Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики
Факультет Программной инженерии и компьютерной техники
Кафедра информатики и прикладной математики

Дисциплина «Вычислительная математика»
Лабораторная работа №2
Метод прямоугольников

Выполнил:
Ореховский Антон Михайлович
Группа P3217

Преподаватель:
Калёнова Ольга Вячеславовна

Санкт-Петербург, 2017 г.

Описание метода

Метод прямоугольников — метод численного интегрирования функции одной переменной, заключающийся в замене подынтегральной функции на константу на каждом элементарном отрезке. Если рассмотреть график подынтегральной функции, то метод будет заключаться в приближённом вычислении площади под графиком суммированием площадей конечного числа прямоугольников, ширина которых будет определяться расстоянием между соответствующими соседними узлами интегрирования, а высота - значением подынтегральной функции в этих узлах.

1. **Формула левых прямоугольников**:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)(x_{i+1} - x_i)$$

2. **Формула правых прямоугольников**:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} f(x_{i+1})(x_{i+1} - x_i)$$

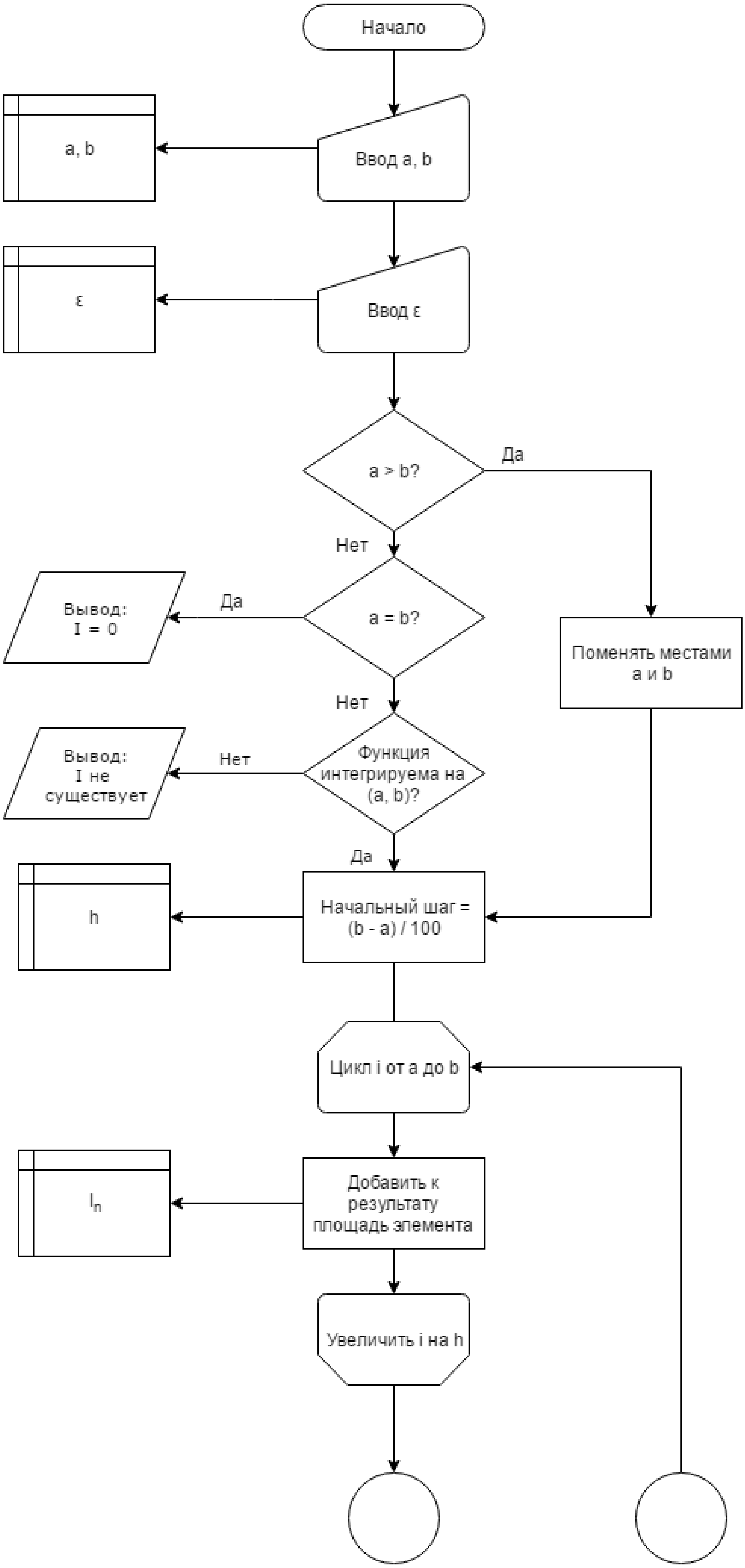
3. **Формула средних прямоугольников**:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} f\left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2}\right)(x_{i+1} - x_i)$$

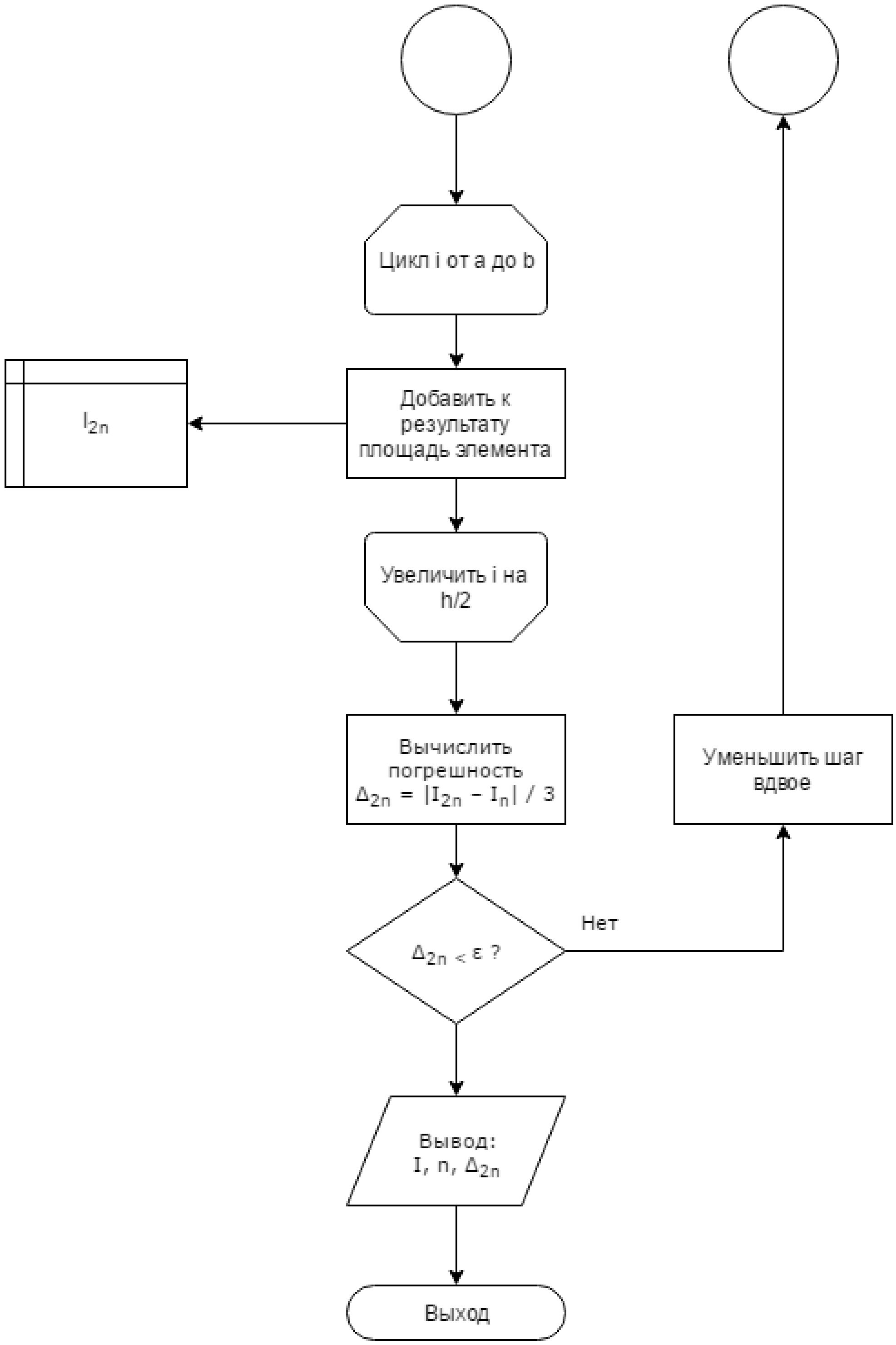
После вычисления интеграла проводится повторное вычисление с удвоенным количеством разбиений и по правилу Рунге вычисляется текущая погрешность:

$\Delta_{2n} = \theta\ |I_{2n} - I_n|$, где $\theta = 1/3$.

Затем шаг уменьшается вдвое. Алгоритм повторяется до тех пор, пока погрешность не окажется меньше заданной пользователем точности.



Начало
Ввод a, b
a, b
Ввод ε
ε
a > b?
Да
Нет
a = b?
Да
Вывод:
I = 0
Поменять местами
a и b
Нет
Функция интегрируема на (a, b)?
Нет
Вывод:
I не существует
Да
Начальный шаг = (b - a) / 100
h
Цикл i от a до b
Добавить к результату площадь элемента
In
Увеличить i на h

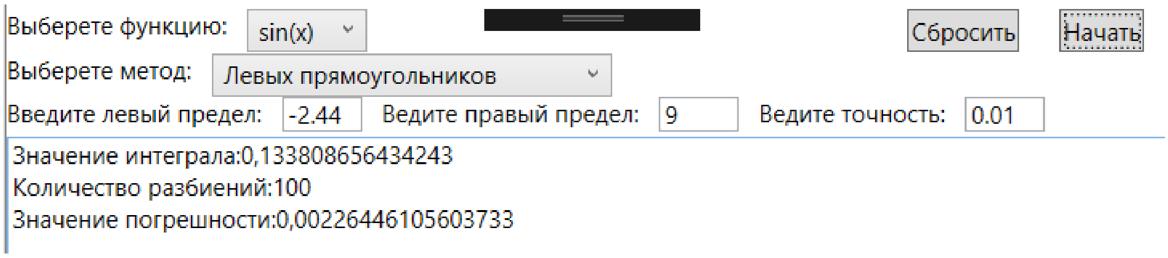


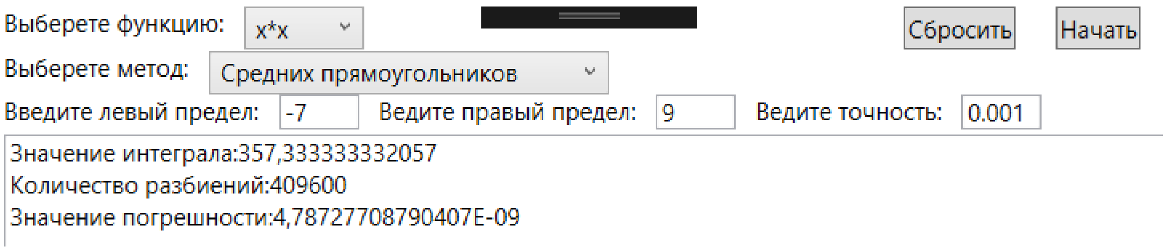
Цикл i от a до b
Добавить к результату площадь элемента
I2n
Увеличить i на h/2
Вычислить погрешность Δ2n = |I2n − In| / 3
Δ2n < ε ?
Нет
Уменьшить шаг вдвое
Вывод: I, n, Δ2n
Выход

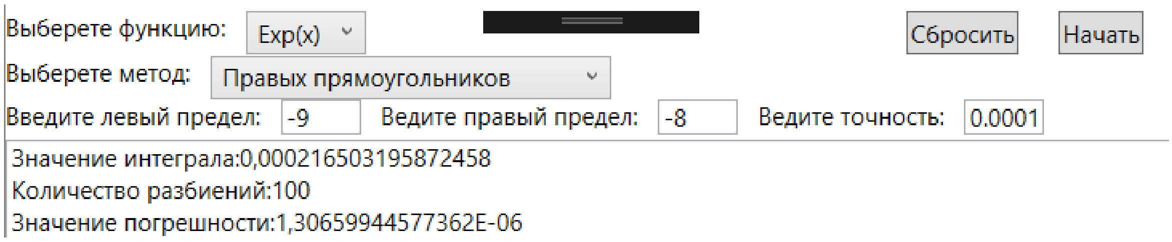
Листинг программы

```
private Tuple Calculate(double a, double b, double precision)
        {
            if (a == b) {
                Tuple result;
                result.integral = 0;
                result.steps = 0;
                result.error = 0;
                return result;
            }
            if (double.IsInfinity(f(a)) || double.IsNaN(f(a)))
                a += double.Epsilon;
            if (double.IsInfinity(f(b)) || double.IsNaN(f(b)))
                b -= double.Epsilon;
            double integral_n, error = precision;
            double step = (b - a) / STEPS_AMOUNT;
            do
            {
                integral_n = SolveIntegral(a, b, step);
                double integral_2n = SolveIntegral(a, b, step / 2);
                error = THETA * Math.Abs(integral_2n - integral_n);
                if (error >= precision) step /= 2;

            } while (error >= precision);
            Tuple tuple;
            tuple.integral = integral_n;
            tuple.steps = (int)((b- a) / step);
            tuple.error = error;
            return tuple;
        }

        private double SolveIntegral(double leftLimit, double rightLimit, double step)
        {
            double x, result = 0;
            for (x = leftLimit; x <= rightLimit; x += step)
                result += Formula(x, x + step);

            return result;
        }

        private double Formula(double a, double b)
        {
            switch (Modifications.SelectedIndex)
            {
                case 0:
                    return f(a) * (b - a);
                case 1:
                    return f(b) * (b - a);
                case 2:
                    return f((a + b) / 2) * (b - a);
            }
            return Double.NaN;
        }
```

Тестовые данные







Вывод

Метод прямоугольника менее точен, чем метод Симпсона. Порядок точности для левых и правых прямоугольников равен 0, для средних прямоугольников и трапеций – 1, в то время как метод Симпсона имеет порядок точности 3.

Это означает, что методы прямоугольников и трапеций дают низкую точность и большое количество разбиений при интегрировании полиномов степени 2 и более.