Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

Факультет Программной инженерии и компьютерной техники
Кафедра информатики и прикладной математики

Дисциплина «Вычислительная математика»
Лабораторная работа №5

Решение краевой задачи методом пристрелки

Выполнил:
Ореховский Антон Михайлович
Группа P3217

Преподаватель:
Калёнова Ольга Вячеславовна

Санкт-Петербург, 2017 г.

Описание метода

Метод стрельбы не решает краевую задачу для уравнения Эйлера в исходной постановке, а сводит ее к последовательности более простых задач, а именно — задач Коши с особым образом сформулированными начальными условиями.

Рассмотрим краевую задачу вида $y'' = f(x, y, y')$ с краевыми условиями $\begin{cases} y(a) = ya \\ y(b) = yb \end{cases}$

Также возьмём два произвольных значения пристрелочного параметра, равного производной искомой функции на левом конце отрезка: $z1,\ z2 = y'(a)$.

Чтобы решить ОДУ второго порядка численным методом, приведём его к системе двух ОДУ первого порядка:

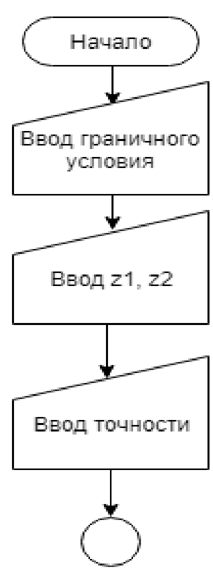
$$y'' = f(x, y, y') \leftrightarrow \begin{cases} y' = z \\ z' = f(x, y, z) \end{cases}$$

Используя численный метод, найдём значения функции на правом конце отрезка при значениях пристрелочного параметра z1 и z2.

Затем найдём уравнение линейной зависимости $z = f(y(b))$ и найдём значение z, соответствующее заданному значению y(b).

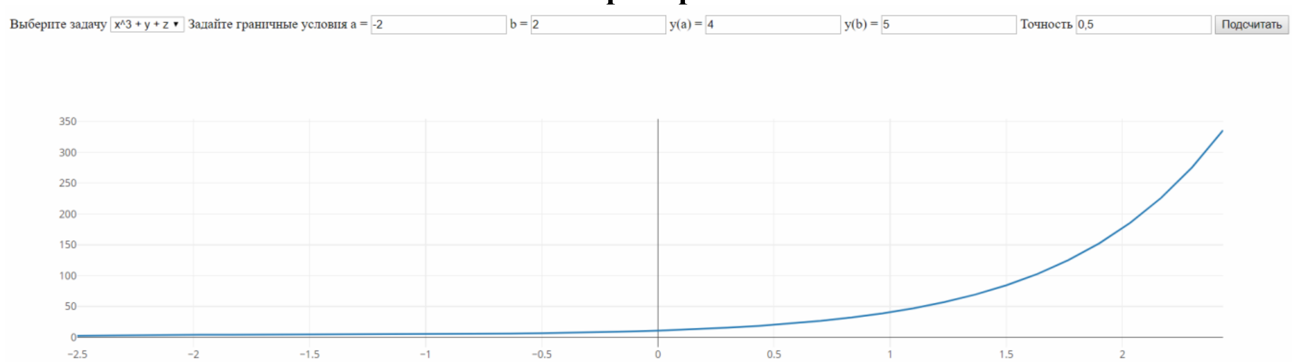
Наконец, используя численный метод, решим полученную систему из двух задач Коши с условием $\begin{cases} x(a) = x0 \\ y(a) = y0 \\ y'(a) = z0 \end{cases}$

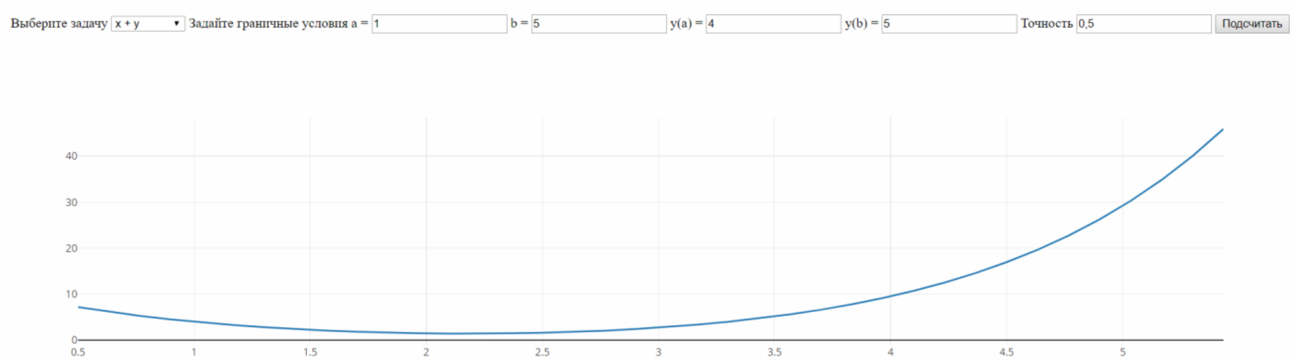
Блок-схема




С помощью числ. метода находим значения y для z1 и z2
Находим уравнение прямой, задающей зависимость Z = f(y)
Находим Z в точке yb (из условия)
Находим решение с помощью числ. метода с заданной точностью
Конец

Примеры


Выберите задачу x^3 + y + z
Задайте граничные условия a = -2
b = 2
y(a) = 4
y(b) = 5
Точность 0,5
Подсчитать
350
300
250
200
150
100
50
0
−2.5
−2
−1.5
−1
−0.5
0
0.5
1
1.5
2


Выберите задачу x + y
Задайте граничные условия a = 1
b = 5
y(a) = 4
y(b) = 5
Точность 0,5
Подсчитать
40
30
20
10
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5

Листинг программы

```
class ShootingMethod {

    static getLineEquation(x1, y1, x2, y2) {
        var f = function (x, x1, y1, x2, y2) {
            return y1;
        }
        if (y1 == y2) return f;

        var linear = function(x, x1, y1, x2, y2) {
            return (x - x1) / (x2 - x1) * (y2 - y1) + y1;
        }
        return linear;
    }

    static getLastY(f, x0, y0, z0, xn, h) {

        var stepCount = ((xn - x0) / h);
        var xi = x0, yi = y0, zi = z0;
        for (var i = 1; i <= stepCount; i++)
        {
            var deltaY = h * zi;
            zi += h * f(xi, yi, zi);
            yi += deltaY;
            xi += h;
        }
        return yi;
    }

    static Solve(f, a, b, ya, yb, z1, z2, precision)
    {
        if (f == null){
            alert("функция не определена");
            return null;
        }
        if (b <= a) {
            alert("b должно быть больше a");
            return null;
        }

        var step = (b - a) / 3;//3 = stepCount
        var try1 = ShootingMethod.getLastY(f, a, ya, z1, b, step);
        var try2 = ShootingMethod.getLastY(f, a, ya, z2, b, step);

        var lineFunc = ShootingMethod.getLineEquation(try1, z1, try2, z2);

        var z = lineFunc(yb, try1, z1, try2, z2);
        return z;
    }
}
```

Вывод

Метод пристрелки не даёт решения задачи сам по себе, поэтому его точность зависит от численного метода, используемого для решения задачи Коши. Однако он даёт меньшую точность, чем метод параллельной стрельбы.

Как и большинство численных методов решения краевых задач, метод пристрелки разработан для уравнений второго порядка.