האוניברסיטה העברית בירושלים
THE HEBREW UNIVERSITY OF JERUSALEM

מספר מחברת 129

לפני הבחינה אנא מלא/מלאי את הפרטים בכתב ברור ובדייקנות

מספר תעודת הזהות 305451478

שם הקורס כלים מתמטיים במדעי המחשב מס' הקורס 67865

שם המרצה [illegible] תאריך הבחינה 12/2/17

67865 כלים מתמטיים במדעי המחשב 12/02/2017 בחינה סופית מועד א סמסטר א
אולם: קפלן
מחברת 0129
305451478
2017678651108

1 | 7.5
2 | 7
4 | 9

הנחיות לנבחן:

- יש להכין תעודה מזהה.
- יש להישמע להוראות הבוחנים והמשגיחים.
- אסור לנבחנים לשוחח ולהתקשר בכל צורה ביניהם או עם כל גורם אחר, או להעביר חומר כלשהו זה לזה.
- אין לעזוב את אולם הבחינה במהלך הבחינה, אלא ברשות בוחן או משגיח.
- חל איסור להשתמש בבחינה בחומר כלשהו או להחזיקו למעט חומר שהותר לשימוש במפורש על ידי הבוחנים ובתנאי שאין בו כל רישומים, פתקים וכיו"ב. <u>כל החפצים האחרים יורכזו באולם הבחינה בהתאם להוראות המשגיחים.</u>
- יש לכתוב את התשובות בעט <u>כחול או שחור</u> בכתב יד ברור ונקי. <u>אין</u> לכתוב בעיפרון.
- אין להשתמש בטיפקס או במרקרים צבעוניים.
- אין לכתוב בשוליים. יש לכתוב טיוטה רק על העמוד הפנימי של הדף במקום המסומן לכך.
- אין לתלוש או להוסיף דפים למחברת. מחברת שיתלשו או יצרפו אליה דפים דינה כמחברת פסולה.
- יש להקפיד למלא את כל הפרטים המזהים על גבי כל מחברת נוספת שאין עליה מדבקת ברקוד.
- יש למסור את המחברת בשלמותה לפני עזיבת האולם. עזיבת האולם ללא מסירת מחברת דינה ציון 0.
- האוניברסיטה העברית מקפידה על קיומן התקין של הבחינות לפי הנהלים וכללי היושר הקבועים בתקנונה, ומאחלת לך הצלחה בבחינות.

לשימוש המרצה

ציון הבחינה (0-100) ______ שם הבודק ______

המחברת נבדקה בתאריך ______ חתימת הבודק ______

שים לב! השאלונים יחתכו לפני הסריקה. לכן, חל איסור מוחלט לכתוב כאן!

הערות הבודק

אין לכתוב בשוליים

טיוטה למבחן

$= \langle AA^T w, AA^T w \rangle$

$\|Av\|_2 \geq \|A^T w\|_2$

$n = 3$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & & & 1 \\ 1 & 0 & 1 & & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & & & 1 \\ & & & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & & 1 & 0 & 1 & 1 \\ & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 1 \\ 0 & A & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$Av = 2v$

$2n+1$

$\|Aw\|_2 = \|(Aw)^T\|_2$

$= \|w^T A^T\|_2$

$$\begin{pmatrix} n \\ n \\ \vdots \\ n \\ 2n \end{pmatrix}$$

$\|A^T w\|_2^2$

$= \langle A^T w, A^T w \rangle$

$= \langle w, AA^T w \rangle$

$\|Av\|^2 \geq \|Aw\|^2 = \langle Aw, Aw \rangle$

$= \langle w, A^T A w \rangle$

$\|A \cdot B\| \leq \|A\| \cdot \|B\|$

$\|A \cdot A^T\| \leq \|A\| \cdot \|A^T\|$

$\|Av\|_2 \geq \|Aw\|_2$

$\geq \|AA^T w\|_2$

תרגיל ב

שאלה 4

(א) נשים לב כי

$$\|A\|_{op} = \max_{0\neq x\in\mathbb{R}^n} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} = \max_{\substack{\|x\|_2=1 \\ 0\neq x\in\mathbb{R}^n}} \|Ax\|_2$$

~~כמו כן, נשים לב כי~~

$\|A\|_{op}=\sigma_1$ ★

כמו כן, אם

$A=UDV^T$

$\Rightarrow A^T=VD^TU^T$

כאשר זהו גם פירוק SVD (U,V אורתוגונליות), ולכן $\|A^T\|_{op}=\sigma_1$ (σ_1 הוא הערך הסינגולרי הכי גדול גם עבור A^T), ולכן $\|A\|_{op}=\sigma_1=\|A^T\|_{op}$, כנדרש.

(ב) אם σ ערך סינגולרי של A, אז ∃ וקטורים סינגולריים של הערך, ★★ $Av=\sigma u$, $A^Tu=\sigma v$

מכאן, $A^Tu=\sigma v \Rightarrow AA^Tu=\sigma A^Tv=\sigma^2 u$

ולכן σ^2 ע"ע של AA^T. מצד שני, אם σ^2 ע"ע של AA^T, אז ~~[illegible]~~

$AA^T=UDV^TVD^TU^T=UD^2U^T$

אבל ~~[illegible]~~ ע"ע הם יחידים,

ולכן $\sigma=\sqrt{\sigma^2}$ בהכרח ערך סינגולרי של A, כנדרש.

הערות הבודק

★ בלי הגדר שימוש בזה. צריך להוכיח או לצטט. (-0.5)

★★ למה, גם מתקיים גם $\sigma=v_iu_i$, צריך להניח דברים נוספים (-0.5)

טיוטה למבחן

$$X_{i,j} = \langle V_i, V_j \rangle = \sum_{k=1}^{n} V_{i,k} \cdot V_{j,k}$$

$$E[X_{i,j}] = E\left[\sum_{k=1}^{n} V_{i,k} \cdot V_{j,k}\right]$$

$$= \sum_{k=1}^{n} E[V_{i,k} \cdot V_{j,k}] = \sum_{k=1}^{n} E[V_{i,k}]E[V_{j,k}]$$

$$= 0$$

$$Var[X_{i,j}] = \cancel{Var\left[\sum_{k=1}^{n} V_{i,k} V_{j,k}\right]}$$

$$E[X_{i,j}^2] - E[X_{i,j}]^2 = \cancel{0}$$

$$E[X_{i,j}^2] = E\left[\left(\sum_{k=1}^{n} V_{i,k} V_{j,k}\right)^2\right]$$

$$= E\left[\sum_{k=1}^{n} (V_{i,k} V_{j,k})^2 + 2\sum_{k \neq l} V_{ik} V_{jk} V_{il} V_{jl}\right]$$

$$2\binom{n}{2} + 2n + 1$$

$$= \sum_{k}^{n} E(V_{i,k}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & & 1/_{24} \\ 1 & 0 & & & 1/_{24} \\ & & 0 & 1 & 1/_{24} \\ 0 & & 1 & 0 & 1/_{2} \\ 1/_{36} & 1/_{24} & 1/_{24} & 1/_{24} & 0 \end{pmatrix} = $$

$$\frac{deg(v)}{2|E|}$$

ס' שלילי - ע"ל PSD

$$A = MM^T$$

$$x^T A x \geq 0$$

$$\langle Bx, x \rangle = x^T B x \geq 0$$

$$\forall x,\ v^T B v = v^T \lambda v$$

$$= \lambda \|v\|^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda \geq 0$$

(ג) אם A סימטרית, אז $A=A^T$. מסעיף ב'

ס ערך סינגולרי של A אם"ם $ס^2$ ערך עצמי

של AA^T. אבל נקבל, $AA^T=AA=A^2$ לפי המשפט

הספקטרלי,

$$A=V\Lambda V^T$$

$$\Rightarrow A^2 = V\Lambda V^T V\Lambda V^T = V\Lambda^2 V^T$$

כלומר, הע"ע של A^2 הם הע"ע של A בריבוע.

לכן, λ^2 ע"ע של A^2, אם"ם $\pm\lambda$ ע"ע

של A. סה"כ, אם נחבר את שתי הטענות,

נקבל כי ס ערך סינגולרי של A אם"ם

$\pm$ס ערך עצמי של A, כנדרש.

(ד) יהיו $v_1,\dots,v_n$ וקטורים עצמיים של $\lambda_1,\dots,\lambda_n$

בהתאמה עבור A כלשהי, מתקיים כי:

$$(A\pm\alpha I)v_i = Av_i \pm \alpha v_i = \lambda_i v_i \pm \alpha v_i$$

$$= (\lambda_i \pm \alpha)v_i$$

ולכן $\lambda_i \pm \alpha$ הוא ערך עצמי של $A\pm\alpha I$.

כמו כן, נשים לב שמכיוון שאנחנו מוסיפים קבוע

α לכולם, הסדר ביניהם נשמר, כנדרש.

(ה) נראה ~~אם~~ כי ~~את~~ התנאים הבאים שקולים -

(א) B PSD.

(ב) הע"ע של B אי-שליליים.

(ג) ניתן לכתוב את $B=MM^T$.

הערות הבודק

טיוטה למבחן

א ⇐ ב: ~~נניח~~ $\langle Bx,x\rangle = x^T Bx \ge 0$

בפרט עבור ו"ע v עם ע"ע λ,

$0 \le \lambda$ ⇐ $v^T Bv = v^T \lambda v = \lambda \|v\|_2^2 \ge 0$

ב ⇐ ג: B סימטרית ולכן לפי (משפט) הספקטרלי,

$B = V\Lambda V^T$

נגדיר $\Lambda^{\frac{1}{2}}$ להיות המטריצה Λ ~~עם~~

עם שורשי האיברים ⇐ מותר כי $\lambda \ge 0$

מוגדרת. ~~...~~ $M = V\Lambda^{\frac{1}{2}}$ ואז ~~B~~ $B = MM^T$

ג ⇐ א:

$x^T Bx = x^T MM^T x = \langle Mx, Mx\rangle = \|Mx\|_2^2 \ge 0$

כנדרש.

כמו כן, נשים לב כי אם $\alpha \ge -\lambda_n$, אז

ע"ע של $A+\alpha I$ כולם ≥ 0 (מסעיף ב'), ולכן

לפי הטענה שהוכחנו, $A+\alpha I$ מוח"צ, כנדרש.

הערות הבודק

נא לא לכתוב בספרון

טיוטה למבחן

$$\Pr\left[\,|X_{ij} - E[X_{ij}]| \geq \cancel{a \cdot \sqrt{n}}\,\right] \leq \frac{1}{\ln^2(n)}$$

$$1-\binom{n}{2} \leq 1 - \binom{n}{2}\cdot\frac{1}{\ln^2(n)}$$

$$= 1 - \frac{n^2(n-1)}{2\ln(n)\cdot \ln(n)}$$

$$\sum \qquad \sqrt{n}\,\ln n \leq \frac{n}{n\ln^2 n}$$

$$\Pr\left(\bigcup \ldots\right) \leq \cancel{\sum}\binom{n}{2}\cdot\frac{1}{\ln^2 n}$$

$$\leq \frac{n \cdot n}{\ln n \cdot \ln(n)}$$

אם V ממקסם את

$$\|H\|^2 \neq \qquad \|A\cdot B\| \leq \|A\|\cdot\|B\|$$

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cancel{n}\\ 0\\ 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{2n}{2n+1} & 0 & \frac{1}{2n+1}\\ 0 & \frac{n}{2n+1} & \frac{1}{2n+1}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cancel{1}\\ \cancel{0}\\ \cancel{0}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cancel{\frac{n}{2n+1}}\\ 0\\ \frac{1}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{n}{2n+1} & 0 & \frac{1}{2n+1}\end{pmatrix}$$

$$= \cancel{\begin{pmatrix}\frac{n}{2n+1} & \frac{1}{2n+1}\\ & \frac{1}{2(2n+1)}\end{pmatrix}^2} \begin{pmatrix}\frac{n}{2n+1} + \frac{1}{2(2n+1)}\\ \frac{1}{2(2n+1)}\\ \frac{n}{2n+1}\end{pmatrix} \Rightarrow \Big(\qquad\Big)$$

שאלה ב

א) נגדיר $V_{i,k}$ שהוא הקואורדינטה ה-k של הוקטור V_i.

$$V_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{בהס' } 1/2 \\ -1 & \text{בהס' } 1/2 \end{cases}$$

$$\mathbb{E}[V_{i,k}] = 0$$

כעת, $X_{i,j} = \langle V_i, V_j \rangle = \sum_{k=1}^{n} V_{i,k} \cdot V_{j,k}$

לכן,

$$\mathbb{E}[X_{i,j}] = \mathbb{E}\left[\sum_{k=1}^{n} V_{i,k} \cdot V_{j,k}\right]$$

$$\overset{\text{לינאריות}}{=} \sum_{k=1}^{n} \mathbb{E}[V_{i,k} \cdot V_{j,k}] \overset{\text{ב"ת}}{=} \sum_{k=1}^{n} \mathbb{E}[V_{i,k}] \cdot \mathbb{E}[V_{j,k}] = 0$$

ב)

$$\mathrm{Var}[X_{i,j}] = \mathbb{E}[X_{i,j}^2] - \underbrace{\mathbb{E}[X_{i,j}]^2}_{=0} = \mathbb{E}[X_{i,j}^2]$$

כעת,

$$\mathbb{E}[X_{i,j}^2] = \mathbb{E}\left[\left(\sum_{k=1}^{n} V_{i,k} V_{j,k}\right)^2\right]$$

$$= \mathbb{E}\left[\sum_{k=1}^{n} (V_{i,k} V_{j,k})^2 + 2\sum_{k<l} V_{i,k} \cdot V_{j,k} \cdot V_{i,l} \cdot V_{j,l}\right]$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \underbrace{\mathbb{E}[(V_{i,k} \cdot V_{j,k})^2]}_{=1} + 2\sum_{k<l} \underbrace{\mathbb{E}[V_{i,k} \cdot V_{j,k} \cdot V_{i,l} \cdot V_{j,l}]}_{\text{ב"ת}\ =0}$$

$$= n$$

הערות הבודק

טיוטה למבחן

$Y_{i,j,k} = \begin{cases} 1 & V_{i,k} \cdot V_{j,k} = 1 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$

$E[Y_{i,j}] = n \cdot E[Y_{i,j,k}] = n \cdot \frac{1}{2}$

$var[Y_{i,j}] = \frac{n}{4}$

$|Y_{ij} - \frac{n}{2}| \geq a \frac{n}{4}$

$a = \frac{4 \ln n}{\sqrt{n}}$

$Y_{i,j} \geq (1+\delta)\frac{n}{2}$

$(1+\delta)\frac{n}{2} = \sqrt{n} \ln n$

$\delta \frac{n}{2} = \sqrt{n} \ln n - \frac{n}{2}$

$\delta = \frac{2 \ln n}{\sqrt{n}} - 1$

$\leq \frac{n^2}{4 \ln^2 n}$

$\langle v_i, v_j \rangle < \sqrt{n} \log n$

$\langle v_i, v_k \rangle < \sqrt{n} \log n$

$\langle v_j, v_k \rangle$

(ג) מצ'ביצ'ב נקבל כי

$$Pr[|X_{i,j} - E[X_{i,j}]| \geq c \cdot \sigma] \leq \frac{1}{c^2}$$

כאן, $E[X_{i,j}]=0$, $\sigma=\sqrt{n}$, לכן חבור $c=\ln(n)$ נקבל

$$Pr[|X_{i,j} - E[X_{i,j}]| \geq \sqrt{n} \cdot \ln n] \leq \frac{1}{\ln^2(n)}$$

$$Pr[\exists 1 \leq i < j \leq n : |X_{i,j} - E[X_{i,j}]| \geq \sqrt{n} \ln n]$$

$$\underset{\text{חסם איחוד}}{\leq} \binom{n}{2} Pr[|X_{i,j} - E[X_{i,j}]| \geq \sqrt{n} \ln n] \leq \frac{n(n-1)}{2\ln^2(n)}$$

זה לא מתכנס ל-0, לא נשאר לי זמן, אבל מה שהייתי בודק זה 2 דברים:

1) תלויות בין $X_{i,j}$ שונים - אולי בגלל שלצאות מ"ב, ואז אפשר להחזיק את מס' הריבועים (ואז זה כן יתכנס).

2) להגדיר מ"מ חדשים (אינדיקטורים) ולהשתמש בלינאריות (ואז מס' הריבועים לא משפיע כל כך הוא פולינומי).

-3

הערות הבודק

טיוטה למבחן

נא לא לכתוב בשפרון

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\deg} & \frac{1}{\deg} \\ & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & & 0 & 1 \\ 1 & 0 & & & 1 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ 0 & & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$\frac{1}{\deg}$

$$(P\Pi)_i = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\deg(k)} \cdot \frac{\deg(k)}{2|E|}$$

$$\frac{n^2}{n^2-n}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1/2 & & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & & & 1/2 \\ & & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \\ \\ \\ 1 \end{pmatrix}$$

$2n^2-2n \qquad \Pi_1 = \frac{n}{}$

$$\frac{n^2}{2n^2-2n}$$

$$n\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$(\Pi P)_i = \sum_{(i,k)\in E} \frac{1}{\deg(k)} \cdot \frac{\deg(k)}{2|E|}$$

$$n \cdot 2n - 2n = 2n^2 - 2n$$

שאלה 1

(א) התפלגות הסטציונרית π היא התפלגות המקיימת $\pi P=\pi$, כלומר, "נשארים" באותה התפלגות.

(ב) הגרף ●—● הוא דו-צדדי והתפלגות הסטציונרית שלו היא $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$, אבל היא אינו מתכנס להתפלגות הסטציונרית - בהינתן המיקום ההתחלתי, אנחנו נדע בדיוק איפה יהיה אחרי t צעדים ($\rightarrow$ לא מתכנס)

(ג) ראשית, נשים לב כי זהו גרף קשיר, עם מטריצת השכנויות הבאה -

$$\begin{pmatrix} A & 0 & \begin{matrix}1\\1\end{matrix} \\ 0 & A & \begin{matrix}\vdots\\1\end{matrix} \\ 1\,1\,1 & 1\,1\ldots1 & 0 \end{pmatrix}$$

כאשר $A\in M_{n\times n}$ מוגדרת מהצורה

$$A=\begin{pmatrix} 0 & & 1 \\ & \ddots & \\ 1 & & 0 \end{pmatrix}$$

התפלגות הסטציונרית על גרף קשיר היא $\pi_i=\frac{\deg(i)}{2|E|}$, זאת מכיוון ש-

$$(\pi P)_i=\sum_{(i,k)\in E}\frac{1}{\deg(k)}\cdot\frac{\deg(k)}{2|E|}=\sum_{(i,k)\in E}\frac{1}{2|E|}=\frac{\deg(i)}{2|E|}$$

לכן התפלגות הסטציונרית עבור G היא

$$|E|=\frac{\sum\deg(i)}{2}=\frac{2n^2+2n}{2}$$

$$\pi=\frac{1}{2|E|}\begin{pmatrix}n\\n\\\vdots\\n\\n\\2n\end{pmatrix}=\frac{1}{2n^2+2n}\begin{pmatrix}n\\n\\\vdots\\n\\2n\end{pmatrix}$$

הערות הבודק

לא מדויק, אם ההתפלגות ההתחלתית היא $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$, תהיה התכנסות.

(0.5)

טיוטה למבחן

נא לא לכתוב בשוליים

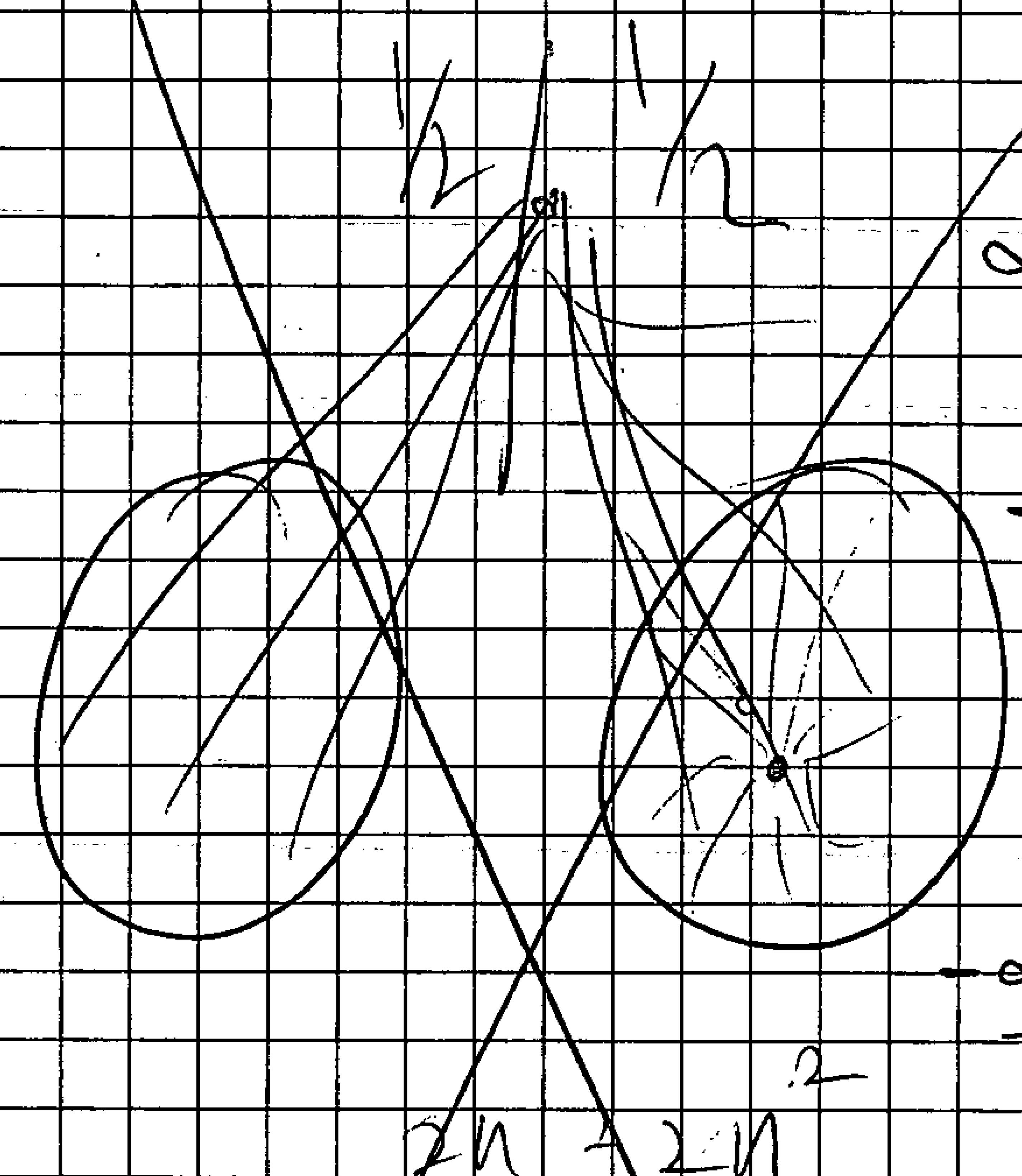
$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha & 0 & 1-\alpha \\ 0 & \alpha & 1-\alpha \\ 1/2 & 1/2 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\alpha & 0 & 1-\alpha\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\alpha^2 + \frac{1}{2}(1-\alpha) \\ \frac{1}{2}(1-\alpha) \\ \alpha(1-\alpha)\end{pmatrix}$$

$$\frac{P^{t}}{\delta} \longrightarrow \frac{xy^T}{\langle x,y \rangle} =$$

$$\alpha^3 + \frac{\alpha}{2}(1-\alpha) + \frac{\alpha^2}{2} + \frac{1}{4}(1-\alpha)$$

$$\alpha\begin{pmatrix}\alpha & 1-\alpha \\ \frac{1}{2} & 0\end{pmatrix} + (1-\alpha)\begin{pmatrix}0 & \alpha \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$$



$$-\frac{\alpha(1-\alpha)}{2} - \frac{\alpha(1-\alpha)}{2}$$

$$= -\alpha(1-\alpha) = 0$$

$$2n \quad -2n^2$$

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1-\varepsilon & 0 & \varepsilon \\ 0 & 1-\varepsilon & \varepsilon \\ 1/2 & 1/2 & 0\end{pmatrix}$$

(ii) נשים לב כי:

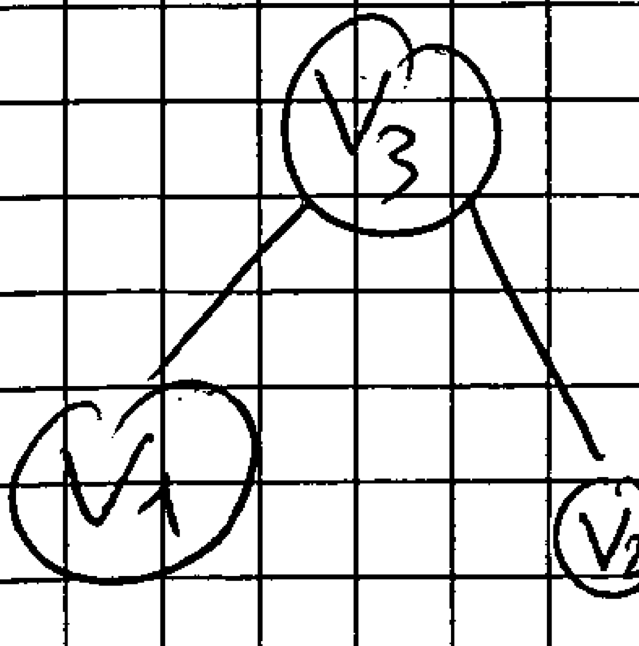
$X_0 = (1, 0, \dots, 0)$

$X_t = X_0 \cdot P^t$

כמו כן, אם נסמן את קודקודי $V_1 = \{1, \dots, n\}$

$V_2 = \{n+1, \dots, 2n\}$, $V_3 = 2n+1$ אז יש לנו

את הגרף השקול הבא:



ומטריצת המעברים:

$$P = \begin{pmatrix} \frac{n}{n+1} & 0 & \frac{1}{n+1} \\ 0 & \frac{n}{n+1} & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

כעת, השאלה שלנו היא מהו $Pr[X_t = V_2]$

כאשר $X_0 = (1\,0\,0)$ וכן $t = \frac{n}{3}$

אם n גדול מספיק, כלומר $\frac{1}{n+1} < \frac{n}{n+1}$,

אז מטריצת המעברים תהיה כך:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

ומכאן נקבל כי לכל t, $X_0 = (1\,0\,0)$

(בפרט עבור $t = n/3$).

$X_0 \cdot P^t = (1\ 0\ 0)$

כלומר, תמיד נישאר ב-V_1 ולכן $P[X_t = V_2] = 0 < \frac{2}{3}$.

[לא הצלחתי להוכיח את זה פורמלית, אבל זאת האינטואיציה :)]

ניסיון יפה, אבל אינטואיציה שגויה

הערות הבודק

(ה) (ב)

מה הכוונה, "מספיק"?

נא לא לכתוב בעפרון

טיוטה למבחן

$A^{\#}v = \sigma u$

$AA^{T}v$

הערות הבודק

טיוטה למבחן

נא לא לכתוב בעפרון

נא לא לכתוב בשוליים

הערות הבודק

טיוטה למבחן

נא לא לכתוב בשוליים

הערות הבודק

טיוטה למבחן

נא לא לכתוב בתפרון

הערות הבודק

טיוטה למבחן