Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики
Кафедра информатики и прикладной математики
Вычислительная математика

Лабораторная работа №1

**Решение системы линейных алгебраических уравнений СЛАУ.
Метод Гаусса**

Выполнил:
Ореховский Антон Михайлович
Группа P3217

Преподаватель:
Калёнова Ольга Вячеславовна

Санкт-Петербург
2017

Описание метода

Метод Гаусса – метод решения систем линейных алгебраических уравнений, заключающийся в последовательном исключении переменных. С помощью элементарных преобразований система уравнений приводится к равносильной системе треугольного вида, из которой последовательно, начиная с последних, находят все переменные системы.

Для приведения системы к треугольному виду необходимо вычесть первую строку, умноженную на $k_i = \frac{a_{i1}}{a_{11}}$ (где i – номер строки), из всех последующих, чтобы первая неизвестная осталась только в первом уравнении:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ \ldots + (a_{22} - k_2 a_{12} y)y + (a_{23} - k_2 a_{13})z = b_2 - k_2 b_1 \\ \ldots + (a_{32} - k_3 a_{12})y + (a_{33} - k_3 a_{13})z = b_3 - k_3 b_1 \end{cases}$$

Продолжая аналогичным образом исключать переменные, в итоге получаем систему ступенчатого вида:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a_{22}y + a_{23}z = b_2 \\ a_{33}z = b_3 \end{cases}$$

Это прямой ход метода Гаусса.

Далее решаем уравнения, начиная с нижнего (обратный ход метода Гаусса):

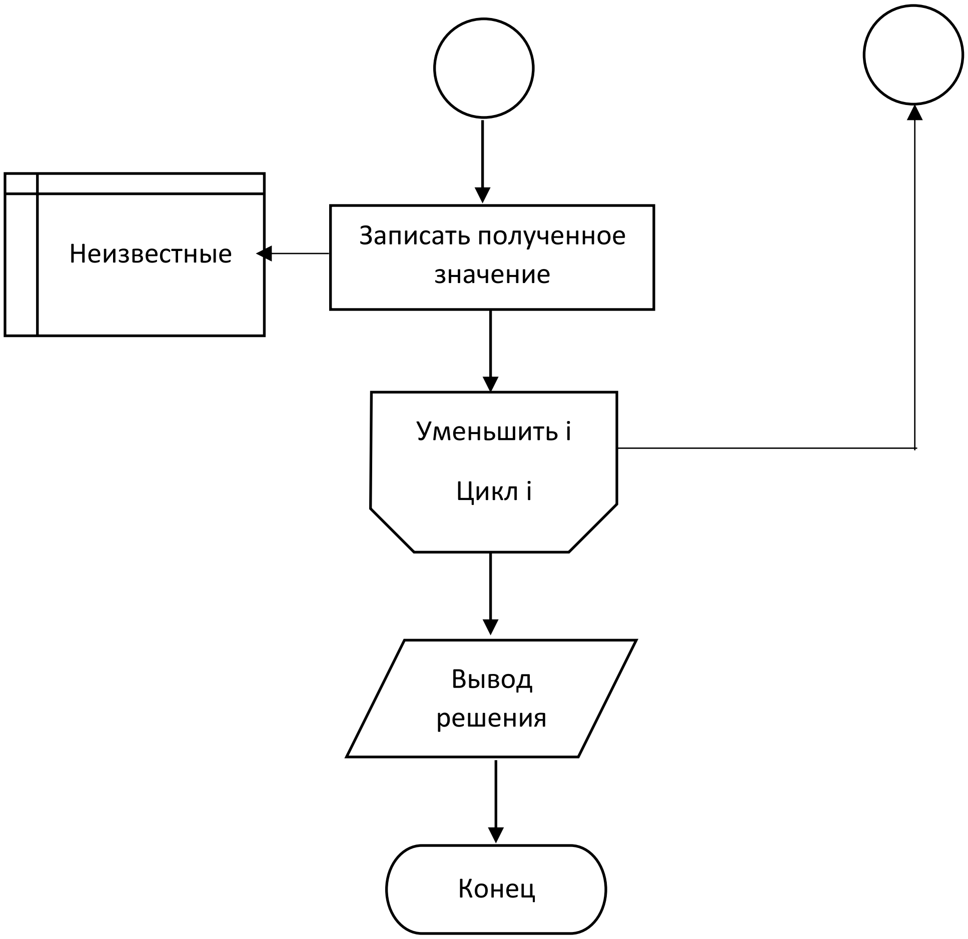
$$\begin{cases} a_{33}z = b_3 \\ a_{22}y + a_{23}z = b_2 \\ a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = b_3 / a_{33} \\ y = (b_2 - a_{23}z) / a_{22} \\ x = (b_1 - a_{12}y - a_{13}z) / a_{11} \end{cases}$$

Листинг программы

```
private double[] CountUnknowns(double[,] matrix, int dimension)
        {
            double[] result = new double[dimension];
            double ratio, temp, determinate = 1;
            //<Прямой ход>
            for (int i = 0; i < dimension - 1; i++)
            {
                if (matrix[i, i] == 0)
                {
                    for (int k = i + 1; k < dimension; k++)
                        if (matrix[k, i] != 0)
                        {
                            for (int j = 0; j <= dimension; j++)
                            {
                                temp = matrix[i, j];
                                matrix[i, j] = matrix[k, j];
                                matrix[k, j] = temp;
                            }
                            determinate *= Math.Pow(-1, 2 * (k - i) - 1);
                            break;
                        }
                    if (matrix[i, i] == 0) return null;
                }
                for (int k = i + 1; k < dimension; k++)
                {
                    ratio = matrix[k, i] / matrix[i, i];
                    for (int j = 0; j <= dimension; j++)
                    {

                        matrix[k, j] = matrix[k, j] - ratio * matrix[i, j];
                    }
                }
            }
            //Подсчет неизвестных
            for (int i = dimension - 1; i >= 0; i--)
            {
                double unknownValue = matrix[i, dimension];
                determinate *= matrix[i, i];
                for (int j = i + 1; j < dimension; j++)
                    unknownValue -= matrix[i, j] * result[j];
                unknownValue /= matrix[i, i];
                result[i] = unknownValue;
            }
            PrintOut("Определитель: " + determinate + "\n");
            return result;
        }
```

Блок-схема численного метода



Тестовые данные

Исходная матрица:

0 0 -2 93 -13
11 0 4 -31 12
0 37 -3 61 19
17 9 20 -12 38

Матрица в треугольном виде:

11 0 4 -31 12
0 37 -3 61 19
0 0 -2 93 -13
0 0 0 697,54914004914 -79,7285012285012
Определитель: -567805

Неизвестные:

0,337836052870264
0,798043342344643
1,18514102552813
-0,114298042461761

Невязки:

0
0
0
0

Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы мной был изучен метод Гаусса и принцип его автоматизации. Я узнал его достоинства и недостатки в сравнении с другими методами. Метод Гаусса универсальное средство для решения СЛАУ. Он легок в реализации и прост в понимании Его недостаток состоит в существовании невязок, а также в скорости работы. Количество операций ~n^3.