

Név:, NEPTUN-kód

Csoport, gyak.vez.:

Pontszám:

*Programtervező informatikus szak I. évfolyam
Matematikai alapok 2. zárthelyi
2019. november 22.*

Minden feladathoz indoklást, levezetést kérünk.

A 6. feladat (tételkimondás és bizonyítás) megoldását csak e feladatlap hátoldalára írva fogadjuk el.

1. a) (6 pont) A műveletek elvégzésével számítsuk ki az alábbi komplex szám értékét (az eredményt algebrai alakban kérjük):

$$z = \frac{1}{\left(|1 + \sqrt{2}i|^2 - 1\right)^{2019}} \cdot \left(\frac{5+i}{2+3i}\right)^{2019} \cdot \left(\frac{4+2i}{3-i}\right)^{2019}$$

- b) (5 pont) Oldjuk meg az $x^4 + x^3 - x - 1 = 0$ egyenletet a komplex számok halmazán.

2. (6 pont) Döntsük el, hogy a $d = (1, 1, 3)$ vektor benne van-e az

$$a = (1, 2, -1), \quad b = (-5, -1, 2), \quad c = (0, -3, 1)$$

vektorok által generált, \mathbb{R}^3 -beli altérben.

3. (5 pont) Altér-e \mathbb{R}^4 -ben az alábbi részhalmaz?

$$W := \left\{ (x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 \mid x, y, z, u \in \mathbb{R}, x^2 + yz = 3u - z \right\} \subseteq \mathbb{R}^4$$

4. Tekintsük \mathbb{R}^4 alábbi altérét:

$$W := \left\{ (3u, -x + y + z, 2x + 3y + u, 3x - y + 2z) \in \mathbb{R}^4 \mid x, y, z, u \in \mathbb{R}, x + z = 4u \right\}$$

- a) (5 pont) Adjunk meg véges generátorrendszert a W altérben.

- b) (5 pont) Adjuk meg a W altér egy bázisát. Hány dimenziós a W altér?

5. Adott az alábbi mátrix:

$$A := \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 5 & -1 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

- a) (4 pont) Számítsuk ki a mátrix determinánsát. Reguláris vagy szinguláris az A mátrix?

- b) (7 pont) Gauss-Jordan módszerrel határozzuk meg az A mátrix inverzét.

6. (7 pont) Tételkimondás és bizonyítás:

Az összefüggő rendszerek szűkítéséről szóló tétel.