

Slovenská technická univerzita v Bratislave
Fakulta chemickej a potravinárskej technológie
Ústav informatizácie, automatizácie a matematiky

Analytické metódy syntézy regulátora

Riadenie procesov

doc. Ing. Juraj Oravec, PhD.

Opakovanie: Kvalita riadenia

Kvalitu má zmysel vyhodnocovať len vtedy, ak je systém **stabilný**

Kritéria kvality v časovej oblasti:

- trvalá regulačná odchýlka $e(\infty)$
- čas regulácie t_{reg}
- maximálne preregulovanie σ_{max}
- čas preregulovania t_{σ}
- počet preregulovaní n_{σ}

Opakovanie: Zložky PID regulátora

$$u(t) = P e(t) + I \int_0^t e(\tau) d\tau + D \frac{de(t)}{dt}$$

$$u(t) = Z_R e(t) + \frac{Z_R}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + Z_R T_D \frac{de(t)}{dt}$$

Z_R : má rovnaké znamienko, ako znamienko riadeného systému
(zosilnenie regulátora nemôže ísť proti zosilneniu systému)

$$\operatorname{sgn}(Z_R) = \operatorname{sgn}(Z)$$

T_I, T_D : integračná a derivačná časová konštanta nemôžu byť záporné

$$T_I > 0$$

$$T_D > 0$$

Opakovanie: Vplyv zložiek PID regulátora na kvalitu riadenia

Vplyv **rastúcej** hodnoty jednotlivých zložiek:

P zložka (Z_R): znižuje stabilitu a zvyšuje sa rýchlosť regulácie

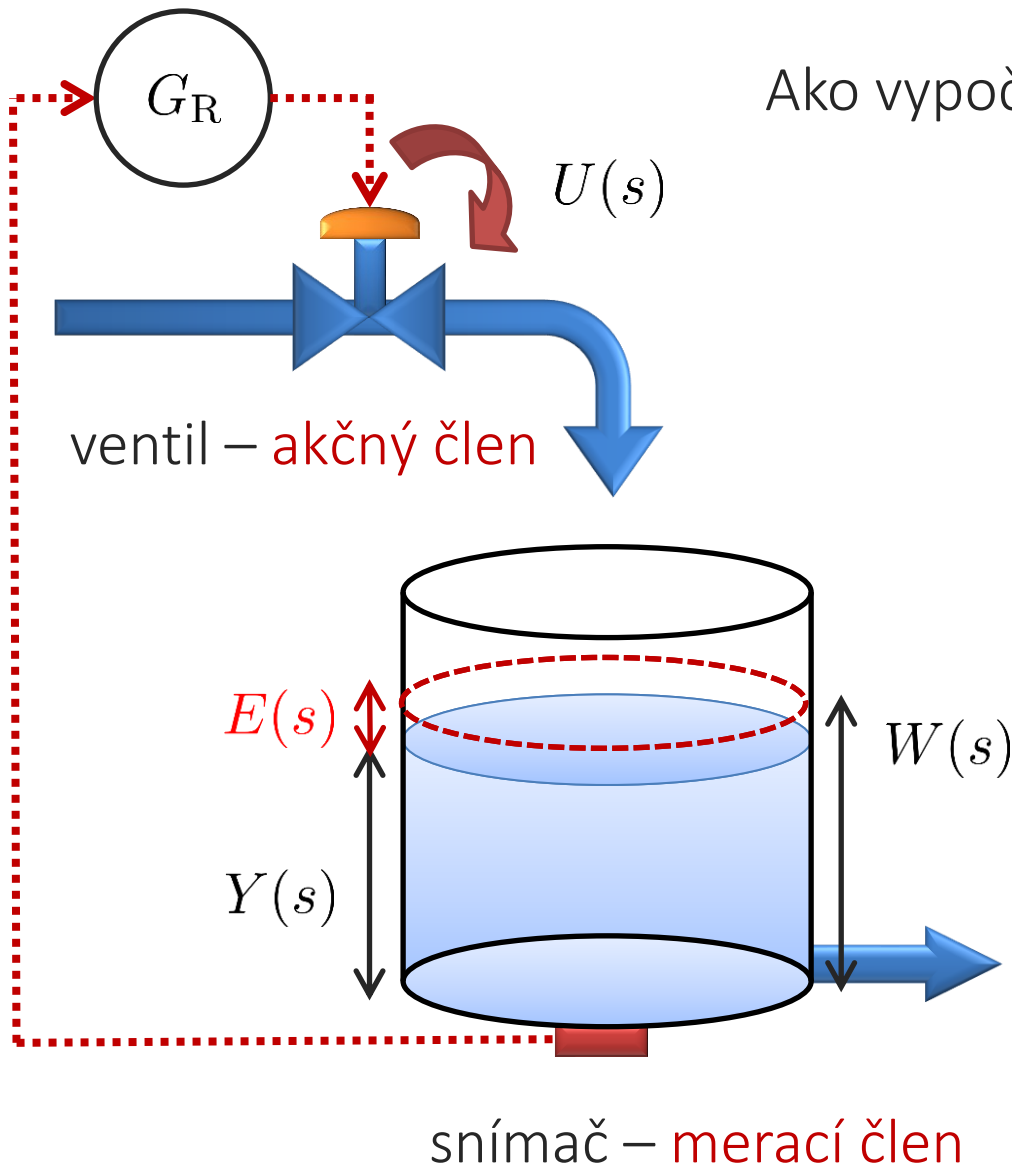
I zložka (T_I): zvyšuje stabilitu a znižuje sa rýchlosť regulácie

D zložka (T_D): zvyšuje stabilitu a zvyšuje sa rýchlosť regulácie

$$u(t) = \boxed{P} e(t) + \boxed{I} \int_0^t e(\tau) d\tau + \boxed{D} \frac{de(t)}{dt}$$
$$u(t) = \boxed{Z_R} e(t) + \boxed{\frac{Z_R}{T_I}} \int_0^t e(\tau) d\tau + \boxed{Z_R T_D} \frac{de(t)}{dt}$$

Riadenie zásobníka kvapaliny

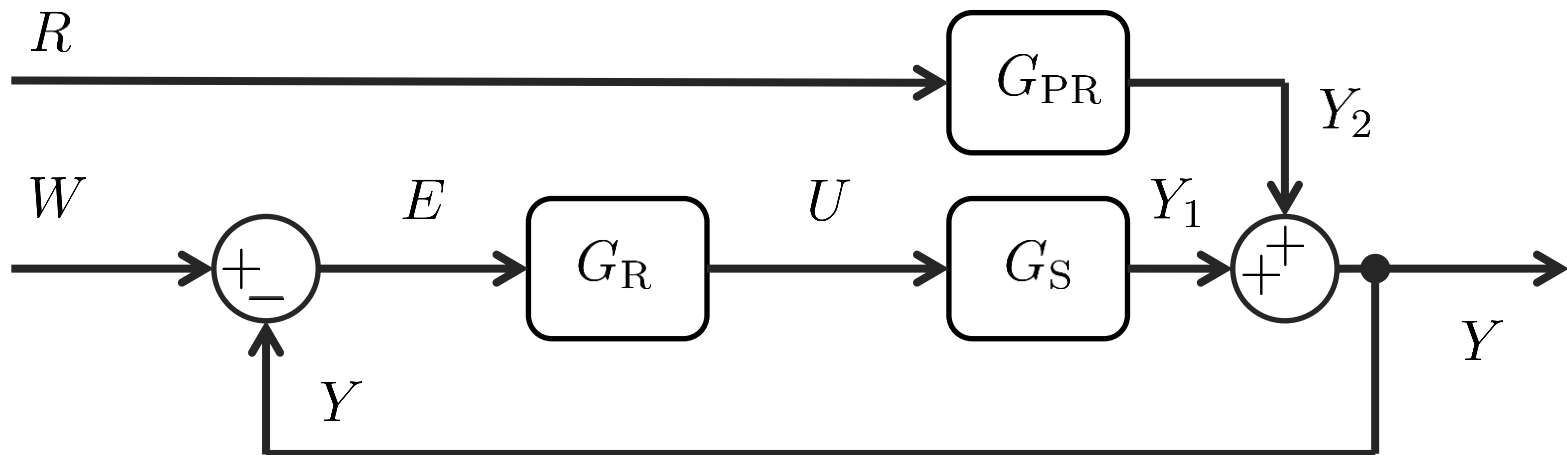
Ako vypočítať parametre regulátora?



Syntéza regulátora

Syntéza (návrh) regulátora:

- volba štruktúry
- výpočet parametrov



Syntéza regulátora

Syntéza (návrh) regulátora:

- volba štruktúry
- výpočet parametrov

Metódy syntézy regulátora:

- analytické
- experimentálne

Syntéza regulátora

Analytické metódy syntézy regulátora:

- Naslinova metóda
- metóda umiestnenia pólov

Naslinova metóda

Parametre PID regulátora sa navrhujú s ohľadom na hodnotu maximálneho preregulovania.

Parametre PID regulátora sa vypočítajú pomocou CHR URO, kde riadený systém (G_S) je známy a neznámy je regulátor (G_R).

CHR URO:

$$\begin{aligned} 1 + G_S G_R &= 0 \\ a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 &= 0 \end{aligned}$$

Naslinova metóda

Vzťah medzi maximálnym preregulovaním σ_{\max}
a koeficientami CHR URO je daný vzťahom:

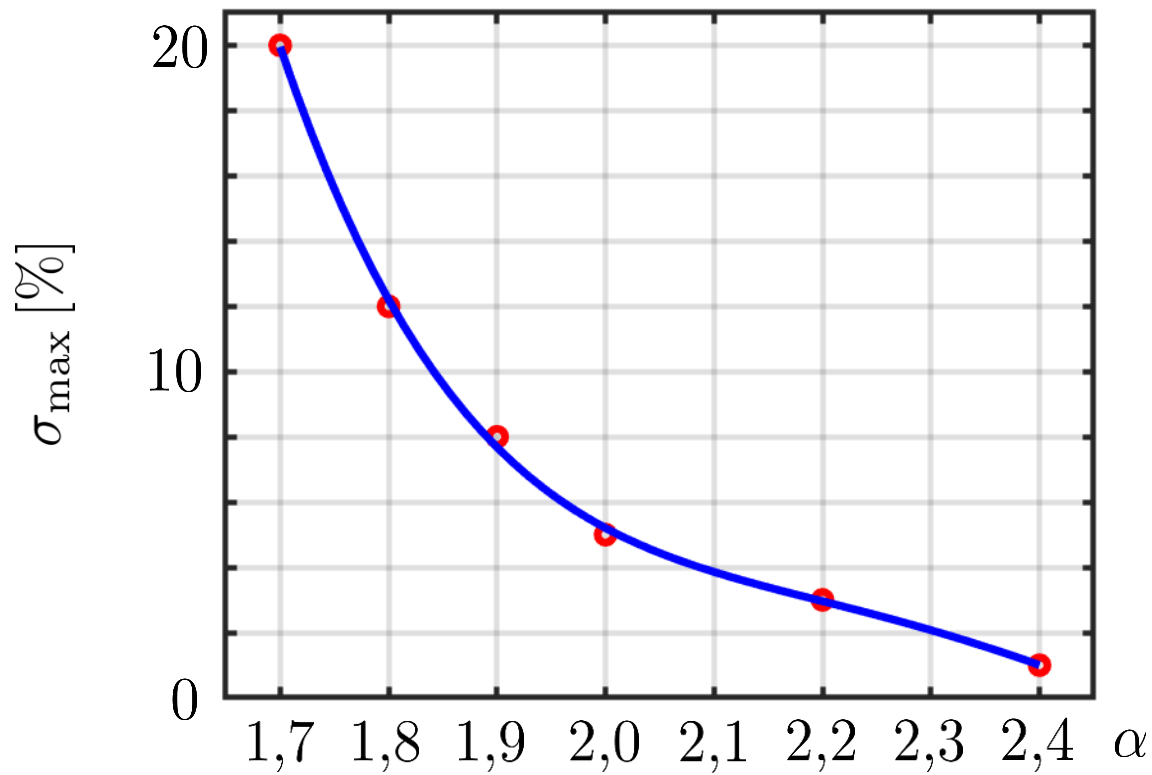
$$a_j^2 = \alpha a_{j+1} a_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$

kde hodnoty koeficientu α sú dané tabuľkou:

$\sigma_{\max} [\%]$	20	12	8	5	3	1
α	1,7	1,8	1,9	2,0	2,2	2,4

Naslinova metóda

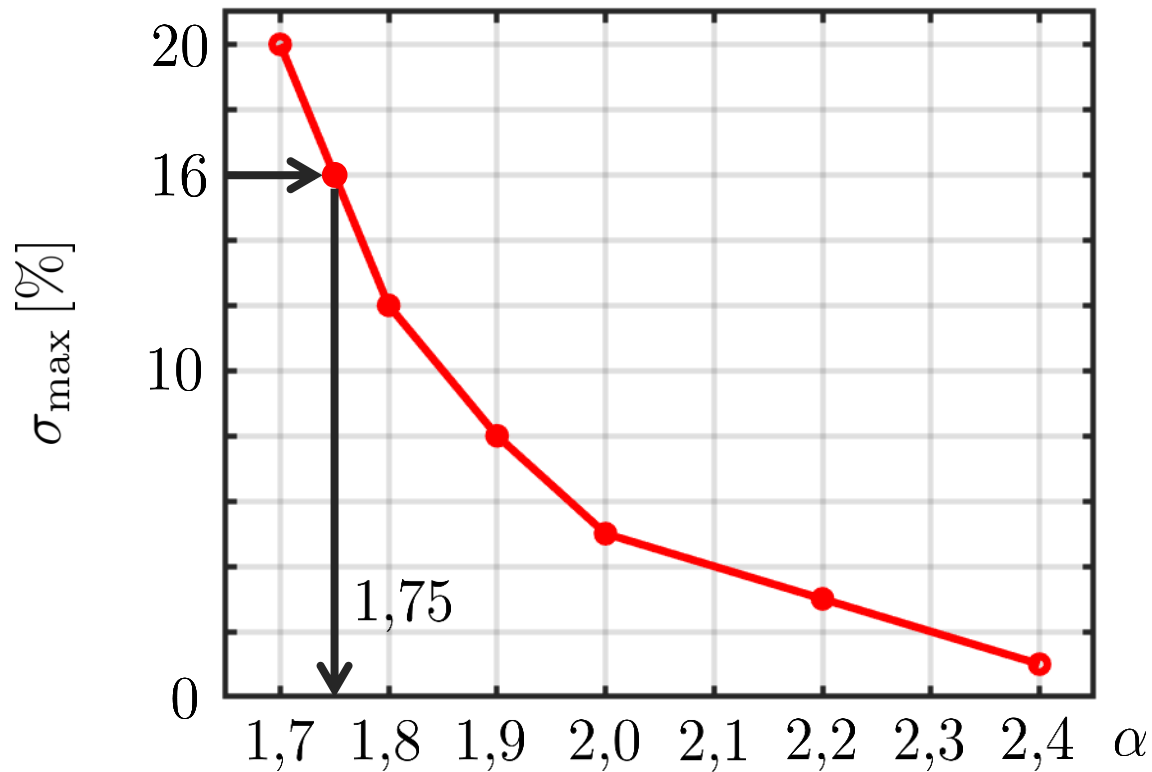
Nelineárna funkcia



$\sigma_{\max} [\%]$	20	12	8	5	3	1
α	1,70	1,80	1,90	2,00	2,20	2,40

Naslinova metóda

Linearizovaná funkcia – lineárna interpolácia



$\sigma_{\max} [\%]$	20	16	12	8	5	3	1
α	1,70	1,75	1,80	1,90	2,00	2,20	2,40

Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$a_j^2 = \alpha a_{j+1} a_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$

zostavíme pre CHR URO v tvare:

$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$a_j^2 = \alpha a_{j+1} a_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$

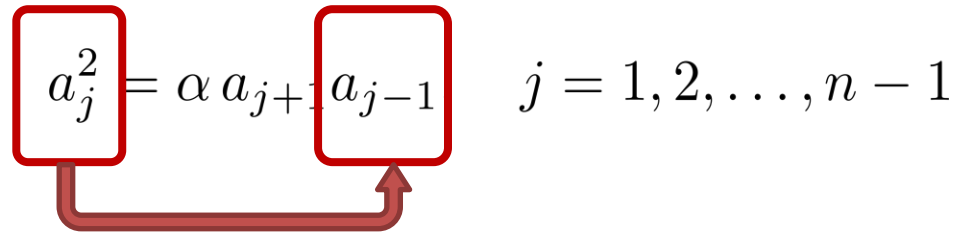
zostavíme pre CHR URO v tvare:

$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

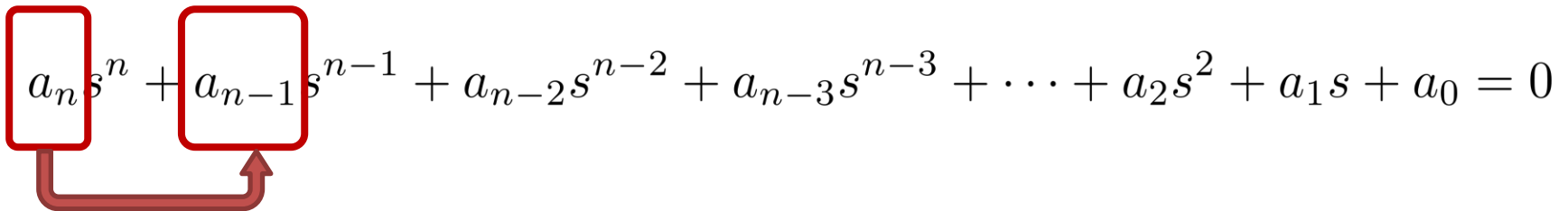
Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$a_j^2 = \alpha a_{j+1} a_{j-1} \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$


zostavíme pre CHR URO v tvare:

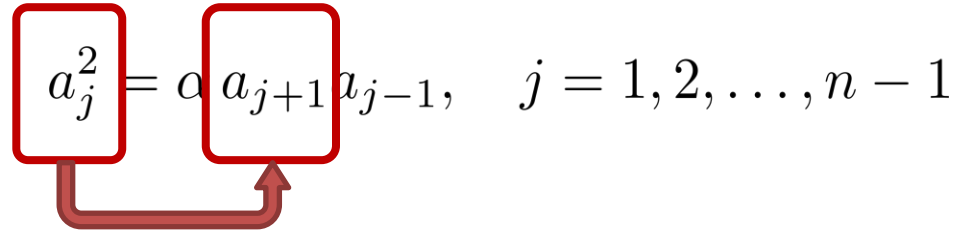
$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$


má „predošlý“ koeficient

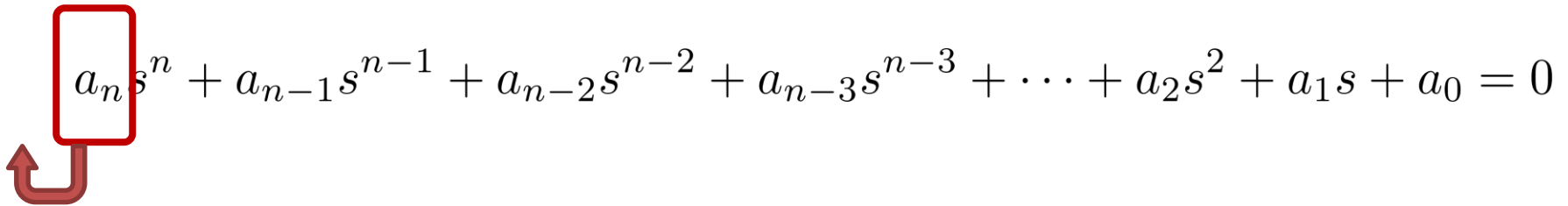
Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$a_j^2 = a_{j+1} a_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$


zostavíme pre CHR URO v tvare:

$$1 + G_S G_R = 0$$


$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

nemá „nasledujúci“ koeficient – nezostaví sa Naslinova rovnica

Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$a_j^2 = \alpha a_{j+1} a_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$

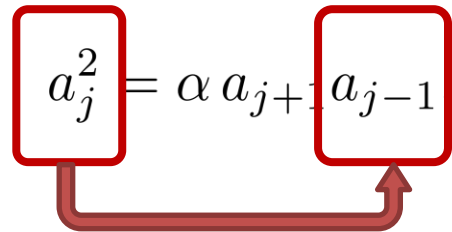
zostavíme pre CHR URO v tvare:

$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

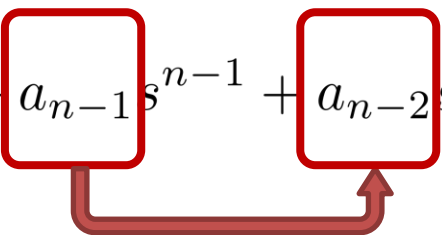
Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$a_j^2 = \alpha a_{j+1} a_{j-1} \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$


zostavíme pre CHR URO v tvare:

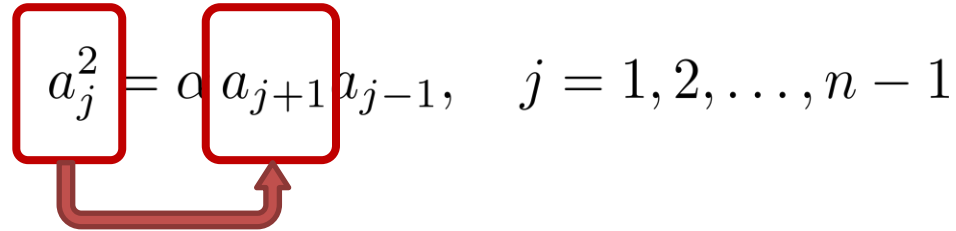
$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$


má „predošlý“ koeficient

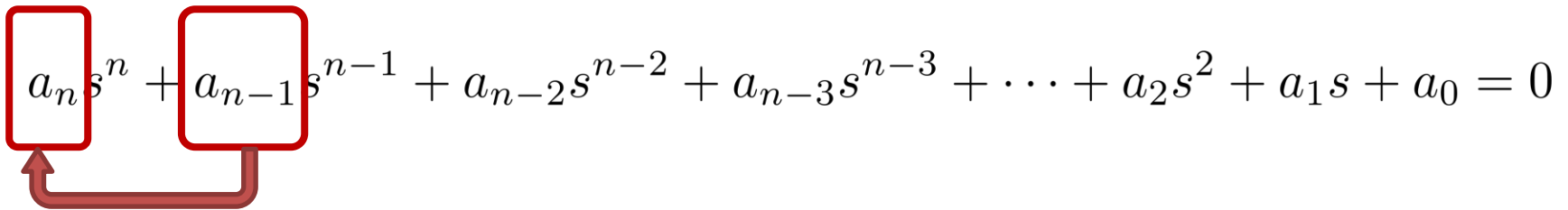
Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$a_j^2 = a_{j+1} a_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$


zostavíme pre CHR URO v tvare:

$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$


má aj „nasledujúci“ koeficient – **zostaví** sa Naslinova rovnica

Naslinova metóda

Naslinovu rovnícu zostavíme

$$a_j^2 - a_{j+1}a_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$

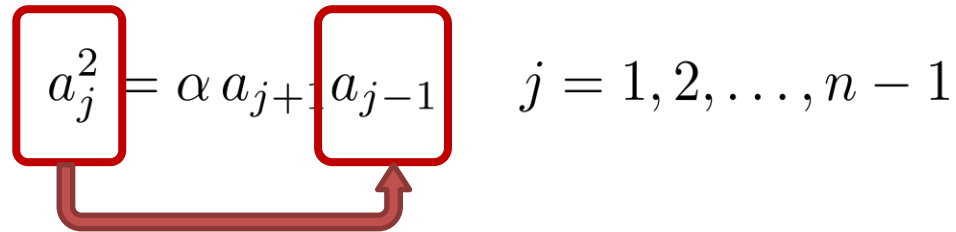
zostavíme pre CHR URO v tvare:

$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

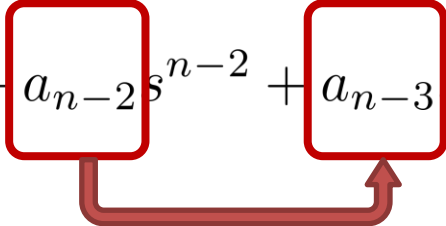
Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$a_j^2 = \alpha a_{j+1} a_{j-1} \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$


zostavíme pre CHR URO v tvare:

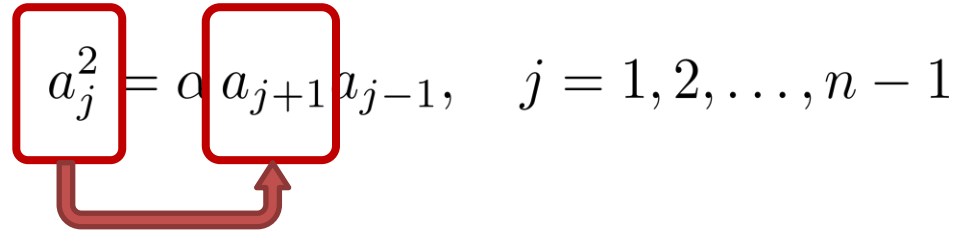
$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$


má „predošlý“ koeficient

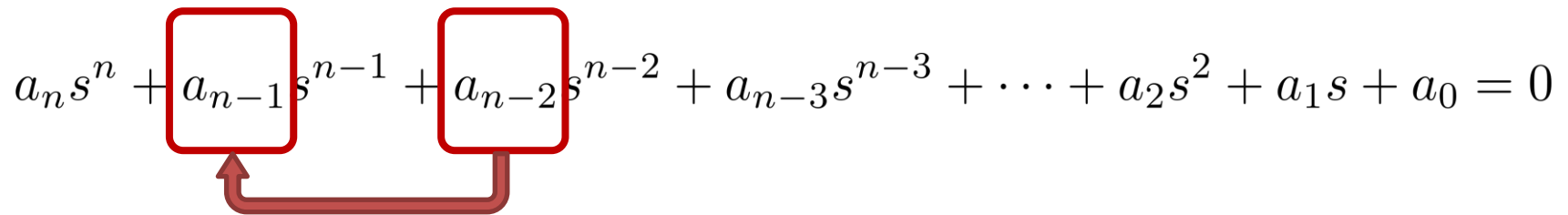
Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$a_j^2 = a_{j+1} a_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$


zostavíme pre CHR URO v tvare:

$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$


má aj „nasledujúci“ koeficient – **zostaví** sa Naslinova rovnica

Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$a_j^2 \quad a_{j+1} a_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$

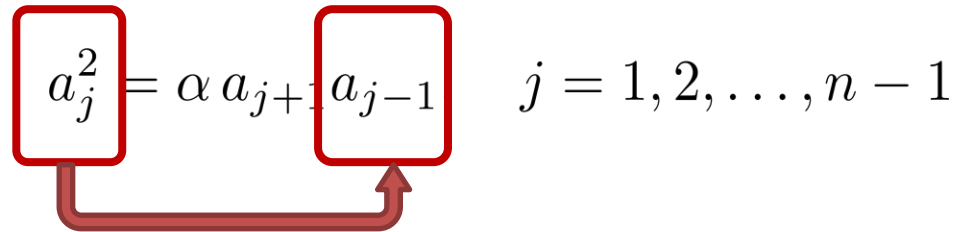
zostavíme pre CHR URO v tvare:

$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

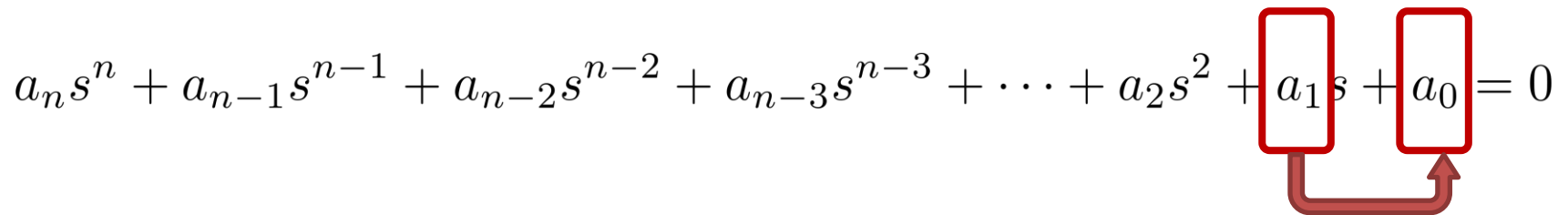
Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$\boxed{a_j^2} = \alpha a_{j+1} \boxed{a_{j-1}} \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$


zostavíme pre CHR URO v tvare:

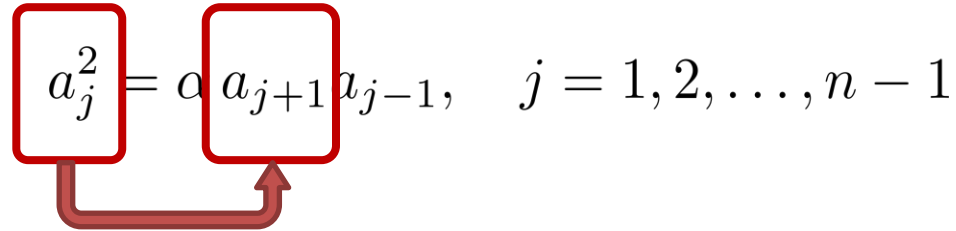
$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + \boxed{a_1 s} + \boxed{a_0} = 0$$


má „predošlý“ koeficient

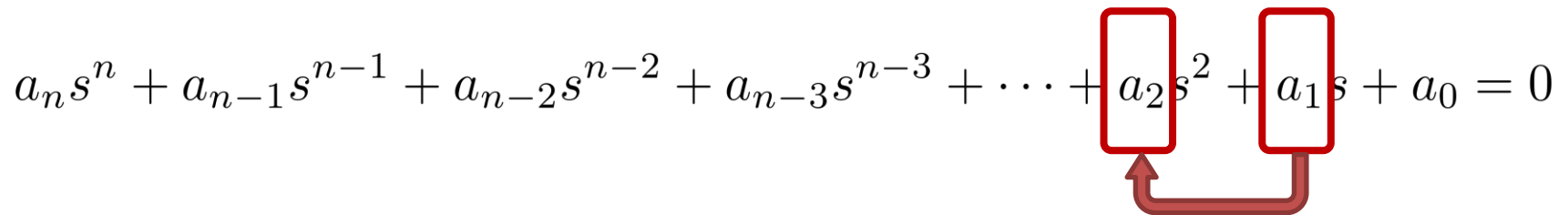
Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$a_j^2 = a_{j+1} a_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$


zostavíme pre CHR URO v tvare:

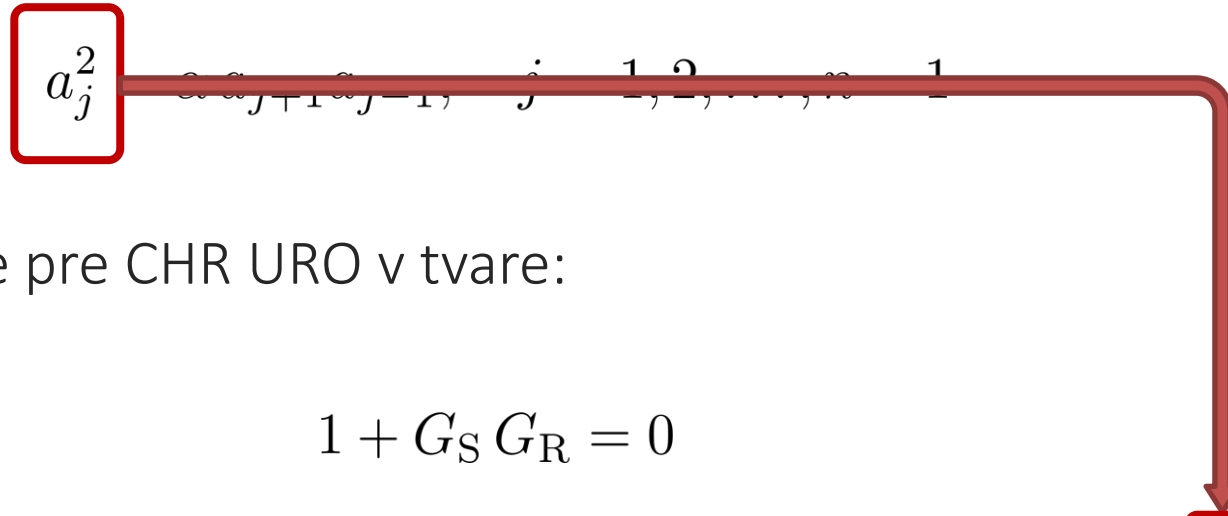
$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$


má aj „nasledujúci“ koeficient – **zostaví** sa Naslinova rovnica

Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu



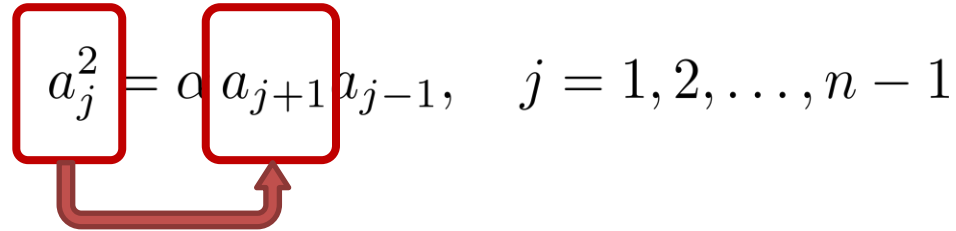
zostavíme pre CHR URO v tvare:

$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

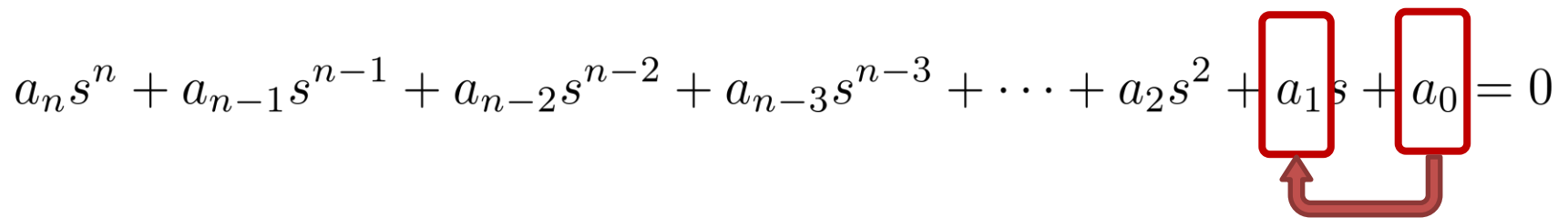
Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$a_j^2 = a_{j+1} a_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$


zostavíme pre CHR URO v tvare:

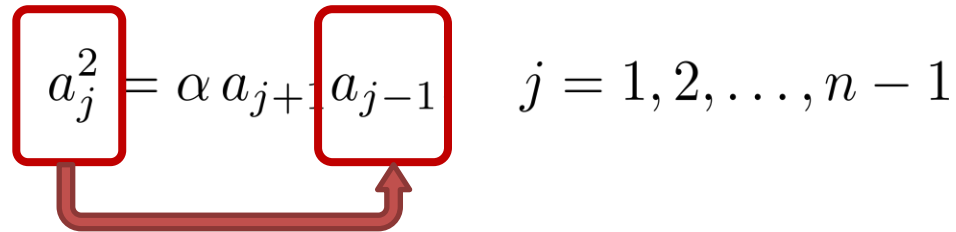
$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$


má „nasledujúci“ koeficient

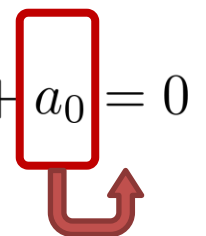
Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$\boxed{a_j^2} = \alpha a_{j+1} \boxed{a_{j-1}} \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$


zostavíme pre CHR URO v tvare:

$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + \boxed{a_0} = 0$$


nemá „predošlý“ koeficient – nezostaví sa Naslinova rovnica

Naslinova metóda

Naslinovu rovniciu

$$a_j^2 = \alpha a_{j+1} a_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$

zostavíme pre CHR URO v tvare:

$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + a_{n-3} s^{n-3} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

zostaví sa práve $n - 1$ Naslinovych rovníc

Naslinova metóda

Voľba štruktúry regulátora:

- ak môže zostať TRO: P alebo PD regulátor
- ak nemôže zostať TRO: PI alebo PID regulátor

P alebo PD regulátor: stupeň CHR URO = rád systému G_S

PI alebo PID regulátor: stupeň CHR URO = rád systému $G_S + 1$

Štruktúru regulátora volíme tak, aby sme mali toľko rovníc, koľko je neznámych parametrov regulátora.

CHR URO n -tého rádu vedie na sústavu $n - 1$ rovníc.

Sústava $n - 1$ rovníc s $n - 1$ neznámymi parametrami regulátora.

Príklad č.1

Pre riadený systém navrhnete regulátor tak, aby maximálne preregulovanie nebolo väčšie ako 5 %, pričom pri riadení môže zostať TRO. Riadený systém má prenos v tvare:

$$G_S = \frac{2}{8s^3 + 12s^2 + 6s + 1}$$

Voľba štruktúry:

- môže zostať TRO: P alebo PD regulátor
- rád CHR URO = rád riadeného systému = 3
- počet Naslinových rovníc = rád CHR URO – 1 = 3 – 1 = 2
- počet rovníc = počet neznámych = 2 → PD regulátor

Príklad č.1

Výpočet neznámych parametrov PD regulátora (Z_R, T_D):

$$1 + G_S G_R = 0$$

$$1 + \frac{2}{8s^3 + 12s^2 + 6s + 1}(Z_R + Z_R T_D s) = 0$$

$$8s^3 + 12s^2 + (6 + 2Z_R T_D)s + 1 + 2Z_R = 0$$

pre $\sigma_{\max} \leq 5\% \Rightarrow \alpha = 2$

$$a_j^2 = \alpha a_{j+1} a_{j-1} = 0$$

$$12^2 = 2.8(6 + 2Z_R T_D)$$

$$(6 + 2Z_R T_D)^2 = 2.12(1 + 2Z_R)$$

Príklad č.1

Riešenie:

$$Z_R = \frac{19}{16}$$

$$T_D = \frac{24}{19}$$

Príklad č.2

Pre riadený systém navrhnete regulátor tak, aby maximálne preregulovanie nebolo väčšie ako 5 %, pričom pri riadení nemôže zostať TRO. Riadený systém má prenos v tvare:

$$G_S = \frac{2}{8s^3 + 12s^2 + 6s + 1}$$

Voľba štruktúry:

- nemôže zostať TRO: PI alebo PID regulátor
- rád CHR URO = rád riadeného systému + 1 = 3 + 1 = 4
- počet Naslinových rovníc = rád CHR URO – 1 = 4 – 1 = 3
- počet rovníc = počet neznámych = 3 → PID regulátor

Príklad č.2

Výpočet neznámych parametrov PID regulátora (Z_R, T_I, T_D):

$$1 + \frac{2}{8s^3 + 12s^2 + 6s + 1} \frac{1 + G_S G_R}{s} = 0$$

$$8s^4 + 12s^3 + (6 + 2Z_R T_D)s^2 + (1 + 2Z_R)s + 2\frac{Z_R}{T_I} = 0$$

$$\text{pre } \sigma_{\max} \leq 5\% \Rightarrow \alpha = 2$$

$$a_j^2 = \alpha a_{j+1} a_{j-1} = 0$$

$$12^2 = 2.8(6 + 2Z_R T_D)$$

$$(6 + 2Z_R T_D)^2 = 2.12(1 + 2Z_R)$$

$$(1 + 2Z_R)^2 = 2(6 + 2Z_R T_D) 2\frac{Z_R}{T_I}$$

Príklad č.2

Riešenie:

$$Z_R = \frac{19}{16}$$

$$T_I = \frac{304}{81}$$

$$T_D = \frac{24}{19}$$

Príklad č.3

Pre riadený systém navrhnete regulátor tak, aby maximálne preregulovanie nebolo väčšie ako 20 %, pričom pri riadení môže zostať TRO. Riadený systém má prenos v tvare:

$$G_s = \frac{5}{2s + 1}$$

Voľba štruktúry:

- môže zostať TRO: P alebo PD regulátor
- rád CHR URO = rád riadeného systému = 1
- počet Naslinových rovníc = rád CHR URO – 1 = 1 – 1 = 0
- počet rovníc = počet neznámych = 0 → nedá sa vypočítať

Príklad č.3

Pre riadený systém navrhnete regulátor tak, aby maximálne preregulovanie nebolo väčšie ako 20 %, pričom pri riadení môže zostať TRO. Riadený systém má prenos v tvare:

$$G_S = \frac{5}{2s + 1}$$

Voľba štruktúry:

- môže (ale nemusí) zostať TRO: PI alebo PID regulátor
- rád CHR URO = rád riadeného systému + 1 = 1 + 1 = 2
- počet Naslinových rovníc = rád CHR URO – 1 = 2 – 1 = 1
- počet rovníc = počet neznámych = 1 → dá sa vypočítať

Príklad č.3

Voľba štruktúry:

- môže (ale nemusí) zostať TRO: PI alebo PID regulátor
- rád CHR URO = rád riadeného systému + 1 = 1 + 1 = 2
- počet Naslinových rovníc = rád CHR URO – 1 = 2 – 1 = 1
- počet rovníc = počet neznámych = 1 → dá sa dopočítať
- PI regulátor: 1 rovnica a 2 neznáme → 1 sa zvolí a 2. sa vypočíta
- PID regulátor: 1 rovnica a 3 neznáme → 2 sa zvolia a 3. sa vypočíta

Príklad č.3

Výpočet neznámych parametrov PI regulátora (Z_R, T_I):

$$\begin{aligned} 1 + G_S G_R &= 0 \\ 1 + \frac{5}{2s+1} \frac{Z_R s + \frac{Z_R}{T_I}}{s} &= 0 \\ 2s^2 + (1 + 5Z_R)s + 5\frac{Z_R}{T_I} &= 0 \end{aligned}$$

pre $\sigma_{\max} \leq 20\% \Rightarrow \alpha = 1,7$

$$\begin{aligned} a_j^2 &= \alpha a_{j+1} a_{j-1} = 0 \\ (1 + 5Z_R)^2 &= 1,7 \cdot 2 \cdot 5 \frac{Z_R}{T_I} \end{aligned}$$

Napríklad zvolíme $Z_R = 2$ a dopočítame $T_I = 0,281$.

Syntéza regulátora

Analytické metódy syntézy regulátora:

- Naslinova metóda
- metóda umiestnenia pólov

Metóda umiestnenia pólov

Parametre PID regulátora sa navrhujú s ohľadom na požiadavky na správanie sa URO.

Parametre PID regulátora sa vypočítajú pomocou CHR URO, kde riadený systém (G_S) je známy a neznámy je regulátor (G_R) a pomocou **referenčnej** CHR URO.

CHR URO:

$$1 + G_S G_R = 0$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0 \quad / : a_n$$

$$\boxed{1} s^n + \tilde{a}_{n-1} s^{n-1} + \dots + \tilde{a}_1 s + \tilde{a}_0 = 0$$

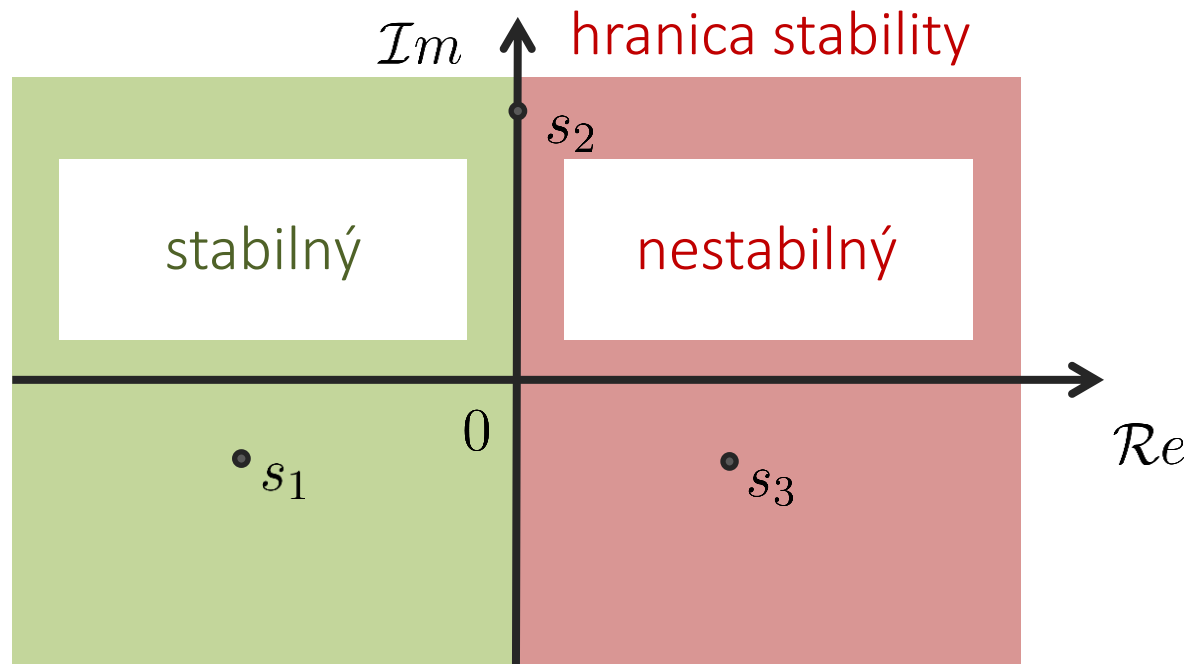
Metóda umiestnenia pólov

Referenčná CHR URO má požadované vlastnosti vďaka umiestneniu referenčných pólov CHR URO.

Póly sa volia (umiestňujú) tak, aby bol URO stabilný (záporné reálne časti pólov), aperiodický (póly bez komplexnej zložky) a rýchlejší ako riadený systém.

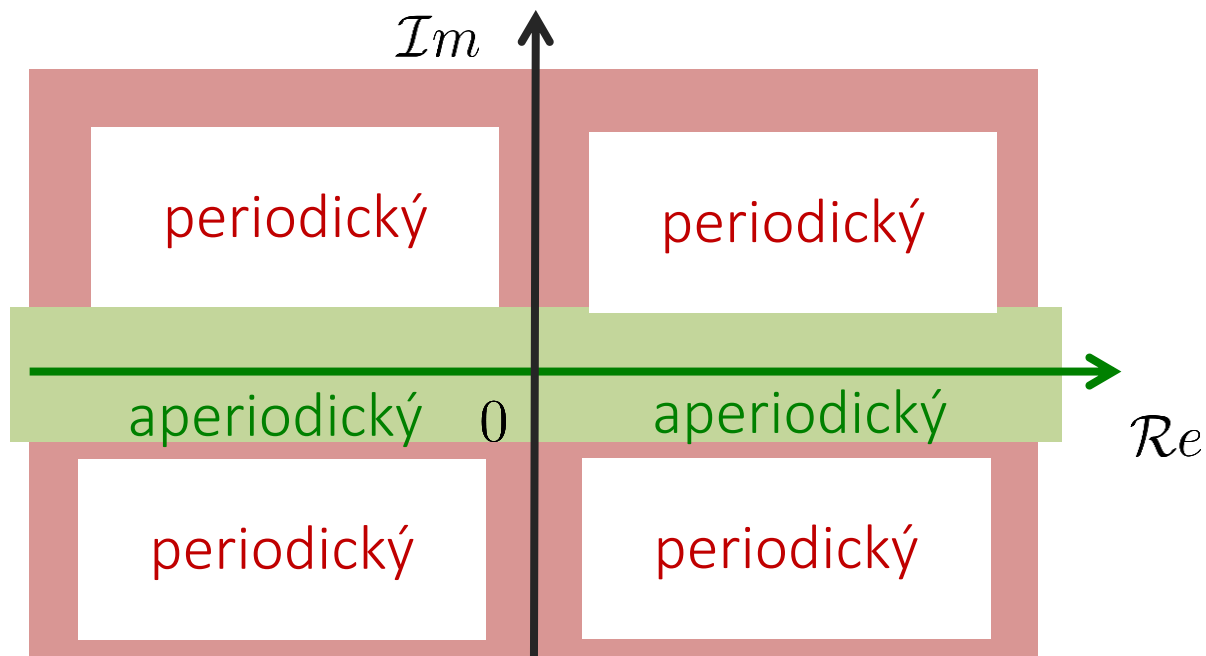
Metóda umiestnenia pólov

Póly sa volia (umiestňujú) tak, aby bol URO **stabilný** (záporné reálne časti pólov), aperiodický (póly bez komplexnej zložky) a rýchlejší ako riadený systém.



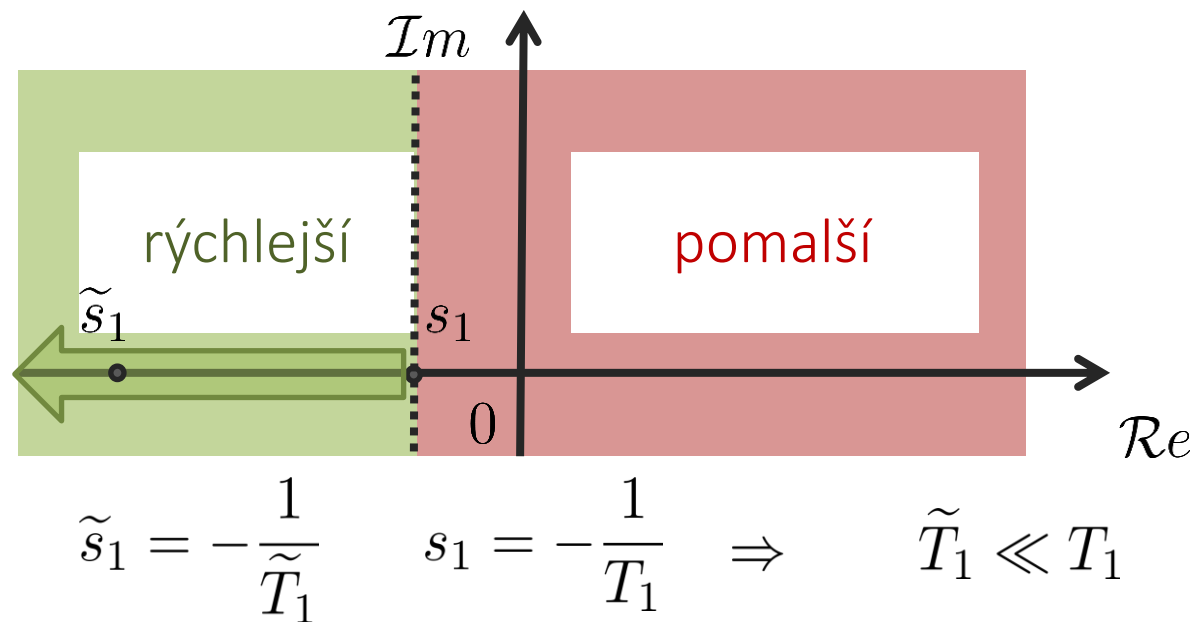
Metóda umiestnenia pólov

Póly sa volia (umiestňujú) tak, aby bol URO stabilný (záporné reálne časti pólov), **aperiodický** (póly bez komplexnej zložky) a rýchlejší ako riadený systém.



Metóda umiestnenia pólov

Póly sa volia (umiestňujú) tak, aby bol URO stabilný (záporné reálne časti pólov), aperiodický (póly bez komplexnej zložky) a **rýchlejší ako riadený systém**.



Metóda umiestnenia pólov

Referenčná CHR URO s rôznymi pólmi:

$$(s - \tilde{s}_1) \times (s - \tilde{s}_2) \times \cdots \times (s - \tilde{s}_n) = 0$$
$$1 s^n + \tilde{m}_{n-1} s^{n-1} + \cdots + \tilde{m}_1 s + \tilde{m}_0 = 0$$

Referenčná CHR URO s násobnými pólmi:

$$(s - \tilde{s}_1)^n = 0$$
$$1 s^n + \tilde{m}_{n-1} s^{n-1} + \cdots + \tilde{m}_1 s + \tilde{m}_0 = 0$$

Metóda umiestnenia pólov

Výpočet parametrov regulátora je založený na porovnaní CHR URO a referenčnej CHR URO.

CHR URO:

$$1 s^n + \tilde{a}_{n-1} s^{n-1} + \dots + \tilde{a}_1 s + \tilde{a}_0 = 0$$

Referenčná CHR URO:

$$1 s^n + \tilde{m}_{n-1} s^{n-1} + \dots + \tilde{m}_1 s + \tilde{m}_0 = 0$$

CHR URO = Referenčná CHR URO

$$1 s^n + \tilde{a}_{n-1} s^{n-1} + \dots + \tilde{a}_1 s + \tilde{a}_0 = 1 s^n + \tilde{m}_{n-1} s^{n-1} + \dots + \tilde{m}_1 s + \tilde{m}_0$$

Metóda umiestnenia pólov

Porovnaním CHR URO a referenčnej CHR URO sa získa sústava rovníc, ktorých vyriešenie určí parametre regulátora.

CHR URO = Referenčná CHR URO

$$\begin{aligned}s^n : & \quad 1 = 1 \\s^{n-1} : & \quad \tilde{a}_{n-1} = \tilde{m}_{n-1} \\s^{n-2} : & \quad \tilde{a}_{n-1} = \tilde{m}_{n-2} \\& \quad \vdots \\s^1 : & \quad \tilde{a}_1 = \tilde{m}_1 \\s^0 : & \quad \tilde{a}_0 = \tilde{m}_0\end{aligned}$$

Metóda umiestnenia pólov

Voľba štruktúry regulátora:

- ak môže zostať TRO: P alebo PD regulátor
- ak nemôže zostať TRO: PI alebo PID regulátor

P alebo PD regulátor: stupeň CHR URO = rád systému G_S

PI alebo PID regulátor: stupeň CHR URO = rád systému $G_S + 1$

Štruktúru regulátora volíme tak, aby sme mali toľko rovníc, koľko je neznámych parametrov regulátora.

CHR URO n -tého rádu vedie na sústavu n rovníc.

Sústava n rovníc s n neznámymi parametrami regulátora.

Príklad č.4

Pre riadený systém navrhnete regulátor tak, aby bol priebeh riadenej veličiny pri riadení aperiodický, pričom pri riadení môže zostať TRO. Riadený systém má prenos v tvare:

$$G_S = \frac{5}{2s + 1}$$

Voľba štruktúry:

- môže zostať TRO: P alebo PD regulátor
- rád CHR URO = rád riadeného systému = 1
- počet rovníc = rád CHR URO = 1
- počet rovníc = počet neznámych = 1 → P regulátor

Príklad č.4

CHR URO na výpočet parametrov P regulátora (Z_R):

$$\begin{aligned}1 + G_S G_R &= 0 \\1 + \frac{5}{2s + 1} Z_R &= 0 \\2s + 1 + 5 Z_R &= 0 \\s + \frac{1 + 5 Z_R}{2} &= 0 \\1s + \tilde{a}_0 &= 0\end{aligned}$$

Príklad č.4

Referenčná CHR URO:

- rád CHR URO je 1, preto je potrebné zvoliť (umiestniť) 1 pól
- URO: stabilný, aperiodický a rýchlejší ako riadený systém
- výpočet pólu riadeného systému:

$$G_S = \frac{5}{2s + 1} \Rightarrow 2s + 1 = 0 \Rightarrow s_1 = -\frac{1}{2}$$

- zvolený (umiestnený) pól má zápornú reálnu časť, nie je komplexný a je naľavo od pólu riadeného systému $s_1 = -0,5$
- zvolený pól: $\tilde{s}_1 = -1$

Príklad č.4

Referenčná CHR URO:

– pre zvolený (umiestnený) 1 pól: $\tilde{s}_1 = -1$

$$s - \tilde{s}_1 = 0$$

$$s - (-1) = 0$$

$$1 s + 1 = 0$$

$$1 s + \tilde{m}_0 = 0$$

Príklad č.4

Porovnaním CHR URO a referenčnej CHR URO:

$$\begin{aligned} 1 s + \tilde{a}_0 &= 1 s + \tilde{m}_0 \\ 1 s + \frac{1 + 5 Z_R}{2} &= 1 s + 1 \end{aligned}$$

Porovnanie koeficientov pri rovnakých mocninách polynómu:

$$\begin{aligned} s^1 : & \quad 1 = 1 \\ s^0 : & \quad \frac{1 + 5 Z_R}{2} = 1 \end{aligned}$$

Riešenie:

$$Z_R = \frac{1}{5}$$

Príklad č.5

Pre riadený systém navrhnete regulátor tak, aby bol priebeh riadenej veličiny pri riadení aperiodický, pričom pri riadení nemôže zostať TRO. Riadený systém má prenos v tvare:

$$G_s = \frac{5}{2s + 1}$$

Voľba štruktúry:

- **nemôže** zostať TRO: PI alebo PID regulátor
- rád CHR URO = rád riadeného systému + 1 = 1 + 1 = 2
- počet rovníc = rád CHR URO = 2
- počet rovníc = počet neznámych = 2 → PI regulátor

Príklad č.5

CHR URO na výpočet parametrov PI regulátora (Z_R, T_I):

$$1 + G_S G_R = 0$$

$$1 + \frac{5}{2s + 1} \frac{Z_R s + \frac{Z_R}{T_I}}{s} = 0$$

$$2s^2 + s + 5Z_R s + 5\frac{Z_R}{T_I} = 0$$

$$s^2 + \frac{1 + 5Z_R}{2}s + \frac{5}{2}\frac{Z_R}{T_I} = 0$$

$$1s^2 + \tilde{a}_1 s + \tilde{a}_0 = 0$$

Príklad č.5

Referenčná CHR URO:

- rád CHR URO je 2, preto je potrebné zvoliť (umiestniť) 2 póly
- URO: stabilný, aperiodický a rýchlejší ako riadený systém
- výpočet pólu riadeného systému:

$$G_S = \frac{5}{2s + 1} \Rightarrow 2s + 1 = 0 \Rightarrow s_1 = -\frac{1}{2}$$

- zvolený (umiestnený) pól má zápornú reálnu časť, nie je komplexný a je naľavo od pólu riadeného systému $s_1 = -0,5$
- zvolený 2-násobný pól: $\tilde{s}_1, \tilde{s}_2 = -1$

Príklad č.5

Referenčná CHR URO:

– pre zvolené (umiestnené) 2 póly: $\tilde{s}_1, \tilde{s}_2 = -1$

$$(s - \tilde{s}_1)^2 = 0$$

$$(s - (-1))^2 = 0$$

$$(s + 1)^2 = 0$$

$$1 s^2 + 2 s + 1 = 0$$

$$1 s^2 + \tilde{m}_1 s + \tilde{m}_0 = 0$$

Príklad č.5

Porovnaním CHR URO a referenčnej CHR URO:

$$\begin{aligned} 1 s^2 + \tilde{a}_1 s + \tilde{a}_0 &= 1 s^2 + \tilde{m}_1 s + \tilde{m}_0 \\ 1 s^2 + \frac{1 + 5 Z_R}{2} s + \frac{5 Z_R}{2 T_I} &= 1 s^2 + 2 s + 1 \end{aligned}$$

Porovnanie koeficientov pri rovnakých mocninách polynómu:

$$\begin{aligned} s^2 : & \quad 1 = 1 \\ s^1 : & \quad \frac{1 + 5 Z_R}{2} = 2 \\ s^0 : & \quad \frac{5 Z_R}{2 T_I} = 1 \end{aligned}$$

Riešenie:

$$Z_R = \frac{3}{5} \quad T_I = \frac{3}{2}$$

Naslinova metóda vs metóda umiestnenia pólov

Typ regulátora podľa rádu riadeného systému

Typ regulátora	Rád riadeného systému G_S	
	Naslinova metóda	M. umiestnenia pólov
P regulátor	2	1
PI regulátor	2	1
PID regulátor	3	2
PD regulátor	3	2

Naslinova metóda

Vzťah medzi maximálnym preregulovaním σ_{\max}
a koeficientami CHR URO je daný vzťahom:

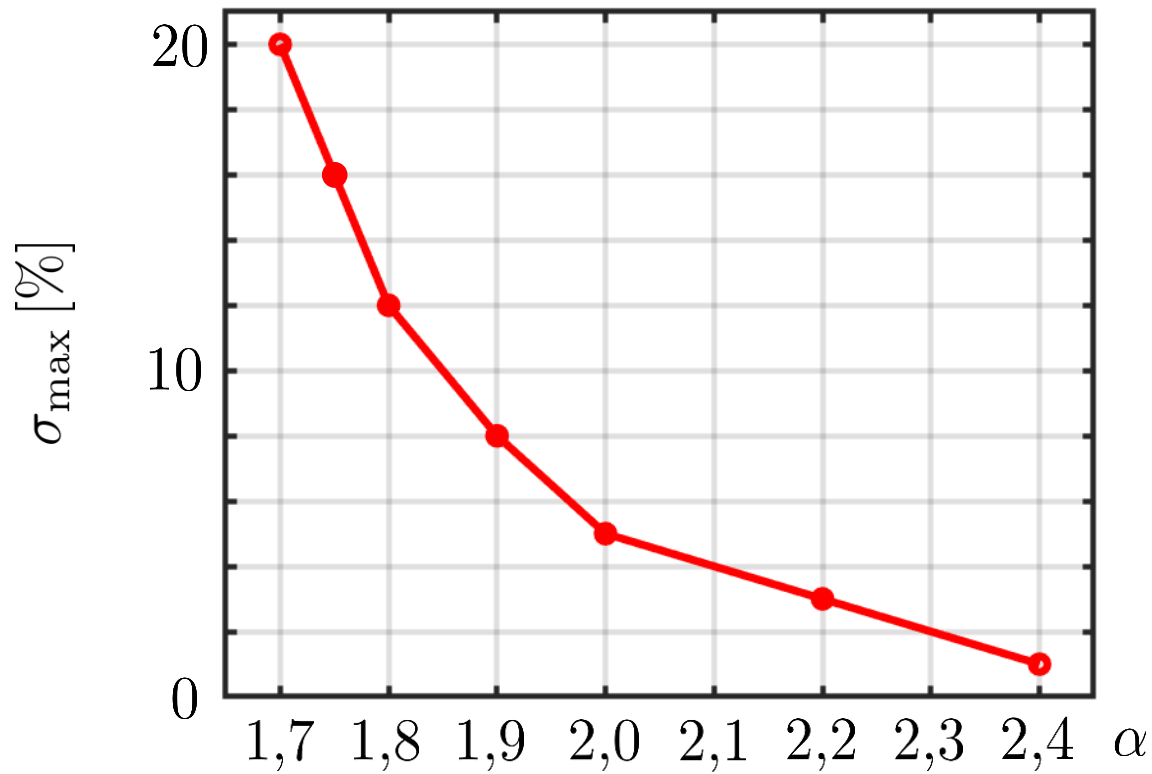
$$a_j^2 = \alpha a_{j+1} a_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1$$

kde hodnoty koeficientu α sú dané tabuľkou:

$\sigma_{\max} [\%]$	20	12	8	5	3	1
α	1,7	1,8	1,9	2,0	2,2	2,4

Naslinova metóda

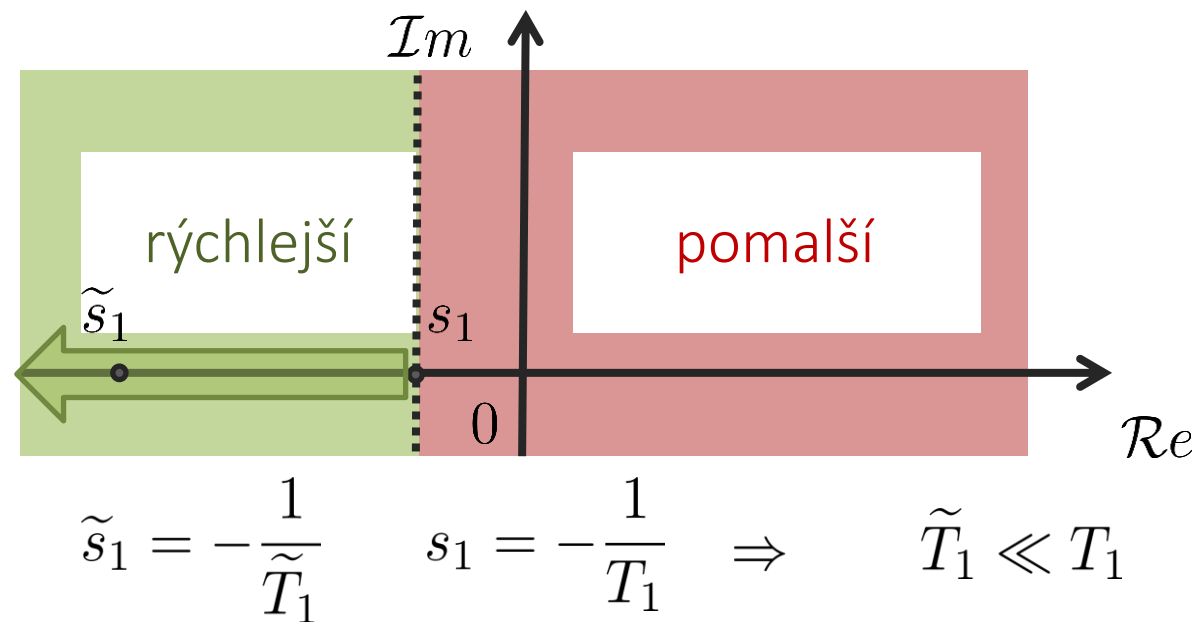
Linearizovaná funkcia



σ_{\max} [%]	20	16	12	8	5	3	1
α	1,70	1,75	1,80	1,90	2,00	2,20	2,40

Metóda umiestnenia pólov

Póly sa volia (umiestňujú) tak, aby bol URO **stabilný** (záporné reálne časti pólov), **aperiodický** (póly bez komplexnej zložky) a **rýchlejší ako riadený systém**.



Naslinova metóda vs metóda umiestnenia pólov

Typ regulátora podľa rádu riadeného systému

Typ regulátora	Rád riadeného systému G_S	
	Naslinova metóda	M. umiestnenia pólov
P regulátor	2	1
PI regulátor	2	1
PID regulátor	3	2
PD regulátor	3	2

Riadenie procesov – Anketa

Rozvrh: www.uiam.sk/rozvrh

