

Практические задания к лабораторным работам по дисциплине Символьные вычисления

Задание 1

Цель – изучить сходства и различия численных и символьных методов вычисления.

Сравнить характеристики и выделить особенности методов символьного и численного интегрирования с помощью пакета символьных вычислений по варианту.

Порядок выполнения:

- Изучить средства интегрирования данного пакета символьных вычислений (Таблица 1)
- Рассмотреть различия и сходства в способах применения символьного и численного интегрирования
- Выполнить численное интегрирование заданной функции (Таблица 2)
- Выполнить символьное интегрирование заданной функции (Таблица 2)
- Реализовать операцию сравнения численного и символьного интегрирования для заданной функции
- Осуществить сравнение методов интегрирования для функций по варианту, сделать выводы, оформить отчет по работе и продемонстрировать преподавателю для защиты

Вариант	ПО
1	Mathematica
2	MATLAB
3	Sage
4	Maxima
5	Reduce

Таблица 1

Вариант	Формулы для интегрирования		
1	$\int x\sqrt{1+x^2} dx$	$\int \frac{xdx}{x-\sqrt{x^2-1}}$	$\int \frac{1+x-x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx$
2	$\int \frac{(x-1)dx}{x^2\sqrt{2x^2-2x-1}}$	$\int x^8 \sqrt{a+xdx}$	$\int e^{1-3x} dx$
3	$\int \frac{3x^2-5x}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx$	$\int \frac{x\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} dx$	$\int \sqrt[3]{x+5} dx$
4	$\int \frac{dx}{1+\sqrt{x^2+2x+2}}$	$\int \frac{dx}{x-\sqrt{x^2-1}}$	$\int \sin^2 x \cos x dx$
5	$\int \frac{dx}{x^2(x+\sqrt{1+x^2})}$	$\int x \cos x dx$	$\int e^{x^2} x dx$
6	$\int \frac{dx}{x-\sqrt{x^2-x+1}}$	$\int x \arctg x dx$	$\int (2x-1)^{15} dx$
7	$\int \sqrt{x^2-2x-1} dx$	$\int x \arctg x dx$	$\int \sqrt[5]{(8-3x)^3} dx$
8	$\int \sqrt{1-4x-x^2} dx$	$\int x e^{-x} dx$	$\int x\sqrt{1-x^2} dx$

9	$\int \frac{x^2 dx}{1-x^4}$	$\int x^2 e^x dx$	$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{x^4-1}}$
10	$\int \frac{x^4+1}{x^3-x^2+x-1} dx$	$\int \ln^2 x dx$	$\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$
11	$\int \frac{x^5 dx}{(x-1)^2(x^2-1)}$	$\int e^x \sin x dx$	$\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin^2 x}} dx$
12	$\int \frac{dx}{(x^2+1)^2}$	$\int \sqrt{a^2+x^2} dx$	$\int \frac{e^x dx}{e^x+1}$
13	$\int \frac{(x^3-6)dx}{x^4+6x^2+8}$	$\int \frac{x^2 dx}{(1+x^2)^2}$	$\int \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x} dx$
14	$\int \frac{dx}{(x^2+1)(x+1)^2}$	$\int x e^{\sqrt[3]{x}} dx$	$\int \frac{dx}{e^x+1}$
15	$\int \frac{dx}{1+x^3}$	$\int \frac{dx}{1-\sqrt{x+1}}$	$\int \frac{x^2 dx}{x^3+1}$
16	$\int \frac{dx}{x(x^2+1)}$	$\int \cos^2 x dx$	$\int \operatorname{tg} 3x dx$
17	$\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{2x-3}}$	$\int \frac{dx}{1-\cos x}$	$\int \frac{dx}{x \ln x}$
18	$\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2-6x+2}}$	$\int \frac{\cos 2x dx}{1+\sin x \cos x}$	$\int 2^{-x} dx$
19	$\int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$	$\int \frac{dx}{\cos x}$	$\int \frac{dx}{1+9x^2}$
20	$\int \frac{3-4x}{2x^2-3x+1} dx$	$\int \frac{\sin^3 x}{\cos x} dx$	$\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$
21	$\int \frac{dx}{x(x+1)}$	$\int \frac{dx}{\cos^4 x}$	$\int \frac{x dx}{x^4+1}$
22	$\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}$	$\int \cos^3 x dx$	$\int \frac{e^x dx}{e^{2x}+4}$
23	$\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$	$\int \sin^5 x dx$	$\int \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
24	$\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$	$\int \cos 2x \sin 3x dx$	$\int e^{\sin x} \cos x dx$
25	$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-1}}$	$\int \sin x \sin 2x dx$	$\int \frac{3x-1}{x^2+9} dx$
26	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$	$\int \cos 3x \cos 4x dx$	$\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$

Таблица 2

Содержание отчета: входные данные, описание выполняемых операций и их результаты, выводы; для каждой функции привести первообразную, полученную методом символьного

интегрирования и с помощью графиков показать отличия от значений, получаемых численными методами для произвольно выбранного диапазона.

Задание 2

Цель- изучить основы функционирования символьных методов вычисления.

Реализовать заданный алгоритм над символьной формой выражения по вариантам с помощью произвольного языка программирования, не основываясь на существующих системах символьных вычислений.

Порядок выполнения:

- Проанализировать задействуемые в задании предметные области, произвести их декомпозицию, выявить сущности и разработать архитектуру решения
- Реализовать необходимые структуры данных и модели
- Реализовать соответствующие варианту задания методы загрузки и сохранения данных
- Реализовать соответствующий заданию алгоритм
- Оформить отчет по работе и продемонстрировать преподавателю для защиты вместе с демонстрацией разработанного решения

Ограничения на способ выполнения:

- Нужно следовать порядку выполнения
- Нужно для символьного представления использовать иммутабельную модель данных
- Нужно использовать аргументы командной строки для передачи входных данных в программу (например, имен файлов, откуда зачитать выражения для обработки)
- Нельзя использовать функциональные ЯП
- Нельзя использовать синтаксические конструкции ЯП, реализующие проверки или приведения с заранее известным типом (is, as, cast, match, ...)

Вариант 3	Входной формат	Алгоритм	Выходной формат
1	1	1	2
2	2	2	3
3	3	3	4
4	4	4	5
5	5	5	6
6	6	6	7
7	7	7	2
8	1	8	3
9	2	9	4
10	3	1	5
11	4	2	6
12	5	3	7
13	6	4	1
14	7	5	3
15	1	6	4
16	2	7	5
17	3	8	6
18	4	9	7
19	5	1	1
20	6	2	2

21	7	3	4
22	1	4	5
23	2	5	6
24	3	6	7
25	4	7	1
26	5	8	2
27	6	9	3
28	7	1	5
29	1	2	6
30	2	3	7
31	3	4	1
32	4	5	2
33	5	6	3
34	6	7	4
35	7	8	6
36	1	9	7
37	2	1	1
38	3	2	2
39	4	3	3
40	5	4	4
41	6	5	5
42	7	6	1
43	1	7	2
44	2	8	3
45	3	9	4

Таблица 3

N	Алгоритм
1	Упрощение многочлена
2	Разложение многочлена на множители
3	Приведение многочлена к стандартному виду и сравнение
4	Дифференцирование
5	Интегрирование
6	Вычисление выражения без потери точности
7	Вычисление выражения в интервалах
8	Вычисление выражения в матрицах и векторах
9	Выразить переменную из выражения
10	Построение минимальной конъюнктивной нормальной формы
11	Построение минимальной дизъюнктивной нормальной формы
12	Построение алгебраической нормальной формы

Таблица 4

N	Формат
1	Custom Xml
2	Custom Json
3	MathML
4	AsciiMath
5	Functions tree expression
6	Tex
7	Eqn

Таблица 5

Пример структура модели первых двух форматов (Custom~):

- ExpressionInfo: one of Expr
- abstract Expr:
 - BinaryOp (Sign: Plus/Minus/etc) two of Expr
 - UnaryOp (Sign: Plus/Minus) one of Expr
 - Function (Name) arguments of Expr
 - Value of numeric literal text
 - Symbol (Name)

Задание 3

Цель - изучить способы формулирования и функционирования алгоритмов в терминах символьных вычислений.

Программу, разработанную в ходе выполнения предыдущего задания, дополнить функциональностью интерпретации закодированного во входных данных алгоритма. Для этого ввести в неё состояние контекста вычислений и реализацию стандартной процедуры вычисления, а также операции для определения непосредственно и отложено разрешаемых символов на основе ранее разработанного внутреннего символьного представления, включающего списки (группы аргументов). С помощью данной функциональности и на базе символьного представления данных описать алгоритм из предыдущего задания в символьной форме и показать его работоспособность.

В качестве встроенных разрешены операции управления контекстом (определения символов и паттернов, управление атрибутами символов, и т.д.), операции последовательности, численной и булевой арифметики, простые операции над списками (композиция-декомпозиция), локальные контексты. Другие операции должны быть определены символьно через перечисленные.