Exercícios para estudo – 2º Bimestre

1. Determinar a condição do valor de k para que o conjunto { (1, 0, -1), (1, 1, 0), (k, 1, -1)} seja L.I.

2. Seja V = R^3. Determine o subespaço gerado pelo conjunto A = {u, v}, sendo u = (1, -2, -1) e v = (2, 1, 1).

3. Sejam V = M (2,2) e o subconjunto

$$A = \left\{ \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

Indique qual dos itens abaixo se refere ao subespaço G(A).

1. $G(A) = \left\{ \begin{bmatrix} -y & 2t \\ -2t + y & 3z \end{bmatrix} ; y, t \in R \right\}$
2. $G(A) = \left\{ \begin{bmatrix} -2y + t & y \\ -y & t \end{bmatrix} ; y, t \in R \right\}$
3. $G(A) = \left\{ \begin{bmatrix} x + y & -y \\ z & 2t \end{bmatrix} ; y, t \in R \right\}$
4. $G(A) = \left\{ \begin{bmatrix} -z & 3x + t \\ y/2 & t \end{bmatrix} ; y, t \in R \right\}$
5. $G(A) = \left\{ \begin{bmatrix} 3y + t & 2z \\ -2t & -z \end{bmatrix} ; y, t \in R \right\}$

Dados do exercício:

$$\text{Considere } v = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} \in G(A)$$

4. Consideremos o $\mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual. Sendo v_1 = (1, 2, -3), v_2= (3, -1, -1) e v_3 = (2, -2, 0) de $\mathbb{R}^3$, determinar o vetor u tal que u. v_1 = 4, u. v_2= 6 e u. v_3 = 2.

5. Seja V um espaço vetorial euclidiano e u, v ∈ V. Determinar o cosseno do ângulo entre os vetores u e v, sabendo que |u| = 3, |v| = 7 e |u+v| = $4\sqrt{5}$.

6. **Encontre** $\boldsymbol{U}^{\perp}$ se U = {(x, y, z) ∈ $\mathbb{R}^3$; x – y – z = 0}.

7. **Verifique** se a aplicação T se qualifica como transformação linear:

$$\boldsymbol{T}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \ \boldsymbol{e}\ \boldsymbol{T}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = (\boldsymbol{2x} - \boldsymbol{y}, \boldsymbol{0})$$

8. Obter a expressão geral da transformação linear T: $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que T(1, 0, 0) = (1, 0) , T(0, 1, 0) = (1, 1) e T(0, 0, 1) = (1, -1). Depois de obter a forma geral, obtenha o vetor v em R^3, tal que T(v) = (1,2).

9. Seja T: $\mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ a transformação linear definida por

T(x, y, s, t) = (x – y + s + t , x + 2s – t , x + y + 3s - 3t)

Determine o núcleo da transformação.

10. Seja T uma transformação linear em $\mathbb{R}^3$ dada por T(x, y, z) = (z, x-y, -z). Indique o núcleo de T.

GABARITO

1. K diferente de 2.
2. -x - 3y + 5z = 0 ou x + 3y - 5z = 0
3. O sistema tem solução:
   z = -y e x = -2y + t

   Logo, G(A) é o que está descrito em 2.
4. R.: u = (3, 2, 1)
5. R.: Cos θ = 0, 5238
6. R.: $U^{\perp} = (1, -1, -1)$
7. Sim, T é uma transformação linear pois satisfaz as 2 propriedades.
8. R.: T(x, y, z) = (x+y+z, y-z) e v = (1, 1, -1)
9. R.: N(T) = {(-2s+t, -s+2t, s, t), s, t ∈ $\mathbb{R}$}
10. R.: N(T) = (y, y, 0) = (1, 1, 0)