Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

Факультет Программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №1
по дисциплине «Символьные вычисления»

Выполнил
Ореховский А.,
группа P3317
Преподаватель
Кореньков Ю. Д.

Санкт-Петербург
2019

Цель – изучить сходства и различия численных и символьных методов вычисления. Сравнить характеристики и выделить особенности методов символьного и численного интегрирования с помощью пакета символьных вычислений Reduce.

Формулы для интегрирования:

10	$\int \frac{x^4+1}{x^3-x^2+x-1}dx$	$\int \ln^2 x dx$	$\int \frac{\sin x}{\cos^2 x}dx$

Ход работы

Рассмотрим первую формулу. Для начала создадим переменную v1, в которую запишем данную формулу.

```
v1 := (x**4 + 1)/(x**3 - x**2 + x - 1);
```

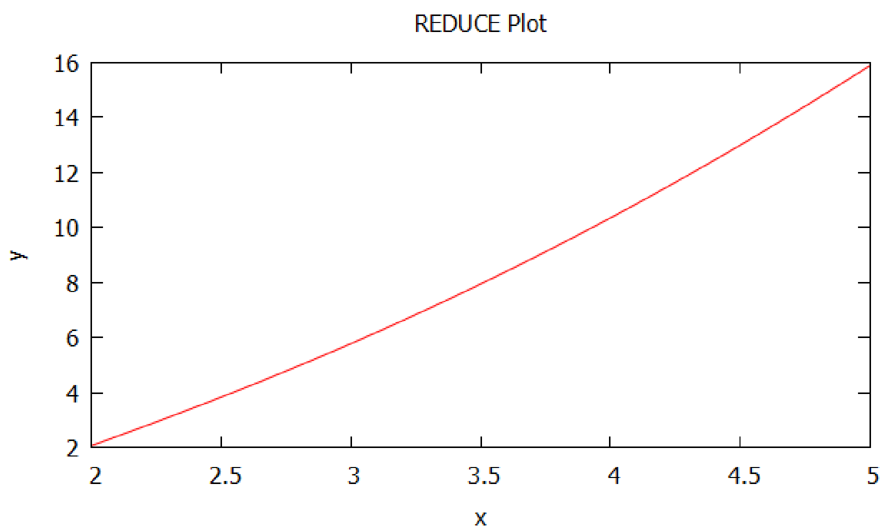
Получаем:

$$v_1 := \frac{x^4+1}{x^3-x^2+x-1}$$

Далее, проинтегрировав данную функцию символьным методом, получаем следующую функцию:

$$\frac{-2\arctan(x)-\log\left(x^2+1\right)+2\log(x-1)+x^2+2x}{2}$$

Построим график данной функции в диапазоне *x in [2 .. 5]* с помощью инструмента GNU Plot:



Далее найдем значение интеграла на данном диапазоне, вычисленного численным методом.

```
num1 := num int(v1, x=(2 .. 5));
```

$$num_1 := 13.7957129992$$

Значения “символьного” интеграла:

```
sym1 := int(v1, x, 2, 5);
```

$$\mathrm{sym}_1 := -\arctan(5) + \arctan(2) + 0.5\log\left(\frac{40}{13}\right) + 13.5$$

С помощью нехитрой операции *dif1* найдем разницу между этими значениями:

```
dif1 := sym1 - num1;
```

$$\mathrm{dif}_1 := 0$$

Повторим данные операции для оставшихся формул:

$$v_2 := \log(x)^2$$

$$\mathrm{sym}_2 := 3\log(3)^2 + 6\log(3)\,i\,\pi - 6\log(3) - 4\,i\,\pi - 2\,\pi^2 + 4$$

Сразу можно заметить, что первообразная функции v2 принадлежит множеству комплексных чисел. Это в свою очередь делает невозможным построение графика первообразной и нахождение значения численного интеграла функции v2.

В любом случае, попробуем найти значение численного интеграла:

```
num2 := num int(v2, x=(-3 .. -1));
```

Получаем ошибку

```
+++ Error: Arg for ln out of range -1.00308

***** error during function evaluation (e.g. singularity)
```

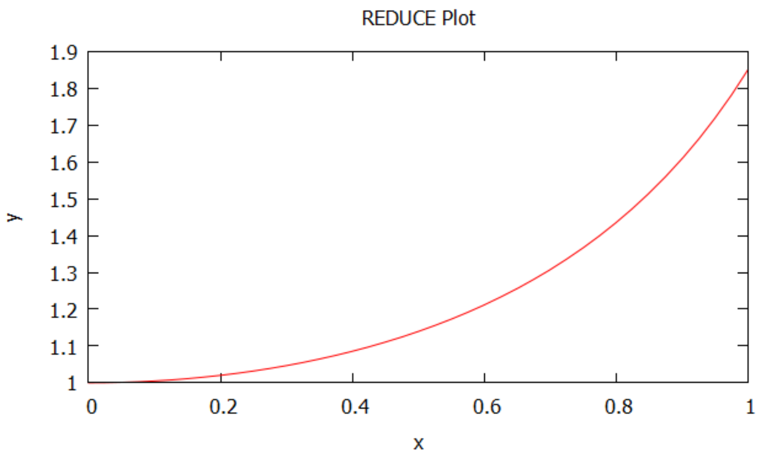
Для третьей формулы имеем:

$$v_3 := \frac{\sin(x)}{\cos(x)^2}$$

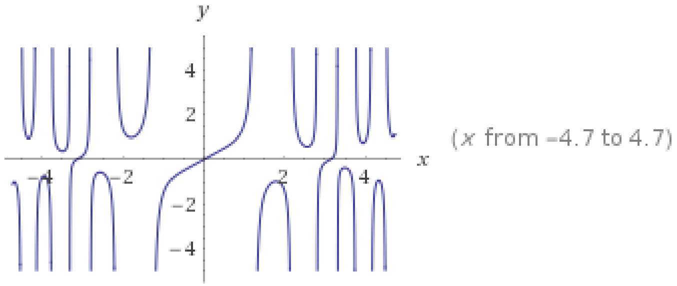
$$\mathrm{sym}_3 := \frac{-\cos(1) + 1}{\cos(1)}$$

$$\mathrm{num}_3 := 0.850815717681$$

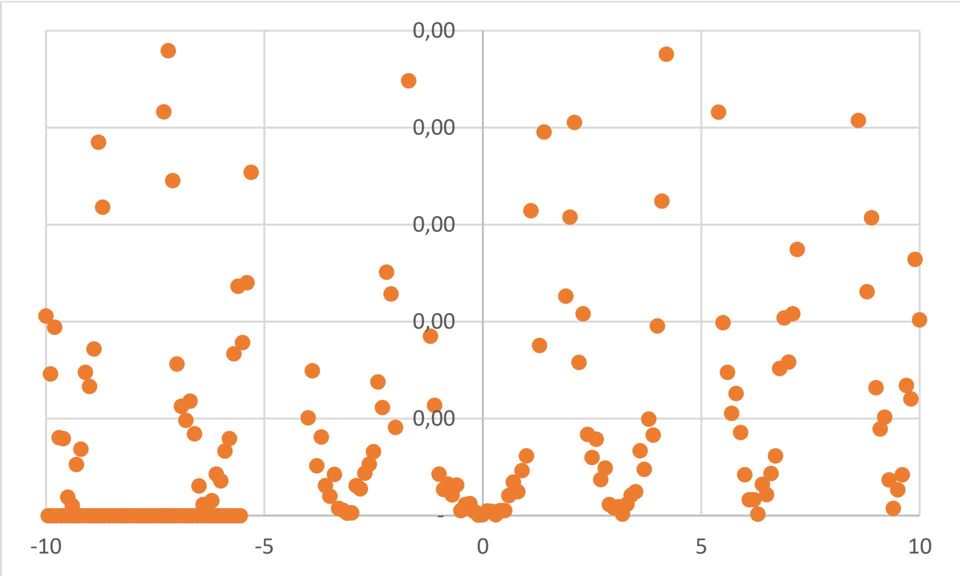
$$\mathrm{dif}_3 := 0$$



Сравнение методов было произведено на примере 3-й функции. Для начала, я построил график функции в Wolfram-е:



Затем, составив свою функцию в программе Reduce, я вывел разницу в вычислениях и вставил эти данные в Excel:



Можно заметить, что при приближении значения функции к бесконечности, точность методов становится более различимой.
Вывод: в ходе данной лабораторной работы я понял разницу между символьным и численным методами нахождения интегралов. Численный метод более прост в понимании и написании. Он допускает упрощение функции до множества примитивных фигур, вычисление площади которых не составляет труда. Символьный метод же более сложен, так как он преобразует функции по математическим законам, с помощью чего находит необходимый нам интеграл. Не смотря на то, что метод численного интегрирования заведомо допускает упрощение, а значит и допускает погрешность в вычислениях, его можно реализовать таким образом что его значения будут отличаться от символьного интеграла на настолько малое значение, что им можно будет пренебречь. Символьный метод в свою очередь более практичен, так как он предоставляет функцию, а не ее значение на определенном интервале.