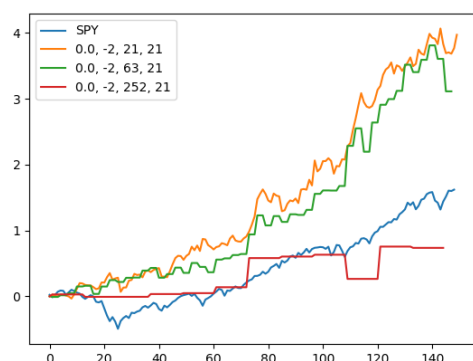
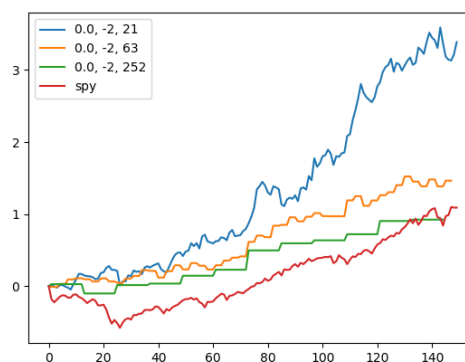


- 第一个数为 SP500 对冲比例,默认值为 0
- 第二个数为马科维茨优化的参数
 - -2 表示波动率最小组合 (Global Minimum Variance / GMV)
 - -1 表示夏普比最大组合 (Maximum Sharpe Ratio / MSR)
 - 其他表示收益率的期望值 (收益率确定状况下波动率最小组合)
- 第三个数表示以天数为单位的调仓频率
 - 5 表示每周调仓,21 表示每月调仓等等

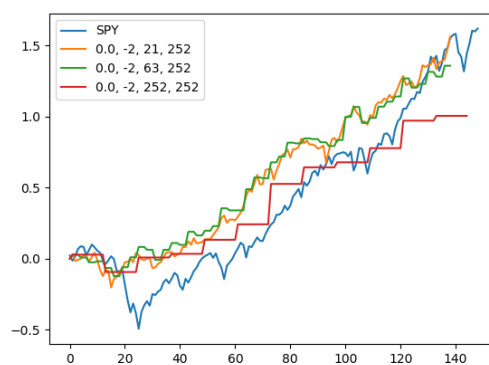
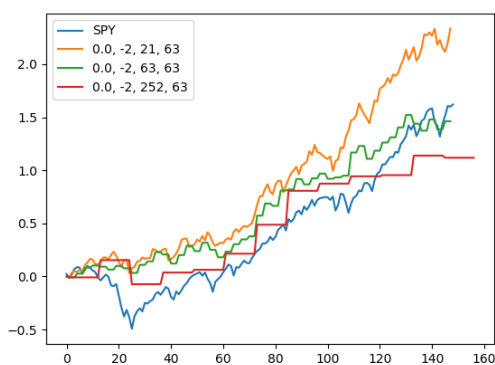


对于每一个组合,我们首先随机确定 80% 做多的总仓位,先不考虑对冲,在这些前提下寻找一个使平均年化收益率较高并且波动率较小的调仓频率。左图展示出不同调仓频率对收益的影响,可以看出周期为 5 天或 10 天的组合波动范围过大,可以首先排除。

右图展示排除短周期组合后调仓周期为月度,季度和年度时的收益表现,总体上收益呈增长趋势且表现均优于同期 SP500。为实现收益率最大化,我们最终选择每月调仓。确定每月调仓后,尝试更改做多的比例并观察流动性,再次确定 80% 为一个合理比例。合理的含义为既能最大限度利用资金又能避免市场波动造成的流动性不足。



确认调仓频率后再来看不同的回顾频率对收益率的影响,左图和下面两张图中图例的第四个整数表示以天数为单位的回顾频率(5 表示回顾前一周,21 表示回顾前一个月等等)。综合来看每月回顾表现最佳。为了简化图例,往后图例中第三个整数同时表示每月回顾及调仓。

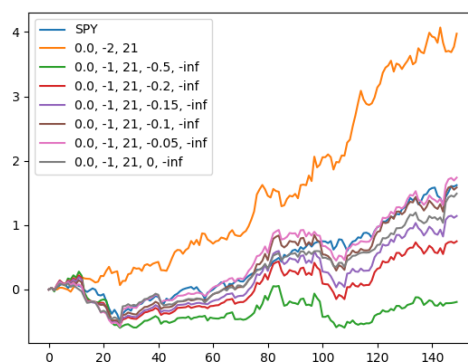
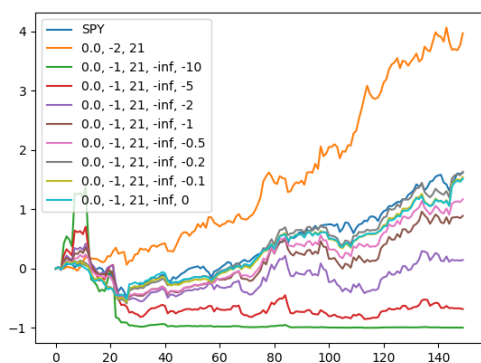


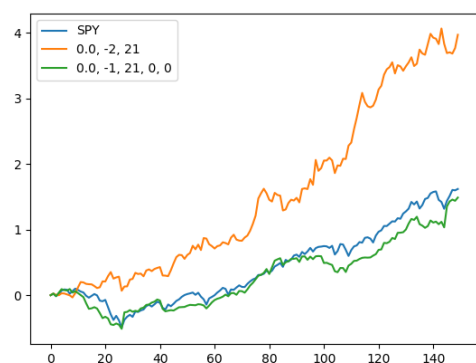
然后我们开始对比 GMV, MSR 和给定期望回报率的最优组合, 相较之下 GMV 表现最佳, 而未加限制的 MSR 完全不可行。

通过查阅资料, 我们了解到 MSR 在实际交易中运用不多, 原因在于预测收益率对组合的影响远远大于协方差, 对市场变化过于敏感, 微小的误差也能导致剧烈的调仓。剧烈调仓不仅有操作困难, 有时甚至被视为恶意操纵市场, 而且实际收益也不理想。随后我们会介绍两种解决方案。

MSR 优化思路 对于 MSR 的表现失常, 第一种解决方案是限制股票组合内局部或总体的做空比例。虽然在数学意义上有限制的优化总是次于或等于无限制的优化, 但在市场层面上, 我们权衡后认为选择牺牲一部分的优化带来的收益而规避误差带来的巨额损失是相对值得的。

- 第四个浮点数表示每只股票最大做空比例
- 第五个浮点数表示股票组合总体最大做空比例





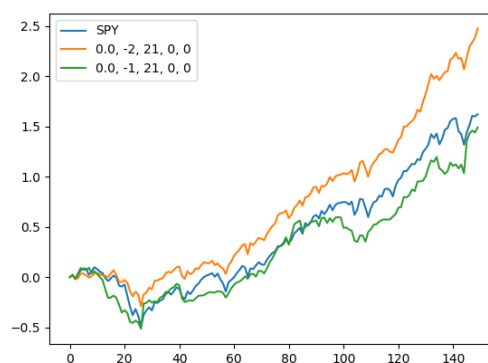
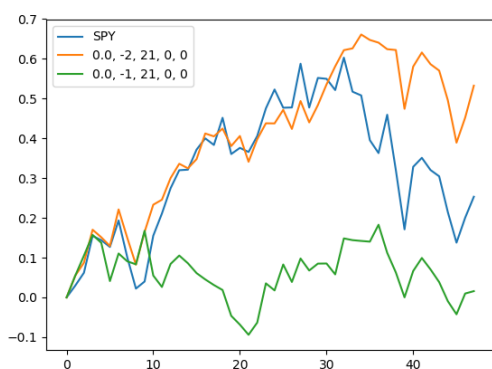
首先限制总体最大做空比例,然后限制个股最大做空比例。测试中我们首先看出不论具体比例,这一解决方案的确能大量减少剧烈调仓,每一周期都是根据上一周期收益做局部微调,符合现实情况,收益的状况也比之前更符合预期。总体来看 MSR 组合内不做空较为合理,限制做空后收益率没有显著高于 SP500。上面两图为调试过程示意图,左图最终结果示意图。

分析 GMV 在 1998 至 2001 年的表现 如果我们仅观察次贷危机时期 (2007 至 2012 年, 对应上图横坐标 0 到 72), GMV 仍然跑赢 SPY。但 GMV 在 1998 至 2001 年 (右图) 表现不佳, 原因可能在于 2000 年左右的科技股泡沫 (dotcom bubble) 促成 SP500 涨幅高于预期, 而我们的配股中只有一支科技股, 即使组合内最优化也会遇到上升动力不足的问题, 从而导致这段期间收益不如 SP500。

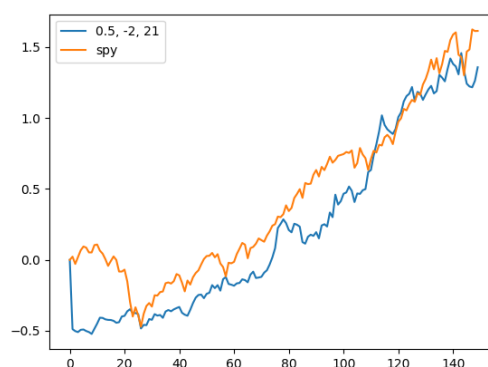
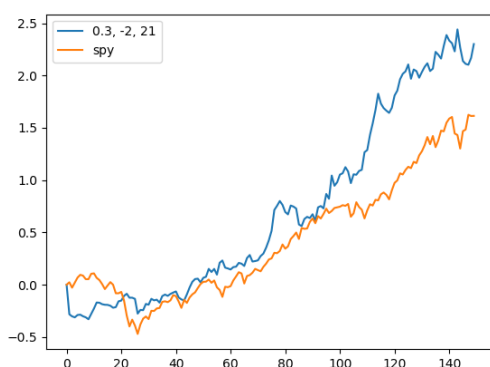
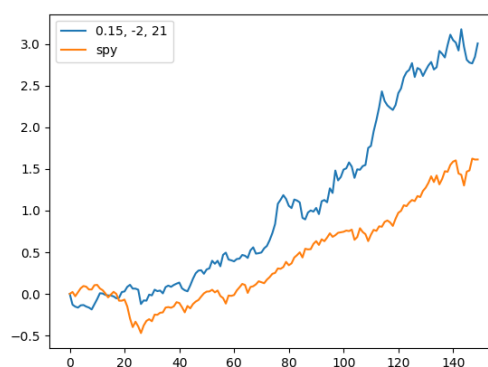


GMV 优化思路 我们可以对 GMV 也进行做空限制 (思路同限制 MSR, 例如在组合内完全不做空的条件下进行资产配置优化), 限制后的 GMV 在 1998 至 2001 年可以取得几乎不逊于 SP500 的收益 (下方左图黄线), 但代价是 2007 至 2019 年的收益明显低于不加限制的 GMV (下方右图黄线), 原因在于限制组合内对冲规避了风险同时也规避了可能的收益。至于选择哪种方案就要看具体情况。

1. 如果是针对保守型客户且收益预期不高, 这种做空限制方案也是可行的 (可选择某些时期限制做空), 它的另一优势是自动化程度高 (不必思考如何从外部对冲, 判断对冲比例等) 更适用于大型资产组合, 但这不代表可以选择一直不做空, 原因请看基于 [历史回测的收益率分布](#)。
2. 如果收益预期较高且有条件积极管理资产组合, 那么可以选择不加对冲限制, 用择时因子作为信号用 SP500 对冲 (具体请看择时因子部分)。



考虑整体对冲 最后我们尝试改变总体对冲仓位来得到最优解。根据经验，我们假设交易费用是千分之一。右图和下面两张图展示在不同总体对冲比例下的收益率，观察发现总体对冲未能有效减少收益率曲线的波动率，对比可以看出不进行对冲的情况下能够取得最大收益，较为合适。总体对冲效果不佳，之后我们会尝试择时对冲。

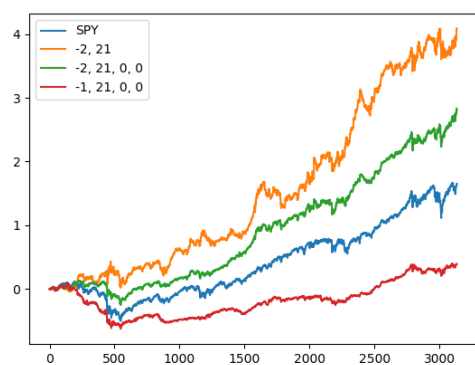


3.3 方案二的优化: 贝叶斯估计与自回归

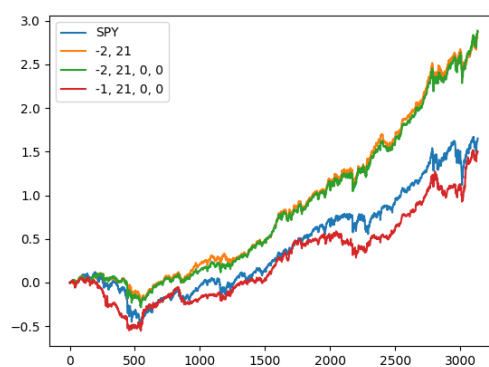
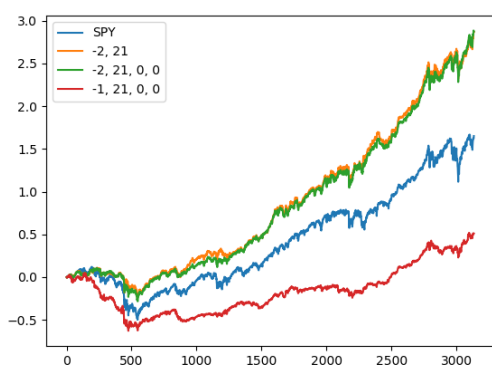
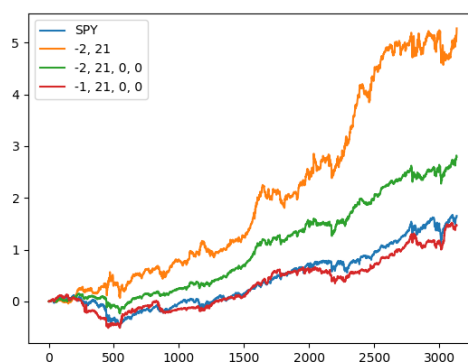
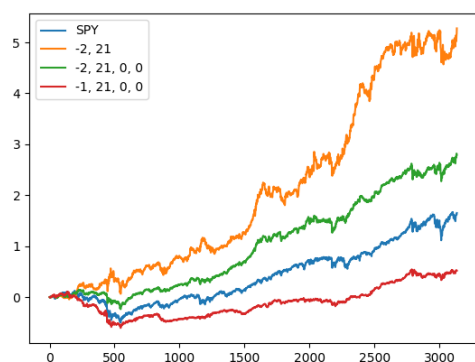
样本估计优化 我们之前提到 MSR 之所以失利主要源于预测收益率与实际收益率的误差过大，我们首先尝试从样本统计的角度得到更好的估计，之前我们取得是等权重的平均，此外还可以取指数平均，赋予距离较近的数据更大权重，从而更好的把握趋势。另外在收缩协方差的相关研究中，Ledoit 和 Wolf 发现可以先验估计协方差，再和后验的协方差按照一定比例结合得到最终估计。

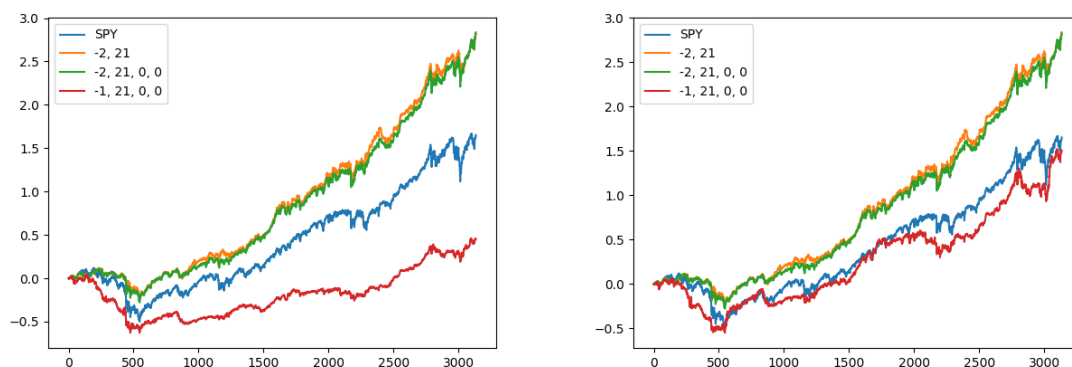
$$\Sigma = \delta F + (1 - \delta)S.$$

虽然这种估计方法存在偏差 (bias)，但是能够有效减少误差 (error)。在此基础上，OAS 进一步优化了先验估计，可以在样本数据趋于正态分布时误差更小。先验后验结合收缩预测又称贝叶斯估计，是一个更广泛的概念，例如 Black-Litterman 模型可被视为收益率的收缩。



左一:指数平均收益率 / 算术平均协方差
 左二:指数平均收益率 / 指数平均协方差
 左三:指数平均收益率 / Ledoit-Wolf 协方差
 左四:指数平均收益率 / OAS 协方差
 右一:算术平均收益率 / 指数平均估计协方差
 右二:算术平均收益率 / Ledoit-Wolf 协方差
 右三:算术平均收益率 / OAS 协方差
 指数平均 $\alpha = 0.1$





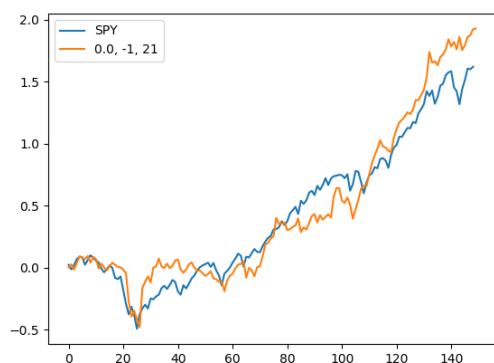
观察对比上面七张图,基于 2007 至 2019 年的回测,我们可以得出以下结论:

1. 对于收益率来说,指数平均相较于算术平均无明显优势。
2. 指数平均协方差能够放大收益和风险(杠杆效应)。
3. Ledoit-Wolf 和 OAS 的作用大致相当,都是利用合理收缩协方差减少波动,使做空和不做空的 GMV 表现近似。

指数平均协方差中参数的杠杆效应 在上面七个回测中,我们将指数平均协方差中参数 α 设置为 0.1,它决定了我们赋予最近数据多少权重。当 α 无限趋近于 0 时指数平均趋近于算术平均,无限趋近于 1 时则完全依赖最近数据。通过回测,我们发现加大 α 可以获得超额回报,但同时也要承担超额风险(股市下行时损失也会加倍)。例如当 α 为 0.5 时,收益可以来翻 25 倍,但是最大回撤为-680%。

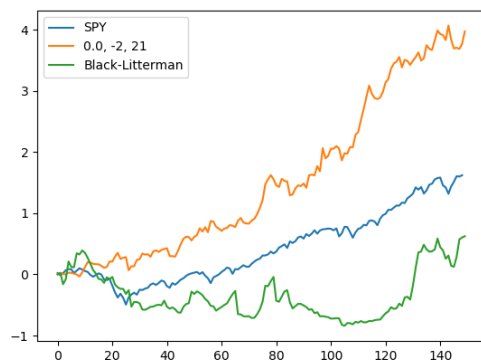
预测模型 除了利用历史数据进行估计以外,我们还建立不同的模型预测。预测模型大致可以分为两类:

1. 外源性模型,将外部具有相关性的因素作为线性回归的自变量来预测收益率。我们选择多因子模型,然而在探究中未能找到合适的因子。
2. 内源性模型,通过研究收益率变动的内部规律预测下一周期收益率。我们选择自回归滚动预测模型。



在开始几周我们依旧假设上一周期收益率等于本周收益率,但随后(大约从第 8 周开始)我们根据之前累计的数据通过调用相关函数拟合出最佳的自回归模型,滚动预测下一周期的收益率,观察 MSR 的表现有小幅提升(但不显著,目测还是在误差范围内)。为了验证模型的有效性,我们也进行大量回测(见附录),发现效果不如预期。

3.4 方案三:Black-Litterman 模型



Black-Litterman 模型可以融入投资人对收益率的主观判断。然而由于我们的主观判断不准, 这个模型无明显优势。

最终看来, 尝试过多种方法, 还是无法准确预测收益率。

第 4 章 风险均衡

1. 反向波动率资产组合 (Inversion Variance Portfolio / IVP)

- 我们只关注十只股票的方差,投资权重与每只股票的波动率的倒数成正比。
- 优点:简单易操作
- 缺点:忽略股票间的相关性

2. 分层风险均衡 (Hierarchical Risk Parity / HRP)

- 总体思想:将性质和表现相近的资产先聚合起来,再尽量分到不同的小组合中
- 具体步骤
 - 聚类树 (Tree Clustering): 依据协方差矩阵生成资产间的距离矩阵 (distance matrix),再生成聚类树。
 - 准对角化 (Quasi Diagonalization): 先序遍历叶节点生成列表,列表中资产性质表现越相近,相对距离越短。
 - 递归二分 (Recursive Bisection): 将列表不断二分,每次划分后依据两个小组合的波动率的倒数分配权重。
- 研究显示,分层风险均衡对市场波动比较鲁棒 (robust),因而在样本外表现相对较优。

3. 尾部风险均衡 (Tail Risk Parity / TRP)

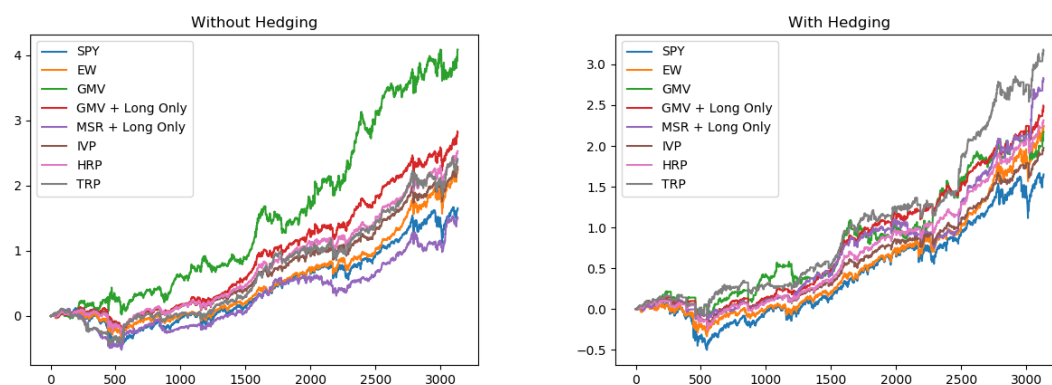
- 依据现实收益率正则化后画出直方图,发现相较于标准正态分布有明显尖端肥尾 (负收益率一段更明显) 的特征,使用正态分布会严重低估 (尾部) 风险。
- 假设组合收益率存在某种未知的概率分布,利用样本数据 (权重乘以收益率) 用高斯核密度估计 (Gaussian Kernel Density Estimation) 拟合出概率密度函数。
- 设置一个截点 (cutoff),求函数从负无穷到截点的积分 (尾部风险测度)。
 - 这里我们设为 0,意味着我们仅关心 (并尽量避免) 组合收益为负的情况。
 - 截点可以选取任意数,具有一定的优化空间,这里我们为了避免过拟合先不做优化。
- 优化权重使积分值最小 (收益为负的概率最低)。
- 抗风险能力强,波动率大时表现更突出。

第5章 回测:综合表现

我们选取每月 MA 作为择时, 红色高亮表示策略没有同时优于两个标的 (SP500 和简单多样化)。

A1	GMV 做空	R1	IVP
A1H	GMV 做空对冲	R1H	IVP 对冲
A1L	GMV 不做空	R2	HRP
A1LH	GMV 不做空对冲	R2H	HRP 对冲
A2L	MSR 不做空	R3	TRP
A2LH	MSR 不做空对冲	R3H	TRP 对冲
BM1	SP500	BM2	简单多样化

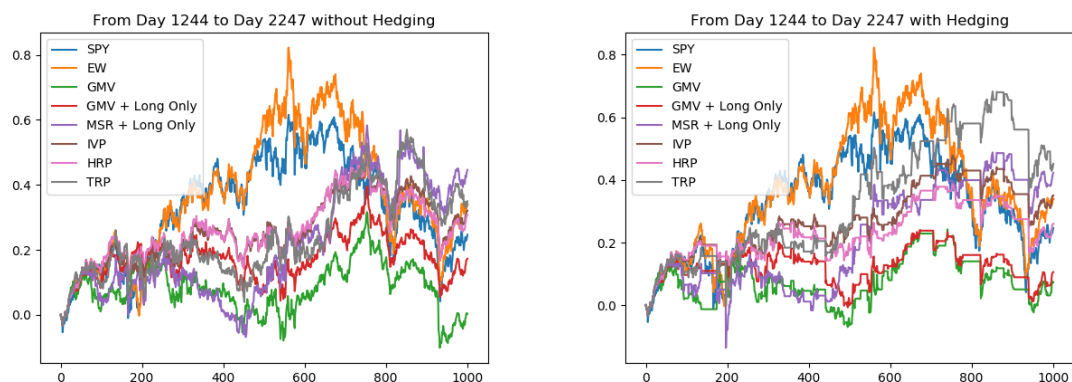
5.1 美股 (2007-2019)



组合编号	A1	A1H	A1L	A1LH	A2L	A2LH	BM1	BM2
交易天数	3137	3137	3137	3137	3137	3137	3137	3137
调仓次数	149	149	149	149	149	149	0	0
年化收益率	13.96%	9.71%	11.34%	10.52%	7.65%	11.36%	8.15%	9.92%
日均波动率	0.01%	0.01%	0.01%	0.00%	0.01%	0.01%	0.02%	0.01%
夏普比	0.77	0.57	0.77	0.79	0.31	0.72	0.31	0.52
最大回撤	-9.44%	-28.57%	-34.01%	-31.71%	-56.69%	-16.91%	-55.19%	-37.76%

组合编号	R1	R1H	R2	R2H	R3	R3H	BM1	BM2
交易天数	3137	3137	3137	3137	3137	3137	3137	3137
调仓次数	149	149	149	149	149	149	0	0
年化收益率	10.03 %	9.16%	10.65%	10.10%	10.33%	12.15%	8.15%	9.92%
日均波动率	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.02%	0.01%
夏普比	0.61	0.63	0.65	0.72	0.46	0.71	0.31	0.52
最大回撤	-33.84%	-32.09%	-33.91%	-31.95%	-48.83%	-8.12%	-55.19%	-37.76%

5.2 美股 (1998-2001)



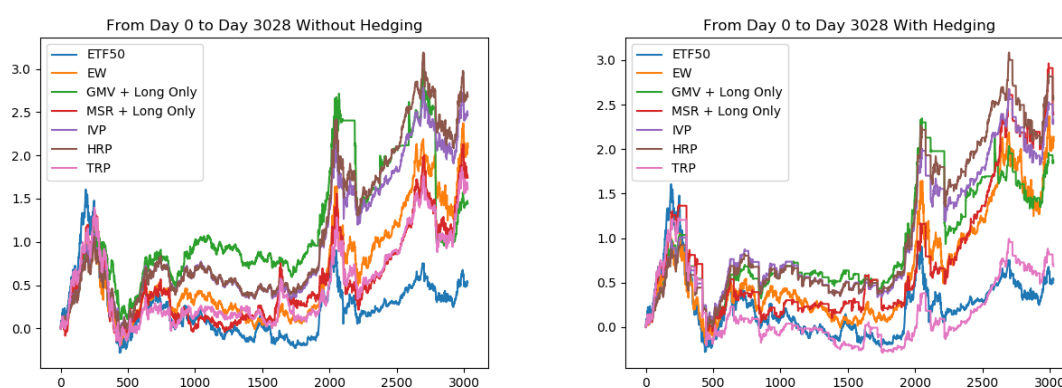
组合编号	A1	A1H	A1L	A1LH	A2L	A2LH	BM1	BM2
交易天数	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004
调仓次数	47	47	47	47	47	47	0	0
年化收益率	0.07%	1.78%	4.08%	2.56%	9.70%	9.25%	5.69%	7.61%
日均波动率	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.02%	0.02%	0.02%	0.02%
夏普比	-0.26	-0.19	-0.06	-0.18	0.24	0.21	0.03	0.12
最大回撤	-31.75%	-21.35%	-24.47%	-18.42%	-19.04%	-24.89%	-35.55%	-40.45%

组合编号	R1	R1H	R2	R2H	R3	R3H	BM1	BM2
交易天数	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004
调仓次数	47	47	47	47	47	47	0	0
年化收益率	7.23%	7.84%	6.97%	5.98%	7.81%	9.80%	5.69%	7.61%
日均波动率	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.02%	0.02%
夏普比	0.17	0.23	0.15	0.08	0.15	0.25	0.03	0.12
最大回撤	-21.51%	-15.39%	-22.22%	-15.70%	-18.88%	-18.97%	-35.55%	-40.45%

5.3 A 股 (2007-2019)

A 股和美股的区别

1. A 股做空不容易, 目前仅有股指期货和融资融券可以做空, 所以 A1 和 A1H 方案在 A 股市场不可行。
2. 成交日有百分之十的涨跌停限制以及熔断机制, 触发会造成数据异常, 计算要格外小心, 代码要有一定的容错空间, 避免出现优化异常。
3. A 股市场有效性不及美股, 套利机会可能会更多。



组合编号	A1	A1H	A1L	A1LH	A2L	A2LH	BM1	BM2
交易天数	NA	NA	3137	3137	3137	3137	3137	3137
调仓次数	NA	NA	149	149	149	149	0	0
年化收益率	NA	NA	7.49%	8.79%	8.50%	10.31%	3.50%	9.61%
日均波动率	NA	NA	0.02%	0.02%	0.03%	0.03%	0.03%	0.02%
夏普比	NA	NA	0.24	0.27	0.22	0.28	0.03	0.29
最大回撤	NA	NA	-51.07%	-42.24%	-65.91%	-63.11%	-71.41%	-60.33%

组合编号	R1	R1H	R2	R2H	R3	R3H	BM1	BM2
交易天数	3137	3137	3137	3137	3137	3137	3137	3137
调仓次数	149	149	149	149	149	149	0	0
年化收益率	10.55 %	10.09%	11.09%	10.77%	8.08%	4.28%	3.50%	9.61%
日均波动率	0.02%	0.02%	0.02%	0.02%	0.03%	0.03%	0.03%	0.02%
夏普比	0.40	0.34	0.43	0.37	0.21	0.06	0.03	0.29
最大回撤	-56.00%	-50.90%	-56.01%	-25.28%	-66.77%	-68.08%	-71.41%	-60.33%

第6章 回测:收益率分布

基于历史回测的收益率分布 (美股) 我们首先下载从 1993 年 1 月 29 日 (SPY 有数据的最早日期, 第 1 天) 到 2018 年 12 月 31 日 (第 6527 天) 的全部历史数据, 从任意时间点开始到任意时间点结束进行抽样回测。将回测区间分为六类 (一年以下, 一年至三年, 三年至五年, 五年至七年, 七年至十年, 十年以上), 每种情况回测一千次。回测结果分为三类: 如果收益率同时大于两个标的 (BM1 和 BM2) 记为 1, 介于两者之间记为 0, 同时小于两个标的记为 -1。统计结果如下:

- 红色表示表现不如预期的几率高于超出预期
- 绿色表示超额表现过半或表现不如预期几率少于百分之二十
- 黄色表示反常表现 (正常情况下投资时间越长期望回报率应该越高)
- 黑色表示被筛除的组合 (各项指标都不如另一个组合, 具体见效用对比)

$0 < t < 1$	A1	A1L	A2L	R1	R2	R3	A1H	A1LH	A2LH	R1H	R2H	R3H
1	438	376	387	310	324	379	429	409	445	352	374	423
0	152	239	212	309	299	228	184	220	223	289	282	245
-1	410	385	401	381	377	393	387	371	332	359	344	332
$1 < t < 3$	A1	A1L	A2L	R1	R2	R3	A1H	A1LH	A2LH	R1H	R2H	R3H
1	474	383	372	228	302	415	415	410	455	276	339	465
0	180	287	191	393	364	203	174	264	225	360	350	203
-1	346	330	437	379	334	382	411	326	320	364	311	33
$3 < t < 5$	A1	A1L	A2L	R1	R2	R3	A1H	A1LH	A2LH	R1H	R2H	R3H
1	553	462	288	233	298	449	446	432	398	276	308	450
0	173	297	209	317	408	191	179	278	236	275	360	240
-1	274	241	503	450	294	360	375	290	366	449	332	310
$5 < t < 7$	A1	A1L	A2L	R1	R2	R3	A1H	A1LH	A2LH	R1H	R2H	R3H
1	577	456	230	335	387	421	487	473	449	381	390	516
0	219	307	202	285	364	228	228	289	252	264	363	248
-1	204	237	568	380	249	351	285	238	299	355	247	236
$7 < t < 10$	A1	A1L	A2L	R1	R2	R3	A1H	A1LH	A2LH	R1H	R2H	R3H
1	618	475	224	516	534	449	578	542	523	561	568	620
0	214	300	170	287	323	257	186	245	240	248	291	204
-1	168	225	606	197	143	294	236	213	237	191	141	176
$10 < t < 25$	A1	A1L	A2L	R1	R2	R3	A1H	A1LH	A2LH	R1H	R2H	R3H
1	624	295	63	392	547	298	532	421	523	505	564	681
0	247	583	179	596	446	455	330	515	312	492	434	257
-1	129	122	758	12	7	247	138	64	165	3	2	62

GMV 不可长期限制做空的原因 通过对比 A1 和 A1L 以及 A1H 和 A1LH, 我们发现随着回测区间的增长, 限制做空后期严重影响盈利空间 (上面表格黄色高亮), 同时也没有有效减弱风险 (减弱程度无法弥补盈利的差距)。虽然这些只是统计上的规律, 但与我们在 GMV 优化思路中提及的现象不谋而合。

效用对比 我们引入微观经济学中效用 (utility) 的概念初步筛选表现不佳的组合。一般情况下时间越长取得超额收益的概率越大, 另外对于策略 A 和策略 B, 我们定义

$$P(A = 1) > P(B = 1) \wedge P(A = -1) < P(B = -1) \iff A \succ B.$$

因此结合表格统计结果可以得出

$$A2LH \succ A2L. \quad R2 \succ R1. \quad R2H \succ R1H. \quad R3H \succ R3.$$

第 7 章 总结

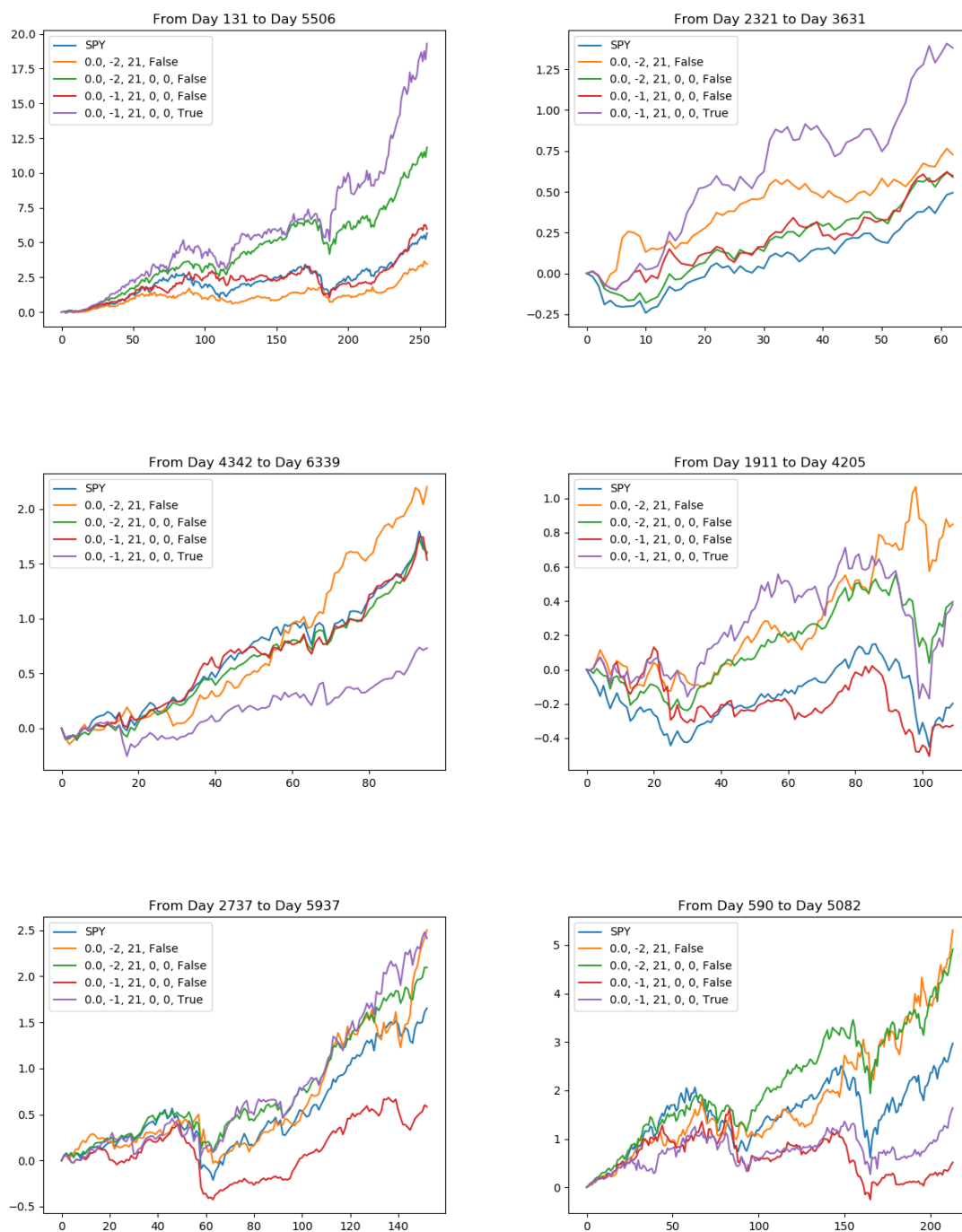
1. 没有绝对的超额收益。为了达到统计意义上的超额收益, 投资时间至少三年以上。
2. 十年以下选用 A1, 根据实际主观限制做空 (避免类似于 1998-2001 年间 A1 表现不佳的情况)。
3. 十年以上考虑客户的风险偏好, 稳健型客户选 R2 或 R2H (几乎可以获得真正意义上的超额收益), 激进型客户选 R3H (超额收益几率相比 R2 或 R2H 多出 12%, 但同时收益不如预期的几率多出 6%)。推测风险均衡优于传统资产配置的原因可能在于时间变长后极端事件发生的机会增加, 让风险均衡具有一定优势。

A 回测示意图

A.1 限制做空的 GMV 和自回归模型滚动预测对收益率的影响

随机回测多次, 重点对比绿线 (限制做空的 GMV) 和蓝线 (SPY), 限制做空表现相对稳定, 有时表现较好, 有时低于 SPY, 最大回撤小于 SPY, 在一定条件下可弥补不做空 GMV 表现的不足。图例中最后一个布尔值表示是否调用 AR 模型预测收益率。对比紫线 (AR 模型预测) 和红线 (上周期收益率), 可以看出由于预测的收益率和真实收益率之间的误差变小, MSR 表现有明显改善, 但比起 GMV (绿线和黄线) 还是不够稳定。

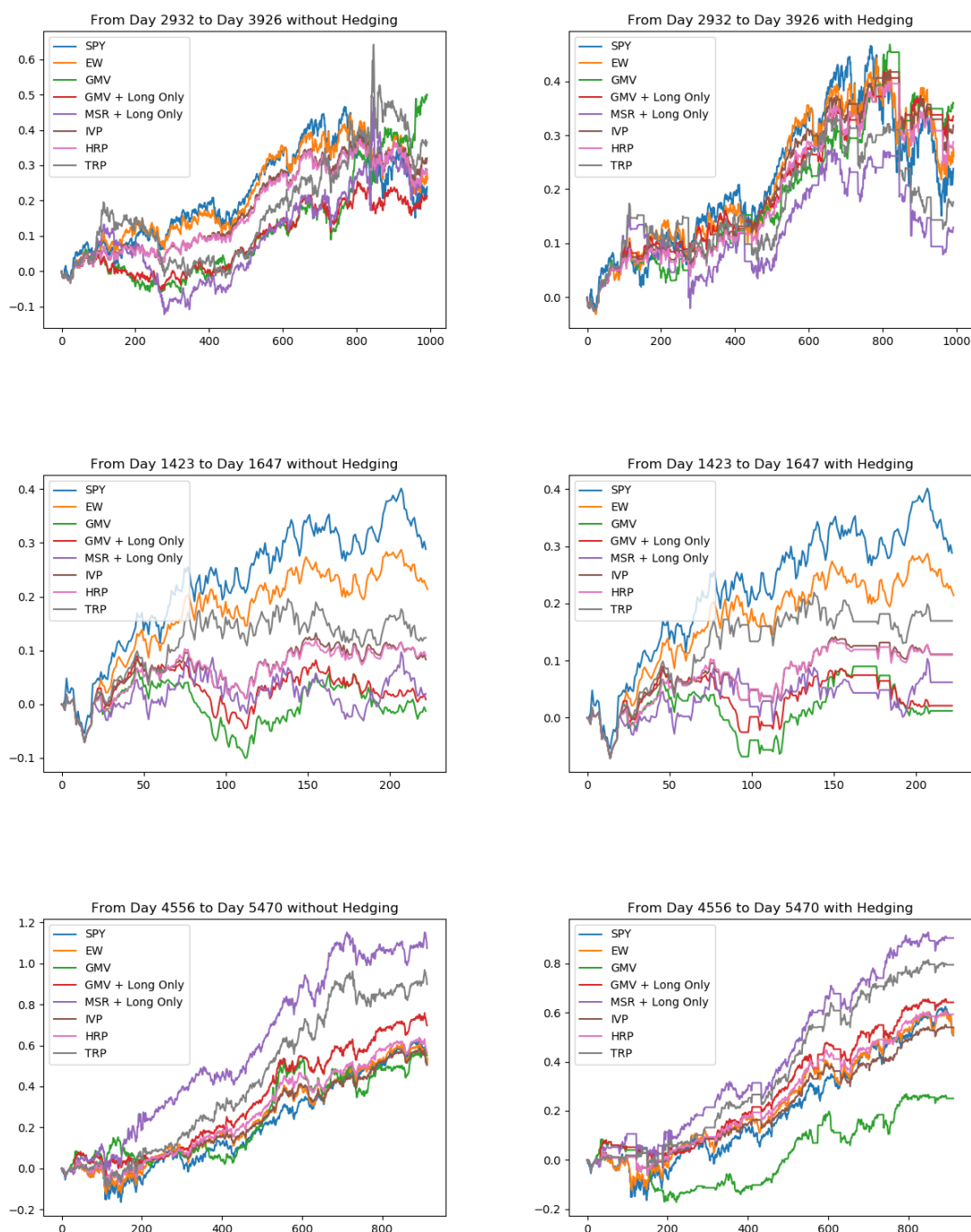
以下为其中六次回测示意图。



A.2 风险均衡的表现

第一次回测持续将近三年,可以看出超过半数的投资组合能取得超额收益。第二次回测时间少于一年,所有投资组合都不及预期。第三次回测可以看出 GMV 有时也会表现不佳,需要限制对冲的配合。

以下为其中三次(每次两组)回测示意图。



B 参考资料

- [1] Mark Kritzman, Sébastien Page David Turkington. (2010). In Defense of Optimization: The Fallacy of $1/N$. *Financial Analysts Journal*, 66(2), 31-39.
- [2] Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- [3] D. Sykes Wilford. (2012). True Markowitz or Assumptions We Break and Why It Matters. *Review of Financial Economics*, 21(3), 93-101.
- [4] Ledoit, O., Wolf, M. (2003). Honey, I Shrunk the Sample Covariance Matrix. *The Journal of Portfolio Management*, 30(4), 110-119.
- [5] Ledoit, O., Wolf, M. (2001). Improved Estimation of the Covariance Matrix of Stock Returns with an Application to Portfolio Selection. *Journal of Empirical Finance*, 10(5), 603-621.
- [6] Chen et al. (2010). Shrinkage Algorithms for MMSE Covariance Estimation. *IEEE Transactions on Signals Processing*, 58(10), 5016-5029.
- [7] López de Prado, M. (2016). Building Diversified Portfolios that Outperform Out of Sample. *The Journal of Portfolio Management*, 42(4), 59-69.